<u>Επιχειρησιακή Έρευνα: Πρόοδος</u>

Αλέξιος- Λάζαρος Γεωργίου – 3180027

<u>Άσκηση 1:</u>

(α)

Συνάρτηση: $\min f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$ με x_i: $\textit{το ποσό που εκταμιεύω το ι χρόνο}$

Έτσι ώστε: $0 \leq x_\iota \leq 4000$ (Η δόση είναι λιγότερο από 4000 άρα το ποσό εκταμίευσης τουλάχιστον μικρότερο)

και $x_\iota + 7000 \geq 4000 + 6000$ (Το ποσό εκταμίευσης και τα έσοδα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τα έξοδα και την δόση) (προφανώς ίσο στην λύση του ελάχιστου)

$x_1 \leq 10000$ και $x_i \leq 10000 - \sum_1^{i-1} x_i$ (Το ποσό εκταμίευσης κάθε χρόνο πρέπει να μην ξεπερνάει τα χρήματα του λογαριασμού)

(β)

Συνάρτηση: $\min \sum_1^3 f_i$

μεx_i: $\textit{το ποσό που εκταμιεύω το ι χρόνο}$ και f_i: $\textit{αν χρησιμοποιείται η δόση (δεν είναι 0)}$

Έτσι ώστε: $0 \leq \sum_1^3 f_i x_i \leq 12000$ και $f_i x_i + 7000 \geq 4000 + 6000$

$x_1 \leq 10000$ και $x_i \leq 10000 - \sum_1^{i-1} f_i x_i$ (Το ποσό εκταμίευσης κάθε χρόνο πρέπει να μην ξεπερνάει τα χρήματα του λογαριασμού)

Όπου $f_i \epsilon \{0.1\}$

<u>Άσκηση 2:</u>

(α) $max\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4$

Έτσι ώστε $20x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 20x_4 \leq 40$

και $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 4$

όπου $x_1, x_2, x_3, x_4\ \epsilon\{0.1\}$

αντικείμενο	*1*	*2*	*3*	*4*
αξία	1	2	2	3
όγκος	20	30	10	20
βάρος	1	2	3	1

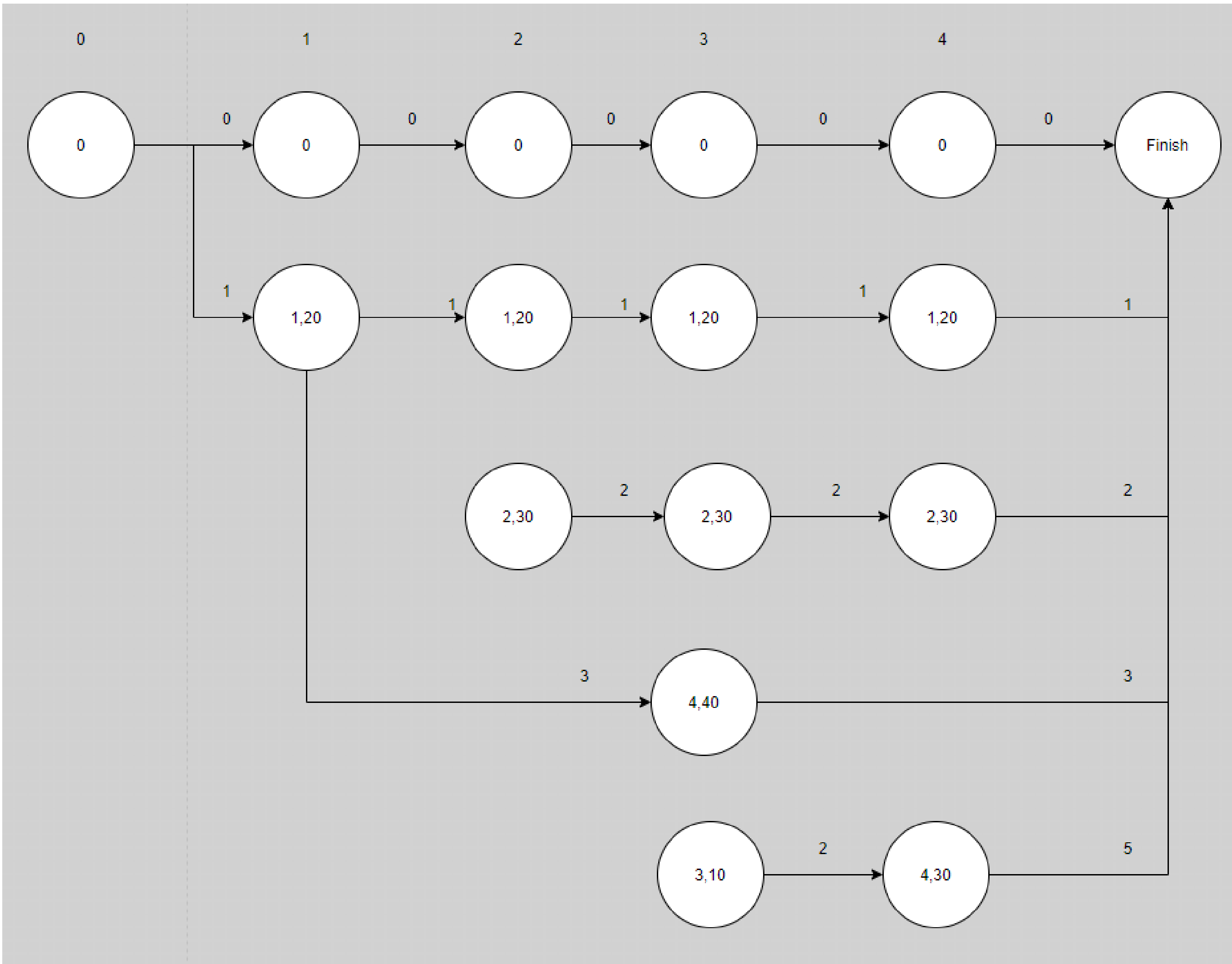
(β)

Για κάθε αντικείμενο, έχουμε ένα σύνολο από άλλα αντικείμενα που μπορούμε να επιλέξουμε με βάση τους περιορισμούς.

Φτιάχνουμε το Γράφο με βάση τους περιορισμούς του βάρους και του όγκου.

Κάθε στήλη έχει σάκο για βάρος 0,1,2,3,4 και κάθε κόμβος έχει το εκάστοτε βάρος και όγκο ως ετικέτα.

Κάθε ακμή έχει την συνολική αξία του σάκου.



Χρησιμοποιούμε μόνο το 3ο και το 4ο αντικείμενο στην λύση με την μέγιστη συνολική αξία (5).

Άσκηση 3:

Έστω $\vec{x} = (x_1, x_2)$ $και$ $\vec{\delta} = (\delta_1, \delta_2)$

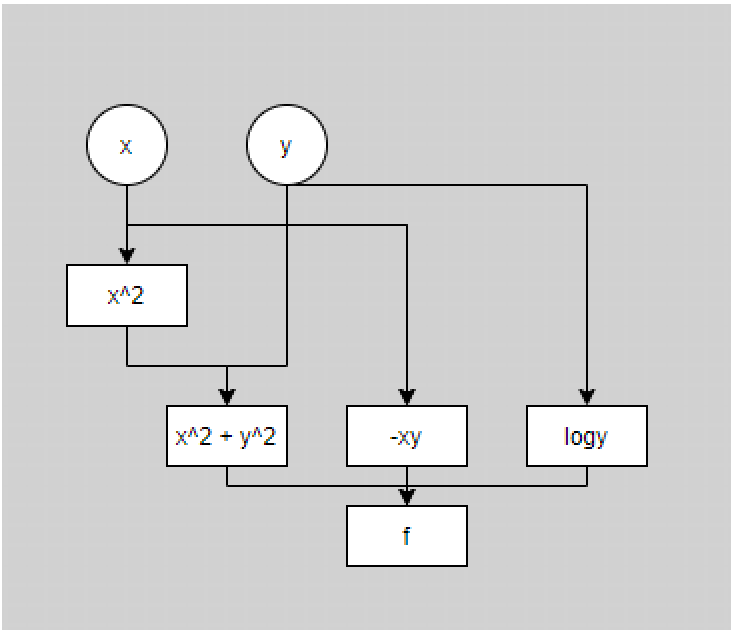
Αφού $\vec{x} \in$ A τότε

Άσκηση 4:

Σωστό, μια κυρτή συνάρτηση θα έχει πάντα ελάχιστο όπου η δεύτερη παράγωγος είναι μηδέν, ή σε κάποιο από τα σημεία στα άκρα διαστημάτων εάν δεν ορίζεται στο σημείο αυτό. Ένα κυρτό πρόγραμμα μπορεί να μετασχηματιστεί σε μια κυρτή συνάρτηση και σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης.

Άσκηση 5:

(α) Είναι κυρτό ως άθροισμα κυρτών συναρτήσεων.



(β)

Select C:\Users\Alexis\Desktop\ampl.mswin64\ampl.exe

```
ampl: option solver knitro;
ampl: var x;
ampl: var y;
ampl: minimize f: x^2 - x*y + y^2 - log(y);
ampl: subject to ylimits: 0.001<=y;
ampl: solve;
Knitro 12.3.0: Locally optimal or satisfactory solution.
objective 0.7027325541; feasibility error 0
4 iterations; 7 function evaluations

suffix feaserror OUT;
suffix opterror OUT;
suffix numfcevals OUT;
suffix numiters OUT;
ampl: display x,y,f;
x = 0.408248
y = 0.816497
f = 0.702733
```

```
option solver knitro;
var x;
var y;
```

```
minimize f: x^2 - x*y + y^2 - log(y);
subject to ylimits: 0.001<=y;
solve;
display x,y,f;
```

(γ) Newton για 2 μεταβλητές

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - logy$$

Υπολογισμός Εσσιανής:

$$H(f,\vec{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\theta^2 f(\vec{x})}{\theta x^2} & \frac{\theta^2 f(\vec{x})}{\theta x \theta y} \\ \frac{\theta^2 f(\vec{x})}{\theta y \theta x} & \frac{\theta^2 f(\vec{x})}{\theta y^2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\vec{x}=(0,1)} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Αντίστροφος

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

Διάνυσμα κλίσης:

$$\nabla f(x,y) = \left[\frac{\theta f}{\theta x}, \frac{\theta f}{\theta y}\right] = \left[2x - y, 2y - x - \frac{1}{y}\right] \xrightarrow{\vec{x}=(0,1)} [-1,1]$$

Άρα από απλή μέθοδο του Newton έχουμε:

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_0 - H(f,\vec{x}_0)^{-1} \nabla f(\vec{x}_0) = [0,1] - \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} * [-1,1] = [0,1] - \left[-\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right] = [\frac{2}{5}, \frac{4}{5}]$$

Άρα $\vec{x}_1 = (0.4,0.8)$

(δ)

$$\vec{\delta} = -\nabla f(0,1) = [1,-1]$$

Περιορισμός της f:

$$\vec{x}_0 + t\vec{\delta} = [t, 1-t]$$

Άρα $g(t) = f(t, 1-t) = t^2 - \left(t * (1-t)\right) + (1-t)^2 - \log(1-t) = t^2 - t + t^2 + 1 - 2t + t^2 - \log(1-t) = 3t^2 - 3t + 1 - \log(1-t)$

$$g'(t) = 6t + \frac{1}{1-t} - 3$$

Για να βρούμε το ελάχιστο σημείο της g πρέπει $g'(t) = 0 => t \cong 0.271$

Άρα $\vec{x}_1 = (0.271,0.729)$