UNER Facultad de Ciencias de la Administración

UNER-FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN

Licenciatura en Sistemas

Trabajo Práctico Combinatoria

---

1. *Completar según corresponda*

a) La función factorial es la ……………… cuyo dominio está dado por el conjunto de los números ……………………….. y cuya imagen es un subconjunto de los números naturales

$$f: \mathbb{N}_{\dots} \to \cdots, definida\ por \begin{cases} f(\dots.) = 1 \\ f(1) = 1 \\ f(h+1) = \cdots \forall\, h > 1 \end{cases}$$

---

2. *Calcular las siguientes sumas:*

a) $\sum_{i=1}^{5} i(i+1)$

b) $\sum_{n=0}^{3} 2^n$

c) $\sum_{r=1}^{50} 4r$

d) $\sum_{z=2}^{4} \log z$

e) $\sum_{i=7}^{20} i(3-2i)$

f) $\sum_{i=1}^{5} (-1)^i \cdot i - 2$

---

3. *Expresar con una frase el significado de las siguientes sumas.*

a) $\sum_{p=1}^{3} 3p$ ***b)*** $\sum_{s=1}^{10} s^2$ c) $\sum_{1=0}^{49} (2i+1)$

---

4. *Usando el símbolo de sumatoria, escribir las siguientes sumas.*

a) $a_{35} + a_{36} + \cdots + a_{110}$

b) $7^2 + 8^2 + \cdots + 243^2$

c) $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots 40$

d) $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots 55$

---

5. *Hallar el valor de la constante c si se sabe que:*

$$\sum_{i=1}^{10} (i^2 - 3i + 10c) = 250$$

---

6. *Demostrar por inducción las siguientes propiedades:*

a) La suma de los primeros números naturales es igual a $\frac{n.(n+1)}{2}$ $\forall n \geq 1$.

b) 1+3+5+…+(2n-1)=n²; $\forall n \geq 1$

c) $\sum_{k=1}^{n}(2k+3) = n(n+4)\ ;\ \forall n \geq 1$

d) $\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2(2^n - 1)\ ;\ \forall n \geq 1$

e) $\sum_{i=1}^{n} i\ .\ 2^i = (n-1).2^{n-1} + 2;\ \forall n \geq 1$

f) $1 + 4 + 7 + \cdots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}\ ;\ \forall n \geq 1$

g) $2 + 6 + 10 + \cdots + (4n-2) = 2n^2;\ \forall n \geq 1$

h) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2\ ;\ \forall n \geq 1$

i) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(2n-1)(2n+1);\ \forall n \geq 1$

7. Utilizando las propiedades demostradas anteriormente, plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Un ómnibus salió de su parada inicial con siete pasajeros, y en cada estación suben 2 pasajeros más de los que subieron en la estación anterior. Si al llegar a su destino final se contaron 520 pasajeros, ¿en cuántas estaciones se detuvo el ómnibus?

b) Un empleado ha ahorrado este mes $178 y tiene con esa suma $ 1.410 en su caja de ahorros habiendo ahorrado cada mes $12 más que el anterior. ¿Cuánto ahorro el primer mes?

Sugerencia: Utilizar el siguiente planteo: 178 + 166 +154 +…+(190-12n)= 1440

8. Simplifique las siguientes expresiones

a) $\frac{8!}{6!3!} =$

b) $\frac{n!}{(n-1)!}$

c) $\frac{(m+2)!}{(m+2)(m+1)} =$

d) $\frac{(m-2)!x!}{(x-1)!m!} =$

e) $\frac{(3n-2)!}{(3n)!} =$

f) $\frac{n!(n-3)!}{(n+1)!(n-5)!6!} =$

9. Completar

a) Dos números combinatorios son complementarios si ……………………………………..

b) La relación de Stiffel plantea $\binom{m}{n} + \binom{\cdots}{n-1} = \binom{\cdots}{\cdots}$

10. Calcule el valor de la incógnita de modo que se verifique la ecuación:

$a)\binom{16}{x+1} = \binom{16}{x-1}$

$c)\binom{x}{3} = (x-1).x$

$b)\binom{x-2}{7} = \binom{x-2}{3}$

$d)\binom{10}{x-3} = \binom{10}{x-1}$

11. Determine los valores de m y n tales que satisfagan la relación planteada. Fundamente.

$a)\binom{m-2}{n}+\binom{m-2}{8}=\binom{11}{8}$ $b)\binom{m-4}{n+5}+\binom{m-4}{8}=\binom{m-3}{9}$

---

12. Desarrollar aplicando la fórmula de Newton.

$a)\ \left(1-\frac{1}{x}\right)^5=$ $c)\ \left(3x+\frac{2}{x}\right)^4=$

$b)\ \left(\frac{1}{\sqrt{x^3}}-\sqrt{x}\right)^6=$ $d)\ \left(1-\frac{1}{2}i\right)^5=$

---

13. Para la discusión: Use el teorema del binomio para demostrar que:

$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\cdots\binom{n}{n}=2^n$

---

14. Determine lo que se solicita en cada caso

a) El término situado en quinto lugar en el desarrollo del binomio $(x-3y)^{16}$

b) El término colocado en octava posición en el desarrollo del binomio $(a-3b)^{14}$

c) El coeficiente del monomio x^2y^7

d) El coeficiente del monomio x^5y^4

e) Los coeficientes de los monomios que solo tienen x o y.

f) *El término medio del desarrollo de* $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}y\right)^6$

g) Los dos términos centrales de $(3a+\frac{a^2}{6})^9$. *¿Por qué hay dos términos centrales?, ¿cuántos términos centrales tendría si el exponente fuera 10?*

---

15. Completar según corresponda.

a) El número de permutaciones de n elementos es ……………
b) El número de permutaciones de n elementos tomados de k en k cada vez es………
c) El número de combinaciones de n elementos tomados de k en k viene dado por la expresión…………
d) Dada una población de m elementos se llaman arreglos o variaciones simples de n elementos, a cada una de las muestras de n elementos cada una, tales ………… cuando difieren en al menos un elemento, o en el ………, si tienen los mismos elementos.

---

16. Problemas:

a) En un restaurante ofrecen un menú del día formado por cinco primeros platos, cuatro segundos y cuatro postres. ¿Cuántos menús diferentes podrá servir el restaurante?

b) *Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7: a) ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar? ¿Cuántos de estos números son múltiplos de 2?*) ¿Cuántos son mayores que 400?

c) ¿Cuántos triángulos distintos se pueden formar con 12 puntos en el plano, sabiendo que no existen tres puntos alineados?

d) ¿Cuántos números de dos cifras distintas se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4 y 5?

e) Con las letras a, b, c, d y e: ¿Cuántas palabras distintas de 3 letras, tengan sentido o no, se pueden formar? ¿Cuántas de ellas empiezan por vocal?

f) Con las letras de la palabra LATÍN, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por A?

g) En una clase de 30 alumnos se quiere elegir una comisión formada por cinco personas. ¿De cuántas formas distintas se podrá hacer?

h) Si 4 amigos quieren ir al cine y al teatro, ¿de cuántas formas se pueden distribuir 6 entradas de cine y 7 de teatro, de tal modo que cada uno reciba al menos una entrada de teatro?

i) En un determinado país, la Liga Profesional de fútbol está formada por 18 equipos. ¿De cuántas formas diferentes podrán quedar clasificados al final de la temporada los tres primeros equipos?

j) Con las letras de la palabra PERMUTACIÓN, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer? ¿Cuántas empiezan por P? ¿Cuántas empiezan por PER?

k) De los 22 jugadores convocados por el seleccionador nacional de fútbol, 3 son porteros, 7 son defensas, 6 son centrocampistas y 6 son delanteros. ¿Cuántas alineaciones diferentes puede hacer si quiere que haya 4 defensas, 4 mediocampistas y 2 delanteros?

l) Un estudiante tiene que contestar ocho de diez preguntas de un examen:
¿Cuántas formas diferentes tiene de contestar? ¿Cuántas formas diferentes tiene de contestar si las tres primeras preguntas son obligatorias? ¿Cuántas formas diferentes tiene de contestar si de las cinco primeras preguntas ha de contestar a cuatro?

m) Ocho estudiantes de Licenciatura en Sistemas van a asistir a unas jornadas de software libre. A la misma hora hay programadas cuatro ponencias en salas distintas. ¿De cuántas formas pueden distribuirse en las diferentes ponencias?