

PROJET DE CALCUL NUMÉRIQUE

**SYSTÈMES DE TYPE LOKTA VOLTERRA - APPLICATION À
LA PROPAGATION D'ÉPIDÉMIE**

SOMMAIRE

- INTRODUCTION
- LES ÉQUATIONS
- PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES
RÉSULTATS OBTENUS
- CONCLUSION

INTRODUCTION

BUT DU PROJET

- Résolution des équations différentielles avec différentes méthodes
- Interprétation des résultats
- Interface graphique permettant de visualiser le problème

LES ÉQUATIONS

Modèle simple:

$$\frac{dS}{dt} = -rIS$$

$$\frac{dI}{dt} = rIS - aI$$


$$\frac{dM}{dt} = aI$$

Constantes:

- r : Vitesse de contamination
- a : létalité de la maladie

LES ÉQUATIONS

Modèle plus évolué avec facteur de guérison et de croissance:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -rIS + BS\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$


Croissance de la population

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rIS - aI - \lambda I$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = aI$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \lambda I$$

Constantes:

- λ : facteur de guérison
- B : Facteur de natalité

LES ÉQUATIONS

Modèle plus évolué avec diffusion:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -rIS + BS\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rIS - aI + \boxed{D\Delta I} \longrightarrow \text{Les personnes infectées se déplacent}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = aI$$

Constante:

- D: facteur de diffusion

PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

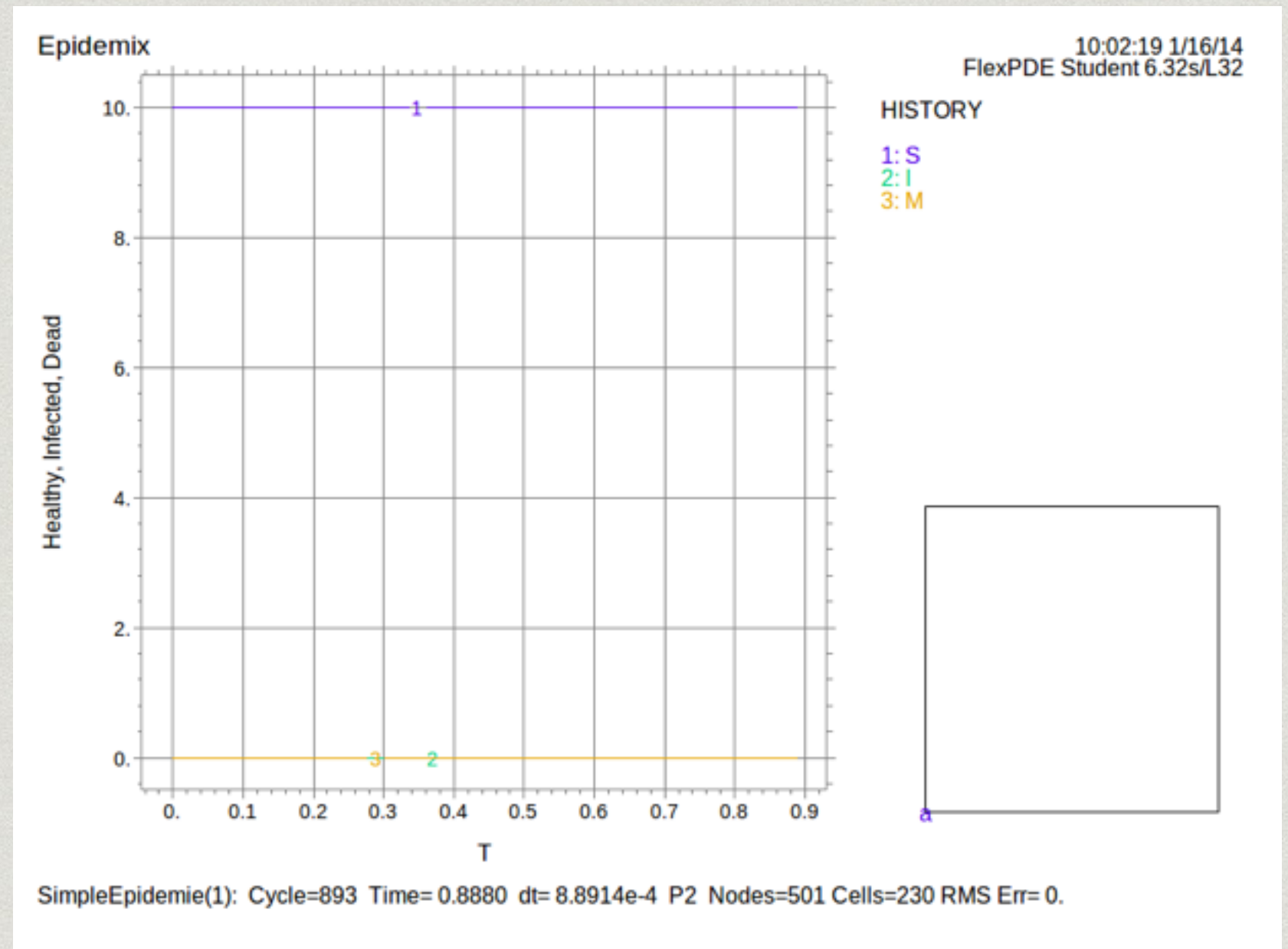
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle simple avec aucun infecté:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0 \Rightarrow S(t) = \beta$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = 0 \Rightarrow I(t) = \mu$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 0 \Rightarrow M(t) = \tau$$

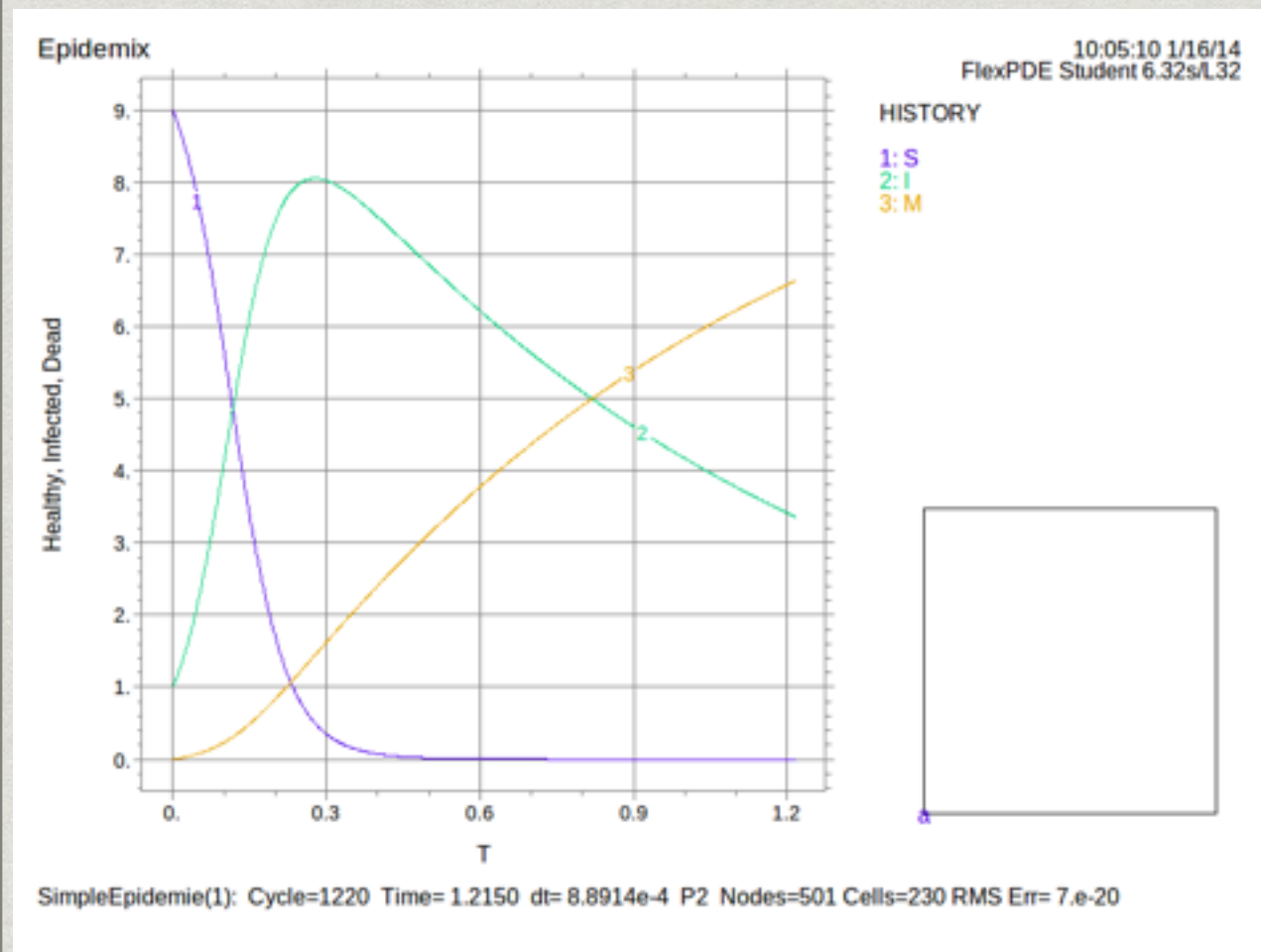


PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

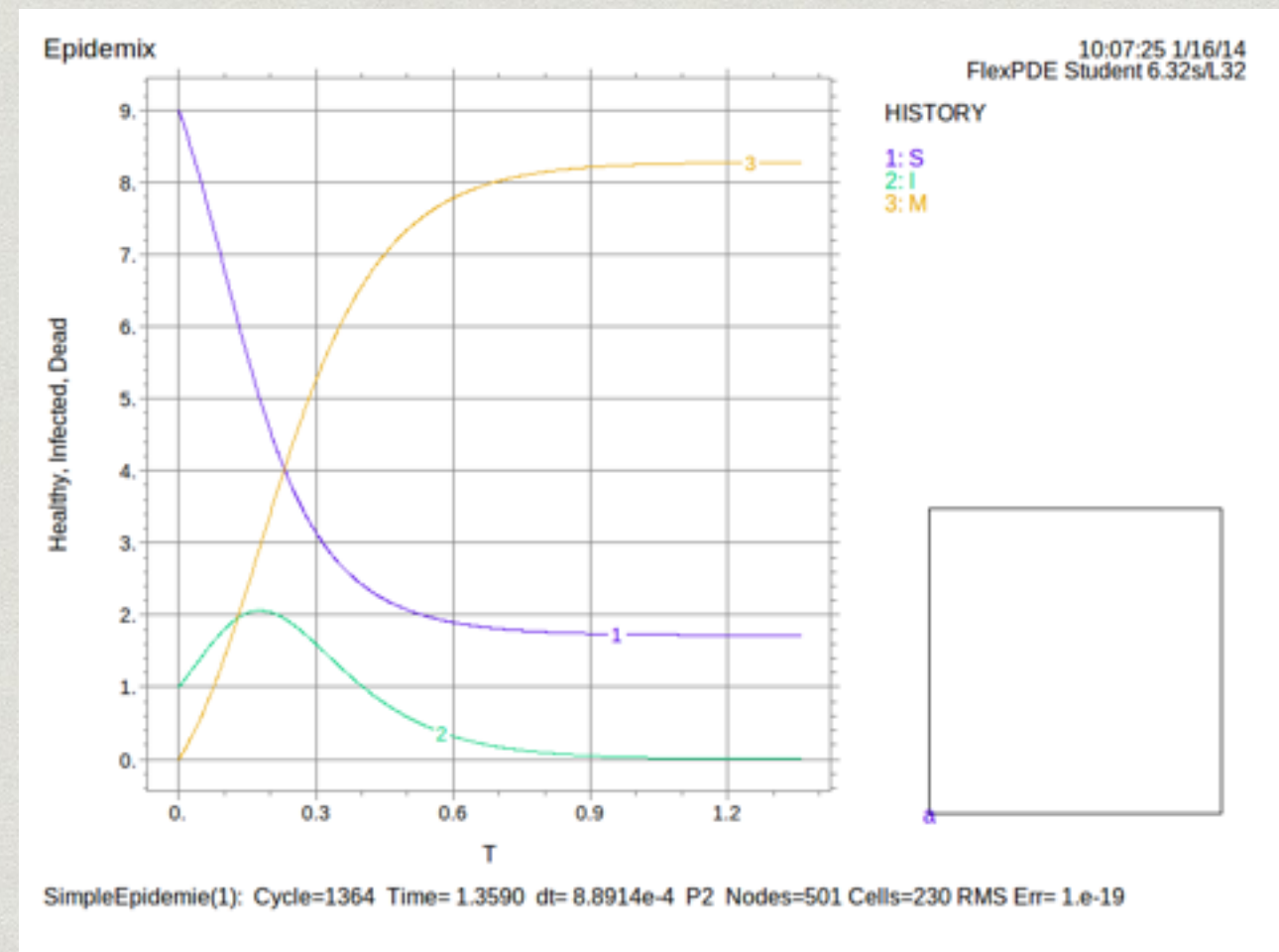
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle simple avec variation de a :

Avec $a = 1$:



Avec $a = 10$:

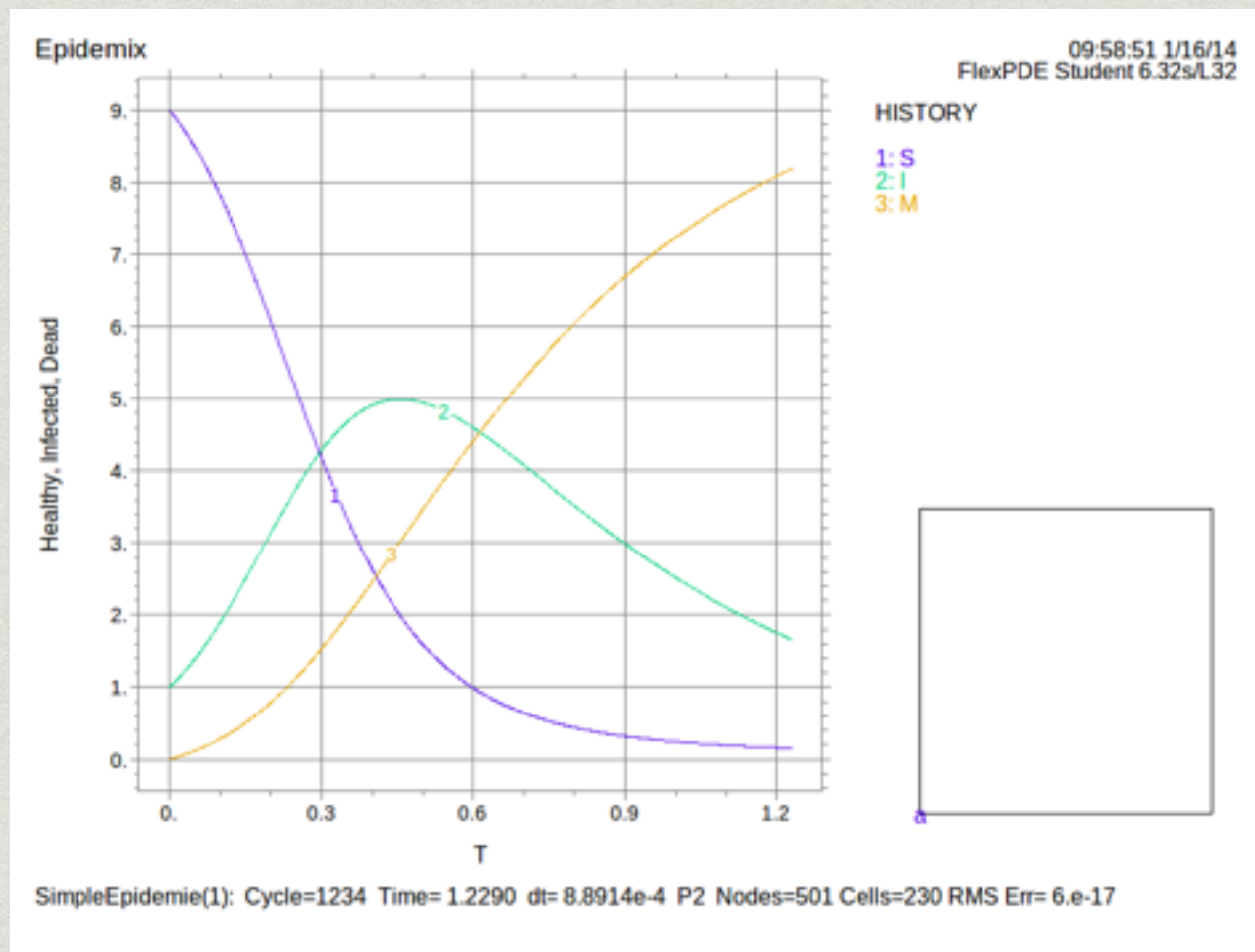


PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

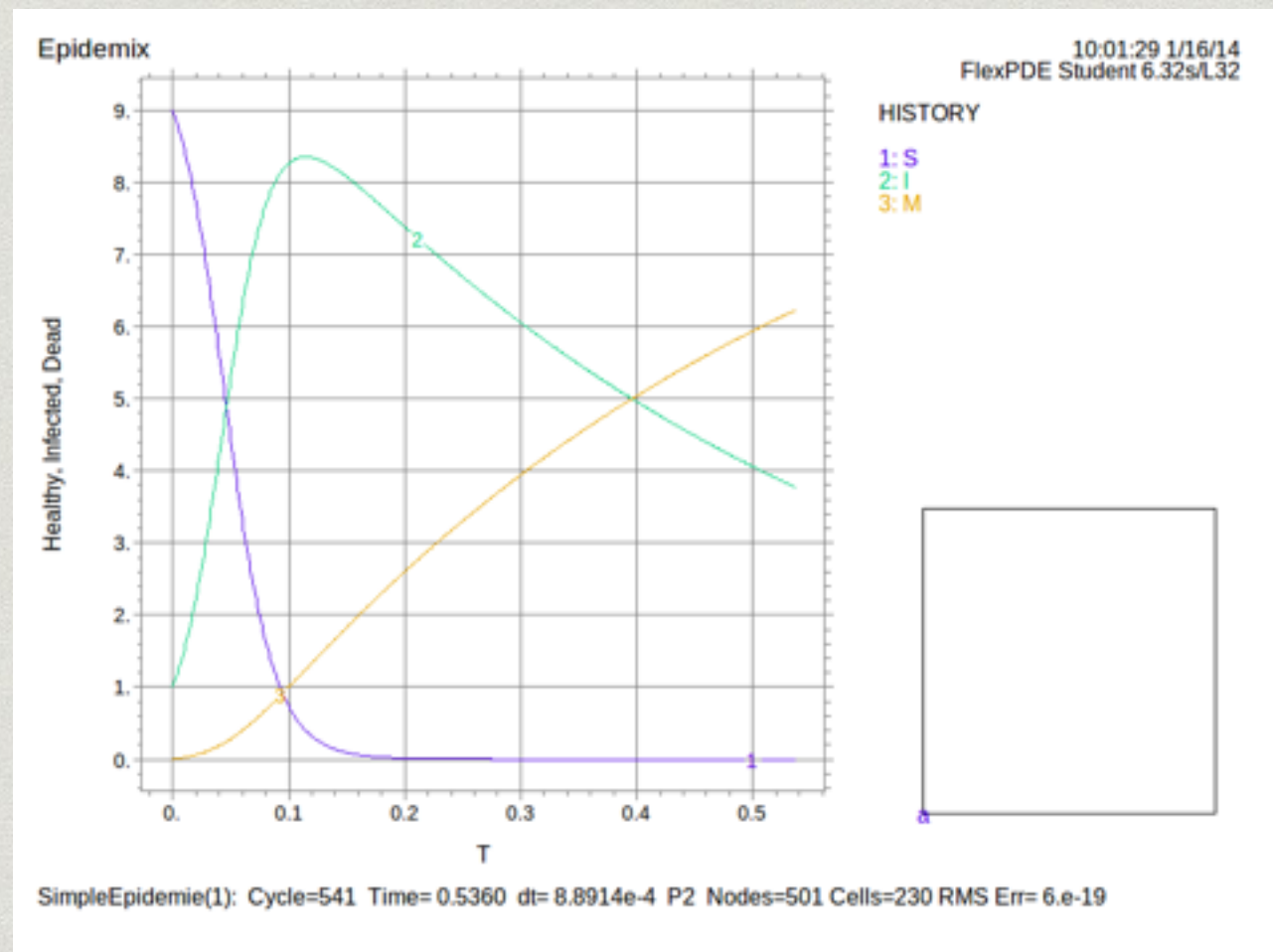
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle simple avec variation de r :

Avec $r = 1$:



Avec $r = 5$:

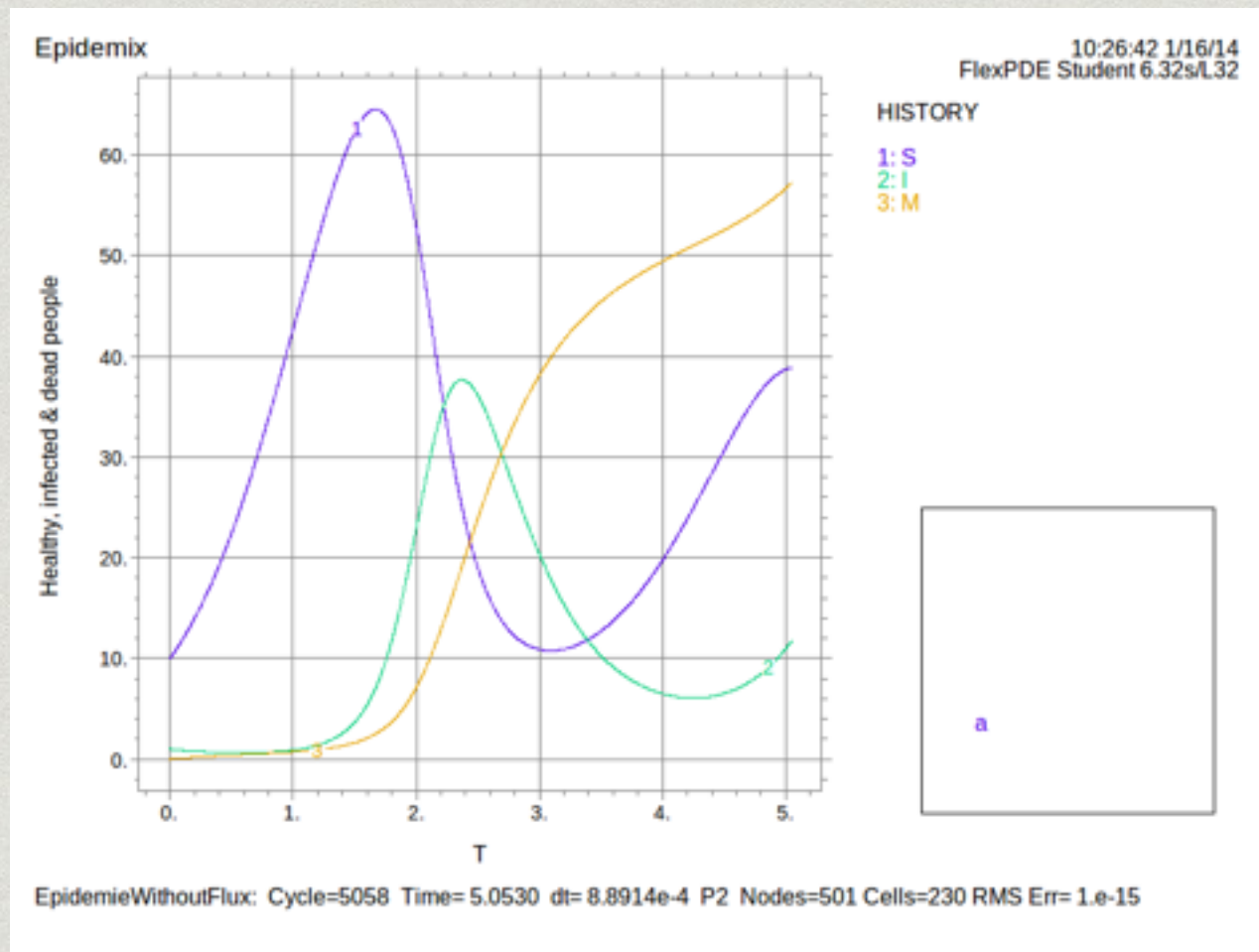


PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

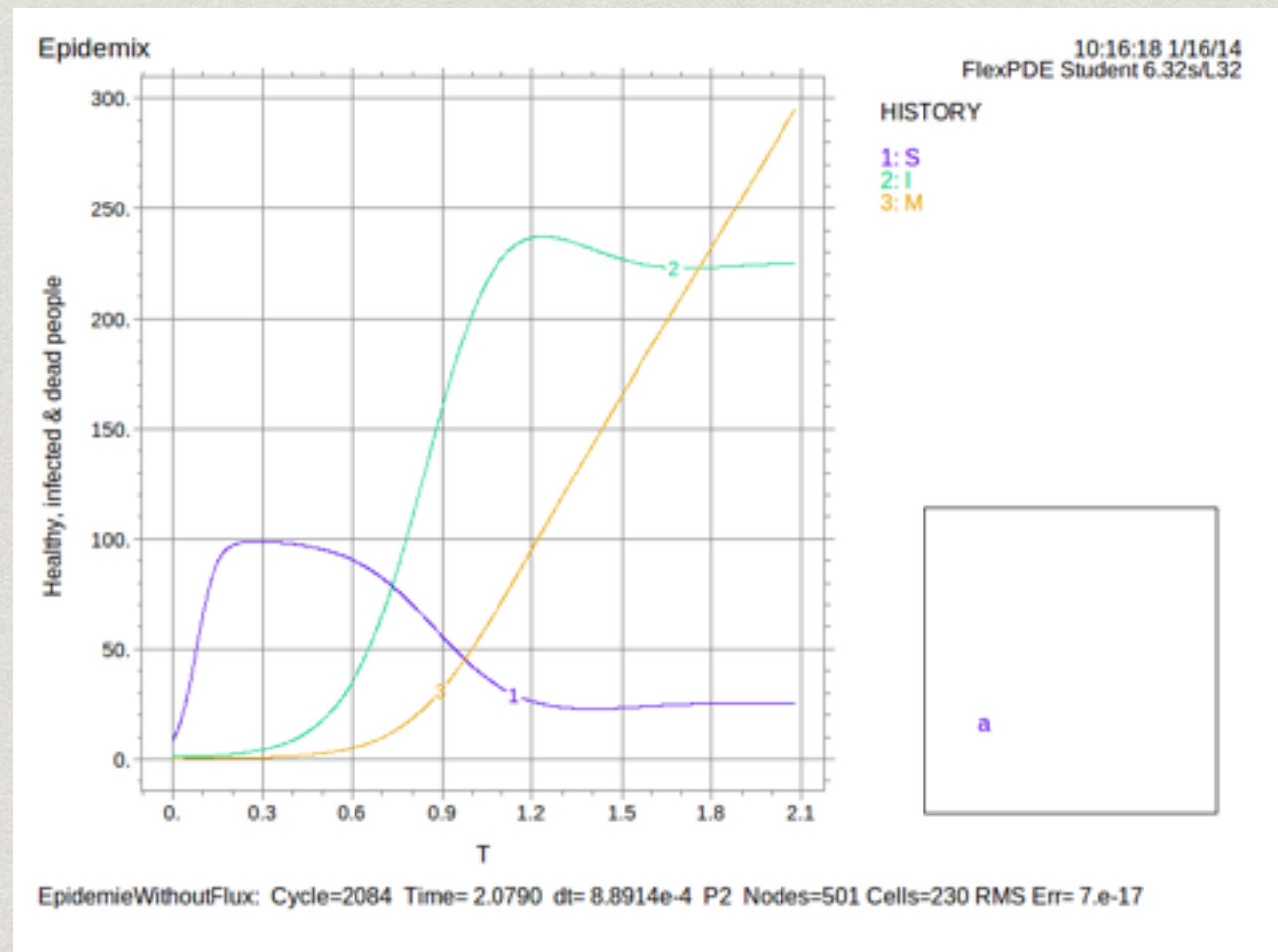
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle plus évolué avec variation de B :

Avec $B = 2$:



Avec $B = 30$:



PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

Résultats sous FlexPDE

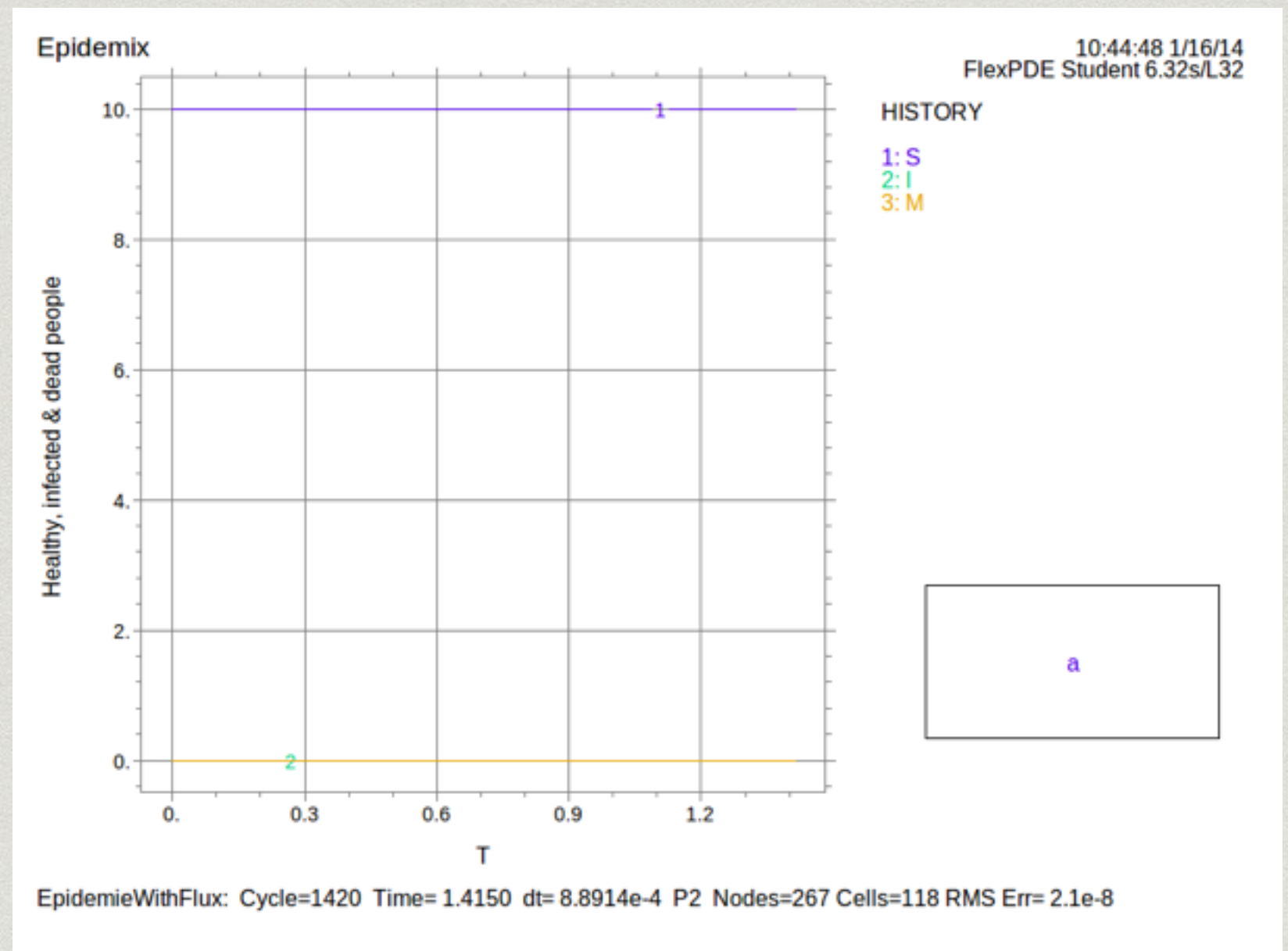
Dans le cas d'un modèle plus évolué avec diffusion:

Avec $D = 0$:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -rIS + BS(1 - \frac{S}{S_0})$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rIS - aI$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = aI$$

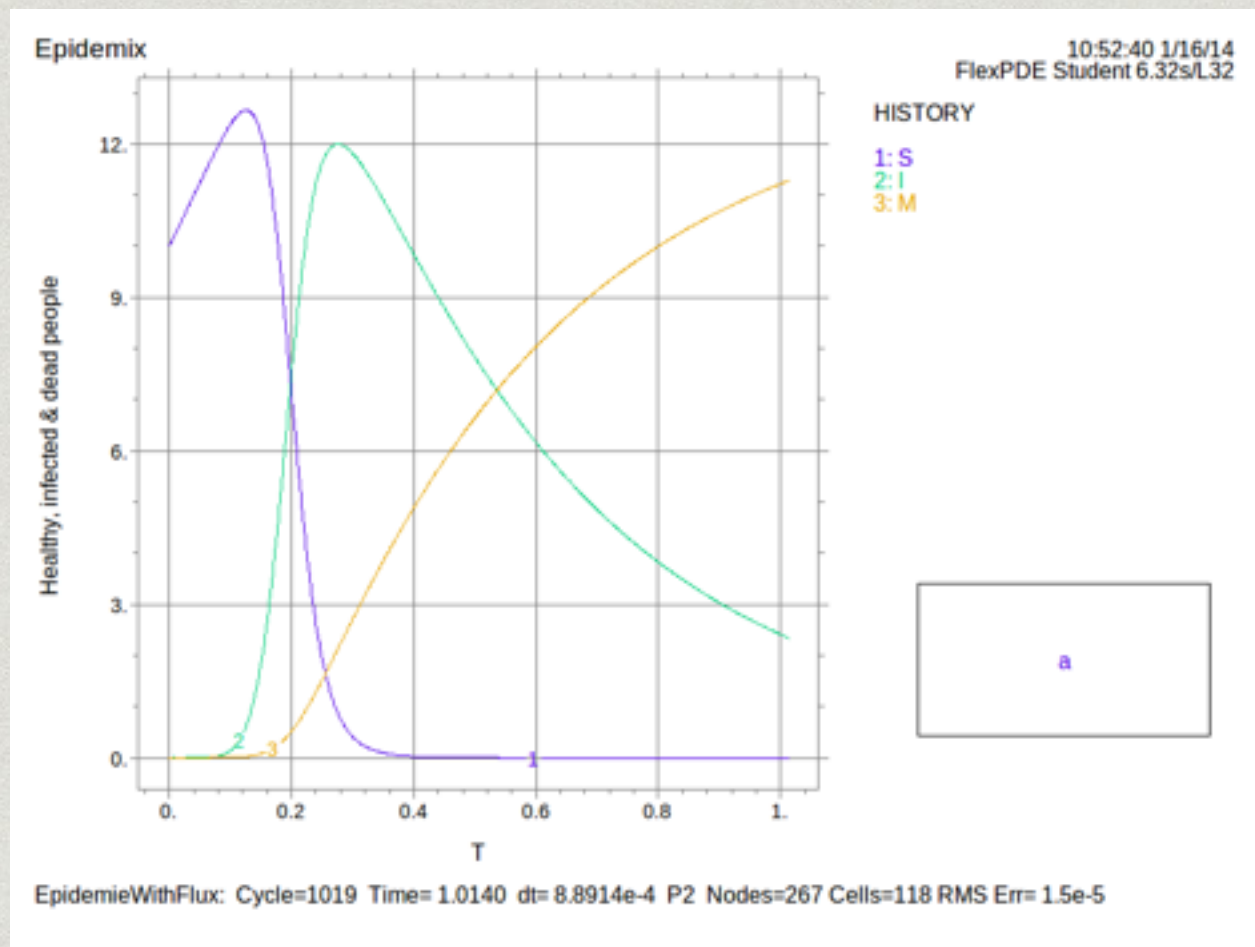


PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

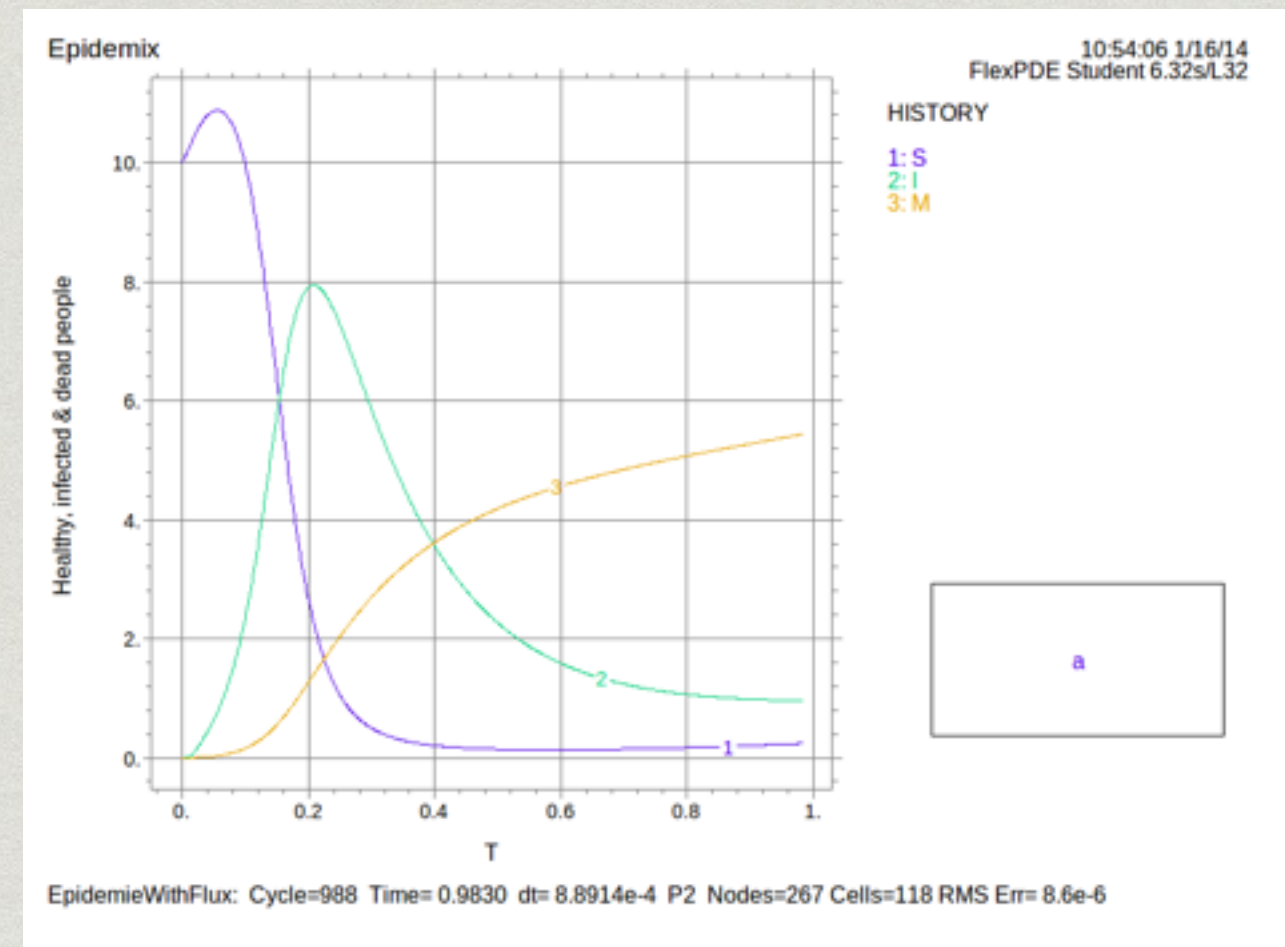
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle plus évolué avec diffusion:

Avec $D = 5$:



Avec $D = 50$:

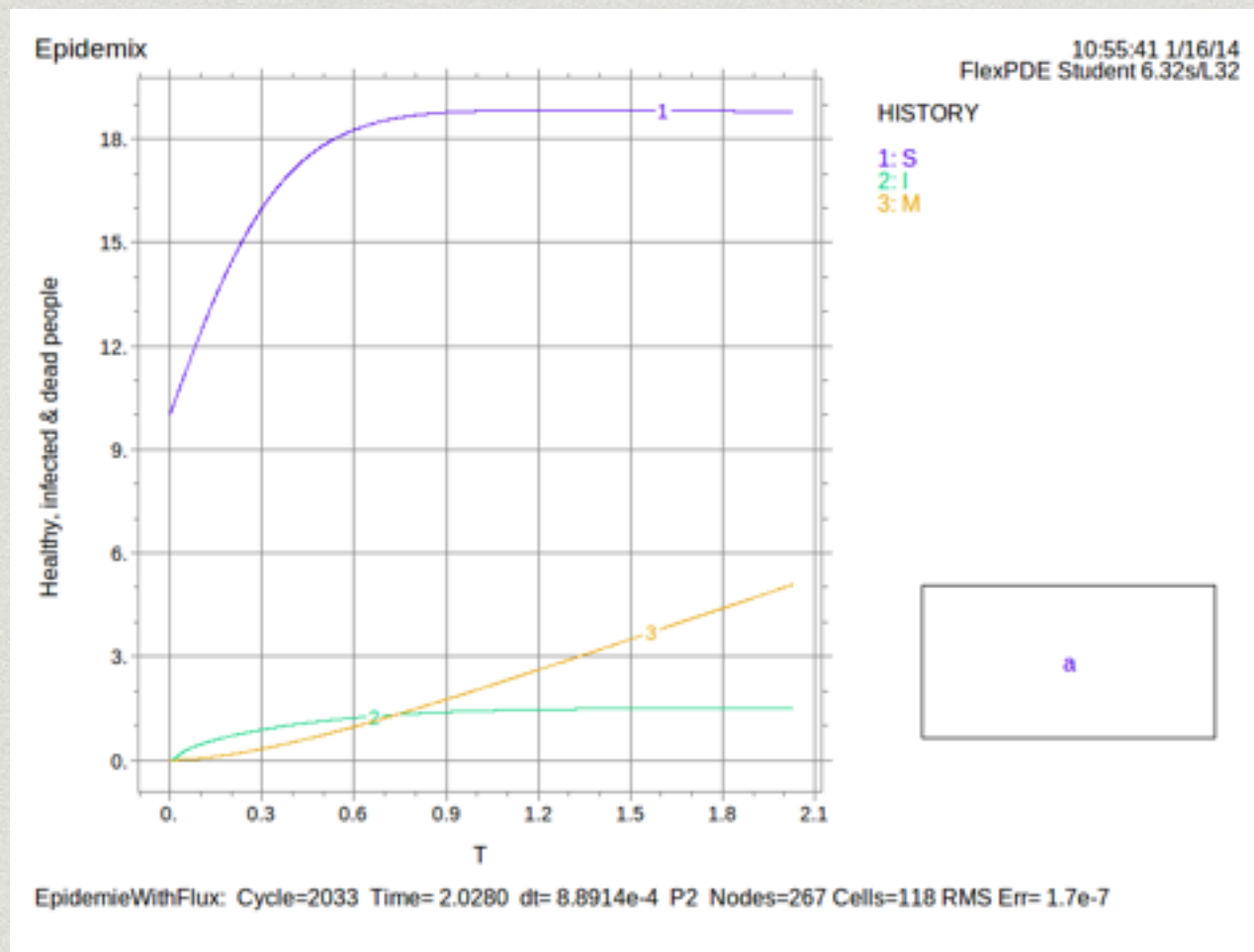


PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

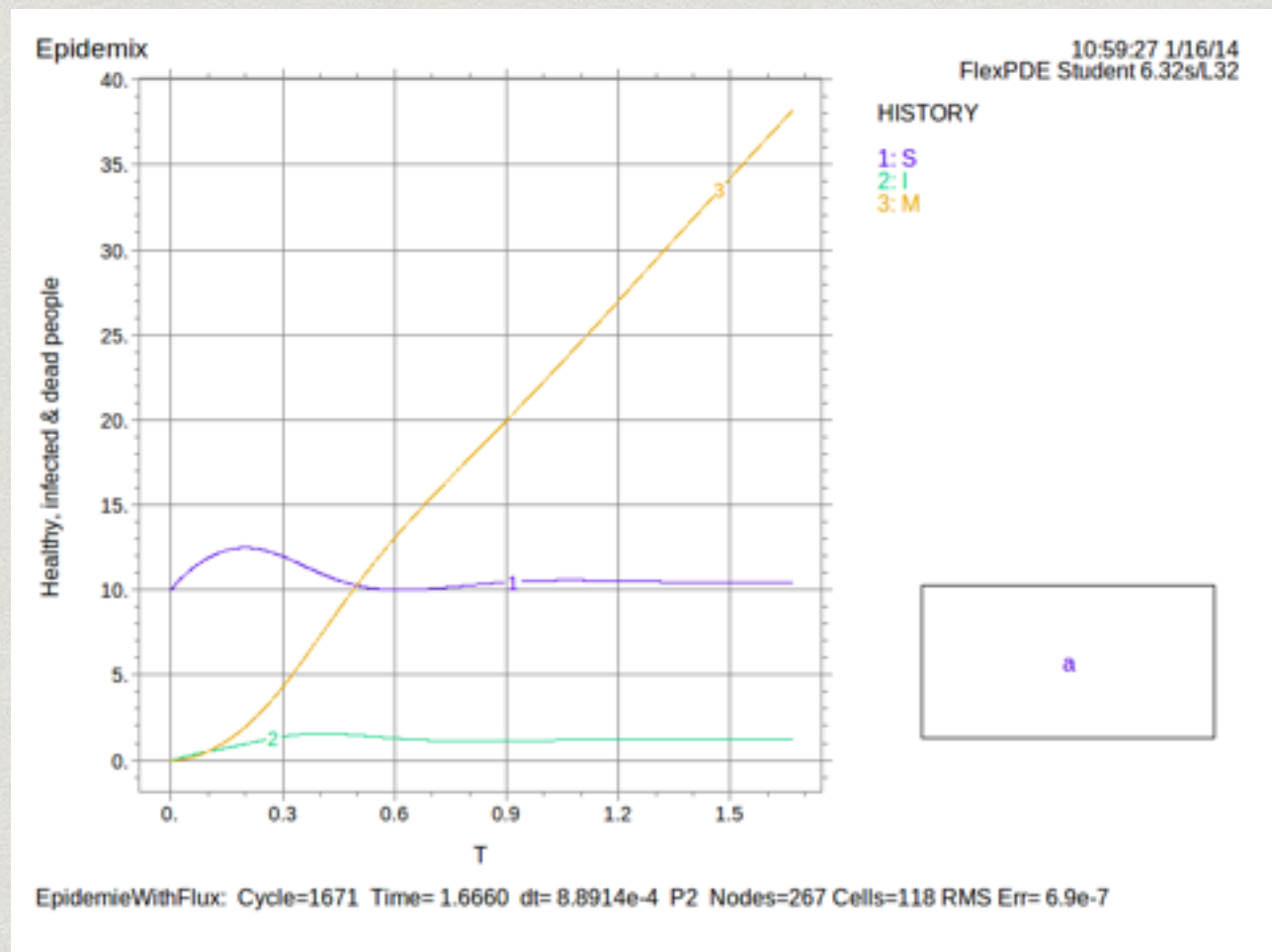
Résultats sous FlexPDE

Dans le cas d'un modèle plus évolué avec diffusion:

Avec $D = 50$, $r = 0.2$, $a = 2$:



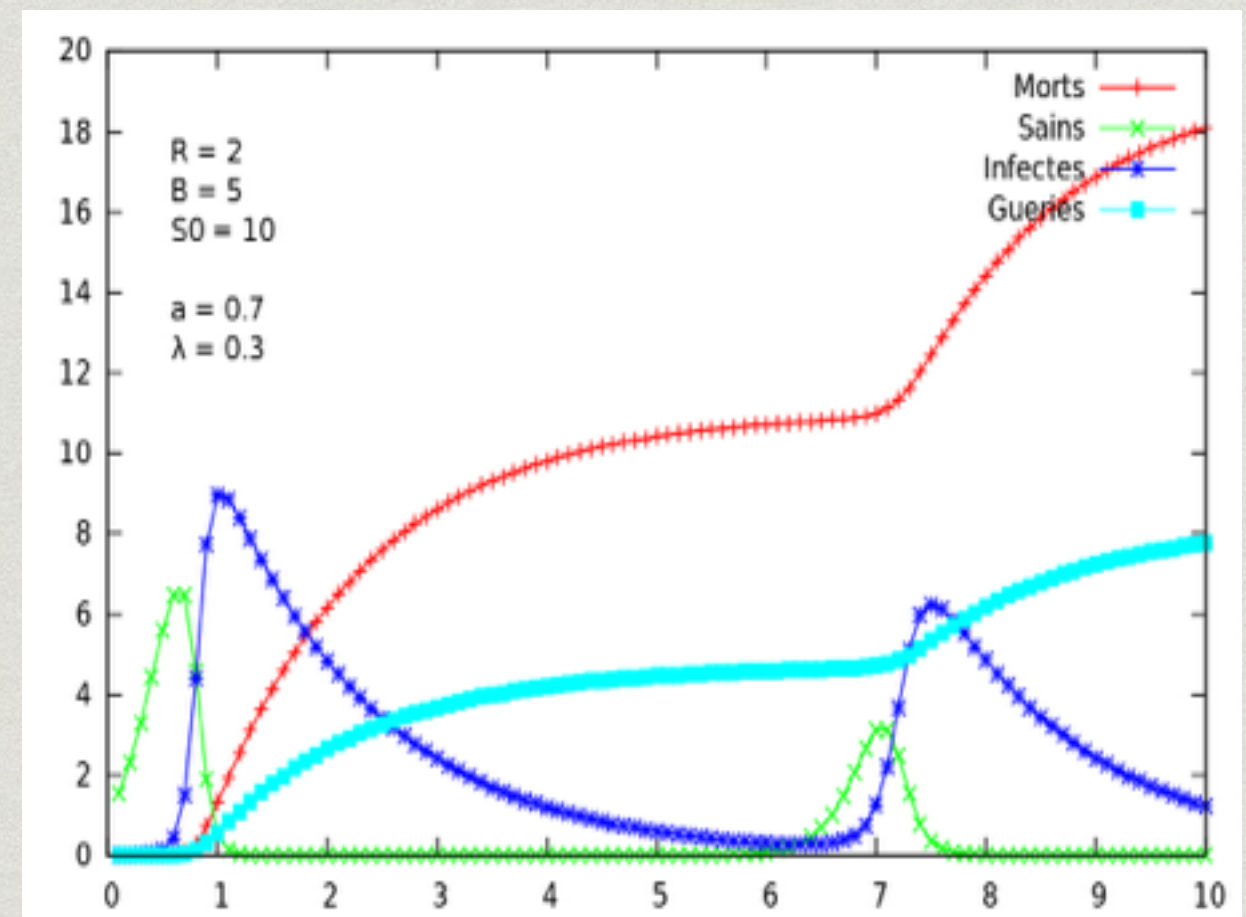
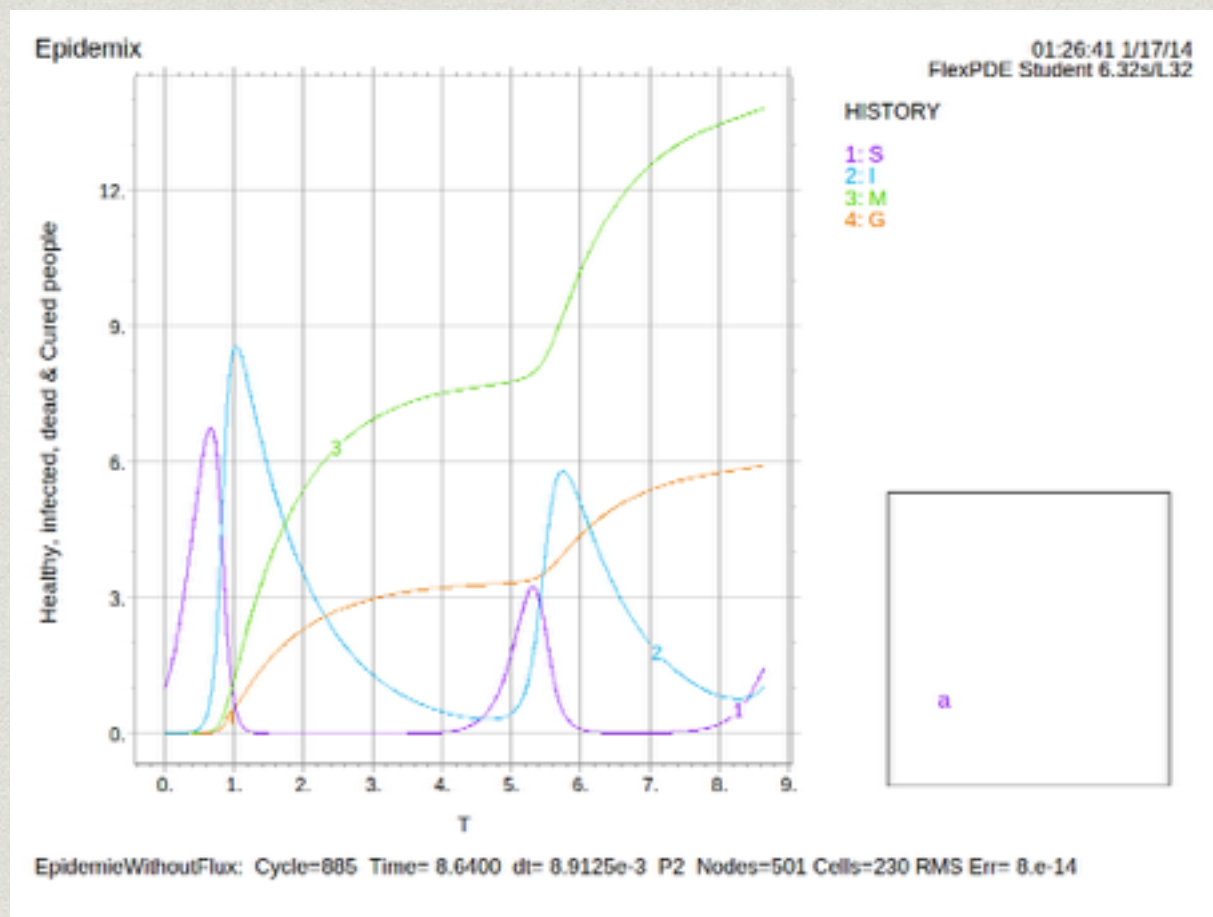
Avec $D = 50$, $r = 2$, $a = 20$:



PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

Résultats avec la librairie GSL utilisant l'algorithme de Runge Kutta

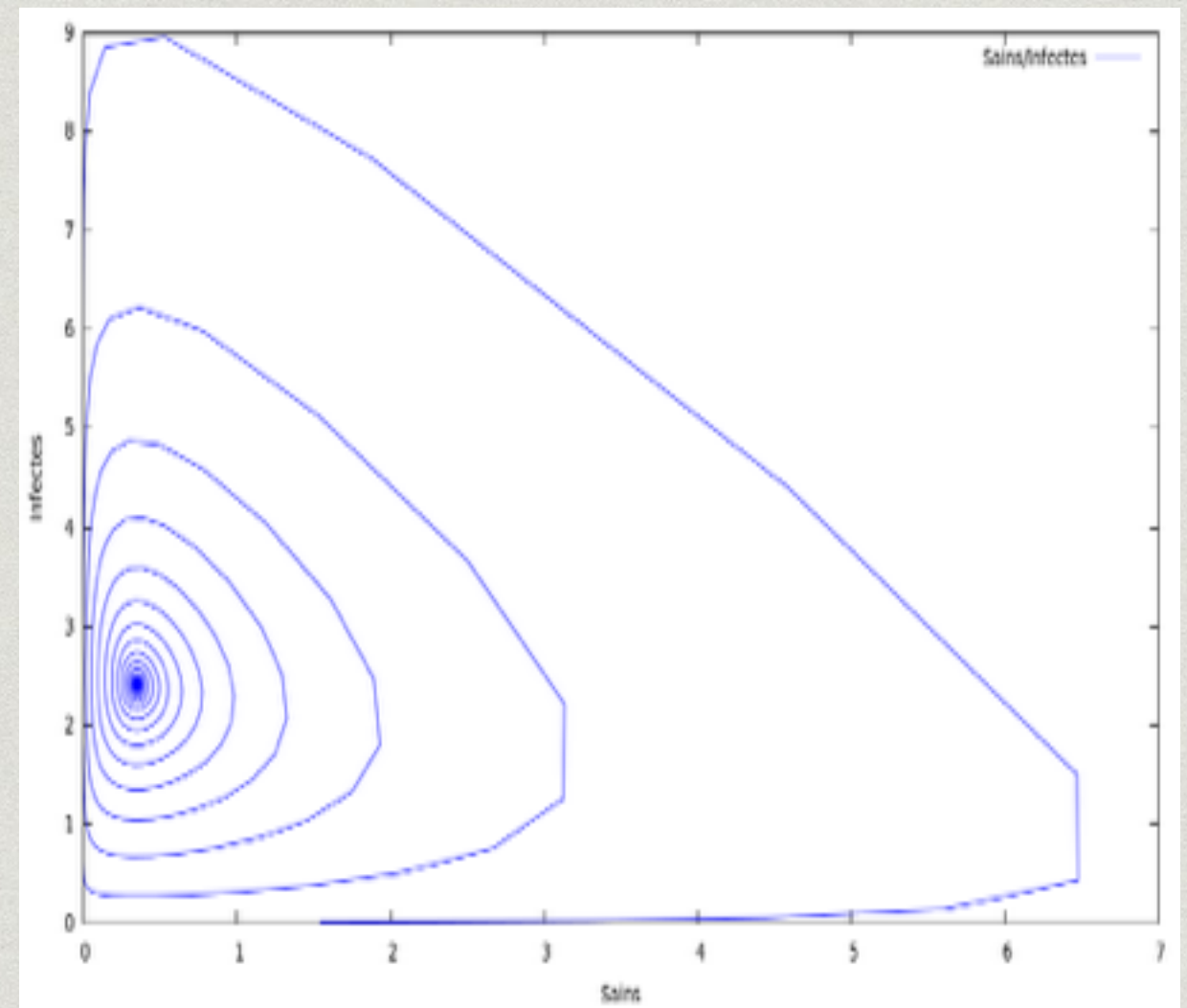
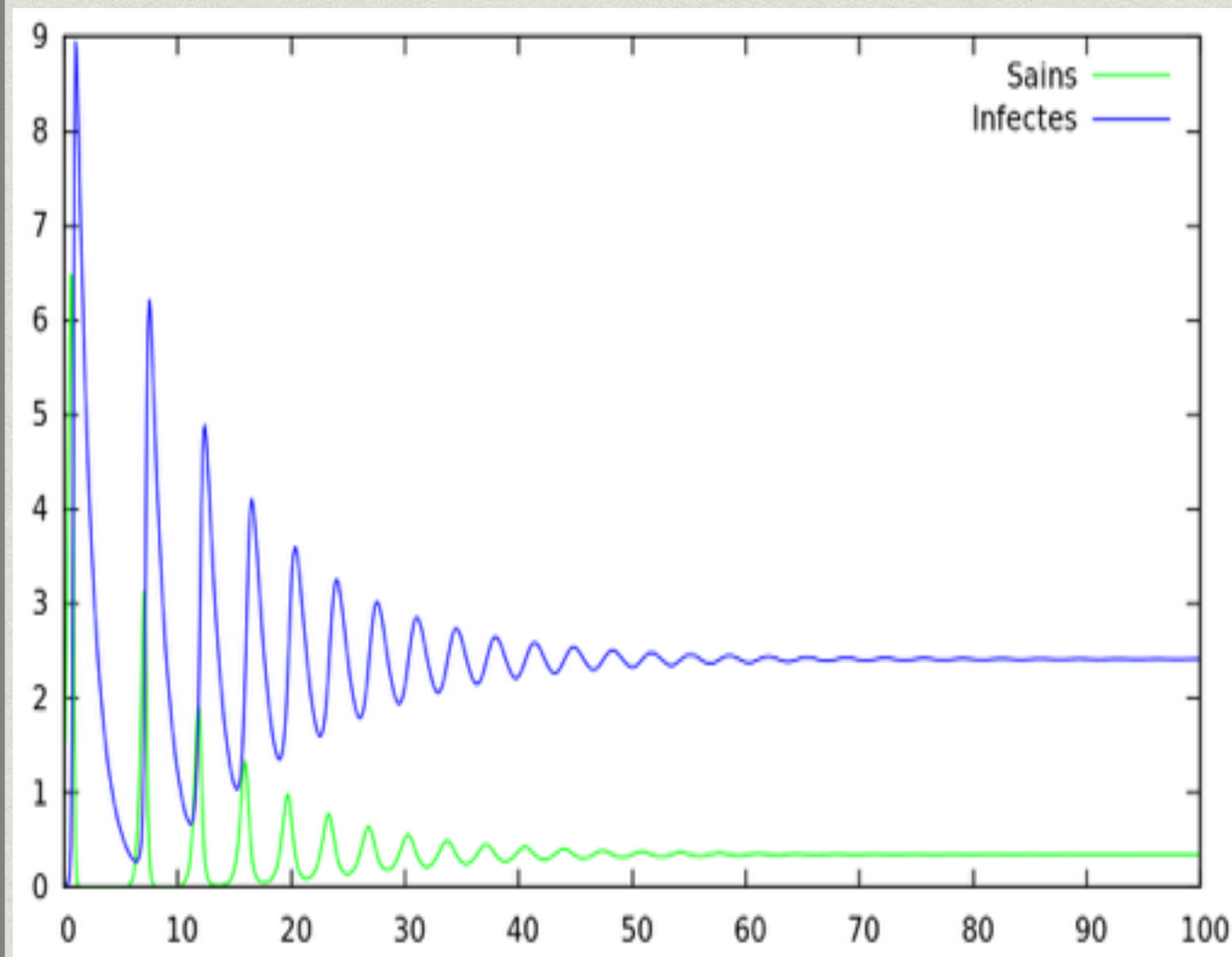
Comparaison avec FlexPDE



PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

Résultats avec la librairie GSL utilisant l'algorithme de Runge Kutta

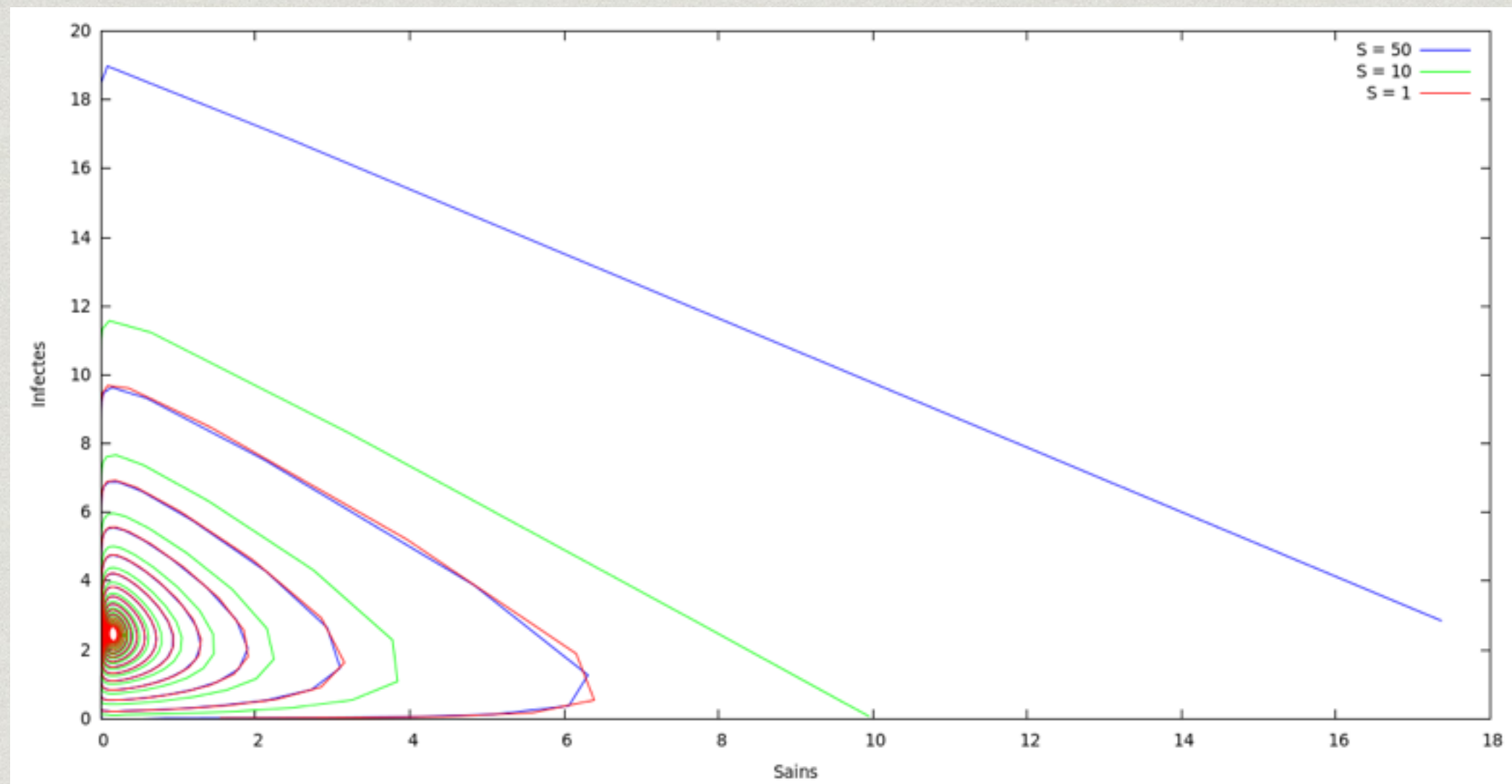
Observation d'un point d'attraction



PRÉSENTATION ET EXPLICATION DES RÉSULTATS

Résultats avec la librairie GSL utilisant l'algorithme de Runge Kutta

Evolution du point d'attraction en fonction de la population



IMPLÉMENTATION D'ÉPIDEMIX

Résolution en JavaScript

Rappel des équations:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -rIS + BS(1 - \frac{S}{S_0})$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rIS - aI - \lambda I$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = aI$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \lambda I$$

Résolution avec Euler:

$$S_{t+1} = S_t + \frac{\partial S_t}{\partial t} \times \tau$$

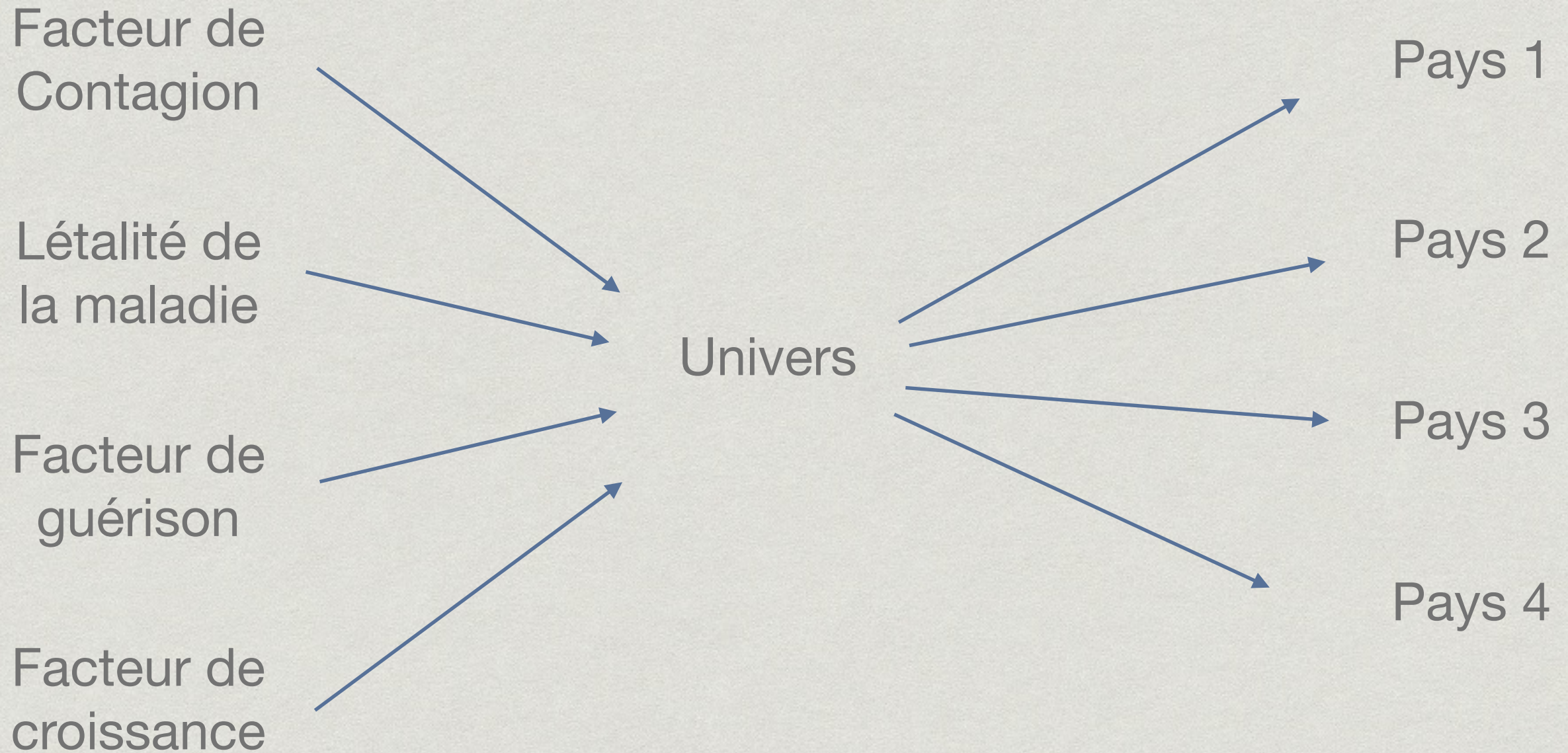
$$I_{t+1} = I_t + \frac{\partial I_t}{\partial t} \times \tau$$

$$M_{t+1} = M_t + \frac{\partial M_t}{\partial t} \times \tau$$

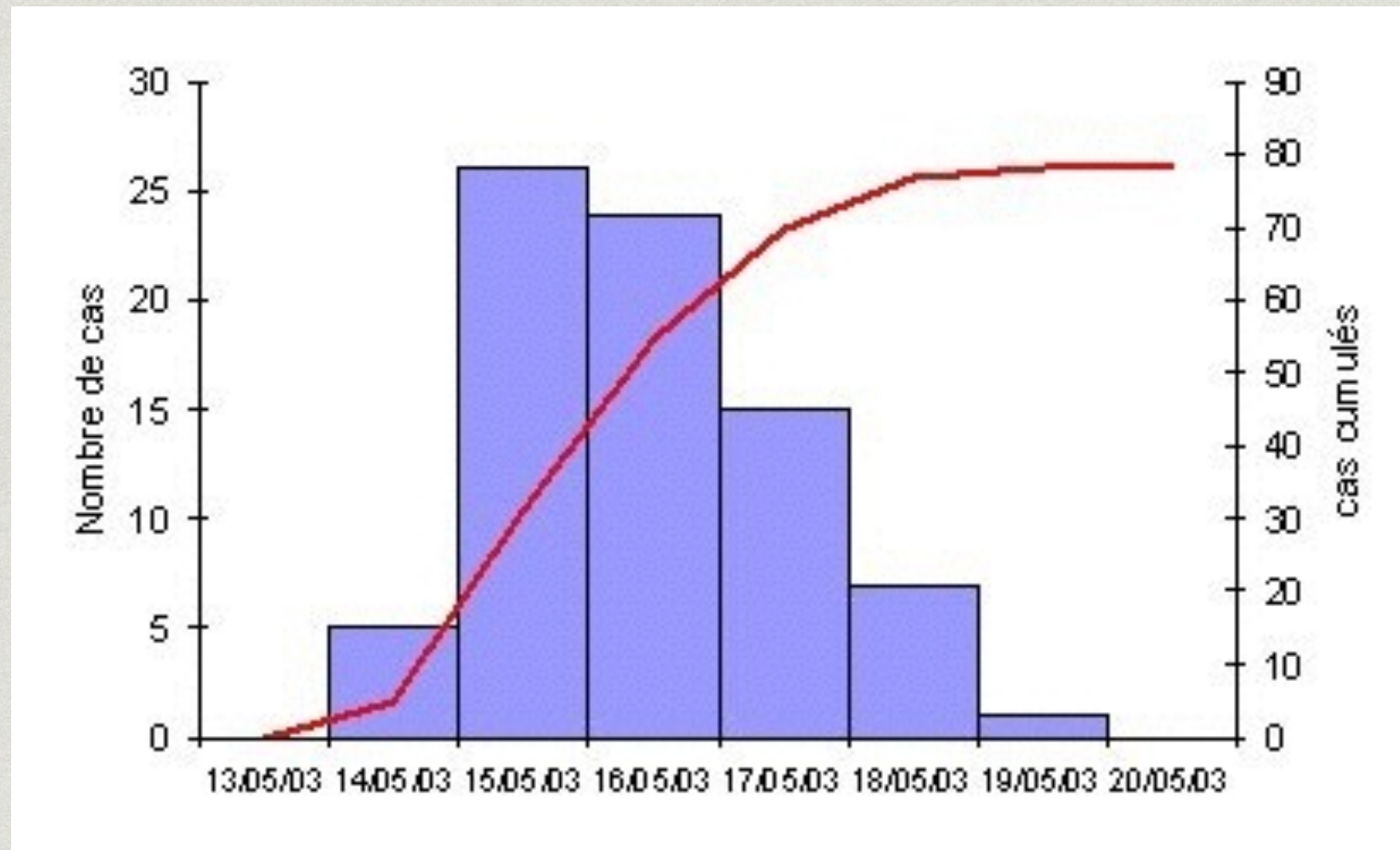
$$G_{t+1} = G_t + \frac{\partial G_t}{\partial t} \times \tau$$

IMPLÉMENTATION D'ÉPIDEMIX

Résolution en JavaScript



IMPLÉMENTATION D'ÉPIDEMIX



Exemple d'une courbe épidémique d'un cas concret

source Wikipédia

CONCLUSION

Les évolutions possibles

- Interactions entre les pays : Flux de population
- Intégrer les algorithmes de Runge Kutta à notre interface graphique (Serveur C)
- Étude plus approfondie des constantes en fonction des « univers »