Licenciatura en Sistemas - Álgebra y Geometría Analítica.
Trabajo práctico: Determinantes

1. Sea $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, tal que $|A| = -10$, calcular usando propiedades

$a)\ \begin{vmatrix} 2a & d & g \\ 2b & e & h \\ 2c & f & i \end{vmatrix} \quad b)\ \begin{vmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ 2a+d & 2b+e & 2c+f \end{vmatrix} \quad c)\ \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ -2g+a & -2h+b & -2i+c \end{vmatrix}$

2. Calcular $\alpha \in \Re$ que verifique $|A \cdot B|$= - 96, siendo:

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ \alpha & -1 & 4 \\ 2 & \alpha & -2 \end{pmatrix}$

3. Sabiendo que A y B son matrices cuadradas de orden tres, tales que det (A) =2 y det (B)=4, calcular aplicando propiedades.
   a) det $(3B^{-1})$
   b) det $(-2A^{t}B)$
   c) det $(3B^{t})^{-1}$
   d) det $(B^{-1}).(A^{t})^{-1}$

4. Hallar $\alpha \in \Re$ que verifique |A+ B|=0, siendo:

$A = \begin{pmatrix} -\alpha & 2 \\ 2\alpha & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & \alpha \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

5. Sea A $\in \Re^{3\times3}$, donde $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Se sabe que det. $\begin{pmatrix} 1 & b & c \\ 2 & e & f \\ 5 & h & i \end{pmatrix} = 0$,

det. $\begin{pmatrix} a & 2 & c \\ d & 4 & f \\ g & 10 & i \end{pmatrix} = 0$ y det. $\begin{pmatrix} a & b & -1 \\ d & e & -2 \\ g & h & -5 \end{pmatrix} = 0$, calcular det. de A.

6. Demostrar, sin calcular, que los determinantes de las siguientes matrices son nulos

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} x & y & 2x+3y \\ 4 & 3 & 17 \\ z & t & 2z+3t \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} \operatorname{sen}^2 a & 1 & \cos^2 a \\ \operatorname{sen}^2 b & 1 & \cos^2 b \\ \operatorname{sen}^2 c & 1 & \cos^2 c \end{pmatrix}$$

7. Calcular el siguiente determinante desarrollando por la segunda columna y por la tercera fila.

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

8. Calcular el determinante de las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -3 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & -2 \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} .$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Calcular por el método de Chio el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

10. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} 1-x & 0 & -2 \\ 0 & -x & 0 \\ -2 & 0 & 4-x \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 2-x & -3 & 6 \\ 4 & 1+x & -2 \\ 2 & -1 & 2+x \end{vmatrix} = 0$

11. Resolver los siguientes sistemas lineales sobre $\Re$ empleando la regla de Cramer:

a) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = -3 \\ x_1 + 7x_2 = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$

12. Encuentre el conjunto solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método matricial.

$$a)\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -20 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \\ -2x_2 - 5x_3 = -16 \end{cases}$$

$$b)\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = -6 \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 17 \end{cases}$$

13. Estudiar el sistema de ecuaciones lineales crameriano en función de $a \in \Re$. Para tales valores resolverlo por la regla de Cramer.

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

14. Decidir si es verdadero o falso, siendo A y B matrices $\in \Re^{m\times m}$. Justificar:

a) $det(A+B) = det(A) + det(B)$.

b) *Si A es una matriz inversible, entonces* $det(A) = 0$.

c) *Si A y B son inversibles, entonces A.B también lo es.*

d) $det(A) = \dfrac{1}{det(A^{-1})}$

15. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, hallar $\lambda \in \Re$ para que $det(A - \lambda I) = 0$

16. Calcular la inversa de las siguientes matrices, si es que existen, aplicando fórmula de cálculo. Verificar que $A.A^{-1} = I$

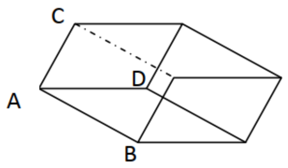
$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -8 \\ -2 & -6 & 16 \end{bmatrix} \quad D=\begin{bmatrix} -3 & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \\ -1 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$E=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \\ 6 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad F=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Aplicaciones geométricas

1. El volumen de un paralelepípedo de vértices $A(a_1, b_1, c_1)$; $B(a_2, b_2, c_2)$; $C(a_3, b_3, c_3)$ y $D(a_4, b_4, c_4)$ es numéricamente igual al determinante siguiente:

$$V=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \\ a_4 & b_4 & c_4 & 1 \end{vmatrix}$$



Calcular el volumen del paralelepípedo con vértices en A(3, 2, 1), B(1, 2, 4), C(4, 0, 3) y D(1, 1, 7).

2. El área de un triángulo de vértices A (a_1, b_1); $B(a_2, b_2)$; $C(a_3, b_3)$ está definida por la expresión :

$$A=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Hallar el área del triángulo de vértices A(3,4); B(2,-1) y C(3,5).