

Journal de bord

Alexis Houssard

May 2021

1 Point du 12/05

- Observer l'effet de b sur la vol. lorsque celui ci prend des valeurs négatives
- Vérifier si les générations de nombres aléatoires sont bien indépendantes (*)
- En simulant une trajectoire de x par le schéma d'Euler, une propriété de x n'est plus vérifiée, laquelle?
- Voir l'effet du remplacement de $\sigma_r = a + bx$ par $\sqrt{a + bx}$
- Pricer les swaptions avec la méthode du swap Rate approximation avec une certaine fonction déterministe \bar{x} : voir p. 140 vol 2
- Construction de la courbe des ZC

2 Point du 18/05

- Comprendre le graphique du prix des swaptions en fonction de b malgré l'indépendance de b dans le calcul des prix
- Montrer qu'avec sa dynamique, $x(t) \geq -\frac{a}{b}$ mais que cela n'est pas vérifiée avec le schéma d'Euler. Trouver une adaptation du schéma pour rectifier cela.
- Calculer le skew en plusieurs points de la courbe de vol. implicite et tracer le skew en fonction de b . L'objectif est de déduire le comportement de la pente de la vol. implicite en fonction de K en faisant varier b .

3 Point du 20/05

- Tracer le graphique des skews en fonction du strike à maturité fixée et du skew at-the-money en fonction du paramètre b .

- Trouver une condition sur les paramètres dépendants du temps pour que $x(t)$ soit borné inférieurement. Chercher une adaptation du schéma discret qui vérifie cela
- Finir la preuve de la condition de Feller
- Factoriser le code dans une librairie python
- Utiliser les données du papier sur la construction de la courbe ZC

4 Point du 25/05

- Le calcul de $S(0)$ dans le notebook semble rester constant même lorsque le tenor change, comprendre cette possible anomalie
- Ajouter les données de Future dans la construction de courbe ZC et l'introduire dans l'implémentation du modèle
- Simuler le taux swap dans un modèle plus simple (displaced log-normal) et observer l'effet de b sur le skew.
- Essayer de retranscrire la preuve de 'Lamberton Lapeyre' sur la condition de Feller mais pour le processus x de notre modèle.

5 Point du 27/05

- Observer l'évolution du skew ATM en fonction de T_0
- Comprendre le fait que les prix générés par Monte Carlo peuvent être en dehors des bornes des prix Black & Scholes
- Calculer la volatilité implicite avec un modèle normal (qui admet des prix non bornés) pour tester l'inversion
- Affiner l'interpolation de la courbe ZC
- Trouver un schéma discret vérifiant $\forall i, x_i \geq -\frac{a_i}{b_i}$

6 Point du 01/06

- **Code:** Modifier la dernière date de paiement du swap lorsqu'on fait varier la maturité du swaption pour avoir un tenor constant.
Fixer des seuils de volatilité implicite si l'inversion n'est pas possible pour ne pas observer d'explosion
- Implémenter le pricing du swaption sous la probabilité terminale et comparer les résultats avec les prix résultant de la mesure risque neutre
- Implémenter le schéma log-Euler et rédiger la preuve qu'il vérifie les conditions pour que la diffusion de x soit bornée inférieurement.

7 Point du 04/06

- Essayer de simuler x avec le schéma d'Euler sur $x(t) + \frac{a}{b}$ dont la dynamique est écrite comme dans la preuve sur la diffusion de x .
- Comprendre l'écart de variance entre les prix générés dans la probabilité risque neutre et ceux générés dans la mesure terminale.
- Pourquoi les prix ne sont pas calculables lorsque T_0 est "petit" et le strike est "grand" ?

8 Point du 08/06

- Observer et comprendre l'évolution du skew de la volatilité implicite dans le modèle normal en faisant varier le paramètre b .
- Inverser la volatilité implicite dans le modèle normal à partir de prix générés dans un modèle displaced log-normal au lieu des prix Monte Carlo.
- Comprendre l'évolution de la variance des prix générés sous les deux probabilités de référence en augmentant la maturité T_0

9 Point du 10/06

- Quel modèle choisir pour calculer la volatilité implicite? Argumenter
- Coder le pricing dans le modèle de Cheyette par approximation displaced log normale
- Démontrer l'effet de b sur le skew dans le modèle displaced log normale
- Démontrer que le payoff est plus souvent à zéro sous la probabilité terminale que sous la probabilité risque neutre.

10 Point du 15/06

- Expliquer l'origine du problème d'inversion
- Tracer les fonctions paramètres dans la formule de pricing par approximation displaced log-normale.
- Observer et expliquer l'évolution du skew dans le modèle displaced log-normal en fonction de b (paramètre de notre modèle)

11 Point du 17/06

- Implémenter le modèle en intégrant la courbe initiale de taux calibrée à la place de la courbe $t \rightarrow e^{-rt}$.
- Tracer la différence des deux nappes de vol. implicite calculées avec les prix Monte Carlo et les prix dans l'approximation displaced log-normal.
- Implémenter la fonction ξ , approximation de X , p. 546 (Piterbarg).
- Comparer nos résultats et ceux de du papier "Displaced Lognormal Volatility Skews: Analysis and Applications to Stochastic Volatility Simulations"
- Implémenter le premier algorithme de calibration de volatilité.

12 Point du 22/06

- Essayer de pricer le Call à l'aide des prix de Put et de la parité Call/Put pour des strikes faibles.
- Terminer la preuve du signe de la pente de volatilité implicite dans le cas $\theta = 0$.
- Implémenter le premier algorithme de calibration de volatilité.

13 Point du 24/06

- Construire la base de données pour la calibration à partir de ma méthode et d'une méthode plus simpliste $(\lambda, b) = (IV \text{ ATM}, IV \text{ slope ATM})$.
- Acheter l'algorithme de calibration et tester sur les données de Finpricing
- Refaire la preuve du signe de la pente de volatilité implicite sous un autre angle. (Voir papier "Displaced Lognormal Volatility Skews", R. Lee)

14 Point du 29/06

- Trouver une méthode de calcul de racine ou d'optimisation (du type moindres carrés) en dimension 2 afin d'achever la calibration
- Tracer la différence entre la volatilité implicite calculée à partir des paramètres calibrés et celle observée sur le marché.
- Faire des recherches sur le "Bootstrapping de vol".
- Extraire les paramètres de marché en faisant une méthode des moindres carrés sur la volatilité implicite plutôt que sur les prix.

15 Point du 01/07

- Tester la calibration sur des prix générés par la méthode MC dans notre modèle pour étudier le comportement de l'algorithme.
- Comprendre le niveau de vol implicite sur des prix log-normaux (Pourquoi non égale à λ ?)
- Chercher une méthode permettant d'augmenter le seuil de précision dans la recherche des paramètres $\hat{\lambda}, \hat{b}$.
- Coder un algorithme d'optimisation avec précision désirée (si le temps).

16 Point du 06/07

- Régler le problème d'optimisation par moindres carrés sur les volatilités implicites.
- Essayer la calibration en découplant (λ, b)
- Préciser certains points des preuves mathématiques

17 Point du 08/07

- Faire la calibration sur $\bar{\lambda}$ et \bar{b} en minimisant $\|(\bar{\lambda}(\lambda_n, b_n), \bar{b}(\lambda_n, b_n)) - (\hat{\lambda}, \hat{b})\|^2$
- Se ramener à une calibration sur \bar{b} uniquement en utilisant la relation entre b et λ ATM.
- Essayer de construire la base de paramètre $(\hat{\lambda}, \hat{b})$ en minimisant l'écart relatif des prix plutôt que l'écart absolu
- Tests sanitaires: Effectuer la calibration sur une base de prix Displaced log normal avec des paramètres (λ, b) fixés.

18 Point du 15/07

- Tester la précision de la calibration sur $\bar{\lambda}, \bar{b}$ avec des prix displaced log-normaux en entrée et sur les paramètres du modèle de Piterbarg avec des prix Monte Carlo en entrée.
- Préciser les annotations des paramètres dans le code et le mémoire
- Comparer directement les résultats des deux méthodes de calibration en représentant écarts de prix et de vol

19 Point du 20/07

- Re-coder la fonction de minimisation dans la méthode de calibration sur \bar{b} seul.
- Chronométrer les exécutions (utiliser un profiler)
- Calculer des intervalles de confiance pour la méthode de Monte Carlo
- Voir si l'approche Displaced log-normal ne peut pas être améliorée.
- Faire les tests sanitaires dans les 2 sens (Reproduire des prix LD à partir de prix MC et inversement)

20 Point du 22/07

- Effectuer les mêmes tests bilatéraux pour la méthode de calibration sur \bar{b}
- Résumer l'ensemble des tests par un tableau (afficher la différence de volatilité implicite max)
- Effectuer des tests sur une région de strikes plus étroite lorsque cela pose des problèmes
- réitérer les tests avec une vol. implicite calculée dans le modèle normal
- Faire cela avec plusieurs maturités

21 Point du 27/07

- Refaire des tableaux récapitulatifs avec les tests jugés 'valides' ou non
- Réfléchir au problème de la méthode des moindres carrés dans certains cas
- Finir les tests avec plusieurs maturités

22 Point du 29/07

- Réfléchir à la preuve sur le contrôle de b sur le skew dans le modèle Log-displaced
- Ajouter au code de test une détection automatique des points où la vol. impli MC est à zéro et ne pas les considérer
- Faire la batterie de tests pour connaître une valeur de λ au delà de laquelle les tests sont jugés 'bons' (ajouter métrique)
- Tracer la différence entre deux courbes Monte Carlo avec deux appels successifs sur les mêmes paramètres

23 Point du 19/08

- Comprendre si l'effet de propagation de l'erreur sur différentes maturités provient du code ou de la calibration en elle même.
- Voir comment le temps d'exécution augmente avec la maturité
- rédiger preuve sur l'évolution du skew ATM avec b

24 Point du 24/08

- Corriger la partie de code concernant le calcul des courbes log-displaced (courbes vertes dans les tests) afin que la diffusion de $S(t)$ prenne en compte les paramètres λ, b constants par morceaux. Il faut trouver l'expression du prix du swaption avec cette dynamique constante par morceaux.
- Tracer l'évolution de la volatilité implicite du modèle LD en fonction du strike (vérifier la sensibilité pour des strikes faibles)

25 Point du 26/08

- Tracer la différence entre les courbes MC et l'approximation LD pour différentes maturités 1Y, 2Y, 3Y
- Etablir un tableau de performances avec les temps d'exécution MC, Approx, Calibration
- Tester la calibration sur 3 maturités avec des paramètres λ décroissants pour pointer le problème de niveau de vol

26 Point du 31/08

- Tracer les surfaces de différence de vol pour une date terminale de 10Y et 20Y et afficher dans un tableau les diff ATM pour chaque année. Faire varier b
- Expliquer avec des courbes et un tableau que la différence observée provient de la maturité et expliquer l'impact de λ, b
- Commencer à regarder la version multidimensionnelle

27 Point du 02/09

- Recalculer les surfaces de diff de vol avec des paramètres piterbarg constants par morceaux

- Tracer le graphique avec 4 courbes pour visualiser l'impact de la maturité sur l'écart de vol observé
- Rectifier le problème dans l'algo de Newton survenant pour 12Y dans le calcul de surface sur 20Y
- Implémenter une première version multidimensionnelle

28 Point du 07/09

- Plot la courbe de la fonction dont on cherche le zéro et qui pose problème
- Pallier le problème de diffusion en dimension multiple
- Ecrire le schéma log Euler en version multidimensionnelle

29 Point du 09/09

- Coder le schéma log-Euler multidimensionnel
- Comprendre la faible vitesse de convergence de la méthode de Newton pour le cas 14Y alors que la fonction à annuler semble linéaire en x .
- Coder une fonction dictionnaire pour enregistrer les appels récurrents de x_0

30 Point du 13/09

- Gestion des valeurs "Nan" dans le résultat du schéma log Euler: borner les diffusions ou throw une exception
- Tests du schéma log-Euler avec des paramètres de mean reversion négatifs et également en dimension 1
- Commencer à implémenter le pricing par approximation LD multidimensionnelle