

Ejercicios sugeridos para el primer parcial

1. Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt[4]{2 - \frac{1}{x}}$

b) $f(x) = \sqrt{2 + |x - 1|}$

c) $f(x) = \frac{2x + 3}{\sqrt{2 - 5x}}$

d) $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 9x - 5}$

e) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 5x + 5}}$

f) $f(x) = \ln(x - 3)$

g) $f(x) = \ln(\sqrt{x - 1})$

h) $f(x) = \ln(4 - x^2)$

i) $f(x) = \ln(x^2)$

2. Hallar, si es posible, $f \circ g$ y $g \circ f$ para:

a) $f(x) = \frac{-x}{2x + 1}$ y $g(x) = 2 - x$

b) $f(x) = \sqrt[4]{x^4} + 4$ y $g(x) = 16x^2 - 4$

c) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 5x - 1$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{1}{x - 6}$

e) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x + 3}$

3. Si $f(x) = x^2 + 3x + 2$ y $g(x) = x + 1$ hallar:

a) Dominio de f y g .

b) $(f + g)(x)$ e indicar su dominio.

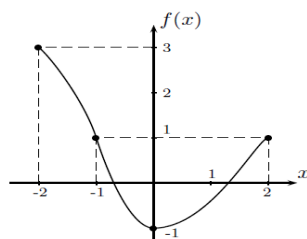
c) $(2f - 3g)(x)$ e indicar su dominio.

d) $g \circ (2f + 5g)(2)$

4. A partir de la gráfica de la función $y = f(x)$ que se muestra en la figura responder:

- Cuál es el dominio de la función?

- Cuál es la imagen de la función?
- Para qué intervalos (a, b) de su dominio la función tiene inversa? Si este es el caso, cuál es el dominio y la imagen de la función inversa?



- Para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ la función $f(x) = x^n$ es una función impar?
- Pruebe que para cualquier función f se cumple que: $p(x) = \frac{1}{2} [f(x) + f(-x)]$ es una función par.
- Considere la siguiente función $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ (justifique su respuesta):
 - x puede ser negativa?
 - 5 pertenece a la imagen de f ?
 - Cuál es el dominio de la función?
- Identificar f y g sabiendo que:
 - $(f \circ g)(x) = \sqrt{x - 2}$
 - $(f \circ g)(x) = \frac{2}{(1 - 3x)^2}$
 - $f \circ g(x) = (x - 2)^3$
- Defina las siguientes funciones de manera que sean biyectivas y luego halle su inversa. Compruebe que $f^{-1} \circ f(x) = x$
 - $f(x) = x^2 - 2$
 - $f(x) = \frac{x + 1}{2}$
 - $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$
 - $f(x) = \sqrt{x - 1}$

10. Para las siguientes funciones, hallar dominio, imagen, puntos de intersección con los ejes coordenados, conjunto de ceros, conjunto de positividad y negatividad.

a) $f(x) = \ln(x - 2)$

b) $f(x) = 2 + \ln(x + 1)$

c) $f(x) = -2\operatorname{sen}(x) + 1$

d) $f(x) = 3\cos(x) - 2$

a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x \geq 1 \\ -x^3 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x > -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

c)

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + 4x & \text{si } -1 \leq x \leq 4 \\ 6 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

d)

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ -x^2 + 6x - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

11. Escribir como $E_\delta(a)$ los siguientes conjuntos:

a) $(-3, 7)$

b) $(-1, 2)$

c) $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{5})$

d) $(-2, \frac{5}{2})$

12. Dados los siguientes entornos escribirlos como intervalos abiertos:

a) $\{x/x \in \mathbb{R} : |x - 2| < \frac{2}{3}\}$

b) $E_{\frac{2}{3}}(\frac{1}{2})$

c) $E_{\frac{1}{5}}(-2)$

d) $\{x/x \in \mathbb{R} : |-x + 1| < 2\}$

13. Graficar las siguientes funciones y hallar los valores indicados en cada caso:

a)

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{si } |x| < 1 \\ -x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1) $f(-3)$

2) $f(-2)$

3) $f(\frac{-3}{2})$

4) $f(\frac{5}{2})$

5) $f(\sqrt{5})$

6) x tal que $f(x) = 2$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 1 + 2x & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 4 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1) $f(-3)$

2) $f(-2)$

3) $f(\frac{-3}{2})$

4) $f(\frac{5}{2})$

5) $f(\sqrt{5})$

6) x tal que $f(x) = 2$