TP 1.1 - SIMULACION DE UNA RULETA

Tomas, Alexis Jose
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
University of Pittsburgh
Zeballos 1341, S2000, Argentina
alexisjosetomas@gmail.com

Vazquez, Juan Cruz
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
University of Pittsburgh
Zeballos 1341, S2000, Argentina
juancruz.vazquez87@hotmail.com

May 29, 2023

ABSTRACT

El presente informe presenta los resultados de una simulación de ruleta de casino llevada a cabo utilizando un modelo matemático probabilístico. La simulación se realizó con el objetivo de estudiar el comportamiento del juego de la ruleta y analizar las posibilidades de ganancia o pérdida para los jugadores. Se utilizaron datos de probabilidades y estadísticas reales de la ruleta para validar la precisión del modelo y se llevaron a cabo numerosas iteraciones para obtener resultados fiables y consistentes. Los resultados muestran que la ruleta es un juego altamente impredecible y con una alta variabilidad en los resultados, lo que implica que la ventaja del casino es muy significativa en el largo plazo. Se discuten las implicaciones de estos hallazgos y se presentan recomendaciones para los jugadores que decidan participar en este juego.

1 Introduccion

La ruleta es un juego de azar típico de los casinos, cuyo nombre viene del término francés roulette, que significa "ruedita" o "rueda pequeña". Su uso como elemento de juego de azar, aún en configuraciones distintas de la actual, no está documentado hasta bien entrada la Edad Media. Es de suponer que su referencia más antigua es la llamada Rueda de la Fortuna, de la que hay noticias a lo largo de toda la historia, prácticamente en todos los campos del saber humano. La "magia" del movimiento de las ruedas tuvo que impactar a todas las generaciones. La aparente quietud del centro, el aumento de velocidad conforme nos alejamos de él, la posibilidad de que se detenga en un punto al azar; todo esto tuvo que influir en el desarrollo de distintos juegos que tienen la rueda como base. Las ruedas, y por extensión las ruletas, siempre han tenido conexión con el mundo mágico y esotérico. Así, una de ellas forma parte del tarot, más precisamente de los que se conocen como arcanos mayores. Según los indicios, la creación de una ruleta y sus normas de juego, muy similares a las que conocemos hoy en día, se debe a Blaise Pascal, matemático francés, quien ideó una ruleta con treinta y seis números (sin el cero), en la que se halla un extremado equilibrio en la posición en que está colocado cada número. La elección de 36 números da un alcance aún más vinculado a la magia (la suma de los primeros 36 números da el número mágico por excelencia: seiscientos sesenta y seis). Esta ruleta podía usarse como entretenimiento en círculos de amistades. Sin embargo, a nivel de empresa que pone los medios y el personal para el entretenimiento de sus clientes, no era rentable, ya que estadísticamente todo lo que se apostaba se repartía en premios (probabilidad de 1/36 de acertar el número y ganar 36 veces lo apostado). En 1842, los hermanos Blanc modificaron la ruleta añadiéndole un nuevo número, el 0, y la introdujeron inicialmente en el Casino de Montecarlo. Ésta es la ruleta que se conoce hoy en día, con una probabilidad de acertar de 1/37 y ganar 36 veces lo apostado, consiguiendo un margen para la casa del 2,7Más adelante, en algunas ruletas (sobre todo las que se usan en países anglosajones) se añadió un nuevo número (el doble cero), con lo cual el beneficio para el casino resultó ser doble (2/38 o 5,26%). Para el análisis y desarrollo de este caso de estudio, se utilizarán las siguientes variables: cantidad de réplicas, m, cantidad de observaciones realizadas por réplica, n, y el número observado para el estudio, x.
El espacio muestral consiste en el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Por tratarse de una ruleta de casino simple, tendremos un espacio muestral, X_k tal que:

$$X_{i=0}^{j}$$

Donde j=36 por tratarse de una ruleta tradicional. El software utilizado para este estudio es el editor de texto Visual Studio Code y el lenguaje de programación Python 3.11.2 [1]

2 Descripción del trabajo de investigación

Antes de comenzar con la explicación del estudio de la ruleta mediante una simulación, queremos mencionar algunos conceptos a tener en cuenta para el desarrollo de este. Cabe mencionar que en este estudio no se tuvo en cuenta los aspectos de la física como la fuerza crupier, el roce de la bola con el tablero de juego, entre otros.

2.1 Espacio muestral

En la teoría de probabilidades, el espacio muestral o espacio de muestreo (denotado E, S, Ω o U) consiste en el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, junto con una estructura sobre el mismo. [2]

2.2 Promedio esperado o media

En matemática, concretamente en la rama de estadística, la esperanza (denominada asimismo valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria X, es el número E[X] que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio. Es un concepto análogo a la media aritmética de un conjunto de datos. [3] Definido el concepto,la media o el promedio esperado para el estudio es 18.
Fórmula general:

$$\bar{E}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Aplicada al estudio:

$$\bar{E}(x) = \frac{\sum_{i=0}^{36} x_i}{37} = 18$$

2.3 Varianza esperada

En teoría de probabilidad, la varianza o variancia (que suele representarse como σ^2) de una variable aleatoria es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media. Su unidad de medida corresponde al cuadrado de la unidad de medida de la variable. [4] La varianza esperada de la población en estudio es 144.
Fórmula general:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=0}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

2.4 Desviación estándar

En estadística, la desviación típica (también conocida como desviación estándar y desvío típico y representada de manera abreviada por la letra griega minúscula sigma σ o la letra latina s, así como por las siglas SD (de standard deviation)) es una medida que se utiliza para cuantificar la variación o la dispersión de un conjunto de datos numéricos. [5] El valor del desvío esperado en el estudio es de 10,67708.
Fórmula general:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=0}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

2.5 Frecuencia absoluta

La frecuencia absoluta es una medida estadística que nos da información acerca de la cantidad de veces que se repite un suceso al realizar un número determinado de experimentos aleatorios.

[1] https://es.wikipedia.org/wiki/Ruleta
[2] https://es.wikipedia.org/wiki/Espacio_muestral
[3] https://es.wikipedia.org/wiki/Esperanza_$matem\%C3\%A1tica$
[4] https://es.wikipedia.org/wiki/Varianza
[5] https://es.wikipedia.org/wiki/Desviaci%C3%B3n_t%C3%ADpica

2.6 Frecuencia relativa:

La frecuencia relativa es una medida estadística que se calcula como el cociente de la frecuencia absoluta de algún valor de la población o muestra (fi) entre el total de valores que componen la población o muestra (N). Las frecuencias relativas son valores entre 0 y 1. La suma de las frecuencias relativas de todos los valores posibles es siempre 1 [6]
Fórmula general:

$$fr_i = \frac{f_i}{N}$$

fr_i = frecuencia relativa de la observación i-ésima.
f_i = frecuencia absoluta de la observación i-ésima.
N = número total de observaciones de la muestra.

3 Metodología de investigación

Para el estudio se realizarán n observaciones las cuales se repetirán m veces. Lo que se busca demostrar con los experimentos es que los valores de distintos estadísticos tienden a un valor esperado, los cuales pueden ser calculados antes de realizar el estudio. Para estas m repeticiones estudiaremos cómo varían los diferentes estadísticos.

3.1 Supuestos

1. La ruleta que utilizamos en el estudio es la ruleta tradicional o ruleta francesa que consta de 37 números, que incluye del 0 hasta el 36.
2. Este tipo de ruleta es equilibrada, lo que implica que su distribución de probabilidad es uniforme.

3.2 Espacio muestral

Considerando la definición nombrada en el inciso 2.1 y los supuestos nombrados en el inciso 3.1, el espacio muestral del estudio es 37, debido a que la ruleta en estudio va del 0 al 36.

$$E = 37$$

3.3 Frecuencia relativa

Considerando la definición nombrada en el inciso 2.6 y los supuestos nombrados en el inciso 3.1, la frecuencia relativa del estudio será $\frac{1}{37}$.

$$fr_i = \frac{1}{37} \cong 0,02703$$

Realizado el cálculo, obtenemos que la frecuencia relativa es aproximadamente 0,02703.

3.4 Promedio esperado o media:

Considerando los supuestos nombrados en el inciso 3.1, la media del estudios se puede calcular por medio de la siguiente fórmula:

$$\bar{X} = \frac{b-a}{2} = \frac{36-0}{2} = 18$$

a=0
b=36 Realizado el cálculo, obtenemos que el promedio o media esperada es 18.

3.5 Varianza

Considerando la definición nombrada en el inciso 2.3 y los supuestos nombrados en el inciso 3.1, la varianza del estudio será:

$$\sigma^2 = \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=0}^{36} (x_i - 18)^2 = 144$$

Realizado el cálculo, obtenemos que la varianza esperada es 144.

[6]https://url1.io/s/4kZ8A

3.6 Desviación estándar

Considerando la definición nombrada en el inciso 2.4 y los supuestos nombrados en el inciso 3.1, la varianza del estudio será:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{36} \cdot \sum_{i=0}^{36} (x_i - 18)^2} \cong 10,67708$$

Realizado el cálculo, obtenemos que la desviación estándar esperada es aproximadamente 10,67708.

4 Caso de estudio

El estudio se realizará considerando que ocho rondas las cuales contiene mil tiradas cada uno, las cuales serán comparadas.

4.1 Caso de estudio: 1 ronda, 1000 tiradas cada ronda

Considerando las variables estadísticas mencionadas en la sección 2 se utilizarán los siguiente valores:

$$j = 1$$
$$n = 1000$$
$$\text{NumEgd} = 10$$

j es 1 ya que se estudiará 1 repetición, n es el número de observaciones o tiradas por repetición del experimento y NumEgd es el número a analizar. Al realizar las 1000 tiradas se observa en la Figura 1 la evolución del promedio. En el eje de las abscisas se observa la cantidad de tiradas, mientras que en el eje vertical se ve reflejada la variación del promedio mientras la cantidad de tiradas se incrementa. Al realizar las 1000 tiradas se puede observar en la Figura 1 cómo evoluciona el promedio a lo largo de las tiradas, este fue calculado de forma incremental, es decir, que el promedio para n corresponde al promedio de todos los valores desde 0 hasta n. Por ejemplo, si para la tirada número 10 la lista de valores obtenidos son [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], el promedio en n=10 será (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)/10 es decir 5,5. Lo que se puede ver en la gráfica 1 de la figura 1, es que en un comienzo el promedio tiende a ser bastante menor al promedio esperado, esto se debe a que salieron números bajos en las primeras tiradas, posteriormente esta comienza a tender al promedio esperado. A partir de la tirada 420 aproximadamente empieza a estabilizarse en un para ir convergiendo a un valor muy cercano al promedio esperado. Desde el comienzo se asume que los valores iban a tener una distribución uniforme, por los supuestos anteriormente mencionados en la sección 3.1, cuyo promedio iba a ser igual a 18 (Calculado en la sección 3.4). Este valor (Promedio esperado) es representado con la función de color negro.

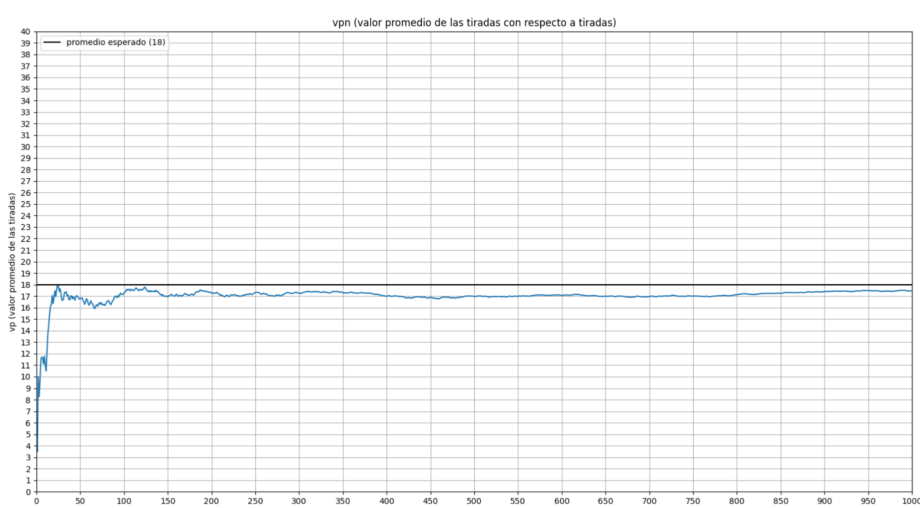

Figure 1: Comportamiento del promedio del primer caso de estudio

Ahora procedemos a analizar la primera medida de dispersión del estudio, el desvío estándar. En la Figura 2 puede verse el comportamiento de la medida a lo largo de las tiradas e igual que el promedio, fue calculado de forma incremental. En este caso,como dijimos en la sección 3.6, el desvío estándar esperado es 10,67708. En la gráfica podemos ver cómo al igual que en el promedio, el comportamiento del desvío estándar comienza con picos menores al esperado, esto se debe a que los primeros valores obtenidos no están muy dispersos entre sí, pero obtenidos pero ya cerca de la tirada 100 los valores comienza a oscilar levemente sobre el valor esperado. Desde la tirada 480 aproximadamente, se puede notar como la gráfica converge en un valor levemente superior al esperado. El valor esperado esta representado por la funcion de color negro

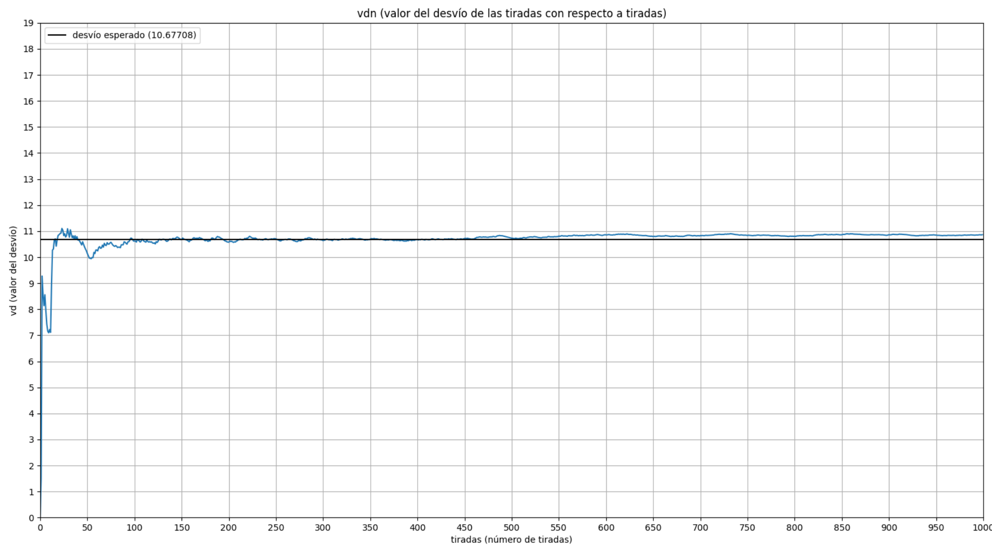

Figure 2: Comportamiento del desvío estándar del primer caso de estudio

En la Figura 3 se puede observar el comportamiento de la varianza y como esta evoluciona con el correr de las tiradas. En este caso,y al igual que en los anteriores se calculó de forma incremental. Observando la gráfica, en las primeras 100 tiradas aproximadamente,observamos picos muy oscilantes sobre el valor esperado,luego de la tirada 100 hasta aproximadamente la tirada 300 la amplitud de la oscilación tiende a ser mucho más reducida que al principio. Entre las tiradas 300 y 450 se puede observar como la aplitud de la oscilacion es minima con respecto al valor esperado tendiendo a converger hacia el valor esperado, posterior a las 450 tiradas la grafica denota una oscilacion de poca amplitud pero por encima del valor esperado, que en este caso es el 114 (Obtenido en la seccion 3.5) y esta representado por la funcion de color negro

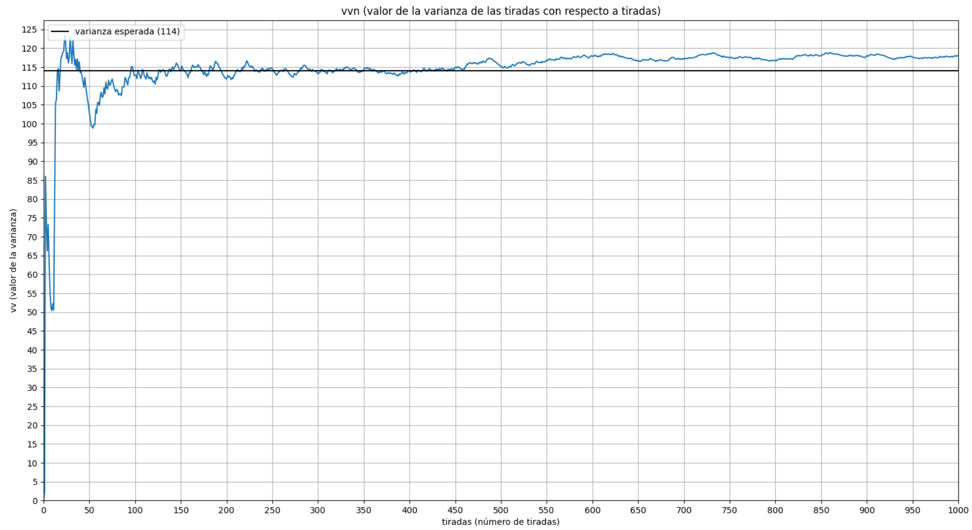

Figure 3: Comportamiento de la varianza del primer caso de estudio

En la Figura 4 vemos como varía la frecuencia relativa del valor X = 10 a lo largo de las n tiradas. Lo que podemos observar en esta gráfica es que cada vez que en una tirada sale el valor NumEgd hay un pico. En el caso observado se puede ver como en un principio el NumEgd = 10 no salió, hasta la tirada 40 aproximadamente, logrando una frecuencia relativa levemente mayor a 0.02 para luego con el pasar de las tiradas comenzó a decrecer tendiendo a 0. Además la gráfica nos brinda también el dato de que los sucesivos valores que va tomando la frecuencia relativa nunca supera al valor esperado que es $\frac{1}{37} \cong 0{,}02703$

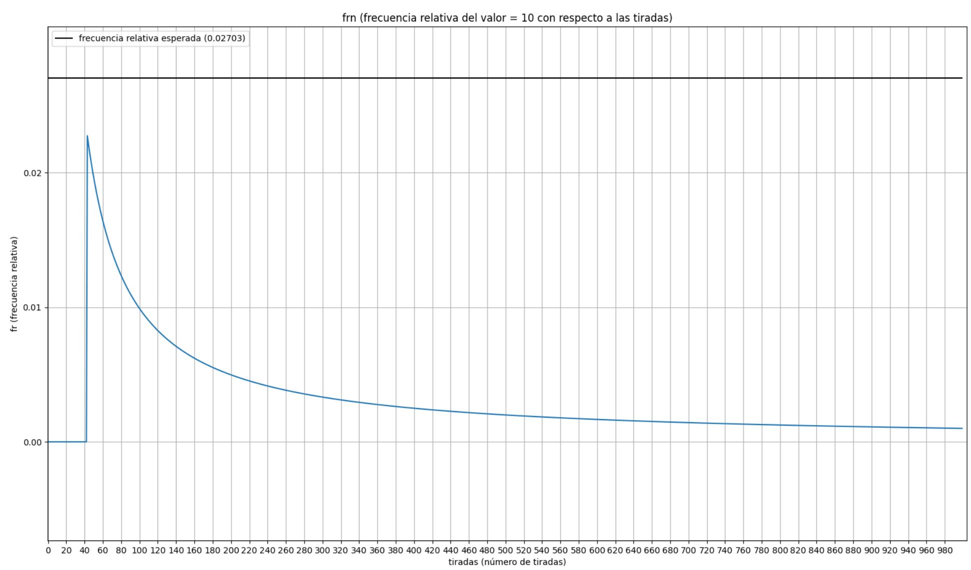

Figure 4: Comportamiento de la frecuencia relativa del primer caso de estudio

4.2 Segundo caso de estudio: 10 ronda, 1000 tiradas cada ronda

Ahora se utilizarán los siguiente valores:

$$j = 10$$
$$n = 1000$$
$$\text{NumEgd} = 10$$

j es 10 ya que se estudiará 10 repetición o rondas, n es el número de observaciones o tiradas por repetición del experimento y NumEgd es el número a analizar. En esta sección nos dedicaremos al análisis del promedio, varianza, desvío estándar y frecuencia relativa, al igual que en el caso de estudio de la sección anterior pero con la diferencia de este analizaremos 10 repeticiones o rondas del experimento.
En este caso tendremos muchas gráficas distintas que se diferenciarán por su color, el cual representa una ronda diferente, por lo que en este caso de estudio tendremos 10 gráficas. En la Figura 5 se puede observar como varían las gráficas de cada repetición a lo largo de las observaciones. Se observa que al comienzo los promedios son muy variados, siendo algunos muy distantes del promedio esperado, mientras que otras son más cercanas o incluso llegan a coincidir con dicho valor. A medida que las tiradas aumentan, aproximadamente después de la tirada número 300, todas empiezan converger o acercarse cada vez más al valor esperado el cual es 18 como ya fue calculado en la sección 3.4.

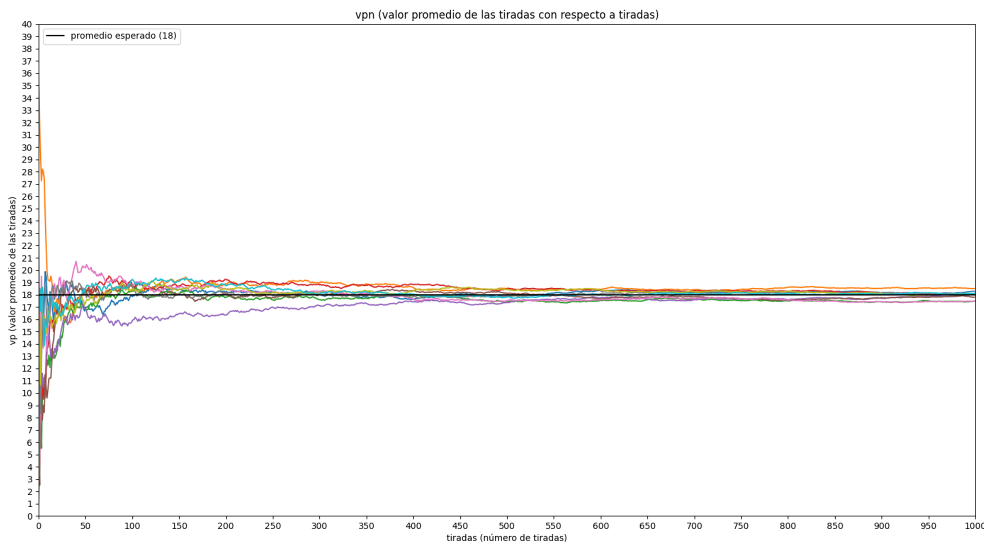

Figure 5: Comportamiento del promedio del segundo caso de estudio

En la Figura 6 y 7 se puede apreciar la varianza y desvío estándar de los valores de todas las tiradas. Se observa que la conducta de ambas gráficas es semejante entre sí, siendo la de la varianza la que tiene mayor amplitud con respecto a su valor esperado cual su causante mayor su parecido en cuanto a las fórmulas matemáticas.
Siguiendo con el análisis, se puede apreciar que ambas gráficas al tener comportamiento similar tienen otra peculiaridad, ya que la gráfica de la varianza tiende a tardar el doble en converger hacia el valor deseado, siendo que la varianza necesita aproximadamente 600 tiradas para empezar a converger al valor deseado, mientras que el desvío con aproximadamente 300 tiradas logra el mismo comportamiento. Los valores deseados son 114 para la varianza (Calculado en la sección 3.5) y el desvío estándar esperado es $\cong$ 10,67708 (Calculado en la sección 3.6)

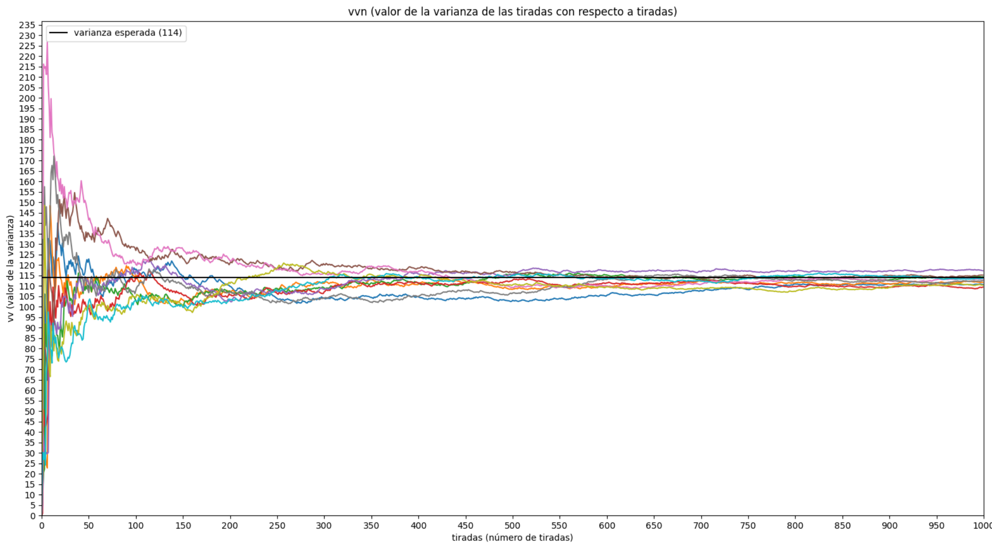

Figure 6: Comportamiento de la varianza del segundo caso de estudio

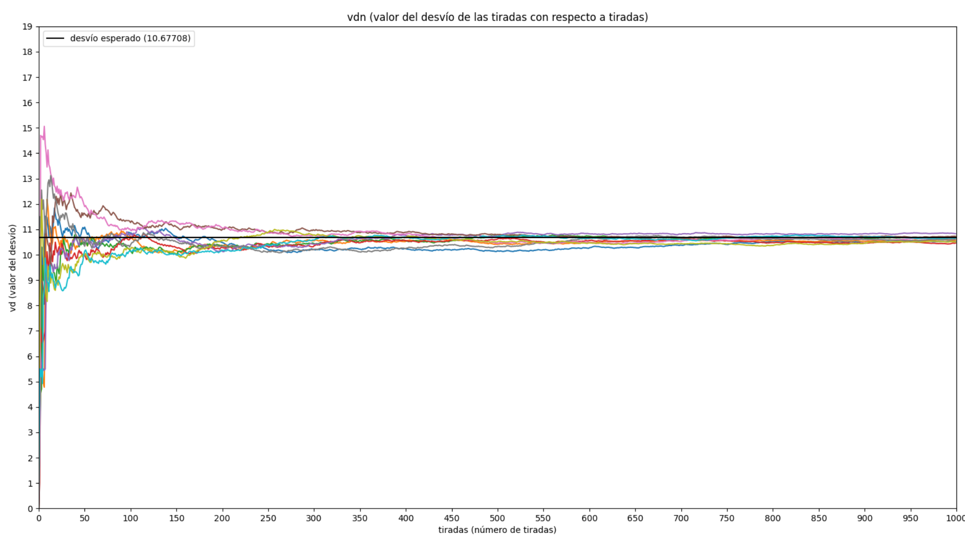

Figure 7: Comportamiento del desvío del segundo caso de estudio

En la Figura 8 estudiamos el comportamiento de la frecuencia relativa de todas las tiradas, se puede observar que la mayoría de las rondas se asemejan a una función logarítmica, ya que al principio la mayoría de estas arrancan por encima del valor esperado pero todas las rondas terminan tendiendo a 0. Cabe destacar que el valor esperado de la frecuencia relativa es $\frac{1}{37} \cong 0{,}02703$ (Calculada en la sección 3.3)

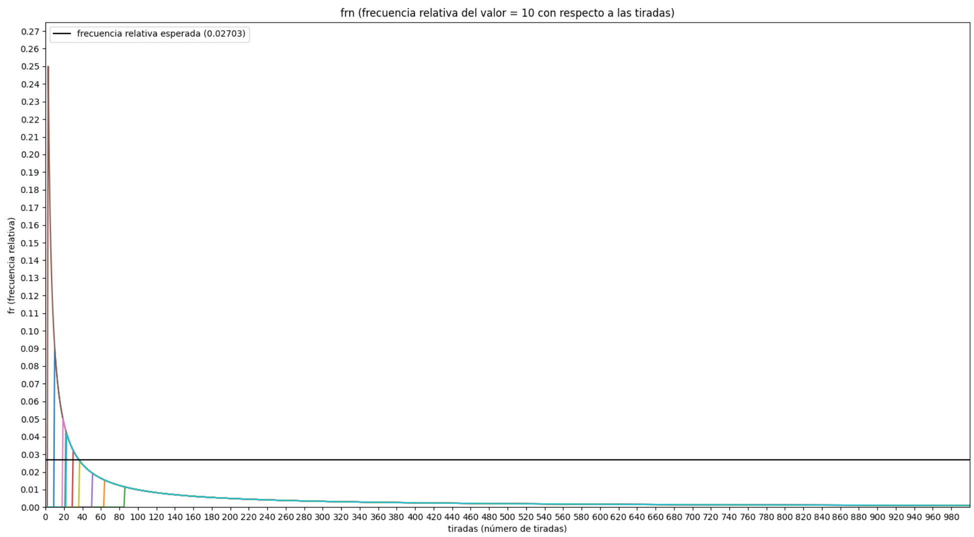

Figure 8: Comportamiento de la frecuencia relativa del segundo caso de estudio

5 Conclusion

En esta investigación se realizaron en ambos casos de estudio 1000 tiradas, y lo que se pudo apreciar es que en un primer momento hasta un n convenientemente grande las gráficas tienden a variar mucho y a oscilar entre distintos valores.Pero cuando se supera ese n convenientemente grande las gráficas se comienzan a suavizar o converger y ser cada vez más cercana a los valores esperado o incluso a tocar dicho valor. Lo que también puede suceder, lo cual no ocurrió en este estudio, es que justo sea un caso anormal. Por esto es de extrema importancia el realizar varias rondas del experimento ya que si solo se realizará una y esa corrida resultara ser un caso anormal se estaría observando un resultado no significativo. También cabe destacar que no se tuvieron en cuenta otros factores como la fuerza con que el crupier tira la pelotita, el roce de la pelota con la ruleta, otros metodos de apuestas (Apuesta al rojo, negro , par, impar, etc.) los cuales afectan a dichos valores obtenidos. El experimento nos da una visión general de lo que puede suceder o como apostar, pero hay que tener en cuenta que es un juego de azar, el cual no puede ser predecido con 100% de certeza.

6 Referencias

- El código escrito para la realización del trabajo se encuentra en:
  - GitHub `https://github.com/AlexisTomas2000/TP-Simulacion/tree/main/TP-1.1`
- La documentación sobre la librería statistics puede verse en:
  - https://docs.python.org/es/3.11/library/statistics.html
- La documentación sobre la librería matplotlib puede verse en:
  - https://matplotlib.org/stable/
- La documentación sobre la librería NumPy puede verse en:
  - https://numpy.org/doc/stable/
- La documentación sobre la LATEX puede verse en:
  - https://manualdelatex.com/