Ejercicios Relación 5

Alejandro Manzanares Lemus
alexmnzlms@correo.ugr.es

3 de Junio

1 Ejercicio 1

Demostrar que NL es cerrado para la clausura de Kleene.

Tenemos un lenguaje $A = \{u|u \in \{0,1\}\}$ que pertenece a NL.
Dado un grafo dirigido G podemos dar una representación de las aristas de la siguiente manera: $(x_1, y_1)|(x_2, y_2)|...|(x_n, y_n)$ donde x_i, y_i son vértices codificados en binario.
El problema: "Existe un camino s-t de longitud l en G de la forma $(s, x)|...|(y, t)$" es un problema NL-Completo. Todos los posibles caminos s-t están formados por palabras que pertenecen a A^*, por tanto, toda palabra de A^* pertenece a NL y esto nos lleva a que $A^* \in NL$.
Como $A \in NL$ y $A^* \in NL$ entonces NL es cerrado para la clausura de Kleene.

2 Ejercicio 2

Demostrar que todo lenguaje regular está en L.

Para demostrar que todo lenguaje regular está en L, debemos definir una máquina de turing (MT) que acepte lenguajes regulares en espacio logarítmico.
Sabemos que los lenguajes regulares son aceptados por Autómatas Finitos Deterministas (AFD), por tanto, dado cualquier AFD podemos definir una MT que acepte el mismo lenguaje que el AFD de la siguiente manera:

Para cada $\delta(q_i, a) = q_j$ del AFD establecemos la transición $\delta(q_i, a) = (q_j, a, D)$ para la MT.

Esta MT acepta cualquier lenguaje regular puesto que también es aceptado por un AFD. Además como es una MT que sólo necesita escribir, no utiliza más espacio que el necesario para representar la entrada n, que es de hecho, $log(n)$, por tanto, la complejidad en espacio es $O(log(n))$ y cualquier lenguaje regular está en L

3 Ejercicio 3

Sea $MULT = \{$a*b*c tales que a, b y c son números naturales en binario y $a \times b = c\}$. Demostrar que $MULT \in L$.

Para demostrar que $MULT \in L$ debemos definir una máquina de turing (MT) determinista que acepte el lenguaje $MULT$ en espacio logarítmico. Esta MT tendrá dos cintas, en la primera tendremos a*b*c y en la segunda calcularemos $a \times b$.
Dado que conocemos un algoritmo que multiplica dos números binarios a y b en espacio logarítmico, podemos afirmar que $MULT \in L$, porque la MT solo escribe $a \times b$ en la segunda cinta, de tal forma que para comprobar que el contenido de la segunda cinta es igual a c, la MT no tiene que escribir nada, simplemente leer.