

## TEMA 3

### ECUACIONES DE PRIMER GRADO

#### 1. Ecuación.

Una ecuación es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, llamado incógnita o variable, que se cumple para determinado valor numérico de dicha incógnita.

Se denominan ecuaciones lineales o de primer grado a las igualdades algebraicas con incógnitas cuyo exponente es 1 (elevadas a uno, que no se escribe).

#### Expresión General

Son ecuaciones de primer grado las que pueden expresarse en la forma:

$$a x + b = 0 \text{ con } a \neq 0$$

#### Procedimiento para su resolución:

- Se reducen los términos semejantes, cuando es posible.

$$3x + 12 - x = 17 + 5$$

$$2x + 12 = 22$$

- Se hace la transposición de términos (aplicando inverso aditivo o multiplicativo), los que contengan la incógnita se ubican en un miembro y los que carezcan de ella en el otro.

$$2x + 12 - 12 = 22 - 12$$

- Se reducen términos semejantes, hasta donde sea posible.

$$2x = 10$$

- Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita (inverso multiplicativo), y se simplifica.

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2} \implies x = 5$$

#### ¡Recordar!

Siempre podemos verificar su correcta resolución reemplazando la incógnita por el valor hallado y verificando que se cumple la igualdad.

En el ejemplo:  $2.5 + 12 = 22$

$$10 + 12 = 22$$

$$22 = 22 \quad \text{¡Verificado!}$$

### Ecuaciones sin solución/con infinitas soluciones.

¿Se han hecho alguna vez las siguientes preguntas?

a) *¿Puede ocurrir que una ecuación no tenga solución?*

Si, puede ocurrir. Veamos un caso:

Si se tiene la ecuación  $5x - 7 = 2(2x - 3) + x$ , para resolver hacemos:

$$5x - 7 = 4x - 6 + x$$

$$5x - 4x - x = -6 + 7$$

$$0x = 1$$

Llegamos así a un absurdo, ya que para cualquier número  $x$ , se verifica que  $0x = 0$ . Se dice entonces que *la ecuación no tiene solución*.

b) *¿Puede ocurrir que una ecuación tenga infinitas soluciones?*

También puede ocurrir. Veamos un ejemplo:

Dada la ecuación  $3(2x - 1) - x + 4 = 5x + 1$ , para resolver hacemos:

$$6x - 3 - x + 4 = 5x + 1$$

$$6x - x - 5x = 1 + 3 - 4$$

$$0x = 0$$

Esta igualdad a la que llegamos se verifica para todo valor de  $x$ . Se dice que la ecuación dada es una **identidad** y tiene infinitas soluciones.

---

### Ejercicios

1) Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique:

a)  $3(x - 2) - x = 8$

b)  $4(-x - 1) + 5x - 2 = -2x - x$

$$c) 6x + 2(1 + x) = 3x - 8 + x - 2$$

$$d) -5(x + 8) + 2 = -38 - 3x - 2x$$

$$e) 13x - 2(5x + 2) = 2(x + 2) + x$$

$$f) \frac{2x}{3} + 2 = 4$$

$$g) -2\frac{x+1}{3} = 2 - x$$

$$h) 4 - \frac{-4 - x}{-3} = 10$$

$$i) x + \frac{2x-3}{9} + \frac{x-1}{3} = \frac{12x+4}{9}$$

$$j) \frac{x-2}{x+3} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$$

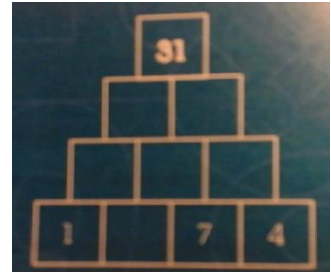
$$k) \frac{x}{2} + \frac{x-3}{3} = \frac{x}{3} - \frac{-2x+9}{4}$$

$$l) \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x^2-1} = \frac{x}{x+1}$$

## 2) Resuelva los siguientes problemas planteando una ecuación de primer grado.

### **Problema 1: Reconstruyendo la pirámide.**

En la pirámide de la figura el valor de cada casillero es la suma de los números de los dos casilleros que están debajo suyo, salvo, claramente, para la fila inferior. Algunos casilleros ya están completados, ¿podrían completar el resto?



### **Problema 2: Oferta de revistas.**

Guillermo compro 100 revistas para vender en su local. Vendió las primeras a \$12 cada una, pero como había pocas ventas decidió bajar el precio a \$8 por revista. Por la venta de todas las revistas recaudó \$884. ¿Cuántas vendió a \$12?

### **Problema 3: La liebre y la tortuga**

Una deportiva liebre y una perseverante tortuga participan de una carrera. La liebre corre a una velocidad de 27 km/h, mientras que la tortuga lo hace a 2 km/h. Luego de iniciarse la carrera, la liebre, al ver que había dejado a la tortuga varios metros atrás y confiada de que podía ganar fácilmente la carrera, se acostó a dormir bajo un frondoso ombú. Luego de 30 minutos de siesta, la liebre despertó sólo para darse cuenta que la tortuga la había superado. A pesar de que siguió corriendo a máxima velocidad, la tortuga le ganó por una cabeza. ¿Qué longitud tenía la carrera? Nota: recordar cómo se relacionan la velocidad, tiempo y distancia:  $d = v.t$ .

**Problema 4: No se le pregunta la edad a una dama.**

Cristina fue al médico para hacerse un examen de rutina. Cuando estaba completando la ficha de datos el médico le preguntó:

Medico: ¿Me podría decir su edad?

Cristina: Ay... no debería preguntarle eso a una dama. Lo único que le puedo decir es que tengo el triple de años que mi hijo José, y dentro de 11 años tendré el doble de él.

¿Podría ayudar al médico a averiguar la edad de Cristina?

**Problema 5: Jugando al casino.**

Tres amigos: Adrián, Beltrán y Carlos fueron al casino. Luego de jugar notaron que:

- Entre los tres ganaron \$220 (además de lo que tenían).

- Si Carlos hubiera ganado \$8 menos, Beltrán \$4 más y Adrian la mitad, entonces todos hubieran ganado lo mismo.

¿Cuánto dinero ganó cada uno?

**Problema 6: Retiro de efectivo.**

María fue al banco a retirar dinero porque necesitaba cambio para su negocio. Le dieron billetes de \$50, de \$20 y de \$2. La cantidad de billetes de \$50 fue la mitad que los de \$20. Además tenía 6 billetes más de \$2 que de \$50. En total le dieron 50 billetes. ¿Cuántos billetes de cada clase tenía María? ¿Cuánto dinero retiró del banco?

**Problema 7: Inflación.**

Durante el último año el litro de nafta super tuvo dos aumentos; el primero del 8% y el segundo del 10%. Si el precio actual es de \$21.90 el litro, encuentre cuál era su precio al comienzo del año.

**Problema 8: Viaje a la Luna.**

Una nave espacial va de la tierra a la Luna; distantes a 380.000 Km, a velocidad constante. Al regreso hace la quinta parte del camino a la misma velocidad que llevaba a la ida y en el resto del camino, reduce su velocidad a la mitad para ahorrar el poco combustible que le quedaba. Si en el viaje de regreso tarde 6 días, ¿A qué velocidad viajó a la ida?

**3) Los siguientes son problemas geométricos, al igual que los casos anteriores, resuélvelos planteando una ecuación.**

a) En el triángulo  $ABC$ ,  $A$  tiene  $54^\circ$  y  $B$  supera a  $C$  en  $23^\circ$ . Encuentre el valor de  $B$  y  $C$ .

b) El perímetro de un rectángulo es de 318 cm. El largo supera al ancho en 11 cm. Calcule las dimensiones del rectángulo.

c) El perímetro de un triángulo isósceles es de 2.57 m. Los lados iguales superan a la base en 28 cm. Calcule el valor de cada lado.

d) El perímetro de un campo rectangular es de 1.220 m. Si uno de los lados mide 150 m. más que el otro, ¿Cuánto mide cada lado?

e) El perímetro de un triángulo es de 209 cm. Uno de sus lados mide 20 cm. más que cada uno de los otros dos. ¿Cuánto mide cada lado?

## SOLUCIONES:

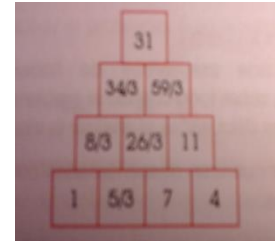
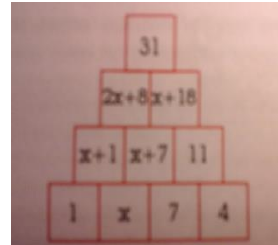
1)

- a)  $x = 7$       b)  $x = \frac{3}{2}$       c)  $x = -3$       d) todos los  $\square$   
 e) no tiene solución      f)  $x = 3$       g)  $x = 8$   
 h)  $x = -22$       i)  $x = 5$       j)  $x = -\frac{2}{9}$       k) no tiene solución  
 l)  $x = 2$

2)

**Problema 1:**  $(2x+8) + (x+18) = 31$

$$x = \frac{5}{3}$$



**Problema 2:** Guillermo vendió 21 revistas a \$12 y las 79 restantes a \$8.

$$12x + 8(100 - x) = 884$$

$$x = 21$$

**Problema 3:** La carrera duró 0,54 horas. La tortuga anduvo a 2km/h durante 0,54 hs, por lo que la distancia recorrida fue de 1,08 km.

$$2t = 27(t - 0,5) \quad ; \quad t = 0,54 \quad ; \quad 2 \cdot 0,54 = 1,08 \text{ km}$$

**Problema 4:** José tiene en este momento 11 años y por ende Cristina tiene 33 (el triple que José). Dentro de 11 años José tendrá 22 años y Cristina 44 años (justo el doble).

$$3J + 11 = 2(J + 11) \quad 3 \cdot 11 + 11 = 2(11 + 11)$$

$$J = 11$$

$$44 = 44$$

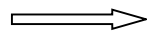
**Problema 5:** Adrián ganó \$108, Beltrán \$50 y Carlos \$62.

$$2x + (x - 4) + (x + 8) = 220$$

$$x = 54$$

**Problema 6:** María recibió 17 billetes de \$2, 22 billetes de \$20 y 11 de \$50. En total retiró \$1024.

X=cantidad de billetes de \$50



$$x + 2x + (x + 6) = 50$$

**Problema 7:** El precio del litro de nafta super era de \$18,43 \$/litro a comienzo del año.

$$(1,08x)1,10 = 21,90$$

$$x = 18,43$$

**Problema 8:** A la ida viajó a 4750 km/h.

3)

- a)  $B = 74^\circ 30'$ ;  $C = 51^\circ 30'$       b) largo 85 cm; ancho 74 cm  
 c) base 67 cm; lados 95 cm      d) lado menor: 230 m; lado mayor: 3380 m  
 e) lados iguales 63 cm; lado mayor: 83 cm.