

# Journal de bord

Alexis Houssard

May 2021

## 1 Point du 12/05

- Observer l'effet de  $b$  sur la vol. lorsque celui ci prend des valeurs négatives
- Vérifier si les générations de nombres aléatoires sont bien indépendantes (\*)
- En simulant une trajectoire de  $x$  par le schéma d'Euler, une propriété de  $x$  n'est plus vérifiée, laquelle?
- Voir l'effet du remplacement de  $\sigma_r = a + bx$  par  $\sqrt{a + bx}$
- Pricer les swaptions avec la méthode du swap Rate approximation avec une certaine fonction déterministe  $\bar{x}$ : voir p. 140 vol 2
- Construction de la courbe des ZC

## 2 Point du 18/05

- Comprendre le graphique du prix des swaptions en fonction de  $b$  malgré l'indépendance de  $b$  dans le calcul des prix
- Montrer qu'avec sa dynamique,  $x(t) \geq -\frac{a}{b}$  mais que cela n'est pas vérifiée avec le schéma d'Euler. Trouver une adaptation du schéma pour rectifier cela.
- Calculer le skew en plusieurs points de la courbe de vol. implicite et tracer le skew en fonction de  $b$ . L'objectif est de déduire le comportement de la pente de la vol. implicite en fonction de  $K$  en faisant varier  $b$ .

## 3 Point du 20/05

- Tracer le graphique des skews en fonction du strike à maturité fixée et du skew at-the-money en fonction du paramètre  $b$ .

- Trouver une condition sur les paramètres dépendants du temps pour que  $x(t)$  soit borné inférieurement. Chercher une adaptation du schéma discret qui vérifie cela
- Finir la preuve de la condition de Feller
- Factoriser le code dans une librairie python
- Utiliser les données du papier sur la construction de la courbe ZC

## 4 Point du 25/05

- Le calcul de  $S(0)$  dans le notebook semble rester constant même lorsque le tenor change, comprendre cette possible anomalie
- Ajouter les données de Future dans la construction de courbe ZC et l'introduire dans l'implémentation du modèle
- Simuler le taux swap dans un modèle plus simple (displaced log-normal) et observer l'effet de  $b$  sur le skew.
- Essayer de retranscrire la preuve de 'Lamberton Lapeyre' sur la condition de Feller mais pour le processus  $x$  de notre modèle.

## 5 Point du 27/05

- Observer l'évolution du skew ATM en fonction de  $T_0$
- Comprendre le fait que les prix générés par Monte Carlo peuvent être en dehors des bornes des prix Black & Scholes
- Calculer la volatilité implicite avec un modèle normal (qui admet des prix non bornés) pour tester l'inversion
- Affiner l'interpolation de la courbe ZC
- Trouver un schéma discret vérifiant  $\forall i, x_i \geq -\frac{a_i}{b_i}$

## 6 Point du 01/06

- **Code:** Modifier la dernière date de paiement du swap lorsqu'on fait varier la maturité du swaption pour avoir un tenor constant.  
Fixer des seuils de volatilité implicite si l'inversion n'est pas possible pour ne pas observer d'explosion
- Implémenter le pricing du swaption sous la probabilité terminale et comparer les résultats avec les prix résultant de la mesure risque neutre
- Implémenter le schéma log-Euler et rédiger la preuve qu'il vérifie les conditions pour que la diffusion de  $x$  soit bornée inférieurement.

## 7 Point du 04/06

- Essayer de simuler  $x$  avec le schéma d'Euler sur  $x(t) + \frac{a}{b}$  dont la dynamique est écrite comme dans la preuve sur la diffusion de  $x$ .
- Comprendre l'écart de variance entre les prix générés dans la probabilité risque neutre et ceux générés dans la mesure terminale.
- Pourquoi les prix ne sont pas calculables lorsque  $T_0$  est "petit" et le strike est "grand" ?

## 8 Point du 08/06

- Observer et comprendre l'évolution du skew de la volatilité implicite dans le modèle normal en faisant varier le paramètre  $b$ .
- Inverser la volatilité implicite dans le modèle normal à partir de prix générés dans un modèle displaced log-normal au lieu des prix Monte Carlo.
- Comprendre l'évolution de la variance des prix générés sous les deux probabilités de référence en augmentant la maturité  $T_0$

## 9 Point du 10/06

- Quel modèle choisir pour calculer la volatilité implicite? Argumenter
- Coder le pricing dans le modèle de Cheyette par approximation displaced log normale
- Démontrer l'effet de  $b$  sur le skew dans le modèle displaced log normale
- Démontrer que le payoff est plus souvent à zéro sous la probabilité terminale que sous la probabilité risque neutre.

## 10 Point du 15/06

- Expliquer l'origine du problème d'inversion
- Tracer les fonctions paramètres dans la formule de pricing par approximation displaced log-normale.
- Observer et expliquer l'évolution du skew dans le modèle displaced log-normal en fonction de  $b$  (paramètre de notre modèle)