

Primera Parte

1. Lee detenidamente la definición de función abordada en la teoría y partir de ello responde si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Expresa una justificación para cada una de tus respuestas.
 - a) Si f es una función definida de un conjunto A en otro conjunto B , a dos elementos distintos de A no puede corresponderle el mismo elemento en B .
 - b) Si f es una función definida de un conjunto A en otro conjunto B , dos elementos distintos de B pueden ser imagen del mismo elemento en A .
 - c) Si f es una función definida de un conjunto A en otro conjunto B , dos elementos distintos de A no pueden tener como imagen el mismo elemento en B .
 - d) Sea f una función definida de un conjunto A en otro conjunto B , existen elementos de A que no tienen imagen en B .
 - e) Sea f una función definida de un conjunto A en otro conjunto B , existen elementos de B que no son imagen de ningún elemento de A .
2. Si avanzas en la lectura de la teoría encontrarás la definición de Dominio e Imagen de una función, con estos conceptos completa las siguientes afirmaciones:
 - a) Sea f una función definida de un conjunto A en otro conjunto B . Al conjunto A se lo llamade la función.
 - b) Sea f una función definida de un conjunto A en otro conjunto B . Al conjunto B se lo llamade la función.
 - c) Sea f una función definida de un conjunto A en otro conjunto B . Llamaremos imagen de una función al conjunto formado por
 - d) El conjunto imagen de una función es igual o está incluido en el conjunto
3. Responde las siguientes preguntas:
 - a) ¿Una recta vertical representa el gráfico de una función?

- b) ¿Cómo se define el gráfico de una función?
- c) ¿Por qué en el gráfico de una función una recta vertical debe cortar en un solo punto a dicho gráfico?
4. Responde las siguientes preguntas:
- a) Una función lineal es una función definida $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax + b$ con $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$.
¿Qué gráfico tiene esta función?
- b) En la ecuación de la función lineal a se llama y b se llama
- c) Describe el gráfico de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax + b$ con $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$ para los siguientes casos:
- $a = 0$ y $b = 0$
 - $a = 0$ y $b \neq 0$
 - $a = 1$ y $b = 0$
- d) Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:
- 1) Decreciente
 - 2) Creciente.
 - 3) Constante.
5. La gráfica de una función cuadrática es:.....
6. La abscisa del vértice de una función cuadrática es:.....
7. ¿Cómo se relaciona el coeficiente de segundo grado de una función cuadrática con el gráfico de la función?
8. La función valor absoluto se define como:.....
9. El valor absoluto de un número real es siempre un número
10. Diremos que una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / y = f(x)$ es par si
11. Diremos que una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / y = f(x)$ es impar si
12. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : D \rightarrow C$, con $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, $C \subset \mathbb{R}$ y $D \subset \mathbb{R}$, entonces $g \circ f$ es posible si.....
13. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : D \rightarrow C$, con $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, $C \subset \mathbb{R}$ y $D \subset \mathbb{R}$, entonces $f \circ g$ es posible si.....

14. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : D \rightarrow C$, con $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, $C \subset \mathbb{R}$ y $D \subset \mathbb{R}$, entonces el dominio de $f + g$ es

15. Dadas las siguientes afirmaciones:

- i) Toda función inyectiva es sobreyectiva.
- ii) Toda función biyectiva es sobreyectiva.
- iii) Toda función biyectiva es inyectiva.

De ellas son verdaderas:

- Sólo la ii)
- Sólo la ii) y iii)
- Sólo la iii)
- Sólo la i) y ii)

16. Considera las siguientes proposiciones:

- a) El dominio de toda función que tiene inversa es el dominio de la inversa.
- b) El dominio de toda función biyectiva es el dominio de su inversa.
- c) El dominio de toda función que tiene inversa es igual al codominio de esa inversa.

De ellas son verdaderas:

- Sólo la a) y b)
- Sólo la a)
- Sólo la c)
- Sólo la b) y c)

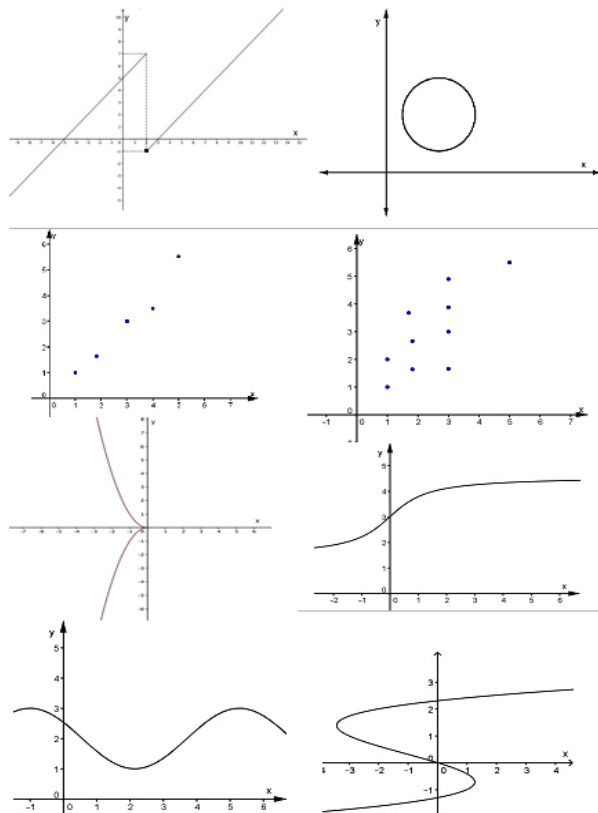
17. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es la verdadera? Expresa una justificación para tu respuesta.

- a) Toda función biyectiva tiene inversa.
- b) Toda función cuadrática tiene inversa.
- c) La inversa de la función constante es ella misma.
- d) Todas las funciones tienen inversa.

18. Qué condición necesaria y suficiente debe cumplir una función para que exista su inversa?

Segunda Parte

- 1.Cuál de los siguientes gráficos de la figura representan gráficos de funciones. En caso de serlo, indique el dominio de cada una.



2. Determinar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3(x - 3)^3 + 2x^2$

b) $f(x) = \frac{3x}{4x - 1}$

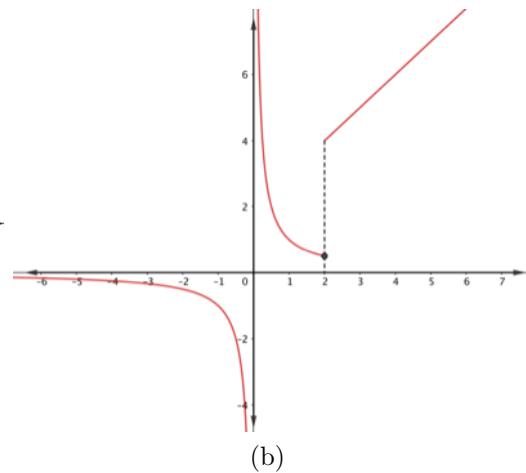
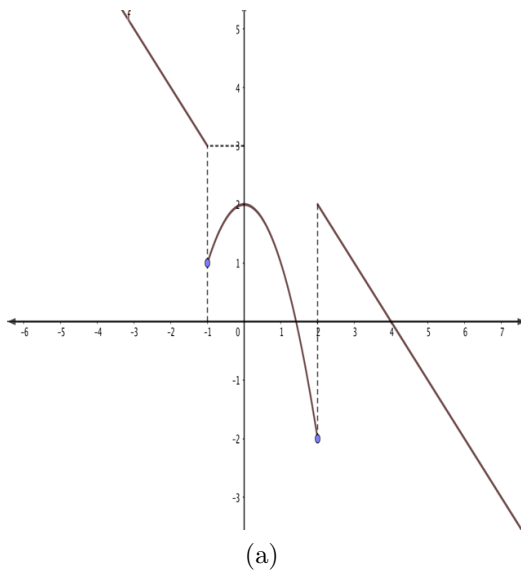
c) $f(x) = \sqrt{3 - 3x}$

d) $f(x) = \frac{x - 3}{\sqrt{1 - x^2}}$

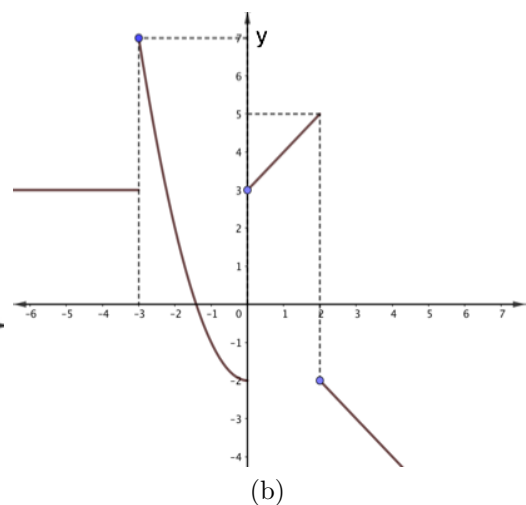
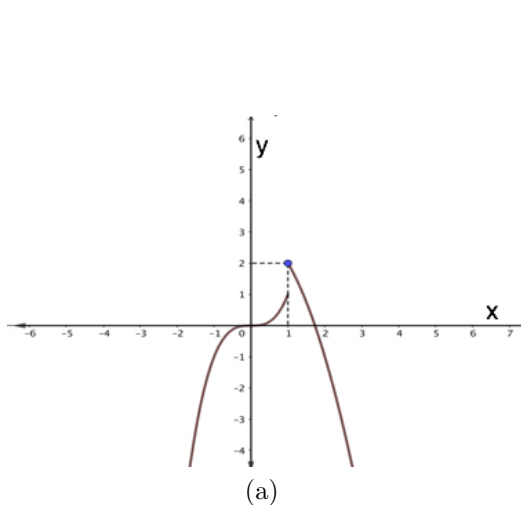
$$e) f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{x-1}\sqrt{x}}$$

$$f) f(x) = \frac{x}{|x-1|}$$

3. Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones, determinar: dominio, imagen, ceros o raíces, ordenada al origen, intervalos de positividad y negatividad.



■



■

4. Para las siguientes funciones calcular, si es posible, lo indicado:

a) $f(x) = x^2 - 4$

1) $f(-1)$

2) $f(0)$

3) $f(-2)$

4) $f(x+h) - f(h)$

5) $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 5$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

1) $f(\frac{-1}{2})$

2) $f(0)$

3) $f(-1)$

4) $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$

c)

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 2 \\ 5 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1) $f(\frac{5}{2})$

2) $f(0)$

3) $f(-1)$

4) $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$

5. Indicar en cada caso la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes funciones lineales:

a) $y = 2x - 4$

b) $3y = x + 6$

c) $7x - 3y + 4 = 0$

d) $4y = 3$

6. Graficar, sin hacer tabla de valores, las funciones lineales del ejercicio anterior.

7. Hallar, analíticamente, una función lineal que satisfaga:

a) $f(-1) = 2$ y $f(1) = 4$

b) $f(0) = 2$ y $Im(f) = 2$

- c) El gráfico de la función corta al eje x en -2 y al eje y en 2
8. A partir de la gráfica de $f(x) = |x|$ representar:

- a) $2f(x)$
- b) $f(x - 1)$
- c) $f(2x)$
- d) $-f(x) + 2$
- e) $f(\frac{1}{2}x) - 2$

9. A partir de la gráfica de $f(x) = [x]$ representar:

- a) $2f(x)$
- b) $f(x - 1)$
- c) $-f(x) + 2$

10. Sea la función definida:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 11 & \text{si } x < -2 \\ 3 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calcular $f(-3)$; $f(-2)$; $f(1)$ y $f(3)$
 - b) Graficar
 - c) Indicar el dominio, la imagen y los ceros de la función.
11. Dadas las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= -2x + 1; & b) f(x) &= \frac{x^2}{(x^2 + 1)}; & c) f(x) &= 3x^3 - x; \\ d) f(x) &= 1 - x^2; & e) f(x) &= \sqrt{x} - 1; & f) f(x) &= \frac{x^2}{1 - |x|} \end{aligned}$$

- Estudiar si la función es par, impar o no tiene paridad en cada caso.
- Graficar f
- Indicar el dominio, la imagen y los ceros de la función.

12. Dadas las siguientes funciones: $f(x) = -2x+1$ y $g(x) = \sqrt{x+7}$. Indicar el dominio de cada una de ellas, hallar cada una de las operaciones indicadas a continuación y el dominio de la función resultante.

a) $f + g$

b) $f - g$

c) $f \cdot g$

d) $\frac{f}{g}$

13. Encontrar, si es posible, las siguientes funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$. Indicar el dominio de las funciones compuestas.

a) $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = x + \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$ y $g(x) = x - \sqrt{x+1}$

c) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ y $g(x) = \frac{x-2}{x}$

d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ y $g(x) = x^2$

14. Dadas las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x^5 - 3}{2}$

b) $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \sqrt{x-2}$

c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 4 - x^2$

d) $f : \mathbb{R} - \{6\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\} / f(x) = \frac{x+12}{x-6}$

e) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 2^x + 3$

f) $f : (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \ln(x-3)$

- Hallar dominio e imagen y clasificar cada una de las funciones
- Restringir el dominio y el conjunto de llegada, si es necesario, de tal manera que resulten biyectivas y hallar su inversa.

15. Hallar todos los valores de $x \in [0; 2\pi]$ que satisfacen

a) $\cos x = \frac{1}{2}$; b) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\sin x > 0$

d) $\sin x = 0$; e) $\cos x < 0$; f) $\tan x = -1$

16. Graficar las siguientes funciones. Indicar dominio, imagen e intersecciones con los ejes cartesianos.

$$a) f(x) = \operatorname{sen}(3x); \quad b) g(x) = 2\cos(x - \pi); \quad c) h(x) = 3\tan(2x)$$