

---

# SIMULACIÓN DE UN MODELO MM1 E INVENTARIO

---

**Juan Cruz Vazquez**

Simulación

UTN - FRRo

Zeballos 1341, S2000 Rosario, Santa Fe

juancruz.vazquez87@hotmail.com

**Alexis Jose Tomas**

Simulación

UTN - FRRo

Zeballos 1341, S2000 Rosario, Santa Fe

alexisjosetomas@gmail.com

23 de junio de 2023

## ABSTRACT

Este trabajo práctico tiene como objeto de estudio la simulación de un sistema MM1 y modelo de inventario mediante la implementación de los mismos en el software Anylogic. En las cadenas de suministro, esta herramienta es útil para entender la naturaleza y complejidad de los problemas interrelacionados y las variables que afectan. La integración de eslabones de una cadena tales como proveedores, fabricantes, mayoristas, distribuidores enfrenta algunos problemas que deben ser evaluados a fin de realizar acciones que permitan resolverlos adecuadamente.

## 1. Introducción

Para estudiar un modelo, si es suficientemente simple, es posible usar modelos matemáticos (álgebra, cálculo o la teoría de la probabilidad) para obtener la información exacta de objetos de interés; a esto se le llama solución analítica. Sin embargo, la mayoría de los sistemas del mundo real son muy complejos para permitir que los modelos reales sean evaluados analíticamente. Estos modelos son, entonces, estudiados por medios de simulación. En una simulación usamos una computadora para evaluar un modelo numéricamente, y la información obtenida de la simulación nos permite estimar las verdaderas características deseadas del modelo. Es por ello que hablaremos un poco sobre lo que es un modelo, y las distintas formas de simulación para entender mejor el trabajo que realizaremos.

### 1.1. Modelo de simulación

El modelado de una simulación es una disciplina que trata de explicar cómo funciona algo construyendo una réplica de ese algo. Una de los principales beneficios del enfoque de simulación es que podemos simular nuestros modelos cuantas veces lo creamos necesario. Las salidas de nuestros experimentos nos muestran un montón de posibilidades. Esto es extremadamente útil para tomar decisiones en la práctica. Estos experimentos virtuales y libres de riesgo también nos pueden ayudar a evaluar las ventajas y desventajas de uno o varios escenarios. Existen varios tipos y categorías de los modelos de simulación.

#### 1.1.1. Físico vs Digitales

La réplica que representa cómo funciona algo, puede ser físico o digital, es decir, dentro de una computadora. Un buen ejemplo de una réplica física es el testeo de la aerodinámica de un auto, que en vez de examinarlo en su escala real, se usa un modelo más pequeño para montarlo en un túnel con viento y probar así sus características aerodinámicas. En cambio, un modelo digital rara vez usa alguna componente física. Es un programa computarizado que crea una réplica virtual del comportamiento de un objeto.

#### 1.1.2. Estáticos vs Dinámicos

Podemos crear un modelo que use o ignore el tiempo. El modelo de una simulación estática no utiliza el tiempo, sino que primero realiza todos los cálculos y tareas y luego retorna la salida. En cambio un modelo dinámico sí se basa en el tiempo.

### 1.1.3. Determinista vs Estocástico

Si la simulación tiene siempre los mismos resultados frente a condiciones idénticas, se dice que el modelo es determinista. Pero si se comporta diferente con condiciones idénticas, se llama estocástico (o random).

### 1.1.4. Continuo vs Discreto

Podemos categorizar las simulaciones dinámicas en discretas o continuas depende de como incorporemos los efectos del tiempo en el modelo. La simulación discreta los cambios ocurren sólo en tiempos específicos o en intervalos. Podemos decir que se trata de un sistema de eventos discretos. El concepto de sistema de evento discreto tiene por finalidad identificar a sistemas en los que los eventos que cambian el estado del mismo ocurren en instantes espaciados en el tiempo. En cambio, la simulación continua trabaja con eventos continuos, quiere decir que es una acción constante en el sistema ligada al reloj simulador que presenta eventos continuos por lo cual las variables cambian ininterrumpidamente con respecto al tiempo.

## 2. Marco teórico y conceptual

### 2.1. Notación de Kendall

Los modelos de colas poseen una cierta cantidad de parámetros del sistema y se utiliza una notación generalizada, llamada notación de Kendall, para definir el tipo de sistema a modelar. La notación de Kendall tiene la siguiente forma:

**A/S/c/K/N/D**

En donde:

- A: arribo de clientes
- S: tiempos de servicio
- c: cantidad de servidores
- K: capacidad de la cola
- N: capacidad del sistema
- D: disciplina de la cola

En un modelo de cola M/M/1, el cuál será explicado en la siguiente sección, el K y el N se suponen infinitos.

### 2.2. Modelo de colas M/M/1

- M: Un proceso de llegadas en el que los clientes se presentan de acuerdo a un proceso de Poisson con una tasa promedio de  $\lambda$  clientes por unidad de tiempo.
- M: El proceso de servicio que atiende a los clientes de acuerdo con una distribución exponencial con un promedio de  $\mu$  clientes por unidad de tiempo.
- 1: Un único servidor en el sistema.

### 2.3. Estado estable

El concepto de estado estable consiste en que al comienzo de la simulación el sistema conserva los efectos de las condiciones iniciales. Esta fase se denomina estado transitorio. Después de que las condiciones iniciales sean eliminadas, el sistema entra en un estado estable. Por eso, se considera que el tiempo suficiente para simular un sistema de colas es cuando el sistema llega a su estado estable.

### 2.4. Modelo de cola M/M/1

En este modelo se dispone de un sólo servidor, capacidad infinita y la disciplina de la cola es FIFO (First In, First Out). Se trata de un proceso de nacimiento y muerte con tasa de nacimiento  $\lambda_n = \lambda$ ,  $n \geq 0$  y tasa de muerte  $\mu_n = \mu$ ,  $n \geq 0$ . En la siguiente tabla mostraremos las fórmulas de las medidas de rendimiento que utilizaremos para calcular los valores teóricos del experimento.

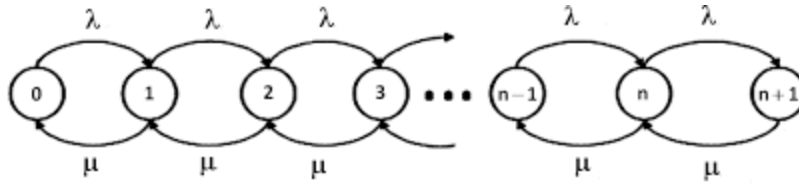


Figura 1: Diagrama de transición de modelo de cola MM1

#### 2.4.1. Medidas de rendimiento

Medida de rendimiento	Fórmula
Utilización del servidor	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$
Promedio de Clientes en sistema	$L = \lambda \cdot W$
Promedio de Clientes en cola	$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$
Tiempo promedio en sistema	$W = W_q + \frac{1}{\mu}$
Tiempo promedio en cola	$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
Probabilidad de n clientes en cola	$Q = \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{\int_0^T Q(t) dt}{T} \right)$
Probabilidad de denegación de servicio	$P(N) = 1 - \sum_{i=0}^n P_i$

Cuadro 1: Tabla medidas de rendimiento

- Tiempo promedio de espera en cola ( $W_q$ ): tiempo promedio que tiene que esperar un cliente desde que llega a la cola y comienza a ser atendido.
- Tiempo promedio en el sistema ( $W$ ): tiempo promedio que tiene que estar en el sistema un cliente desde que arriba al sistema hasta que se va luego de ser atendido.
- Longitud media de la cola ( $L_q$ ): número promedio de clientes que se encuentran en la cola esperando para ser atendidos.
- Número medio de clientes en el sistema ( $L$ ): número promedio de clientes que se encuentran en el sistema.
- Probabilidad de bloqueo ( $P_w$ ): probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar para ser atendido.
- Utilización del servidor ( $U$ ): porcentaje del tiempo total en la cual el servidor se encuentra prestando servicio.
- Distribución de probabilidad de estado: probabilidad de que se encuentren  $n$  clientes en el sistema, cuando el mismo esta estable.
- Probabilidad de negación del servicio ( $P_i$ ): probabilidad de que llegue un cliente y no pueda entrar debido a que la cola esta llena.

#### 2.5. Modelo de Inventario

Un sistema de inventario provee la estructura organizacional y las políticas operativas para mantener y controlar los bienes que se van a almacenar. El sistema es responsable de ordenar y recibir los bienes, de coordinar la colocación de los pedidos, y de rastrear lo que se ha ordenado, que cantidad y a quien. Además el sistema debe hacer un seguimiento para responder a preguntas tales como: ¿el proveedor ha recibido el pedido?, ¿el pedido ha sido despachado?, ¿las fechas son correctas?, ¿existen procedimientos para hacer un nuevo pedido o devolver la mercancía indeseable?

##### 2.5.1. Clasificación de los modelos

Existen dos tipos generales de sistemas de inventario: los modelos de cantidad fija del pedido (también llamados cantidad económica de pedido, economic order quantity, EOQ, modelo Q) y los sistemas de periodo de tiempo fijo (también llamados sistema periódico, sistema de revisión periódica, sistema de intervalo fijo de pedidos, y modelo P). La distinción básica es que los modelos de cantidad fija de pedido son “impulsados por un evento”, y los modelos de periodo de tiempo fijo son “impulsados por el tiempo”. Esto es, el modelo de cantidad fija de pedido inicia un nuevo pedido cuando se presenta el evento de alcanzar un nivel específico para el nuevo pedido; este evento puede ocurrir en cualquier momento, dependiendo de la demanda de los artículos considerados. Por el contrario, el modelo de periodo

de tiempo fijo se limita a colocar pedidos al final de un periodo de tiempo predeterminado, solo el paso del tiempo impulsa el modelo. En el modelo de cantidad fija de pedido (que coloca un pedido cuando el inventario restante cae a un punto de pedido predeterminado,  $R$ ) el inventario restante debe monitorearse continuamente. Así, el modelo de cantidad fija de pedido es un sistema perpetuo que requiere que cada vez que se haga un retiro o una adición al inventario, los registros deban actualizarse para asegurar que el punto del nuevo pedido se ha alcanzado o no. En un modelo de periodo de tiempo fijo, el conteo tiene lugar solo durante el periodo de revisión.

### 2.5.2. Costos del inventario

Al tomar cualquier decisión que afecte el tamaño del inventario, se deben tener en cuenta los siguientes costos:

1. Costos de mantenimiento: Esta categoría incluye los costos de las instalaciones de almacenamiento, el manejo, el seguro, hurto, la rotura, la obsolescencia, la depreciación, los impuestos, y el costo de oportunidad del material. Obviamente, los altos costos de mantenimiento tienden a favorecer unos bajos niveles de inventarios y la reposición frecuente.
2. Costos de preparación (o de cambio en la producción): La fabricación de cada producto diferente implica obtener los materiales necesarios, arreglar la preparación del equipo específico, diligenciar los documentos requeridos, cargar de manera apropiada el tiempo, y los materiales, y desalojar los anteriores suministros de material. Si no hubieran costos o pérdida de tiempo en cambiar de un producto a otro, se producirían muchos lotes pequeños. Esto reduciría los niveles de inventario con el resultante ahorro en el costo. Un desafío en la actualidad es tratar de reducir estos costos de preparación para permitir unos tamaños de lotes mas pequeños (este es el objetivo del sistema JIT).
3. Costos de las órdenes: Estos se refieren a los costos administrativos y de oficina para elaborar la orden de compra o de producción. Los costos de las órdenes incluyen todos los detalles, tales como contar los artículos y calcular las cantidades de órdenes. Los costos asociados con el mantenimiento del sistema necesario para rastrear las órdenes están también incluidos en estos costos.
4. Costos de los faltantes: cuando las existencias de un artículo están agotadas, los pedidos de ese artículo deben esperar hasta que estas se repongan o cancelarse. Existe una transacción entre llevar las existencias para satisfacer la demanda y los costos resultantes del agotamiento de las mismas. Este equilibrio es difícil de lograr, porque no es posible calcular las utilidades perdidas, los efectos de perder clientes o las sanciones por retraso.

Establecer la cantidad correcta que debe pedirse a los proveedores, o el tamaño de los lotes presentados a las instalaciones productivas de una firma, implica una búsqueda del costo total mínimo resultante de los efectos combinados de cuatro costos individuales: los costos de mantenimiento, los costos de preparación, los costos de los pedidos, y los costos de los faltantes.

### 2.5.3. Modelos de cantidad fija del pedido

Los modelos de cantidad fija de pedido tratan de determinar el punto específico  $R$  en el cual se colocara un pedido y el tamaño del mismo  $Q$ . El punto de pedido  $R$  es siempre un número específico de unidades. Un pedido de tamaño  $Q$  se coloca cuando el inventario disponible (actualmente en almacenamiento y sobre pedido) alcanza al punto  $R$ . La posición del inventario se define como las cantidades disponibles más aquellas pedidas (aquellas pendientes). La solución a un modelo de cantidad fija de pedido puede estipular algo así: cuando la posición del inventario cae a 36, coloque un pedido por 57 unidades más. El análisis acerca de la derivación de una cantidad óptima del pedido está basado en las siguientes características del modelo: - La demanda del producto es constante y uniforme durante todo el periodo. - El plazo (tiempo que transcurre desde el pedido hasta el recibo), es constante. - El precio por unidad de producto es constante. - El costo de mantenimiento del inventario se basa en el inventario promedio. - Los costos de los pedidos o de preparación son constantes. - Todas las demandas del producto serán satisfechas (no se permiten pedidos pendientes).

El efecto del “diente de sierra” (figura 2) relativo a  $Q$  y  $R$  muestra que cuando la posición del inventario cae al punto  $R$  se coloca un nuevo pedido, el cual se recibe al final del periodo de tiempo  $L$  que no varia en este modelo.

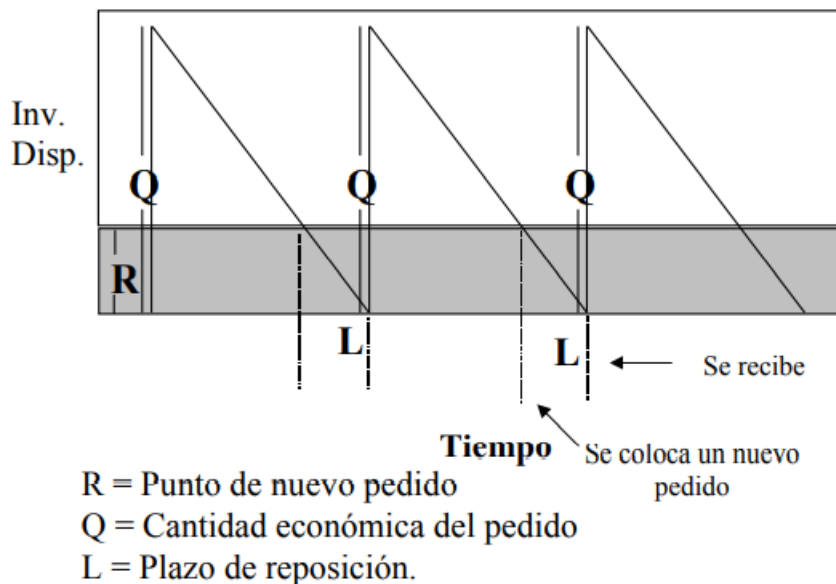


Figura 2: Modelo básico de cantidad fija de pedido

Al construir cualquier modelo de inventario el primer paso es desarrollar una relación funcional entre las variables de interés y la medida de efectividad. En este caso dado que el costo representa una preocupación, se aplica la siguiente ecuación:

$$TC = DC + \frac{D}{Q} * S + \frac{Q}{2} * H \quad (1)$$

TC Costo Total anual

D Demanda

C Costo por unidad

Q Cantidad a ordenar (el optimo se llama cantidad económica del pedido  $Q_{opt}$ )

S Costo de preparación o colocación de un pedido

R Punto de nuevo pedido.

L Plazo de reposición.

H Costo anual de mantenimiento y almacenaje por unidad del inventario promedio.(se suele tomar como un porcentaje del costo del artículo, como  $H = iC$ , donde  $i$  es el costo de mantenimiento porcentual)

En el lado derecho de la ecuación,  $DC$  es el costo de compra anual de las unidades,  $(D/Q)S$  es el costo anual de los pedidos (el número real de pedidos colocados,  $D/Q$  veces el costo de cada pedido  $S$ ) y  $(Q/2)H$  es el costo anual de mantenimiento (el inventario promedio,  $Q/2$  veces el costo por unidad del mantenimiento y almacenamiento,  $H$ ). Estas relaciones de costos están representadas en la (figura 3).

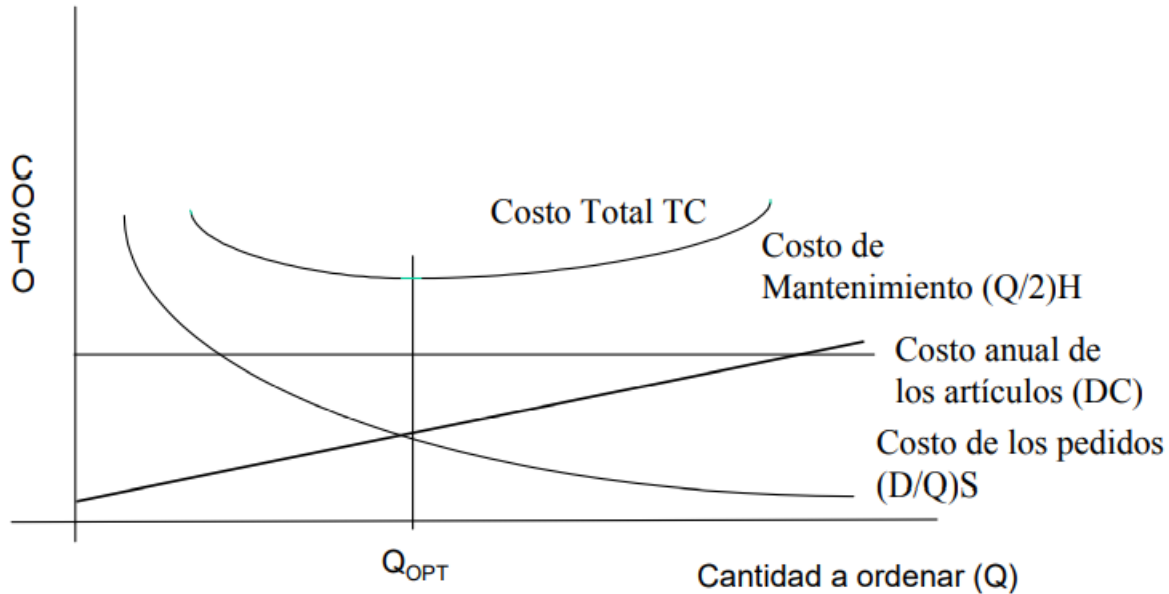


Figura 3: Costos anuales de los productos basados en el tamaño del pedido

El segundo paso en el desarrollo del modelo es encontrar esa cantidad del pedido  $Q_{opt}$ , en la cual el costo total es un mínimo. En la (figura 4) el costo total es mínimo en el punto en donde la derivada es cero. Entonces se toma la derivada del costo total con respecto a  $Q$  y se fija en cero. Para el modelo básico considerado aquí, los cálculos son los siguientes:

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

$$\frac{dTC}{dQ} = 0 + \left(-\frac{D}{Q^2}S\right) + \frac{H}{2} = 0$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

Figura 4

Dado que este modelo simple supone una demanda y un plazo constantes, no se necesita reserva de seguridad y el punto del nuevo pedido es:

Punto de Reorden,  $R = dL$

donde :

$L$  = Plazo en días(constante)

$d$  = demanda promedio diaria (constante)

#### 2.5.4. Modelo de cantidad fija de pedido durante el tiempo de producción

La ecuación del costo total anual vista anteriormente, supuso que la cantidad ordenada se recibiría en un lote pero, a menudo este no es el caso. En muchas situaciones, la producción de un artículo del inventario y la utilización del mismo

tienen lugar de manera simultánea. Esto es especialmente cierto cuando una parte de un sistema de producción actúa como proveedor de otra parte. Por ejemplo: aunque las extrusiones de aluminio se están haciendo para cumplir con un pedido de ventanas de aluminio, estas se cortan y se ensamblan antes de completarse el pedido total de extrusiones. Entonces, se define  $d$  como una tasa de demanda constante de algún artículo que vaya a producirse y  $p$  la tasa de producción del proceso que utiliza el artículo, se puede desarrollar la ecuación del costo total.

$$TC = DC + \frac{D}{Q} * S + \frac{(p-d)QH}{2p} \quad (2)$$

haciendo la diferenciación con respecto a  $Q$  y fijando la ecuación en cero, se obtiene:

$$Q = \sqrt{\frac{2DSp}{H(p-d)}} \quad (3)$$

El modelo se muestra en la (figura 5). Se puede ver que el número de unidades disponibles es siempre menor a la cantidad de pedido  $Q$ .

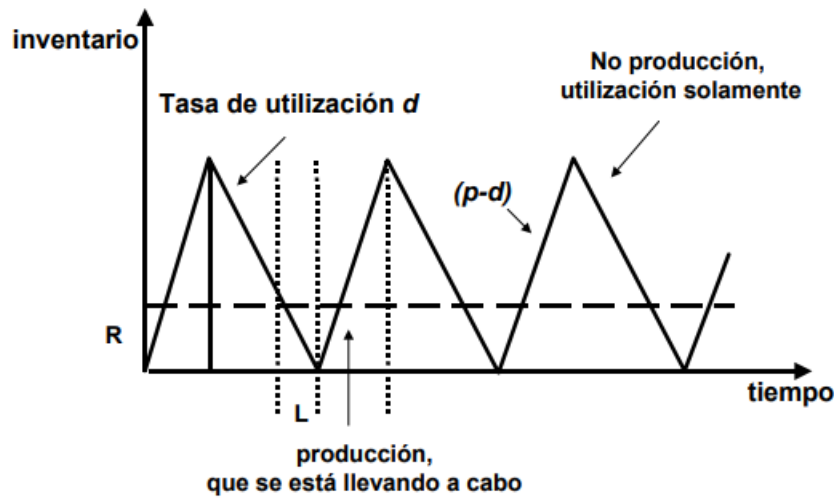


Figura 5: Modelo de cantidad fija de pedido que se utiliza durante el tiempo de producción.

### 3. Desarrollo

#### 3.1. M/M/1

Para realizar este experimento, como mencionamos al principio de este trabajo, vamos a simular una cola MM1. Calcularemos los valores teóricos esperados y los compararemos con los valores observados de la simulación en Python y en Anylogic. Para ello tenemos 5 casos de estudio con diferentes tasas de arribo respecto de la tasa de servicio.

- Caso de estudio 1: cuando la tasa de arribo es un 25 % de la tasa de servicio.
- Caso de estudio 2: cuando la tasa de arribo es un 50 % de la tasa de servicio.
- Caso de estudio 3: cuando la tasa de arribo es un 75 % de la tasa de servicio.
- Caso de estudio 4: cuando la tasa de arribo es un 100 % de la tasa de servicio.
- Caso de estudio 5: cuando la tasa de arribo es un 125 % de la tasa de servicio.

##### 3.1.1. Componentes de la simulación

En esta sección se detallarán los componentes que se encuentran en nuestra simulación de eventos discretos sin entrar en detalles de código o algoritmos. Siguiendo los lineamientos del libro

SIMULATION MODELING ANALYSIS By Kelton and Law, estos son los diferentes componentes que programamos para llevar a cabo la simulación en Python:

- Estado del sistema: es la colección de las variables de estado necesarias para describir el sistema en un tiempo específico.
- Reloj de simulación: variable que nos proporciona el tiempo actual de la simulación.
- Contadores estadísticos: variables usadas para almacenar información estadística sobre el rendimiento del sistema.
- Rutina de inicialización: función cuyo objetivo es inicializar el modelo de simulación en el tiempo cero.
- Rutina de tiempo: función que determina cual es el siguiente evento de la lista de eventos y avanza el reloj al tiempo en el cual ocurre el evento.
- Rutina de evento: función que actualiza el estado del sistema cuando un evento particular ocurre. Se utiliza una rutina de evento diferente para cada tipo de evento.
- Rutina de librerías: un conjunto de funciones utilizadas para generar valores aleatorios de distintas distribuciones de probabilidad.
- Generador de reportes: función que computa estimadores de las medidas de desempeño esperadas y produce un reporte cuando finaliza una simulación.
- Programa principal: es el subprograma que invoca las rutinas mencionadas anteriormente.

### 3.1.2. Metodología de simulación

Procederemos a aplicar el siguiente método para los distintos casos de estudio mencionados anteriormente: Primero determinamos el valor en el cual es conveniente cortar la simulación, el cual en nuestro caso observamos que el sistema llega a su estado estable después de 1000 iteraciones. Luego calcularemos los valores estadísticos (Los promedios de las medidas) de esa simulación en particular y los dejamos registrados. Para finalizar repetiremos 10 veces la simulación obteniendo el valor final al cual le calcularemos el valor promedio dándonos como resultado un promedio de promedios (aproximación del valor poblacional).

### 3.1.3. Caso de estudio 1

Los valores que tomamos para la tasa de arribo y tasa de servicio son:

- $\lambda = 1$
- $\mu = 4$
- Disciplina de cola: FIFO

Tabla comparativa entre los resultados teóricos y los de la simulación:

Tipo de valor	Valor Teórico	Simulación en AnyLogic	Simulación en Python
Promedio de clientes en el sistema ( $L$ )	0.33	0.35	0.2504
Promedio de clientes en cola ( $L_q$ )	0.0833	0.06	0.0721
Tiempo promedio en sistema ( $W$ )	0.3333	0.31	0.2880
Tiempo promedio en cola ( $W_q$ )	0.0833	0.07	0.0721
Utilización del servidor ( $\rho$ )	0.25	0.25	0.2504

Cuadro 2: Tabla medidas de rendimiento



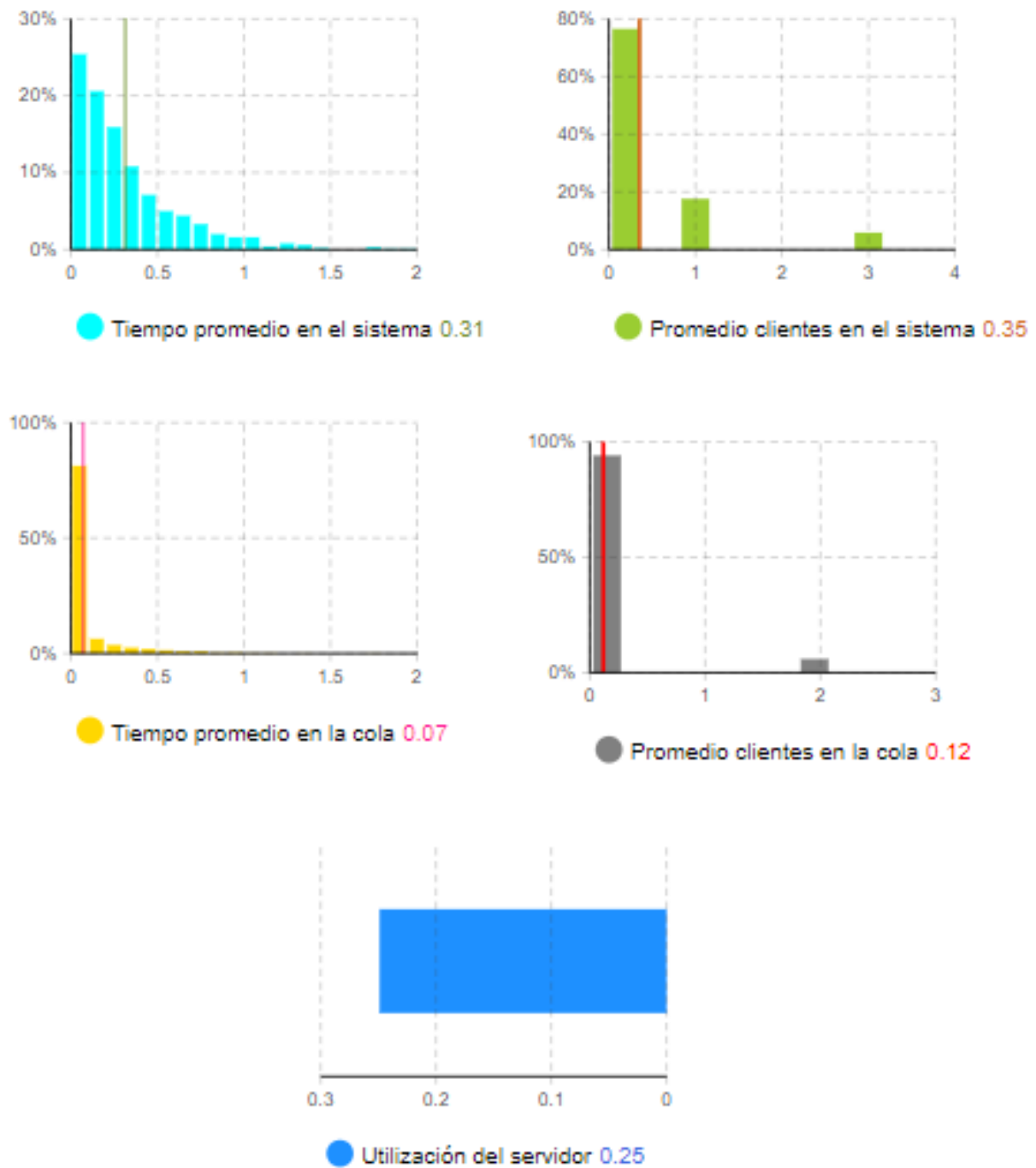


Figura 6: Conjunto de gráficas obtenidas para el primer caso de estudio en AnyLogic

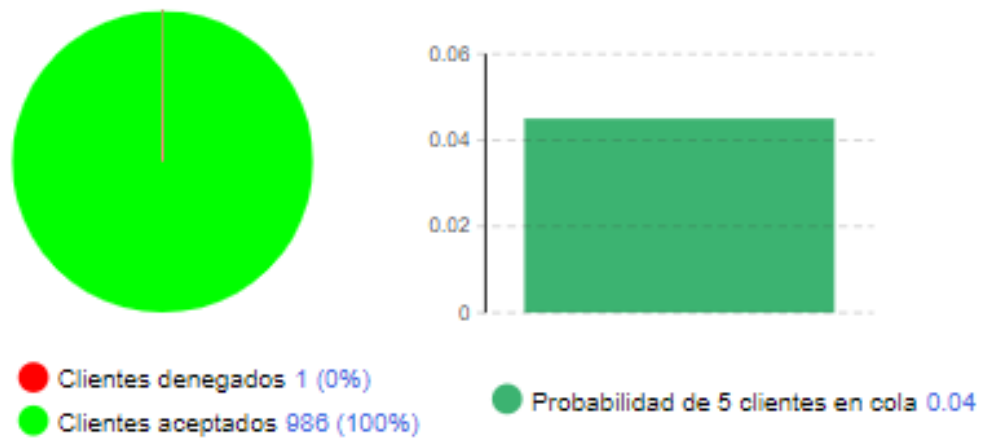


Figura 7: Probabilidad de denegación de servicio - relación de clientes aceptados y rechazados - Probabilidad de 5 clientes en cola

Como se puede ver en la figura, obtuvimos una probabilidad de 0,04 y una relación de aproximadamente 100 % de aceptados contra 0 % de rechazados.

A continuación, investigamos la probabilidad de denegación de servicio con una cola finita de tamaño  $n = 0, 2, 5$  y la relación de clientes aceptados y rechazados en cola:



Figura 8: Relación de clientes aceptados y rechazados, con capacidad de cola 0, 2 y 5

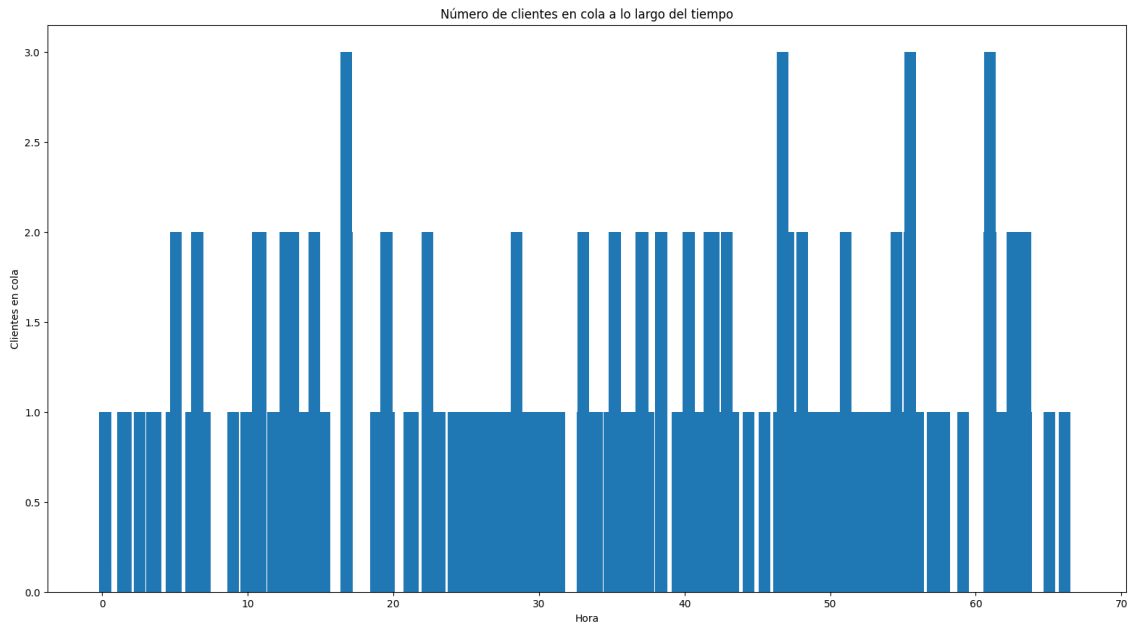


Figura 9: Número de clientes en cola a lo largo del tiempo

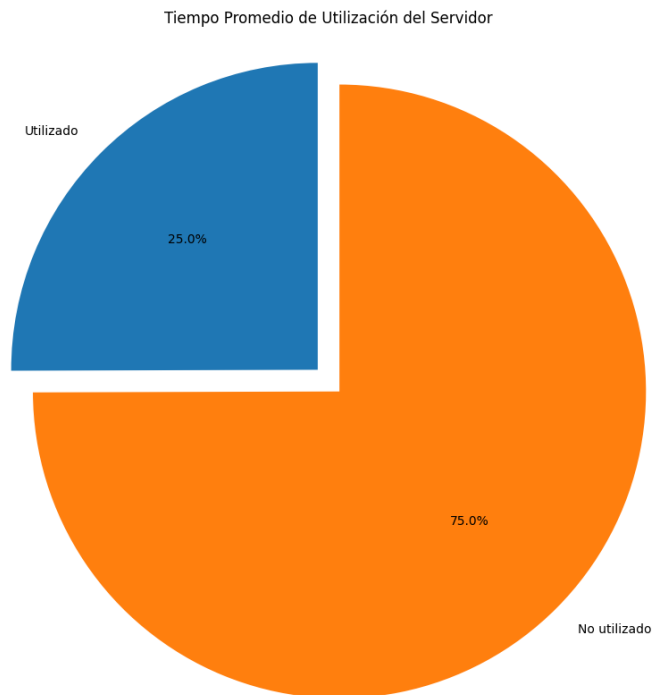


Figura 10: Tiempo promedio de utilización del servidor

### 3.1.4. Caso de estudio 2

Los valores que tomamos para la tasa de arribo y tasa de servicio son:

- $\lambda = 2$
- $\mu = 4$
- Disciplina de cola: FIFO

Tabla comparativa entre los resultados teóricos y los de la simulación:

Tipo de valor	Valor Teórico	Simulación en AnyLogic	Simulación en Python
Promedio de clientes en el sistema ( $L$ )	1	1.06	1.0743
Promedio de clientes en cola ( $L_q$ )	0.5	0.59	0.5419
Tiempo promedio en sistema ( $W$ )	0.5	0.44	0.5158
Tiempo promedio en cola ( $W_q$ )	0.25	0.19	0.2685
Utilización del servidor ( $\rho$ )	0.5	0.49	0.5371

Cuadro 3: Tabla medidas de rendimiento

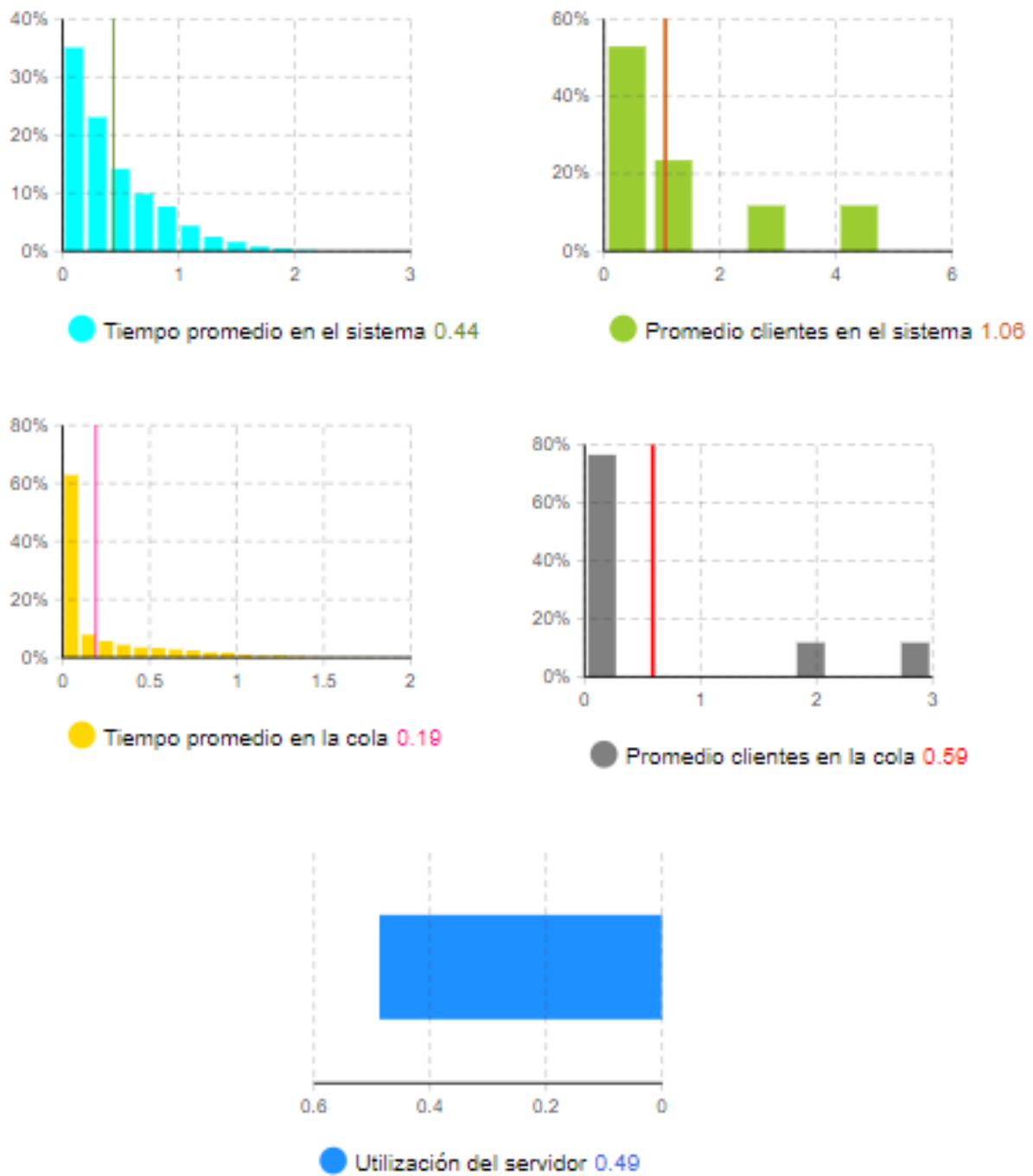


Figura 11: Conjunto de gráficas obtenidas para el segundo caso de estudio en AnyLogic

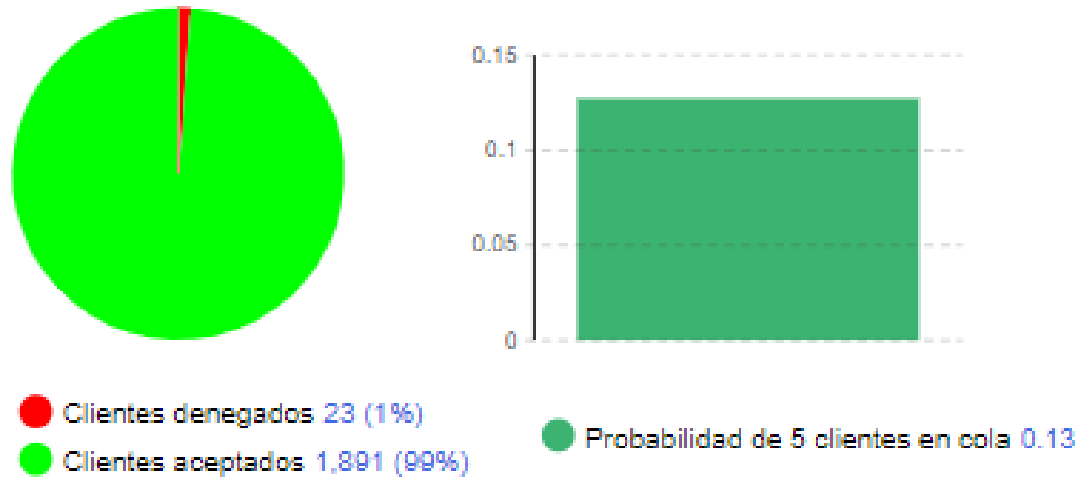


Figura 12: Probabilidad de denegación de servicio - relación de clientes aceptados y rechazados - Probabilidad de 5 clientes en cola

Como se puede ver en la figura, obtuvimos una probabilidad de 0,13 y una relación de aproximadamente 99 % de aceptados contra 1 % de rechazados.

A continuación, investigamos la probabilidad de denegación de servicio con una cola finita de tamaño  $n = 0, 2, 5, 10$  y la relación de clientes aceptados y rechazados en cola:

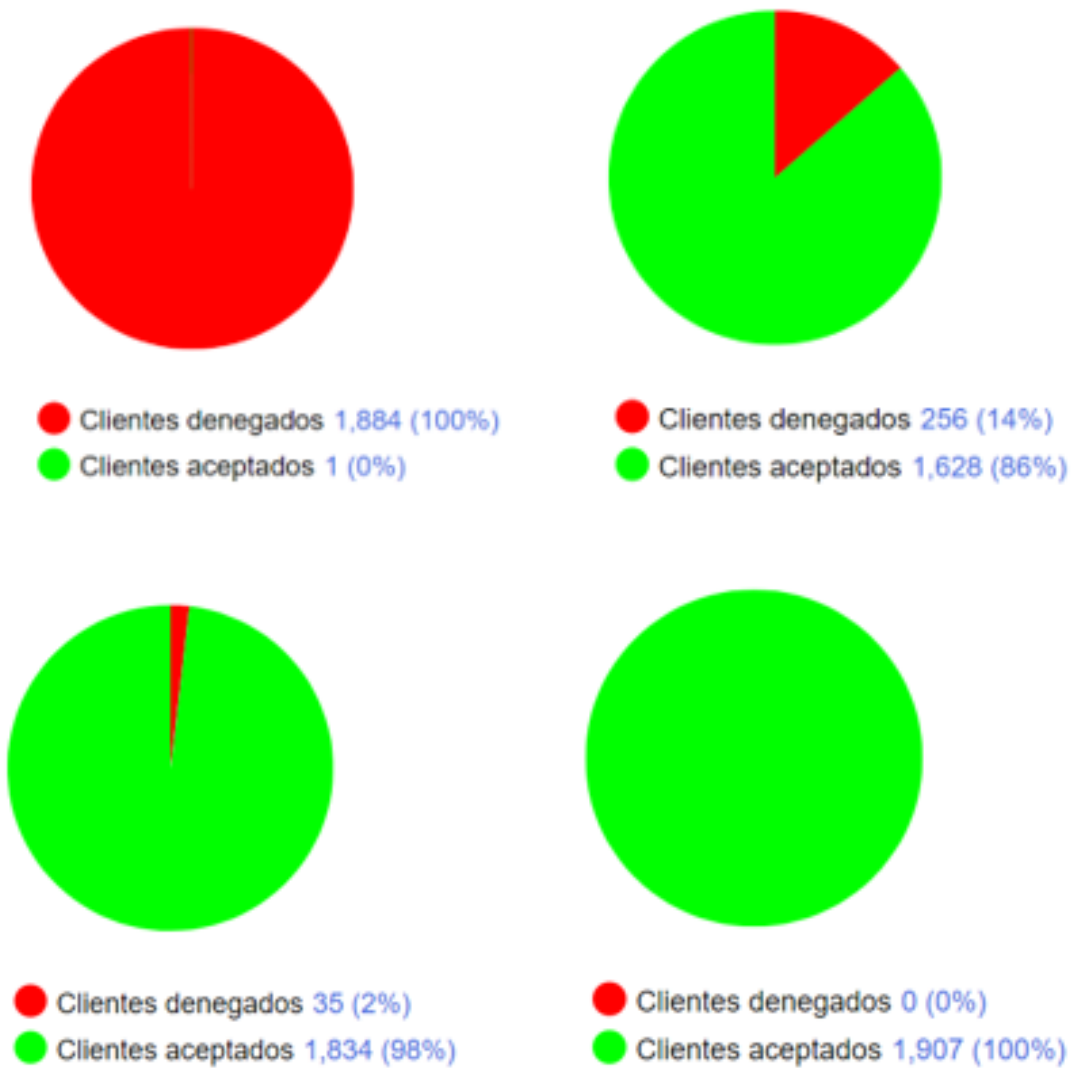


Figura 13: Relación de clientes aceptados y rechazados, con capacidad de cola 0, 2, 5 y 10

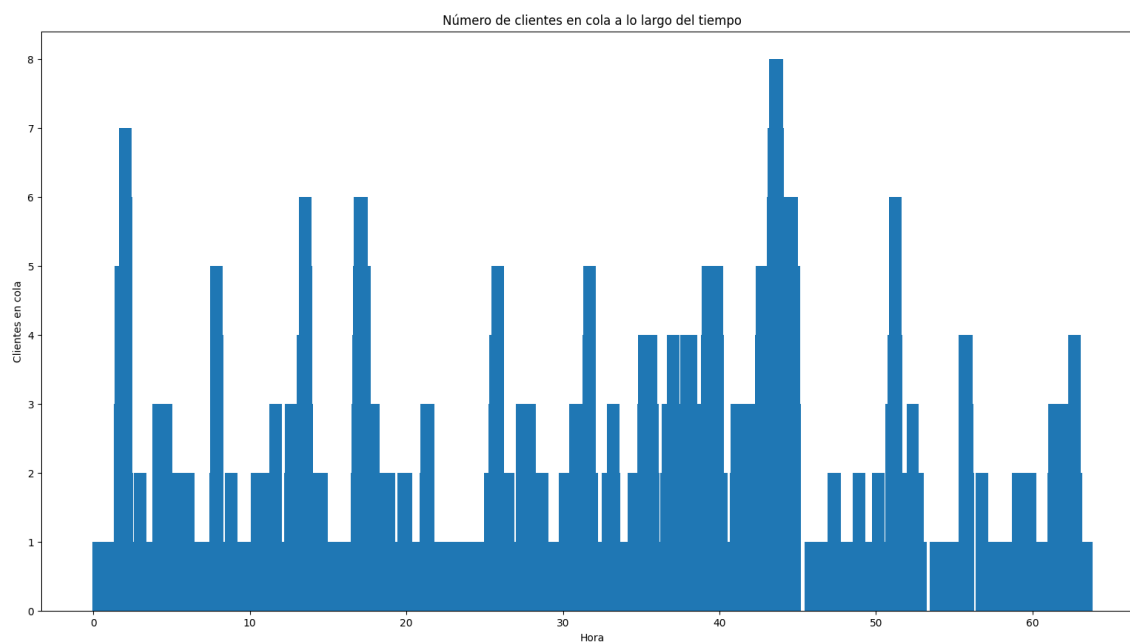


Figura 14: Número de clientes en cola a lo largo del tiempo



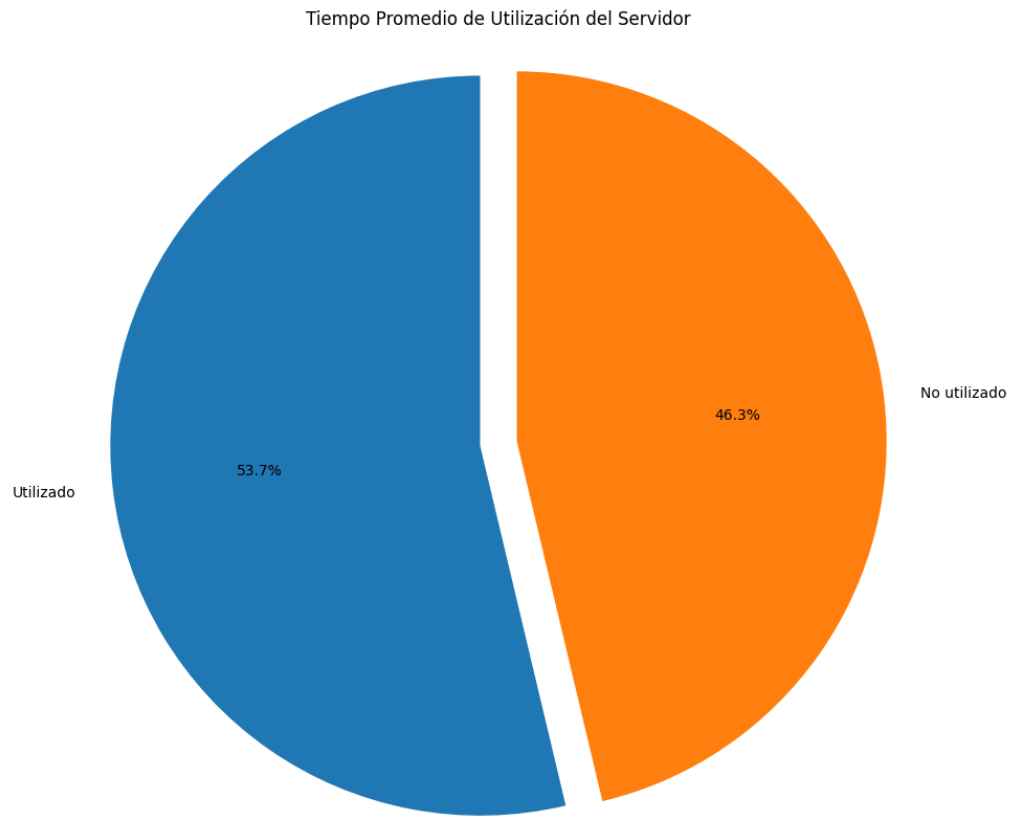


Figura 15: Tiempo promedio de utilización del servidor

### 3.1.5. Caso de estudio 3

Los valores que tomamos para la tasa de arribo y tasa de servicio son:

- $\lambda = 3$
- $\mu = 4$
- Disciplina de cola: FIFO

Tabla comparativa entre los resultados teóricos y los de la simulación:

Tipo de valor	Valor Teórico	Simulación en AnyLogic	Simulación en Python
Promedio de clientes en el sistema ( $L$ )	3	1.71	2.3919
Promedio de clientes en cola ( $L_q$ )	2.25	0.88	2.3444
Tiempo promedio en sistema ( $W$ )	1	0.66	1.0450
Tiempo promedio en cola ( $W_q$ )	0.75	0.4	0.8998
Utilización del servidor ( $\rho$ )	0.75	0.73	0.7972

Cuadro 4: Tabla medidas de rendimiento

La diferencia que se ve en el cuadro 4 es porque en nuestra simulación de AnyLogic y la de Python se presenta una limitación en la capacidad de la cola, por lo tanto muchos de estos son rechazados y no pasan tiempo ni en el sistema ni en la cola.

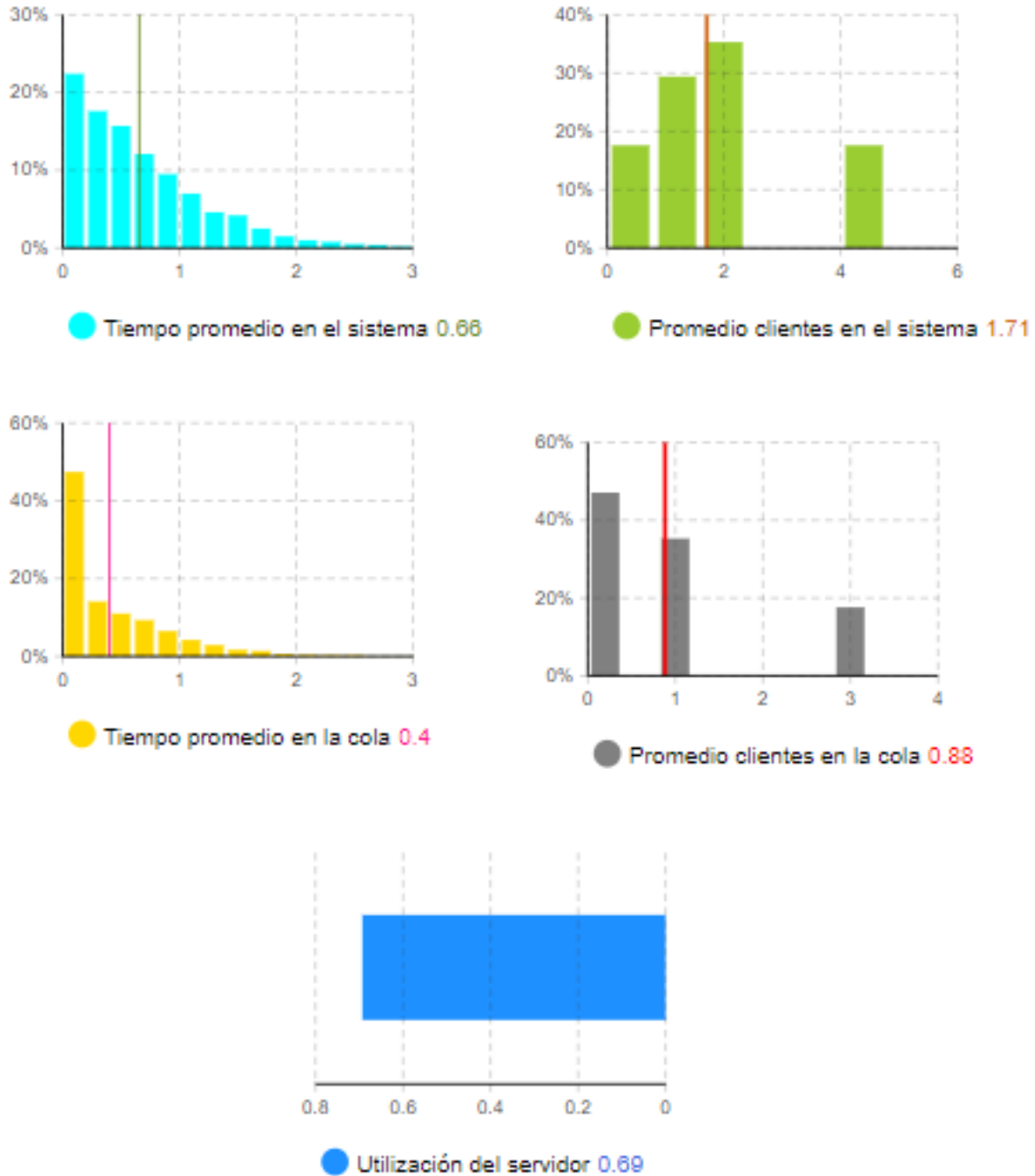


Figura 16: Conjunto de gráficas obtenidas para el tercer caso de estudio en AnyLogic

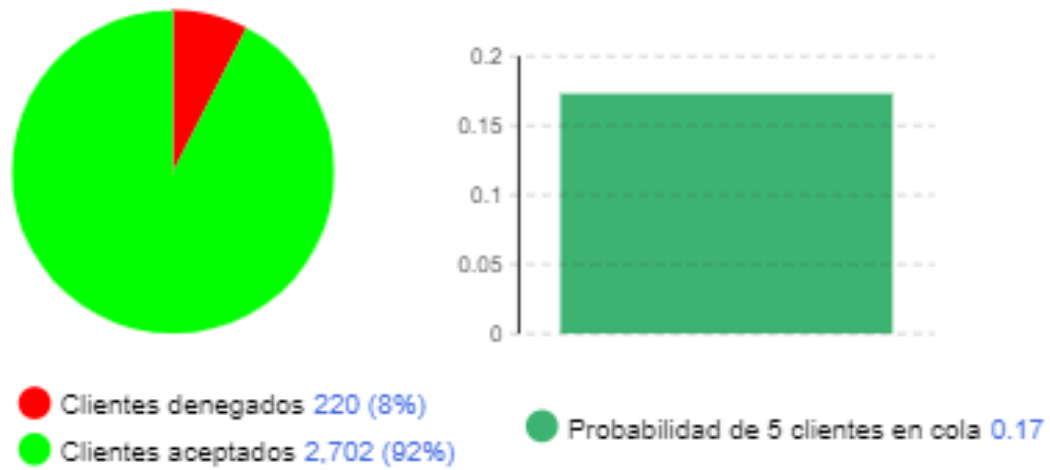


Figura 17: Probabilidad de denegación de servicio - relación de clientes aceptados y rechazados - Probabilidad de 5 clientes en la cola

Como se puede ver en la figura, obtuvimos una probabilidad de 0,17 y una relación de aproximadamente 92 % de aceptados contra 8 % de rechazados.

A continuación, investigamos la probabilidad de denegación de servicio con una cola finita de tamaño  $n = 0, 2, 5, 10, 50$  y la relación de clientes aceptados y rechazados en cola:

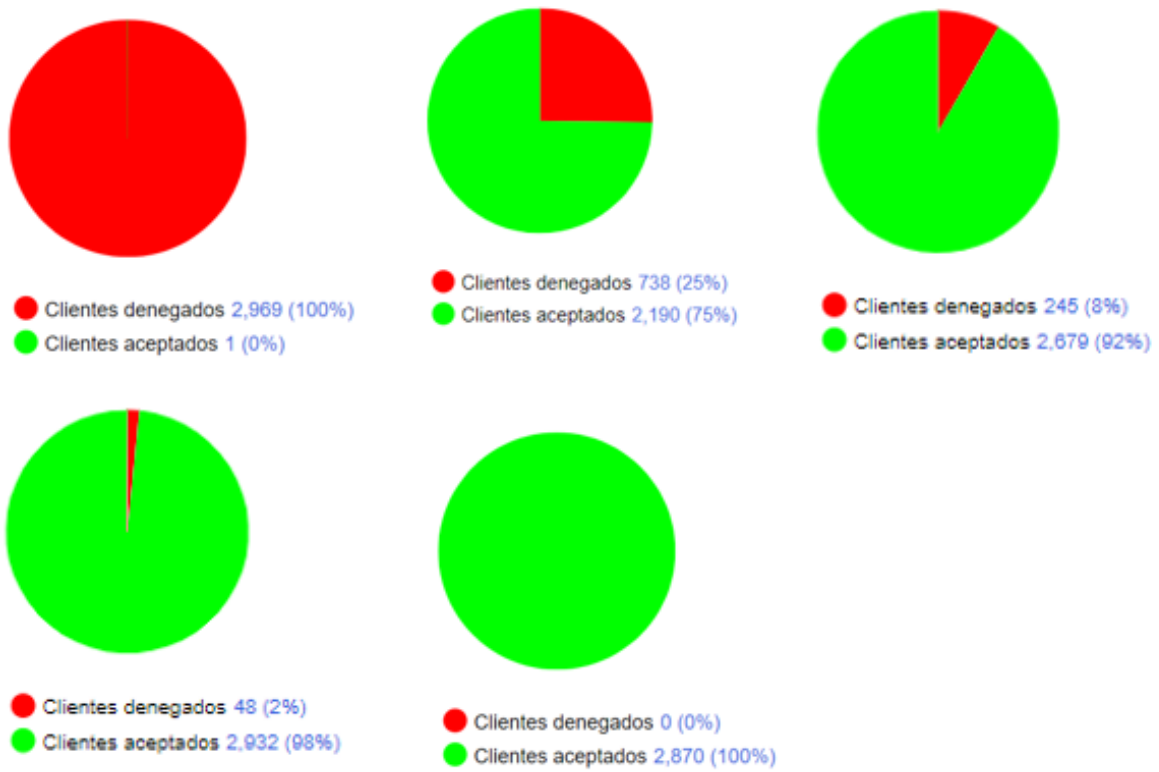


Figura 18: Relación de clientes aceptados y rechazados, con capacidad de cola 0, 2, 5, 10 y 50

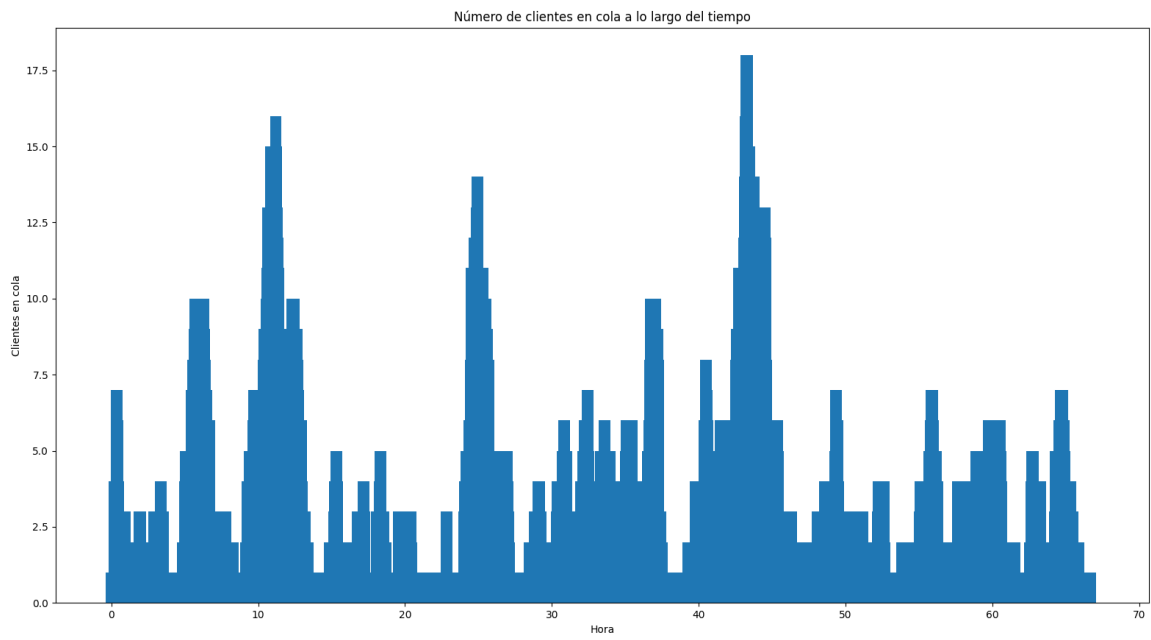


Figura 19: Número de clientes en cola a lo largo del tiempo

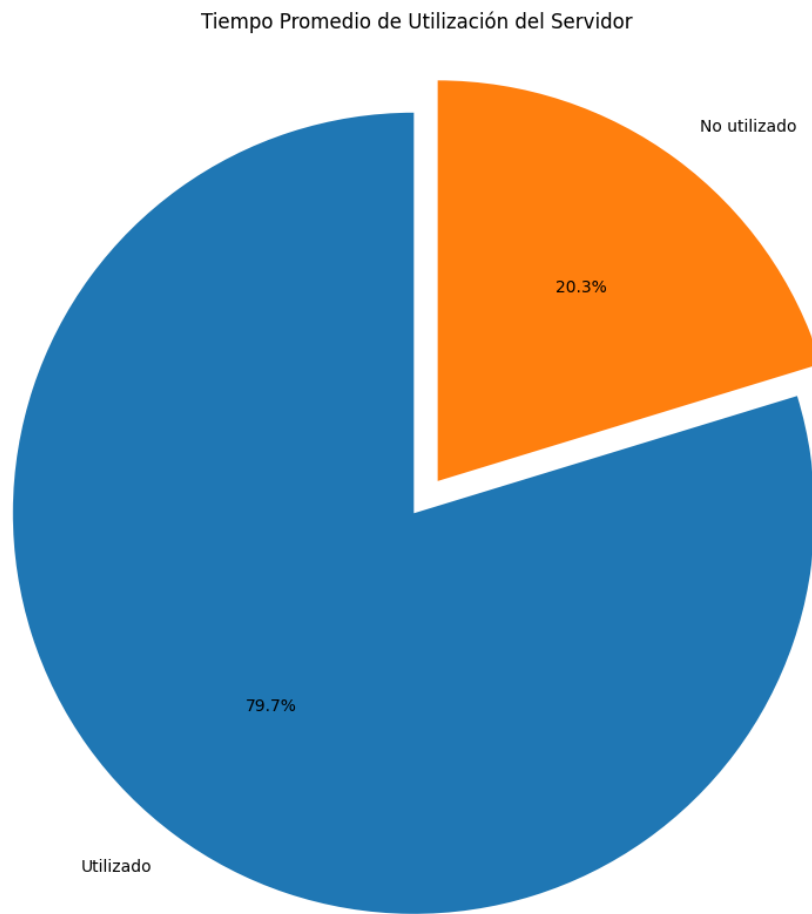


Figura 20: Tiempo promedio de utilización del servidor

### 3.1.6. Caso de estudio 4

Los valores que tomamos para la tasa de arribo y tasa de servicio son:

- $\lambda = 4$
- $\mu = 4$
- Disciplina de cola: FIFO

En este caso las medidas de rendimiento tienden a infinito. Esto se debe a que el sistema se vuelve inestable al ser la tasa de arribo igual que la tasa de llegada.

Tabla comparativa entre los resultados teóricos y los de la simulación:

Tipo de valor	Valor Teórico	Simulación en AnyLogic	Simulación en Python
Promedio de clientes en el sistema ( $L$ )	$\infty$	2.23	3.7076
Promedio de clientes en cola ( $L_q$ )	$\infty$	1.41	7.4051
Tiempo promedio en sistema ( $W$ )	$\infty$	0.73	29.7724
Tiempo promedio en cola ( $W_q$ )	$\infty$	0.49	13.4618
Utilización del servidor ( $\rho$ )	1	0.82	0.9269

Cuadro 5: Tabla medidas de rendimiento

La diferencia que se ve en el cuadro 5 es porque en nuestra simulación de AnyLogic y la de Python se presenta una limitación en la capacidad de la cola, por lo tanto muchos de estos son rechazados y no pasan tiempo ni en el sistema ni en la cola.

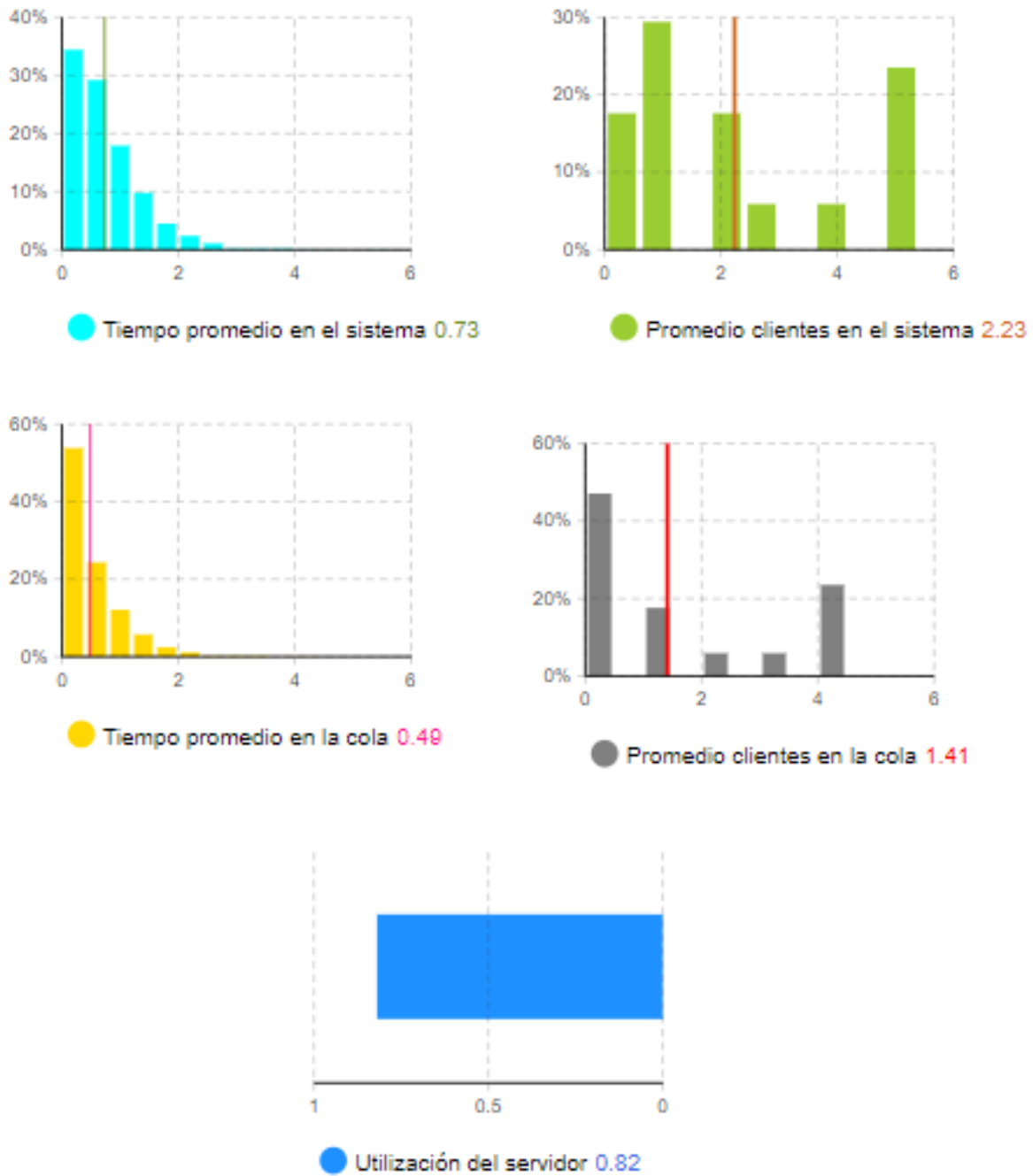


Figura 21: Conjunto de gráficas obtenidas para el cuarto caso de estudio en AnyLogic



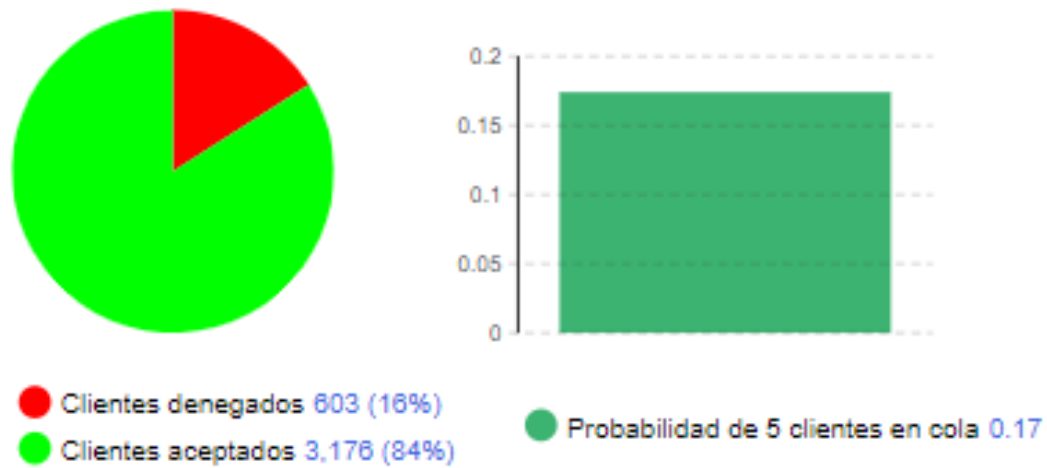


Figura 22: Probabilidad de denegación de servicio - relación de clientes aceptados y rechazados - Probabilidad de 5 clientes en la cola

Como se puede ver en la figura, obtuvimos una probabilidad de 0,17 y una relación de aproximadamente 84 % de aceptados contra 16 % de rechazados.

A continuación, investigamos la probabilidad de denegación de servicio con una cola finita de tamaño  $n = 0, 2, 5, 10, 50$  y la relación de clientes aceptados y rechazados en cola:

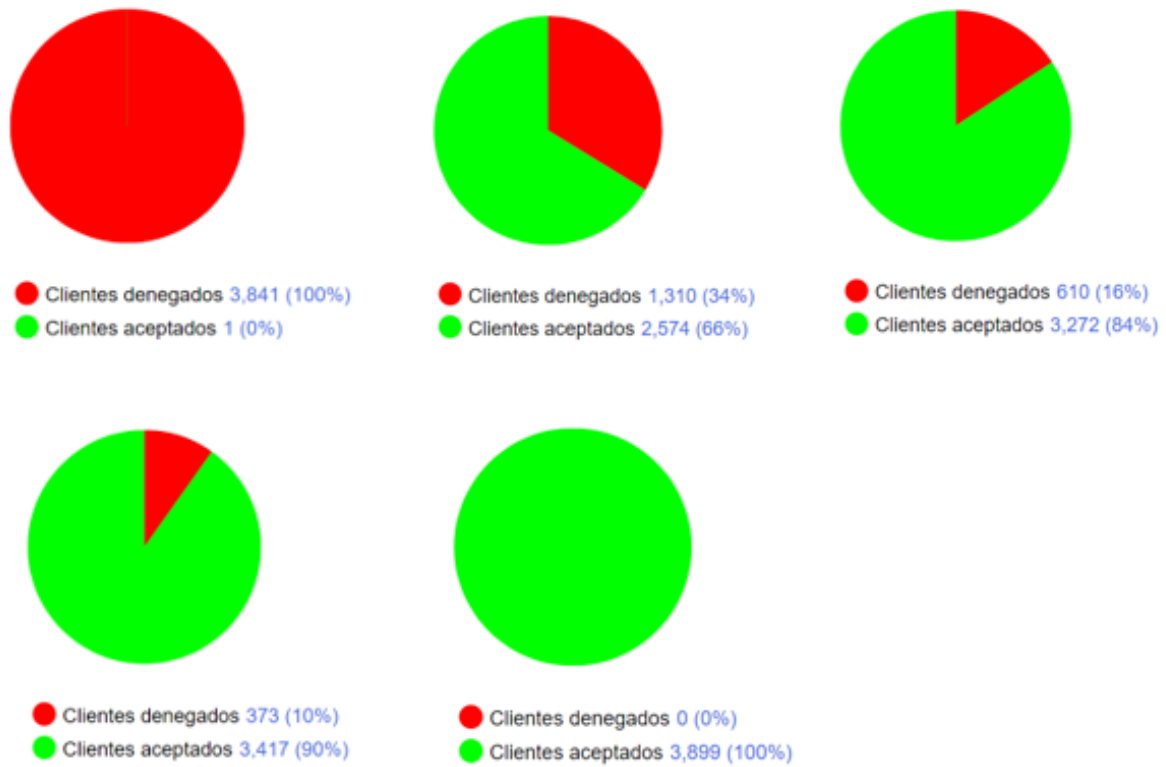


Figura 23: Relación de clientes aceptados y rechazados, con capacidad de cola 0, 2, 5, 10 y 50

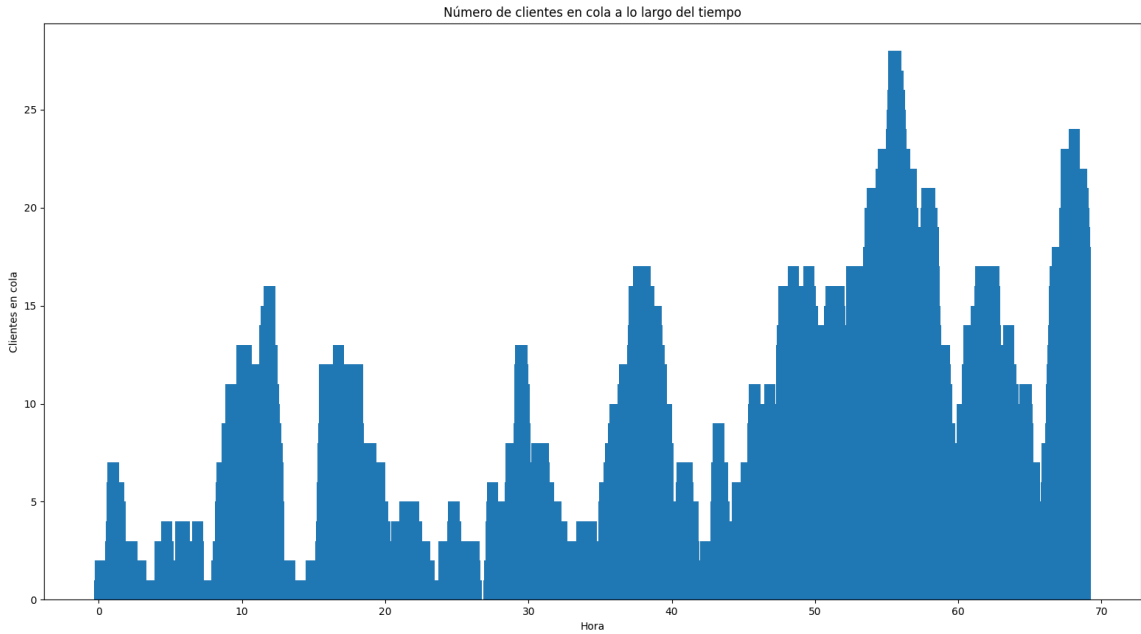


Figura 24: Número de clientes en cola a lo largo del tiempo

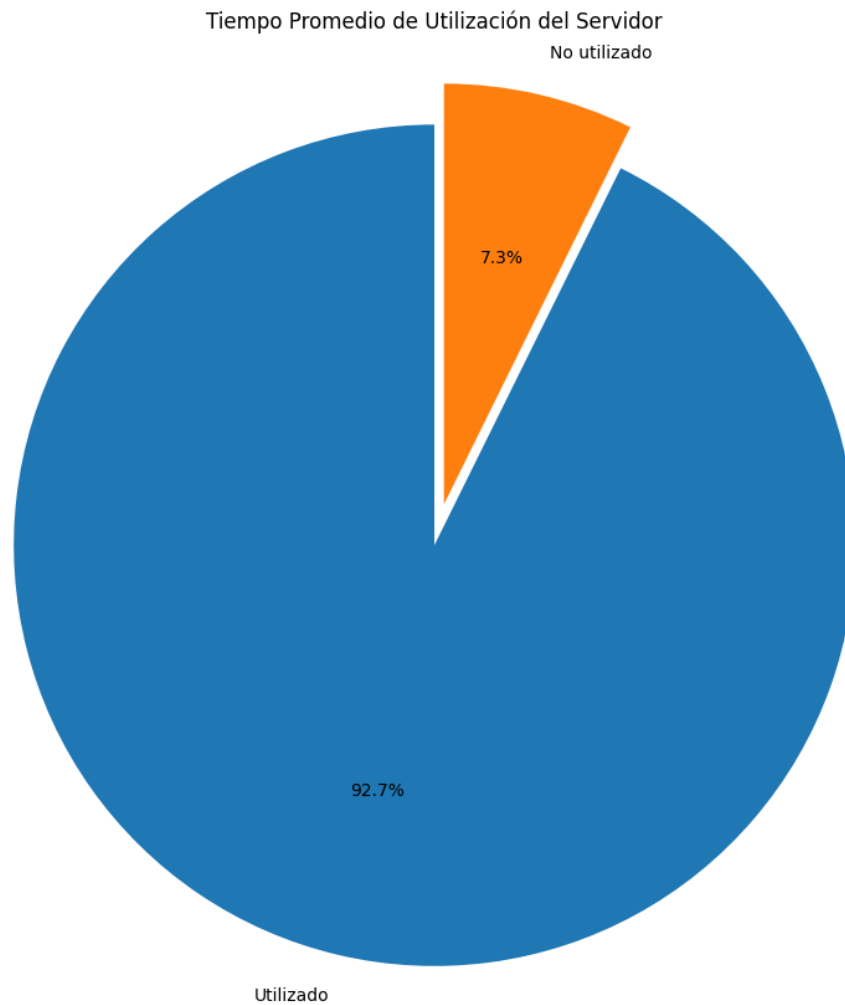


Figura 25: Tiempo promedio de utilización del servidor

### 3.1.7. Caso de estudio 5

Los valores que tomamos para la tasa de arribo y tasa de servicio son:

- $\lambda = 5$
- $\mu = 4$
- Disciplina de cola: FIFO

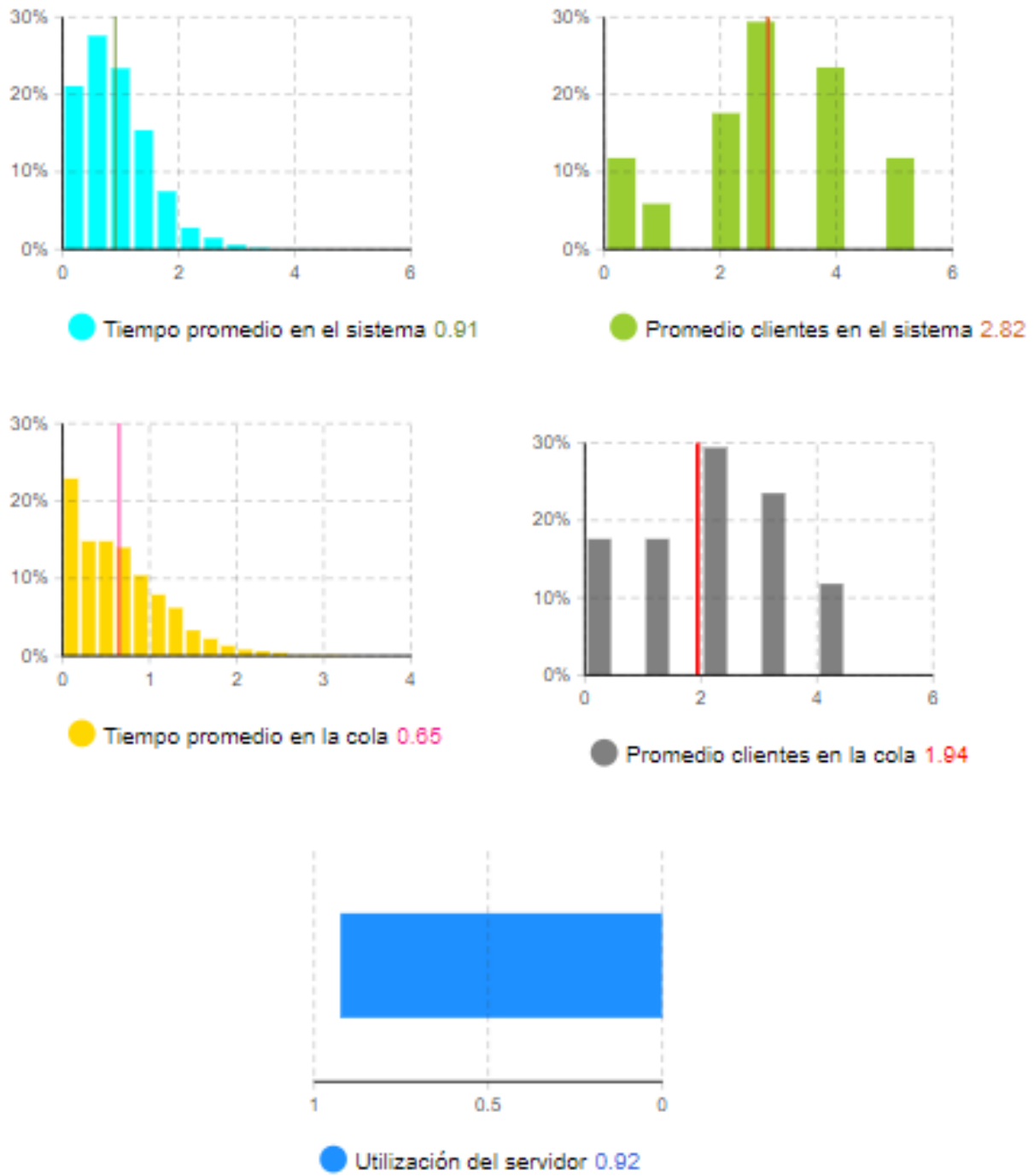
En este caso las medidas de rendimiento tienden a infinito. Esto se debe a que el sistema se vuelve inestable al ser la tasa de arribo igual que la tasa de llegada.

Tabla comparativa entre los resultados teóricos y los de la simulación:

Tipo de valor	Valor Teórico	Simulación en AnyLogic	Simulación en Python
Promedio de clientes en el sistema ( $L$ )	$\infty$	2.82	4.9957
Promedio de clientes en cola ( $L_q$ )	$\infty$	1.94	7.1650
Tiempo promedio en sistema ( $W$ )	$\infty$	0.91	28.4230
Tiempo promedio en cola ( $W_q$ )	$\infty$	0.65	171.5792
Utilización del servidor ( $\rho$ )	1.25	0.92	0.9991

Cuadro 6: Tabla medidas de rendimiento

La diferencia que se ve en el cuadro 6 es porque en nuestra simulación de AnyLogic y la de Python se presenta una limitación en la capacidad de cola, por lo tanto muchos de estos son rechazados y no pasan tiempo ni en el sistema ni en la cola.



(a) Medidas generales del modelo

Figura 26: Conjunto de gráficas obtenidas para el quinto caso de estudio en AnyLogic

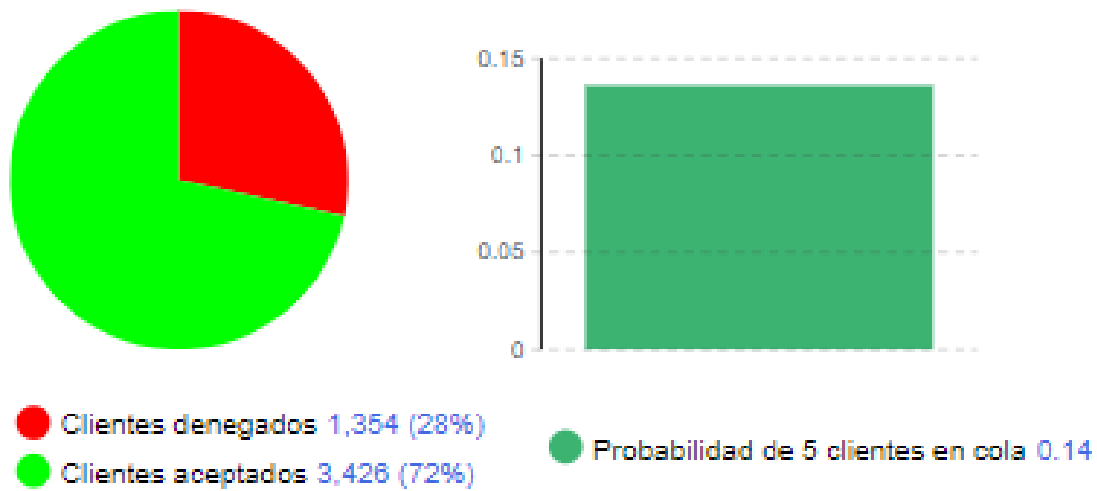


Figura 27: Probabilidad de denegación de servicio - relación de clientes aceptados y rechazados - Probabilidad de 5 clientes en cola

Como se puede ver en la figura, obtuvimos una probabilidad de 0,14 y una relación de aproximadamente 72 % de aceptados contra 28 % de rechazados.

A continuación, investigamos la probabilidad de denegación de servicio con una cola finita de tamaño  $n = 0, 2, 5, 10, 50$  y la relación de clientes aceptados y rechazados en cola:

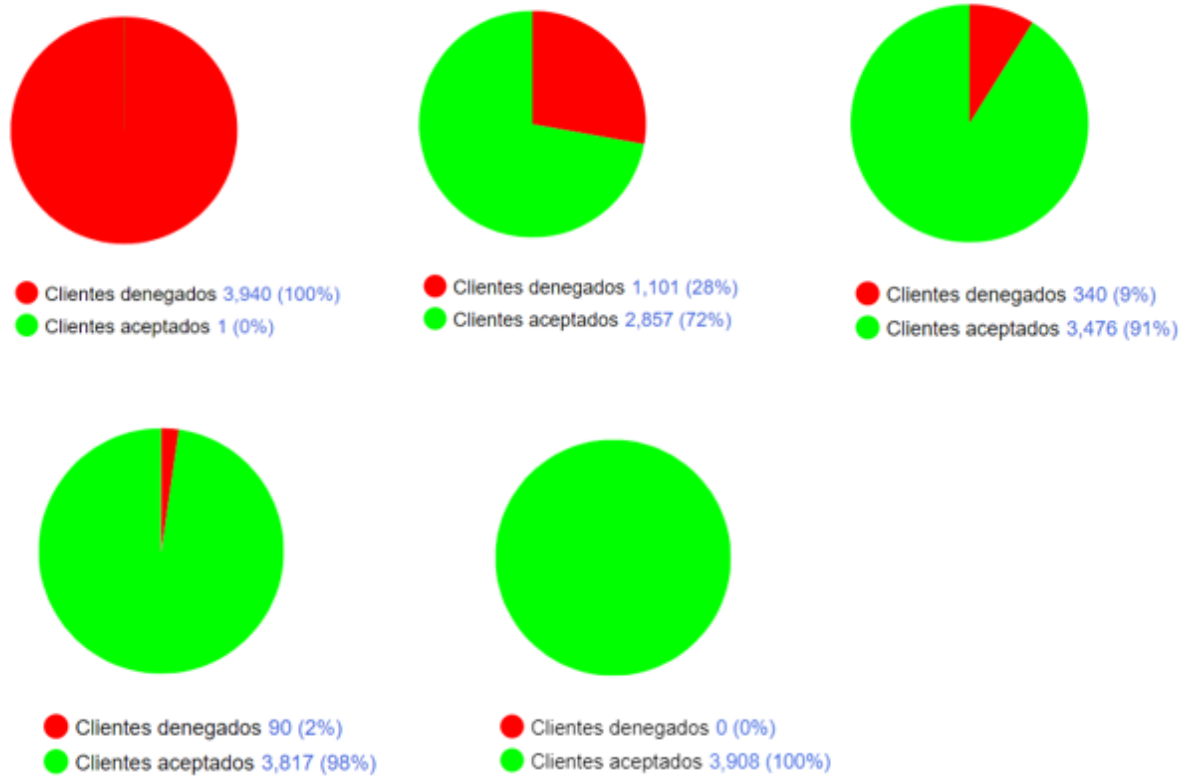


Figura 28: Relación de clientes aceptados y rechazados, con capacidad de cola 0, 2, 5, 10 y 50



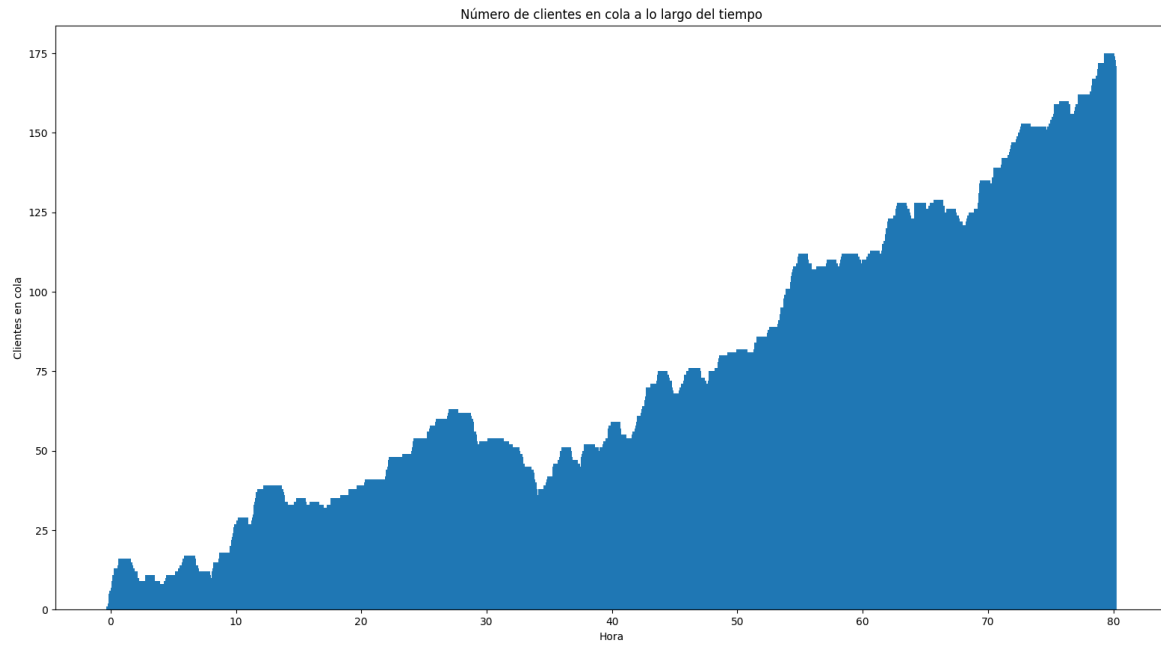


Figura 29: Número de clientes en cola a lo largo del tiempo

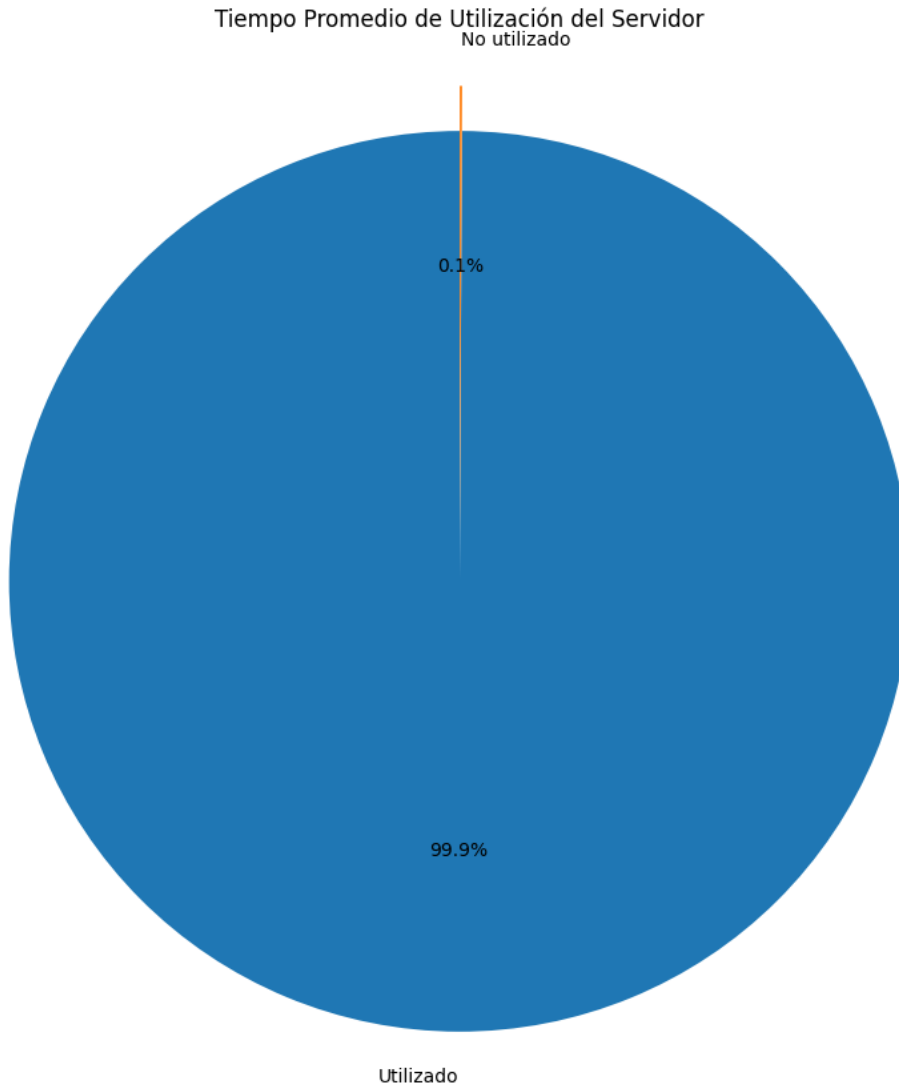


Figura 30: Tiempo promedio de utilización del servidor

### 3.2. Modelo de inventario

Para nuestro análisis de Modelo de Inventario elegimos la política  $s, Q$ . Esta política se basa en que cuando la posición de inventario es menor o igual al punto de reorden ( $s$ ), se debe hacer un pedido de tamaño  $Q$ .

Los parámetros elegidos son los siguientes:

- Tiempo medio de espera = 3
- Cantidad a ordenar = 900
- Demanda media = 120
- Desviación de la demanda = 40
- Nivel de inventario inicial = 1000
- $z = 1.65$

- Tiempo de simulacion = 1,688 seg

Tipo de valor	Simulación en AnyLogic	Python
Costo de mantenimiento	39,329.4	41,990.27
Costo de orden	2,000	1232.50
Costo de faltante	48.8	18.38
Costo Total	41,378.2	43,241.15

Cuadro 7: Tabla medidas de rendimiento

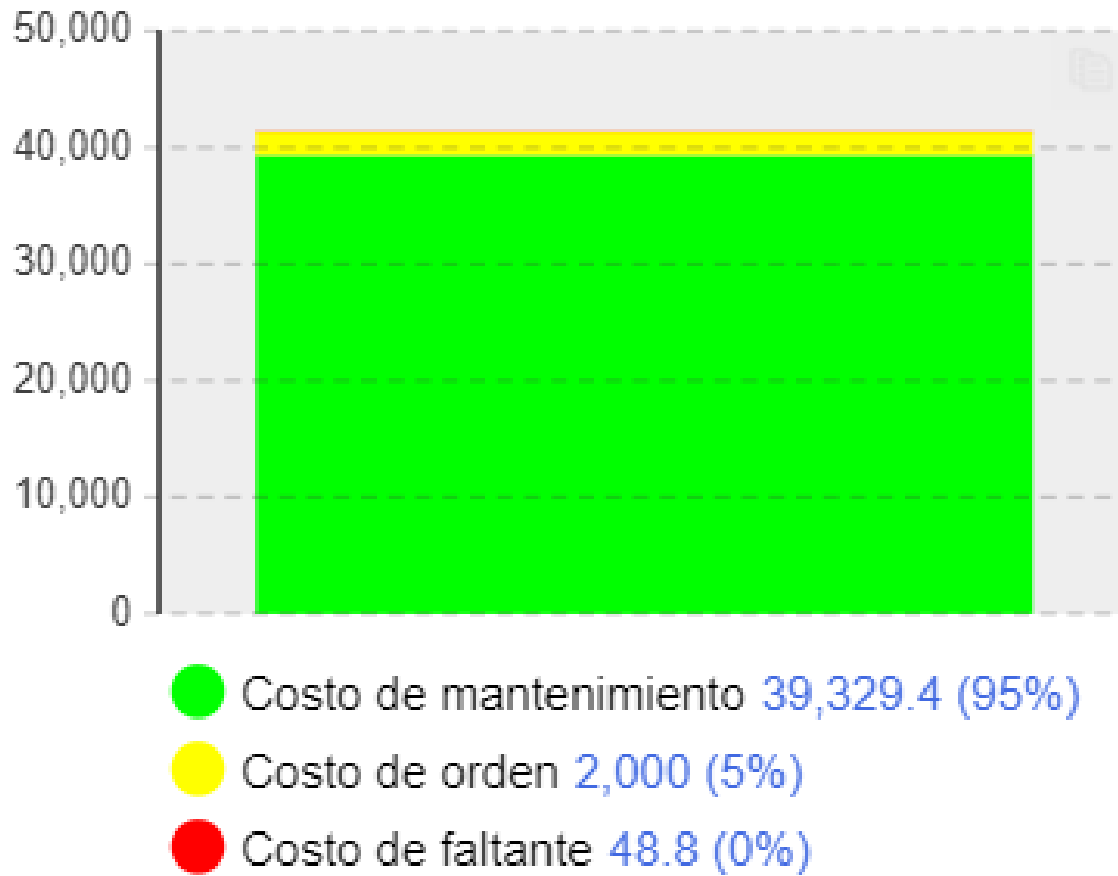


Figura 31: Proporción de costos de modelo de inventario

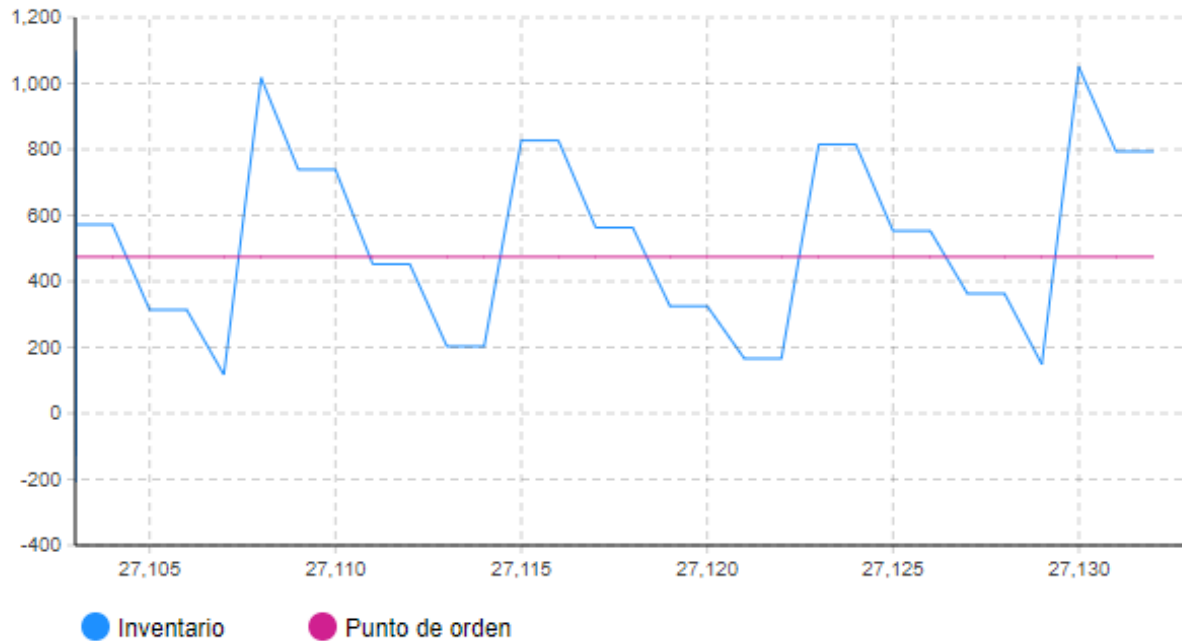


Figura 32: Probabilidad de denegación de servicio y relación de clientes aceptados y rechazados

## 4. Conclusion

Al contrastar los resultados de la simulación con el modelo analítico, podemos llevar a cabo una validación cruzada para evaluar la confiabilidad y precisión de nuestro modelo simulado. Si los resultados de la simulación son consistentes y se asemejan a los obtenidos mediante el modelo analítico, podemos tener una mayor confianza en la representatividad de nuestro modelo simulado y en su capacidad para reflejar con precisión la realidad.

Es fundamental resaltar que la simulación frecuentemente nos proporciona información adicional y perspectivas que no son fácilmente accesibles mediante enfoques analíticos. En ocasiones, los modelos analíticos pueden presentar limitaciones o simplificaciones que dificultan la obtención de resultados concretos o precisos. No obstante, la simulación nos brinda la flexibilidad para modelar y analizar sistemas complejos y realistas, superando las limitaciones de los enfoques analíticos.

Específicamente, en los casos de estudio 4 y 5 de la cola M/M/1, se identificó que los resultados analíticos tendían a infinito, lo cual presentaba un desafío para obtener conclusiones concretas. Sin embargo, gracias a la simulación, se pudo superar esta limitación y obtener resultados específicos y significativos. Este hallazgo demuestra que la simulación puede ofrecer una perspectiva más completa y realista, permitiéndonos comprender mejor los sistemas y tomar decisiones fundamentadas. Al aprovechar la flexibilidad y capacidad de modelado de la simulación, somos capaces de abordar problemas complejos de manera más precisa y efectiva, mejorando así nuestra comprensión y capacidad para resolver desafíos en diversos campos.

## 5. Referencias

- The Art of Process-Centric Modeling with AnyLogic
- Operations and Supply Chain Simulation with AnyLogic Prof. Dr. Dmitry Ivanov
- Github: <https://github.com/AlexisTomas2000/TP-Simulacion/tree/main/TP-3.1>