

Représentations et calculs diagrammatiques des algèbres liées aux dualités de Howe et de Schur–Weyl

Contexte général

Les dualités de Schur–Weyl et de Howe ont marqué l’étude des algèbres et de leurs représentations dans les trente dernières années. Les deux peuvent être vues selon la même mentalité : on identifie une paire duale qui agit sur une représentation avec une propriété de double centralisateur. Alors, la théorie de la représentation est obtenue à partir de celles des éléments de la paire duale [CW12]. Par exemple, la dualité de Schur–Weyl la plus classique a pour paire duale le groupes linéaire $GL_d(\mathbb{C})$ et le groupe symétrique S_n qui agissent tout deux sur le produit tensoriel de la représentation standard $(\mathbb{C}^d)^{\otimes n}$. Les deux actions sont le centralisateur l’une de l’autre et les modules $(\mathbb{C}^d)^{\otimes n}$ peuvent être décomposés en produit de représentations provenant de $GL_d(\mathbb{C})$ et de S_n .

Un des grands avantages des algèbres provenant de ces dualités est qu’il est souvent possible d’étudier leurs représentations en construisant des bases de façon combinatoire en utilisant l’information connue sur les membres de la paire. Souvent, plusieurs algèbres ont la même paire duale, et ont donc un calcul diagrammatique semblable. Dans les deux dernières décennies, un mouvement s’est établi pour étudier certaines familles d’algèbres à travers une structure catégorique qui supplée l’algèbre, un procédé dit de catégorification. Ces structures sont souvent bien représentées par des calculs diagrammatiques. Ceux-ci permettent l’expression de conditions complexes dans l’algèbre par des règles simples diagrammatiques. La figure 1 présente un exemple simple.

$$\begin{aligned}
 P_n &= P_n^2, & \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array} &= \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array}; \\
 e_i P_n &= 0 = P_n e_i, & \begin{array}{c} \circlearrowleft \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \circlearrowright \end{array} &= \begin{array}{c} \circlearrowleft \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \circlearrowright \end{array} = 0 = \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \circlearrowleft \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \circlearrowright \end{array} = \begin{array}{c} \circlearrowleft \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \circlearrowright \end{array} \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array}; \\
 P_n &= P_{n-1} - \frac{[n-1]_q}{[n]_q} P_{n-1} e_1 P_{n-1}, & \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n} \\ | \\ \vdots \end{array} &= \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n-1} \\ | \\ \vdots \end{array} - \frac{[n-1]_q}{[n]_q} \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n-1} \\ | \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \circlearrowleft \\ | \\ \boxed{n-1} \\ | \\ \circlearrowright \end{array} \begin{array}{c} \vdots \\ | \\ \boxed{n-1} \\ | \\ \vdots \end{array}.
 \end{aligned}$$

FIGURE 1 – À la gauche, les propriétés algébriques des éléments de Jones–Wenzl P_n [Jon83] de l’algèbre de Temperley–Lieb et, à droite, leur expression diagrammatique ; $[n]_q$ est un q -nombre.

Énoncé des problèmes de recherche

Le thème principal est le suivant : *construire des représentations et établir des présentations diagrammatiques pour des algèbres reliées aux dualités de Howe et de Schur–Weyl*. Trois problèmes initieront ma recherche ; ils seront étudiés séparément avant de réunir leurs caractéristiques communes.

1. Étudier la théorie de la représentation de l’algèbre des moments angulaires totaux reliée à la paire duale $(\text{Pin}(d), \mathfrak{osp}(1|2))$.
2. Définir des versions modulaires de quotients de l’algèbre de Temperley–Lieb affine.
3. Définir un calcul diagrammatique pour des toiles symétriques infinies qui soit relié aux représentations LKB dans une dualité quantique de Howe pour des modules de Verma.

Approfondissement des trois premiers aspects du projet

L’algèbre des moments angulaires Ce premier problème est une suite de mon doctorat. L’algèbre étudiée peut être définie par des générateurs et des relations [DOV18a] ou comme le supercentralisateur de la réalisation de la superalgèbre $\mathfrak{osp}(1|2)$ à l’intérieur d’une algèbre de Hecke doublement affine rationnelle et d’une algèbre de Clifford. Cela veut dire que cette algèbre dépend d’un groupe de réflexion W et d’une fonction de poids κ invariante sur l’action de W . L’algèbre provient de la paire duale de Howe $(\text{Pin}(d), \mathfrak{osp}(1|2))$ [ØSS09]. Auparavant, seulement les algèbres provenant des groupes $W = \mathbb{Z}_2^N$ [DGV16] et $W = S_3$ [DOV18b] avaient été étudiés. Durant mon doctorat, nous avons étudié la totalité des représentations de dimension finie des algèbres issues des groupes $W = D_{2m} \times \mathbb{Z}_2$ et $W = D_{2m} \times D_{2n}$, ainsi que donné une réalisation d’une famille de représentations particulières comme solutions polynomiales de l’équation de Dunkl–Dirac pour tout groupe de réflexion W .

La première étape du projet est d’étendre les résultats de mon doctorat au cas où W est un produit général de groupes diédraux et de considérer plus en détails des valeurs spéciales de la fonction κ . En effet, pour certaines valeurs, la théorie de la représentation offre des comportements différents, où l’étude devient très pointue. Pour les groupes de réflexion de bas rang, il n’y avait que peu de différence dans les représentations admissibles, mais en général le comportement peut changer pour le produit de plusieurs groupes comme il peut y avoir une interaction non-triviale entre les actions des groupes de divers niveaux. Cette partie de la recherche est en cours en collaboration avec Marcelo De Martino et Roy Oste.

Par la suite, la continuation du projet serait d’étudier les algèbres liées à des groupes généraux W . Ceci est un problème bien plus difficile et pour lequel d’autres approches que celles de mon doctorat seront nécessaires. Ma proposition initiale pour aborder le problème serait de créer un calcul diagrammatique pour ces algèbres. L’idée de départ est d’adapter l’approche diagrammatique de Webster pour les algèbres de Hecke doublement affine rationnelles [Web17]. Elle ne peut être directement utilisée comme la superstructure sur notre algèbre doit être tenue en compte. Il faut adapter le calcul diagrammatique, ce que je propose de faire en s’inspirant de récents travaux de Brundan, Comes et Kujawa pour les supercatégories de Brauer–Clifford [BCK19]. Un indice que ces algèbres admettent des bases diagrammatiques intéressantes se trouve dans une remarque de [FH15] où des relations de croisement sont conjecturées être représentable par des algèbres de Temperley–Lieb.

Quotients des algèbres de Temperley–Lieb affines Les algèbres de Temperley–Lieb affines, aussi appelées périodiques, sont une généralisation de dimension infinie des algèbres de Temperley–Lieb. Elles ont un calcul diagrammatique très clair qui met en évidence leur caractère infini simplement à l’aide d’une condition de périodicité. Elles apparaissent en théorie conforme des champs et sont d’importance pour la mathématique physique. Depuis les influents travaux de Graham et Lehrer [GL98], leur théorie de la représentation a été un objet d’intérêt en mathématique, souvent par l’entremise de l’étude de sa version catégorique.

Plusieurs des outils présents lors de l’étude de l’algèbre de Temperley–Lieb ne sont plus disponibles dans sa version affine. C’est le cas du projecteur de Jones–Wenzl [Jon83] dont la construction récursive est donnée à la figure 1. En effet, ce dernier donne l’idempotent relié à l’unique module de dimension 1 de l’algèbre, mais l’algèbre de Temperley–Lieb affine a une infinité de modules de dimension 1 et le projecteur de Jones–Wenzl deviendrait alors une somme infinie d’éléments.

Récemment, Martin et Spencer ont défini une version modulaire de ce projecteur [MS22]. Cela a permis à Spencer de généraliser notre travail [LS20] et celui de Flores et de Peltola [FP18] sur l’algèbre à couture, ou l’algèbre valencée de Temperley–Lieb issue de [MRR15] au cas modulaire [Spe21].

Le but de ce projet est d’étudier une version différente de l’algèbre affine avec un quotient qui

approxime sa structure à la limite. Le point clé est que ce quotient la rend de dimension finie. De cette façon, il y a maintenant n modules de dimension 1 dans l’algèbre de rang n , ce qui donne n projecteurs de type Jones–Wenzl.

Actuellement, nous avons défini les algèbres et montré qu’elles étaient sandwich cellulaire [TV22], une généralisation de la cellularité de Graham et Lehrer [GL96]. Nous sommes en mesure de calculer et de construire des projecteurs de Jones–Wenzl pour ces algèbres. La prochaine étape est d’en étudier les propriétés et de nous pencher sur le cas des racines de l’unité, où le comportement sort de la semisimplicité, avant de nous attaquer au cas modulaire. C’est un travail en cours avec Alexi Morin-Duchesne et Robert Spencer.

La suite du travail, avec Eveliina Peltola, serait d’en étudier les applications physiques et de définir les dualités de type Schur–Weyl qu’elles admettent, à la manière de Flores et Peltola [FP20].

Représentations de type LKB et calcul diagrammatique de toiles symétriques Dans une prépublication récente, Lacabanne, Tubbenhauer et Vaz ont donné une formulation de la dualité quantique de Howe pour des modules de Verma avec la paire $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ et $U_q(\mathfrak{sl}_n)$ [LTV22]. Ce résultat donne une formulation d’une propriété de double centralisateur entre les algèbres quantiques enveloppantes sur un produit tensoriel de modules quantiques de Verma. Une de leurs motivations était d’étudier une classe de représentations nommées Lawrence–Krammer–Bigelow (LKB) du groupe de tresses.

La troisième question de recherche provient d’une question de Tubbenhauer : *est-il possible de trouver un calcul diagrammatique ressemblant à celui pour les toiles symétriques en remplaçant $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ dans la dualité ?* Une motivation pour définir ce calcul est que, dans le cas de dimension finie, en prenant la représentation standard plutôt qu’un module de Verma, on obtient le calcul diagrammatique de toile dans la dualité quantique de Howe [RT16].

Un tel formalisme diagrammatique équivaldrait à trouver une catégorification de la dualité quantique de Howe pour des modules de Verma comme le travail se ferait au niveau de la catégorie monoïdale. En effet, chaque représentation de LKB proviendrait d’un paramètre des modules cellulaires de l’algèbres obtenus en spécifiant les paramètres du calcul diagrammatique.

Le but de ce projet est d’étendre le calcul diagrammatique au-delà des modules de dimension finie. Cela serait le propos d’une collaboration future avec Daniel Tubbenhauer. Catharina Stroppel pourrait aussi apporter une aide bienvenue au projet. En effet, ce projet s’inscrit dans une optique de catégorification, un de ses domaines d’expertises, et l’algèbre à l’étude s’inscrit dans le cadre de ses travaux avec Hans Andersen et Daniel Tubbenhauer [AST17].

EDI et ODD

Les principes d’équité de diversité et d’inclusion (EDI) sont pris en compte dans l’application de ma recherche, mais son sujet, les mathématiques pures, n’est pas affecté par sa tenue. Toutefois, je m’efforcerai de pratiquer celle-ci en gardant en tête ces principes, notamment lors de l’organisation de colloques, dans les collaborations et pour la supervision d’étudiantes et d’étudiants. La recherche n’a que peu de potentiel d’application aux enjeux sociétaux et pour les objectifs de développement durable des Nations Unies (ODD). Toutefois, j’ai souvent participé à des ateliers de vulgarisation et je compte continuer lors de ma recherche postdoctorale dans l’espoir de sensibiliser la population aux mathématiques.

Références

- [AST17] H. H. Andersen, C. Stroppel, and D. Tubbenhauer. “Cellular structures using U_q -tilting modules”. In: *Pac. J. Math.* 292.1 (2017), pp. 21–59.
- [BCK19] J. Brundan, J. Comes, and J. R. Kujawa. “A Basis Theorem for the Degenerate Affine Oriented Brauer–Clifford Supercategory”. In: *Canad. J. Math.* 71.5 (2019), pp. 1061–1101.
- [CW12] S.-J. Cheng and W. Wang. *Dualities and Representations of Lie Superalgebras*. Vol. 144. Graduate Studies in Mathematics. Providence, Rhode Island: AMS, 2012.
- [DGV16] H. De Bie, V. X. Genest, and L. Vinet. “The Z_2^n Dirac–Dunkl operator and a higher rank Bannai–Ito algebra”. In: *Adv. Math.* 303 (2016), pp. 390–414.
- [DOV18a] H. De Bie, R. Oste, and J. Van der Jeugt. “On the algebra of symmetries of Laplace and Dirac operators”. In: *Letters in Mathematical Physics* 108.8 (2018), pp. 1905–1953.
- [DOV18b] H. De Bie, R. Oste, and J. Van der Jeugt. “The total angular momentum algebra related to the S3 Dunkl Dirac equation”. In: *Ann. Physics* 389 (2018), pp. 192–218.
- [FH15] M. Feigin and T. Hakobyan. “On Dunkl angular momenta algebra”. In: *J. High Energ. Phys.* 2015.11 (2015), p. 107.
- [FP18] S.M. Flores and E. Peltola. “Standard modules, radicals, and the valenced Temperley-Lieb algebra”. In: *arXiv e-prints* (2018).
- [FP20] S.M. Flores and E. Peltola. “Higher-spin quantum and classical Schur-Weyl duality for \mathfrak{sl}_2 ”. In: *arXiv:2008.06038* (2020).
- [GL96] J. Graham and G. Lehrer. “Cellular Algebras”. In: *Invent. Math.* 123 (1996), pp. 1–34.
- [GL98] J. Graham and G. Lehrer. “The Representation Theory of Affine Temperley-Lieb Algebras”. In: *Enseign. Math.* 44 (1998), pp. 173–218.
- [Jon83] V. F. R. Jones. “Index for subfactors”. In: *Inventiones mathematicae* 72.1 (1983), pp. 1–25.
- [LS20] A. Langlois-Rémillard and Y. Saint-Aubin. “The representation theory of seam algebras”. In: *SciPost Physics* 8.2 (2020), p. 019.
- [LTV22] A. Lacabanne, D. Tubbenhauer, and P. Vaz. “Verma Howe duality and LKB representations”. In: (2022). *arXiv:2207.09124*.
- [MRR15] A. Morin-Duchesne, J. Rasmussen, and D. Ridout. “Boundary algebras and Kac modules for logarithmic minimal models”. In: *Nucl. Phys. B* 899 (2015), pp. 677–769.
- [MS22] S. Martin and R. A. Spencer. “ (ℓ, p) -Jones–Wenzl idempotents”. In: *J. Algebra* 603 (2022), pp. 41–60.
- [ØSS09] B. Ørsted, P. Somberg, and V. Souček. “The Howe Duality for the Dunkl Version of the Dirac Operator”. In: *Adv. Appl. Clifford Algebr.* 19.2 (2009), pp. 403–415.
- [RT16] D. E. V. Rose and D. Tubbenhauer. “Symmetric Webs, Jones–Wenzl Recursions, and q-Howe Duality”. In: *Int. Math. Res. Not. IMRN* 2016.17 (2016), pp. 5249–5290.
- [Spe21] R. A. Spencer. *Modular Valenced Temperley-Lieb Algebras*. arxiv:2108.10011. 2021.
- [TV22] D. Tubbenhauer and P. Vaz. “Handlebody diagram algebras”. In: *Rev. Mat. Iberoam.* (2022). à paraître.
- [Web17] B. Webster. “Rouquier’s conjecture and diagrammatic algebra”. In: *Forum Math. Sigma* 5 (2017), e27.

Milieux d'accueil

Bonn L'université de Bonn contient un des meilleurs environnements pour la recherche mathématique grâce à la conjonction du Centre Hausdorff de mathématiques et de l'Institut Max-Planck pour les mathématiques. Très peu d'universités peuvent se targuer d'une tradition aussi grande en mathématiques et sa situation centrale en Europe rend accessible en très peu de temps une multitude d'autres centres. Une des particularités de ces centres est que plusieurs semestres thématiques et conférences y sont organisés chaque année et un généreux programme de visite scientifique permet le contact avec une grande variété de chercheurs et chercheuses. En deux ans, un séjour à Bonn permet d'interagir avec un grand pan de la communauté.

Spécifiquement pour ma recherche en théorie de la représentation, l'université est reconnue comme un centre mondial dans le domaine. Ma supervisatrice, Eveliina Peltola, y est professeure junior dans l'Institut de mathématiques appliquées. Ses recherches portent sur la théorie de la représentation appliquée à, et inspirée de, la physique. Plusieurs des idées, des résultats et des investigations de mes projets proviennent de la physique mathématique. C'est un des grands avantages de Bonn que de laisser dialoguer ainsi diverses branches des mathématiques et de la physique.

À Bonn, je serais intégré dans le groupe d'algèbre et de théorie de la représentation de l'institut de mathématique l'université mené par Catharina Stroppel et Jan Schröer et l'axe de recherche du Centre Hausdorff mené par Catharina Stroppel et Stefan Schwede en représentation et symétries en algèbre et topologie auquel Eveliina Peltola contribue. Une bonne dizaine de stagiaires postdoctoraux y sont, avec le même nombre de visiteurs et visiteuses académiques.

Aalto Le deuxième lieu d'accueil est l'Aalto University, School of Sciences dans le groupe d'Eveliina Peltola en mathématiques physiques et théorie de la représentation. L'université d'Aalto est une nouvelle université à Espoo en Finlande issue de la fusion de trois institutions (Helsinki University of Technology, Helsinki School of Economics et Helsinki University of Arts and Design). C'est une institution dynamique qui a reçu un mandat fort d'instaurer de la recherche multidisciplinaire novatrice et internationale. Beaucoup de moyens sont mis à la disposition des chercheurs et des chercheuses pour faire rayonner la science finnoise et il me serait facile d'organiser là des conférences, d'inviter des collaboratrices et collaborateurs ainsi qu'aller à l'étranger présenter.

Spécifiquement pour ma recherche, je serais dans le groupe d'Eveliina Peltola avec une équipe de postdocs ainsi que les personnes en visite scientifique. Le professeur Kalle Kytölä, qui fait de la recherche en théorie de la représentation, théories conformes des champs et sur les groupes quantiques, contribue aussi au groupe de recherche et se situe à proximité de mon domaine.

Logistique des deux lieux de supervision et explication

Eveliina Peltola cumule deux fonctions : professeure junior à Bonn et professeure assistante à Aalto. De ce fait, il me serait possible de visiter les deux universités et d'y avoir de la supervision, de sorte à tirer le maximum de ce que les institutions ont à m'offrir. En terme logistique, je serais principalement situé à Bonn et passerais deux semestres à Aalto, en plus de plusieurs courts séjours lors des événements scientifiques. Les deux universités n'ont pas de tâches d'enseignement obligatoires pour leurs stagiaires postdoctoraux, ce qui rendrait mon horaire flexible. Toutefois, je considère l'enseignement comme part primordiale de la recherche scientifique et j'essaierai de donner des charges d'enseignement aux deux universités afin de bien bénéficier des différentes approches pédagogiques des deux cultures. Je crois que ces deux lieux de supervision sauront profiter à mon plan de carrière académique.

1 Contributions les plus importantes

1. De Bie, Hendrik; Langlois-Rémillard, Alexis; Oste, Roy, et Van der Jeugt, Joris. (2022). Finite-dimensional representations of the symmetry algebra of the dihedral Dunkl–Dirac operator. *Journal of Algebra*. 591: 170-216. doi:10.1016/j.jalgebra.2021.09.025

Cette publication représente une majeure partie de ma recherche doctorale et couvre une famille infinie de cas de l’algèbre des moments totaux angulaires. Auparavant, seuls le cas abélien le plus simple et un exemple en dimension trois avaient été étudiées. Le sous-projet 1 étendra cette publication.

2. Langlois-Rémillard, Alexis; Saint-Aubin, Yvan. (2020). The representation theory of seam algebras. *SciPost Physics*. 8(019): 34p. doi:10.21468/SciPostPhys.8.2.019

Cette publication représente le cumul de ma recherche à la maîtrise et présente une étude pédagogique de l’algèbre de Temperley–Lieb à couture. C’est ma publication la plus citée et celle pour laquelle on m’a le plus contacté pour des collaborations. Les sous-projets 2 et 3 du plan de recherche étendront cette recherche.

3. De Bie, Hendrik; Langlois-Rémillard, Alexis; Oste, Roy, et Van der Jeugt, Joris (2022). Generalised symmetries and bases for Dunkl monogenics. 18p. Accepté dans *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. arXiv:2203.01204

Cette publication acceptée constitue une partie de ma recherche postdoctorale. Elle construit une famille de représentation importante pour l’algèbre des moments angulaires totaux pour n’importe quel groupe de réflexion à l’aide de symétries généralisées. C’est, à notre connaissance, la première fois que des bases explicites sont données pour tous les groupes de réflexions. Elle contribue au sous-projet 1 du plan de recherche en offrant des exemples concrets pour tous les groupes de réflexions.

4. Organisation du Kleine Seminar, automne 2019 à maintenant à l’Université de Gand.

Durant presque toute ma scolarité doctorale, j’ai organisé un groupe de lecture sur divers sujets contemporains en théorie de la représentation à l’Université de Gand pour les élèves doctoraux et les stagiaires postdoctoraux. Nous avons couvert: le livre Iwahori-Hecke Algebras and Schur Algebras of the Symmetric Group par Andrew Mathas, les notes de cours de Pavel Etingof sur les algèbres de Hecke doublement affine; la catégorification; le livre Representations of Semisimple Lie Algebras in the BGG Category \mathcal{O} de James E. Humphreys; le livre *Tensor Categories* de Etingof, Gelaki, Nikschych et Ostrik et le livre Crystal Bases de Daniel Bump et Anne Schilling. Comme il n’y avait pas de cours offerts au doctorat à Gand en mathématiques dans mon domaine, cela a remplacé cette opportunité pour moi. Nous conclurons le cours en avril avec un mini-cours international donné par Chris Bowman (York) et Maud De Visscher (University College London). Je l’ai créé, en suis son principal organisateur, gère le site web, invite les conférenciers et conférencières et participe à toutes les éditions.

2 Activités et contributions

2.1 Comités et jury de thèse et mémoire

1. Jury du soutenance de mémoire de maîtrise de Bert Christaens intitulé *Network explainability via content based image retrieval* à l'Université de Gand, septembre 2021.

2.2 Présentation à titre de conférencier public ou invité

1. Mai 2021, Excellence of Science meeting, Université de Gand, en ligne, *Finite-dimensional representations of the 3D dihedral Dunkl–Dirac symmetry algebra*.
2. Novembre 2019, Séminaire de théorie de représentation des algèbres, Université de Sherbrooke, *Idempotence, cellularité et algèbre diagrammatiques*.
3. Octobre 2018, Séminaire de mathématiques physiques, CRM, Université de Montréal, *Roots of unity and the representation theory of boundary seam algebras*.

2.3 Revue d'articles

1. 2020– Commentaire et revue d'articles publiés pour le service zbMATH Open (13 articles revus et un livre en cours).

2.4 Conférences et ateliers de formation

1. Juillet 2022, Group34, Strasbourg, *Monogenic representations of the algebra of symmetries of the generalised Dirac operator*. (Conférence, public spécialiste)
2. Mai 2022, Non-commutative algebras, representation theory and special functions, CRM, Montréal, *On the representation theory of a symmetry algebra associated to a generalised Dirac operator*. (Conférence, public spécialiste)
3. Février 2022, Clifford research seminar, Université de Gand, en ligne, *Bases for Dunkl monogenics by generalised symmetries* (Conférence, public spécialiste)
4. Juin 2021, Lie Theory and its applications to physics XIV, en ligne. *Finite-dimensional representations of the 3D dihedral Dunkl–Dirac symmetry algebra*. (Conférence, public spécialiste)
5. Avril 2021, Clifford research seminar, Université de Gand, en ligne. *Generalizing the Deligne category, Khovanov's and Sazdanovic's approach*. (Conférence, public spécialiste)
6. Décembre 2020, Réunion d'hiver de la SMC, Canada, en ligne. *The symmetry algebra of the Dunkl–Dirac operator: the dihedral cases*. (Conférence, public général)
7. Mars 2020, Clifford research seminar, Université de Gand. *The symmetry algebra of the 3D dihedral Dunkl–Dirac equation*. (Conférence, public spécialiste)
8. Novembre 2019, International Conference on Stochastic Processes and Algebraic Structures, Västerås. *Cellular structure of seam algebras and avenues for deformations* (Conférence, public spécialiste)

9. Juin 2019, Clifford research seminar, Université de Gand. *Representation theory and cellular structure of seam algebras*. (Conférence, public spécialiste)
10. Décembre 2018, Séminaire étudiant en mathématique, Université de Montréal. *Colorier une carte, une approche par dessin*. (Conférence, public général)
11. Septembre 2018, XXXth Meeting on representation theory of algebras, Université de Sherbrooke. *Cellular structure of boundary seam Temperley-Lieb algebras*. (Conférence, public spécialiste)
12. Juin 2018, Canadian Mathematical Society Summer Meeting, University of New Brunswick, Fredericton. *Atelier d'enseignement actif*, donné avec Marie-Andrée B. Langlois. (Formation du comité étudiant de la SMC portant sur les techniques d'enseignement actif données pour les corps professoral et étudiant)
13. Juin 2018, Canadian Mathematical Society Summer Meeting, University of New Brunswick, Fredericton. *Bratteli and the morphisms of boundary seam algebras*. (Conférence, public général)
14. Mai 2018, XXIe Colloque ISM, Université Sherbrooke. *Bratteli et les morphismes (semi)simples de Temperley-Lieb*. (Conférence, public général)

2.5 Activités de vulgarisation

1. Septembre 2022, Club mathématique de l'Université de Montréal, *La domination, une histoire d'échecs*. (Conférence publique pour élèves en mathématiques)
2. Novembre 2021, PRIME problem-solving avond, UGent, *Koninginnen en (bijzondere) borden* [Des dames et (d'étranges) échiquiers]. (Animation d'activités pour le club mathématiques des élèves de mathématiques au baccalauréat et à la maîtrise de Gand)
3. Septembre 2020, Club mathématique, Université de Montréal, en ligne, *Des pentagones aux heptagones, une infinité de différences*, (Conférence publique pour élèves en mathématiques).
4. Novembre 2018, Club mathématique, Université de Montréal, *Huit dames pour un échiquier: introduction échiquienne à la pensée mathématique, de Gauss à Pólya*, (Conférence publique pour élèves en mathématiques).
5. Juillet 2018, Camp mathématique de l'AMQ, Dawson College, Montréal, *Le carrousel du géomètre*. (Activité pour des élèves du secondaire ayant gagné une place au camp mathématiques par leur résultat au concours de l'AMQ).
6. 2018–2019, participation à la revue L'Axiomatique de l'Université de Montréal comme correcteur en chef et auteur de chroniques de rédaction mathématiques. (Public étudiant au baccalauréat en mathématiques à l'Université de Montréal.)

3 Publications et œuvres

3.1 Documents publiés, soumis, acceptés ou sous presse

1. De Bie, Hendrik, Langlois-Rémillard, Alexis, Oste, Roy, et Van der Jeugt, Joris (2022) Generalised symmetries and bases for Dunkl monogenics. 18 p. Acceptée dans Rocky Mountains Journal of Mathematics arXiv:2203.01204 (accepté), 10 mars 2022
2. De Bie, Hendrik, Langlois-Rémillard, Alexis, Oste, Roy, et Van der Jeugt, Joris (2022) Finite-dimensional representations of the symmetry algebra of the dihedral Dunkl-Dirac operator, Journal of Algebra 591: 170-216, doi:10.1016/j.jalgebra.2021.09.025
3. Langlois-Rémillard, Alexis, et Saint-Aubin, Yvan (2020) The representation theory of seam algebras, SciPost Phys. 8, 019, 34p. 10.21468/SciPostPhys.8.2.019

3.2 Contributions publiées, soumises, acceptées à un ouvrage collectifs

1. Langlois-Rémillard, Alexis (2021) The dihedral Dunkl-Dirac symmetry algebra with negative Clifford signature. Acceptée dans les actes de la conférence Lie Theory and Its Applications in Physics XIV 2021. 7p. arXiv:2209.06599. (sous presse), 22 décembre 2021
2. Langlois-Rémillard, Alexis (2020) Deforming algebras with anti-involution via twisted associativity. Acceptée dans les actes de la conférence International conference on stochastic processes and algebraic structures, volume II: algebraic structures and applications (Västerås, Sweden, October 2019), ed. Sergei Silvestrov. 21 p. arXiv:2106.01855. (acceptée), 29 mars 2020.
3. Langlois-Rémillard, Alexis, et Oste, Roy (2020) An Exceptional Symmetry Algebra for the 3D Dirac-Dunkl Operator. Dans Dobrev V. (ed) Lie Theory and Its Applications in Physics. LT Varna 2019. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 335, pp 399-405. Springer, Singapore. doi:10.1007/978-981-15-7775-8_30 et arXiv:2009.13904

3.3 Articles dans des revues professionnelles ou culturelles sans comité de lecture

1. Langlois-Rémillard, Alexis et Senécal, Charles (2022). Des dames sur d'étranges échiquiers. Accromath, 17.2, pp. 2-7. Disponible en ligne à <https://accromath.uqam.ca/2022/09/des-dames-sur-detranges-echiquiers/>
2. Langlois-Rémillard, Alexis (2022). Huit dames et un échiquier. Accromath, 17, pp. 8-13. Disponible en ligne à <https://accromath.uqam.ca/2022/02/huit-dames-et-un-echiquier/>

Baccalauréat Dès le cégep, je savais que je voulais étudier les mathématiques. Beaucoup de mes enseignants et enseignantes avaient fait leur maîtrise à l'Université de Montréal et nous avons eu une présentation d'un de leurs professeurs, Yvan Saint-Aubin, qui m'avait fait très bonne impression et qui m'a décidé à la choisir pour mes études. J'y ai trouvé un bel environnement pour rayonner et il m'a toujours été facile d'explorer les intérêts, que ce soit en participant au concours Putnam deux ans, en organisant le Club mathématiques et des conférences comme le Congrès canadien des étudiant·e·s en mathématiques ou les Séminaires étudiants en mathématiques à Montréal. J'ai pu rapidement tester la recherche avec un premier stage financé par la bourse du CRSNG avec Matilde Lalín et ai confirmé mon intérêt avec un deuxième sous la tutelle d'Yvan Saint-Aubin toujours financé par une bourse du CRSNG. Ce dernier stage est devenu mon mémoire de fin d'études.

Maîtrise Mon mémoire de fin d'études portait sur les représentations d'une certaine algèbre pour des valeurs singulières et mon directeur m'a proposé de continuer la recherche à la maîtrise. Comme j'avais pu apprécier la qualité de sa supervision, je n'ai pas hésité longtemps. Au courant de mes études, il n'y avait que peu de cours pertinents à l'UdeM sur mon sujet de recherche et je suis allé en suivre à l'UQAM. Après un an de maîtrise, un chercheur en visite, Hendrik De Bie de l'Université de Gand, que j'avais pu voir présenter au séminaire de mathématiques physiques du CRM, a partagé qu'un concours de bourse doctorale allait s'ouvrir à Gand et m'a encouragé à appliquer, même si je ne satisfaisais pas encore les exigences de diplôme. J'ai appliqué, puis ai rencontré mon deuxième superviseur, Joris Van der Jeugt, à une conférence à Montréal et j'ai obtenu une offre. Leur personnalité et surtout l'impressionnant parcours de plusieurs de leurs étudiants m'a convaincu d'aller les rejoindre. J'ai dû terminer en accéléré la maîtrise pour aller au doctorat à Gand. Yvan Saint-Aubin et moi avons tout de même pu présenter les résultats obtenus dans un article par après.

Au courant de ma maîtrise, j'ai aussi pu participer à plusieurs expériences de vulgarisation en créant des activités pour l'Institut des Sciences Mathématiques et en écrivant un article de vulgarisation avec des collègues pour la revue *Accromath*.

Doctorat Durant mon doctorat, j'ai tenté de créer des opportunités de collaboration et une ambiance collégiale pour le milieu de recherche. Le parcours doctoral de Gand en mathématiques ne contient pas de cours, et les cours de maîtrise étaient offerts en néerlandais. Si l'accent mis sur la recherche m'a bénéficié et a résulté en plusieurs publications, j'aurais senti le tout incomplet sans cours. L'apprentissage et l'enseignement des connaissances nouvelles est, à mes yeux, une composante primordiale du parcours doctoral. Pour pallier le manque d'offre de cours de l'université, j'ai organisé dès ma deuxième session un séminaire de lecture, le *Kleine seminar*, auquel a participé une dizaine de (post)doctorant·e·s, afin d'explorer des sujets modernes liés à nos recherches. Dans les trois ans du séminaire, nous nous sommes présentés une multitude de sujets en lien avec nos recherches, y avons étudié quatre livres et organisons pour l'année prochaine un mini-cours donné par Chris Bowman (York University) et Maud De Visscher (University College London). Outre le *Kleine seminar*, j'ai aussi participé à quelques mini-cours offerts lors de conférences internationales, mais bien moins que planifié en raison de l'épidémie de Covid-19.

J'ai aussi tenté au long de mon parcours de garder une connexion avec l'enseignement et la communication scientifique afin de permettre la diffusion du savoir. De mon avis, c'est aussi la meilleure façon de maîtriser un sujet. En raison de la barrière linguistique, je n'ai pas pu enseigner autant que voulu, mais j'ai pu aider à superviser des étudiants à la maîtrise à la fin de mon parcours. J'ai aussi participé à des activités de vulgarisation, dont deux articles dans la revue *Accromath*, le dernier avec un collègue de Montréal.