

Question 3

Considérez deux algorithmes de Monte-Carlo A et B pour résoudre un même problème P . A est p-correct et vrai-biaisé tandis que B est q-correct et faux-biaisé. Le temps d'exécution de A est $TA(n)$ et celui de B est $TB(n)$.

a) Utilisez ces deux algorithmes pour construire un algorithme de Las Vegas pour résoudre le problème

Il est possible de résoudre ce problème en utilisant un premier algorithme pour calculer une solution et si celle-ci ne produit pas un résultat exactement vrai, d'utiliser le second algorithme pour tester si la même entrée offre un résultat exactement faux. Cela est possible puisque les algorithmes sont biaisés différemment.

Algorithme 1 : Las Vegas en utilisant 2 Monte Carlo

Données : entier n
Résultat : Vrai ou Faux

```
1 pour  $i \leftarrow 1$  à  $\infty$  faire
2   si  $A(i) = Vrai$  alors
3     retourner  $Vrai$ 
4   fin
5   si  $B(i) = Faux$  alors
6     retourner  $Faux$ 
7   fin
8 fin
```

Puisque l'algorithme tourne sans arrêt (boucle sans fin) jusqu'à ce qu'une solution correcte ressorte, cela constitue un algorithme de Las Vegas.

b) Analysez le temps d'exécution de votre algorithme

Il est facile de calculer le temps d'exécution de cet algorithme. En effet, le premier algorithme à une probabilité de donner la réponse vrai au moins avec une probabilité $0 < q < 0.5$ (car sinon il ne serait pas vrai-biaisé). De manière analogue, on trouve que la borne supérieure est d'une probabilité de 0,5.

On peut donc calculer le temps d'exécution de la manière suivante :

$$\sum_{i=1}^{\infty} i0,5^i * Boucle$$
$$\sum_{i=1}^{\infty} i0,5^i * (TA(n) + TB(n))$$
$$(TA(n) + TB(n)) \sum_{i=1}^{\infty} i0,5^i$$

$$2 * (TA(n) + TB(n))$$

On voit donc que le temps d'exécution est en temps :

$$2 * (TA(n) + TB(n)) = \mathcal{O}(2 * (TA(n) + TB(n))) \approx \mathcal{O}((TA(n) + TB(n)))$$