1) Sea $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ completar la tabla y graficar la función.

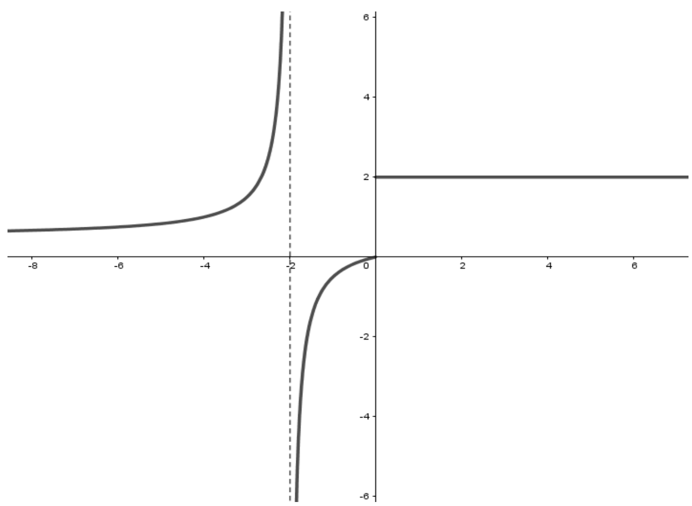
x	0,9	0,99	0,999	0,9999	1	1,0001	1,001	1,01	1,1
$f(x)$									

¿Existe el $\lim_{x\to 1} f(x)$?, ¿por qué? En caso de existir, determinar cuánto vale.

2) Sabiendo que: $\lim_{x\to c} f(x) = \frac{1}{2}$ y $\lim_{x\to c} g(x) = \frac{3}{4}$ calcular los siguientes límites aplicando propiedades:

a) $\lim_{x\to c}[f(x) + g(x)]$
b) $\lim_{x\to c}[f(x) - g(x)]$
c) $\lim_{x\to c}[3f(x) + 2g(x)]$
d) $\lim_{x\to c}[f(x).g(x)]$
e) $\lim_{x\to c}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$
f) $\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}$

3) Dada la gráfica de la función $y = f(x)$, hallar los límites pedidos.



a) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ b) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ c) $\lim_{x\to -2} f(x)$ d) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ e) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ f) $\lim_{x\to 0} f(x)$

4) Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justificar la respuesta:

a) Si $\lim_{x\to a} f(x) = L$ entonces $f(a) = L$

b) Si $\lim_{x\to a} f(x) = L$ y $\lim_{x\to a} g(x) = L$ entonces $f(a) = g(a)$

c) Si $\lim_{x\to a^+} f(x) = s \ \wedge\ \exists \lim_{x\to a^-} f(x) = t \Longrightarrow \exists \lim_{x\to a} f(x)$

d) Si $f(a)$ no está definida entonces el $\lim_{x\to a} f(x)$ no existe.

e) Si $f(x)$ es una función polinomial, entonces el $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

f) Si $\exists \lim_{x\to a^+} f(x) = L_1 \ \wedge\ \exists \lim_{x\to a^-} f(x) = L_2 \Longrightarrow \left(\exists \lim_{x\to a} f(x) \Leftrightarrow L_1 = L_2\right)$

g) Si $\nexists \lim\limits_{x\to a} f(x) \Longrightarrow a \notin Dom\, f$

5) Calcular los siguientes límites aplicando las propiedades dadas:

a) $\lim\limits_{x\to -2}(3x^4+2x^2-x+1)$

b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2x^2+1}{x^2+6x-4}$

c) $\lim\limits_{x\to 8}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)(2-6x^2+x^3)$

d) $\lim\limits_{t\to -1}(t^2+1)^3(t+3)^5$

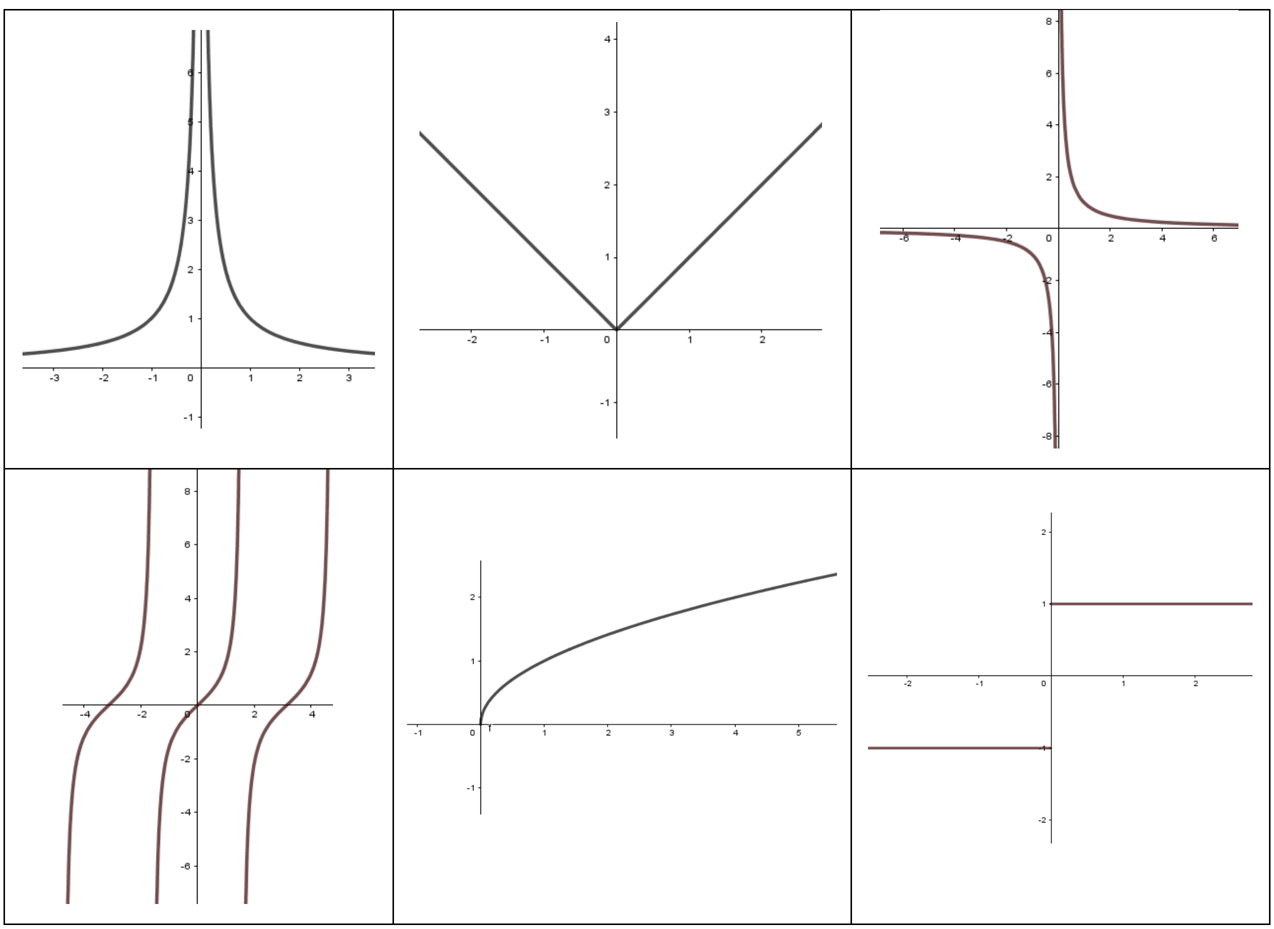
$e)$ $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1+3x}{1+4x^2+3x^4}\right)$

f) $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt{16-x^2}$

6) Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}/f(x)=\begin{cases}3+ax & si\ x<1\\ 3 & si\ x=1\\ 5 & si\ \ x>1\end{cases}$

¿Qué valor debe tomar a para que exista el $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$? Justificar la respuesta.

7) Usar la gráfica para estimar, si existe, el $\lim\limits_{\mathrm{x}\to 0} f(x)$ en cada caso.



8) Graficar la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R} / h(x) = \begin{cases} x+1 & si\ x < 3 \\ 2 & si\ x = 3 \\ 4 & si\ \ x > 3 \end{cases}$ y calcular justificando:

a) $\lim\limits_{x \to 3^-} h(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 3^+} h(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 3} h(x)$ d) $h(3)$

9) Sean f y g funciones tales que $0 \le f(x) \le g(x), \forall x$ próximo a c (excepto quizás en c). Sabiendo que $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{c}} g(x) = 0$, calcular $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{c}} f(x)$. Justificar.

10) Teniendo en cuenta que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\ x}{x} = 1$, calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\ (4x)}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2x}{sen(3x)}$ c) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{sen(x-2)}{2x^2-8}$ d) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos^2 x}{2x}$

11) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-4}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3-2x^2}{x^4-x^3+5x^2}$ c) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-2x-4}{x^3-1}$

d) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$ e) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{(2x-3)(3-5x)}{7x^2-6x+4}$ f) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x-1}{x.(x-1)}$

g) $\lim\limits_{x \to 0^+} \left(e^{\frac{1}{x}} \left|sen \frac{\pi}{x-2}\right|\right)$ h) $\lim\limits_{x \to 1^-} (1-x)^{sen(x)}$ i) $\lim\limits_{x \to 0^-} \left(e^{\frac{1}{x}} sen \frac{x}{\pi}\right)$

j) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$ k) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2-x} - x$ l) $\lim\limits_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}\right)$

m) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen(x-1)}{x^2-1}$ n) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}\right)$ o) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2-x} - x$

p) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{[sen(x-1)]^2}{x^2-1}$ q) $\lim\limits_{x \to 0^-} \left(\frac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}\right)$

12) Trazar la gráfica de una función que cumpla con todas las condiciones dadas:

a) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -2$, $f(1) = 2$ y f es inyectiva

b) $Df = \mathbb{R} - \{0\}$, $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -1$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 1$ y $f(2) = 1$

c) $Df = (-3; +\infty)$ $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 4$, $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = 2$, $f(3) = 3$ y $f(-2) = 1$

d) $Df = \mathbb{R}$, $Imf = [0, +\infty)$, $f(-4) = 0$, $\lim\limits_{x \to -4} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 3$, $f(2) = 0$, $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

13) Comprobar que el $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ no existe.

14) Si $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si x > 1} \\ \ln(x) & \text{si x < 1} \end{cases}$ determinar si existe $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$. Justificar.

15) Usando alguna aplicación o software, realizar la gráfica de $f(x) = sen\left(\frac{1}{x}\right)$ y analizar el $\lim\limits_{x \to 0} sen\frac{1}{x}$

16) Demostrar que el $\lim\limits_{x \to 0} x^2 . sen\frac{1}{x} = 0$

17) Sea $f(x) = [x]$ (parte entera)

I. evaluar: a) $\lim\limits_{x \to -2^+} [x]$ b) $\lim\limits_{x \to -2} [x]$ c) $\lim\limits_{x \to -2,4} [x]$

II. si n es un entero, evaluar: a) $\lim\limits_{x \to n^-} [x]$ b) $\lim\limits_{x \to n^+} [x]$

III. ¿Para qué valores de *c* existe $\lim\limits_{x \to c} [x]$?

Respuestas

2) a) 5/4 b) -1/4 c) 3 d) 3/8 e) 2/3 f) $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$

3) a) ∞ b) $-\infty$ c) $\nexists$ d) 0 e) 2 f) $\nexists$

4) a) F b) F c) F d) F e) V f) V g) F

5) a) 59 b) 3/4 c) 390 d) 256 e) 1/2 f) 0

6) 2

7) a) $+\infty$ b)0 c) $\nexists$ d) 0 e) $\nexists$ f) $\nexists$

8) a) 4 b) 4 c) 4 d) 2

9) 0 (Teorema del emparedado)

10) a)4 b) 2/3 b) $1/8$ d) 0

11) a)2 b) -2/5 c) 4 d) $2\sqrt{2}$ e) $-\frac{10}{7}$ f) 0 g) ∞ h) 0 i) 0

j) $\frac{1}{2}$ k) ∞ l) 0 m) $\sin(1)$ n) $\frac{1}{4}$ o) $-\frac{1}{2}$ p)0 q) $1/3$

14) No existe porque los límites laterales no son iguales.

15) No existe.

17) I) a) -2 b) $\nexists$ c) -3

II) a) n-1 b) n

III) $\forall\, c \notin \mathbb{Z}$