

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

DEVOIR 1

PAR

JÉRÉMY BOUCHARD (BOUJ08019605)

ALEXANDRE LAROUCHE (LARA04119705)

JEAN-PHILIPPE SAVARD (SAVJ04079609)

ALEXIS VALOTAIRE (VALA)

DEVOIR PRÉSENTÉ À

M. FRANÇOIS LEMIEUX

DANS LE CADRE DU COURS D'ALGORITHMIQUE (8INF433)

Question 1

Question 2

a)

Il est possible d'exprimer le pseudo-code de l'algorithme décrit dans l'énoncé de la question 2. Il est également possible de constater qu'il s'agit de l'algorithme du tri par selection. Celui-ci se décrit de cette façon :

Algorithme 1 : Pseudo-code du numéro 2

Données : $T[1 \dots n]$

Résultat : $T[1 \dots n]$ (Trié)

```
1 pour  $j \leftarrow 1$  à  $n - 1$  faire
2    $petit \leftarrow j$ 
3   pour  $i \leftarrow j + 1$  à  $n$  faire
4     si  $T[i] < T[petit]$  alors
5        $petit \leftarrow i$ 
6     fin
7   fin
8    $T[j] \leftrightarrow T[petit]$ 
9 fin
```

b)

Il est possible de calculer le temps d'exécution de cet algorithme facilement. En effet, pour chaque élément du tableau il est nécessaire de parcourir le reste du tableau moins les éléments déjà triés. Donc, pour la première itération, il est nécessaire de réaliser $(n - 1)$ comparaisons. Pour la deuxième itération, cela sera $(n - 2)$ itérations et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste que une seule valeur à trier. Il est donc possible de formaliser le temps d'exécution de cette manière :

$$(n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + \dots + 1 = \sum_{i=1}^{n-1} i$$

Il ne reste qu'à trouver l'ordre de $\sum_{i=1}^{n-1} i$.

Temps d'exécution de l'algorithme de tri.

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^{n-1} i \\
 &= (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1 \\
 2S &= (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1 \\
 &\quad + 1 \quad \quad + 2 \quad \quad + 3 + \dots + (n-1) \\
 &= \underbrace{(n + n + n + \dots + n)}_{(n-1) \text{ fois}} \\
 &= (n-1)(n) \\
 S &= \frac{n(n-1)}{2} \\
 &= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n
 \end{aligned}$$

D'où $\mathcal{O}(n^2)$

□

Question 3

Question 4

Temps d'exécution

Pour déterminer le temps d'exécution de l'algorithme tel qu'écrit dans l'énoncé, il faut avant tout l'analyser ligne par ligne.

Ligne 1: “ $d=0$ ”. Une affectation en informatique se fait en un temps constant (1). \square

Ligne 2: “tantque ($X > Y$) faire {...}”. L'analyse de cette ligne est beaucoup plus difficile à faire, puisque nous ne savons pas comment la condition sortie est modifiée. Nous le serons au moment de l'analyse du contenu de la boucle.

Avec l'analyse du contenu de la boucle, on découvre qu'elle est exécutée ‘ n ’ fois, basée sur la différence de X et Y . Ainsi, on peut conclure qu'elle est exécutée en un temps linéaire (n). \square

Ligne 3: “Soustraction(X, Y)”. Il est mentionné dans l'énoncé que cette fonction est exécutée en un temps linéaire (n). \square

Ligne 4: “ $d=d+1$ ”. Une affectation et une addition en informatique se font en un temps constant (1). \square

Ligne 5: “return d ”. Un retour en informatique se fait en un temps constant (1). \square

Ainsi, nous savons que:

1. Le temps d'exécution du contenu de la boucle est de $n + 1$;
2. Le contenu de la boucle est exécuté ‘ n ’ fois, donc $n(n + 1)$;
3. Le reste de l'algorithme est en temps constant, donc $n(n + 1) + 1$.

En distribuant le tout, nous avons $n^2 + n + 1$. Donc le temps d'exécution est de l'ordre de $\mathcal{O}(n^2)$.

Efficacité de l'algorithme

Est-ce que l'algorithme est efficace? La réponse est non. En effet, avec l'analyse du temps d'exécution fait précédemment, nous avons déterminé que dans le pire des cas, le temps d'exécution est de l'ordre de $\mathcal{O}(n^2)$.

Bien qu'un algorithme de cet ordre est généralement acceptable, il est mentionné dans l'énoncé que les variables X et Y sont de grands entiers. On peut conclure que le pire des cas se produira relativement souvent à l'exécution de l'algorithme, ce qui n'est pas vraiment acceptable.

Pour bien faire, il faudrait que la fonction 'Soustraction(X,Y)' soit exectuable dans un temps constant au lieu de linéaire, ce qui réduirait le temps d'exectuion dans l'ordre de $\mathcal{O}(n)$ qui est beaucoup plus acceptable avec de grandes valeurs.

Question 5