

Бонусная задача. Неделя № 7

Талашкевич Даниил Александрович

25 октября 2020 г.

БОНУСНАЯ ЗАДАЧА № 7

(*) Найдите число треугольников с целочисленными сторонами и периметром N . (Подсказка: ответ зависит от остатка N при делении на 12).

Решение:

Без ограничений общности $a \leq b \leq c$ и должно выполняться условие $a + b > c$.

Ясно, что c может принимать значения от $\left[\frac{N}{3}\right] + 1 = c_0$ до $\left[\frac{N+1}{2}\right] - 1 = c_1$. Так же обозначим. Для каждого значения c выполняется $a + b = 100 - c$, значит b может принимать значения от $\frac{N-c}{2}$, а для четных-нечетных c :

- 1) от $\frac{N}{2} - \frac{c}{2}$ — при четном c . Всего $\frac{3c}{2} - \frac{N}{2} - 1$ вариантов.
- 2) от $50 - \frac{c-1}{2}$ до c — при нечетном c . Всего $\frac{3c-1}{2} - \frac{N}{2} - 1$.

При c равным $\left[\frac{N}{3}\right] + 1 + 2n$ ($n \in \mathbb{N}$) получаем:

$$\sum_{c=c_0}^{c_1} \frac{3c}{2} - \left[\frac{N+1}{2}\right] - 1$$

Доказано