Universidad Nacional de Entre Ríos

Facultad de Ciencias de la Administración

Carrera: Licenciatura en Sistemas

Cátedra: Análisis Matemático I

Trabajo Práctico N° 4: Derivadas

---

1) Se ha modelizado la posición de un coche que se mueve por una carretera, a través de la siguiente fórmula:

$$s(t) = 20.t^2 \text{ siendo } 0 \leq t \leq 2$$

donde t se mide en horas y $s(t)$ se mide en kilómetros.

a) ¿Es posible determinar la velocidad promedio del coche durante las dos primeras horas? Si la respuesta es afirmativa, hallarla.

b) ¿Es posible determinar la velocidad del coche a la hora de iniciado el recorrido? Si la respuesta es afirmativa, encontrarla.

c) La distancia recorrida a las dos horas, ¿será mayor a 100 km? Explicar.

2) Considerar las siguientes funciones de valores reales a valores reales. ¿Es posible que no sean derivables en algún o algunos puntos? Justificar analítica y gráficamente.

d) $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ b) $f(x) = |x - 1|$ c) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x < 2 \\ 4x & x \geq 2 \end{cases}$

3) ¿Es posible encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva que es gráfica de cada función en el punto que se indica? Explicar. Y, en caso afirmativo, hallarla.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en $P(1,1)$ b) $f(x) = x + \frac{4}{x}$ en $P(2,4)$ c) $f(x) = |x - 1|$ en $P(1,0)$

4) Determinar la veracidad de las siguientes proposiciones. Justificar la respuesta.

a) Una función continua siempre es derivable.

b) Si $f'(2)$ existe y $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$ es posible determinar el valor de $f(2)$.

c) Si las derivadas laterales de una función existen en el punto de abscisa $x = c$, entonces la función es derivable en dicho punto.

d) Si f es derivable en $x = a$, entonces es continua en $x = a$.

5) Calcular las funciones derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{2} - \pi^3$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{3}x + 1$

c) $f(x) = (6x + 5)(x^3 - 2)$ d) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x+1}$

e) $f(x) = x^3 \cdot \sin x$ f) $f(x) = \ln(2x - 1)$

g) $f(x) = \cos(2x) - \frac{1}{x}$ h) $f(x) = e^{-2x} + 3^x$

6) Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} f(x) = x^3 - 3x + 5$, responder:

a) ¿Existe algún o algunos puntos donde la recta tangente a la curva que es gráfica de f sea paralela a la recta $y = x$?

b) ¿Existe algún o algunos puntos donde la recta tangente sea horizontal a la curva que es gráfica de f?

7) ¿Es posible encontrar valores para a y b que hagan que la siguiente función sea derivable en todos sus puntos? En caso afirmativo, encontrar los valores.

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & x \leq 2 \\ x^2 + b & x > 2 \end{cases}$$

8) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-2x-4}{x^3-1}$ c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ d) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

e) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos^2 x}{2x}$ f) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(2x-3)(3+x)}{x^2-6x+4}$ g) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{sen(x-2)}{2x^2-8}$ h) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2^x}$

9) Realizar el estudio completo de la función $f: \mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R} / f(x) = \frac{x}{x+1}$