

Sommaire

Etude de l'équation de la chaleur par la méthode des différences finies.....	2
Etude des graphes de la solution approchée $U_h(x,T)$ pour x dans $[0,1]$ à $t=T$	3
$T=0.0004$:.....	3
$T=0,0016$:.....	4
$T=0,0024$:.....	5
$T=0,016$:.....	6
Conclusion.....	7
Etude de l'erreur max des deux schémas.....	8
Erreur du schéma explicite :.....	8
Erreur du schéma implicite :.....	9
Conclusion : Convergence.....	10
Annexe :.....	10

Etude de l'équation de la chaleur par la méthode des différences finies

On rappelle l'équation de la chaleur :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = f(x, t), \quad \forall x \in]0, 1[, \quad \forall t \in]0, T[\\ u(0, t) = u_g, \quad \forall t \in [0, T] \\ u(1, t) = u_d, \quad \forall t \in [0, T] \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \forall x \in [0, 1] \end{cases}$$

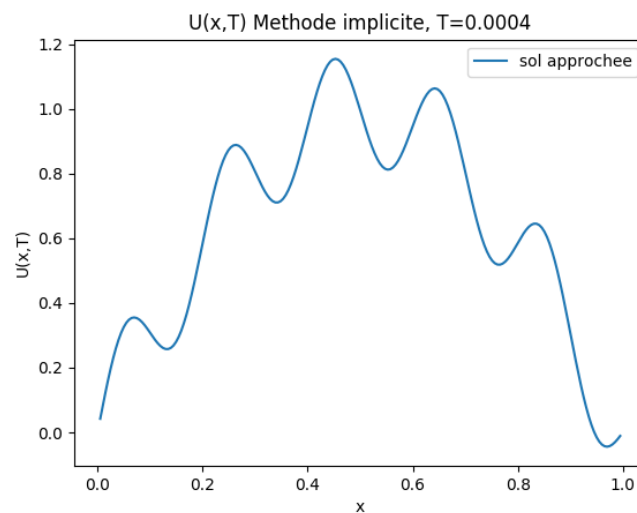
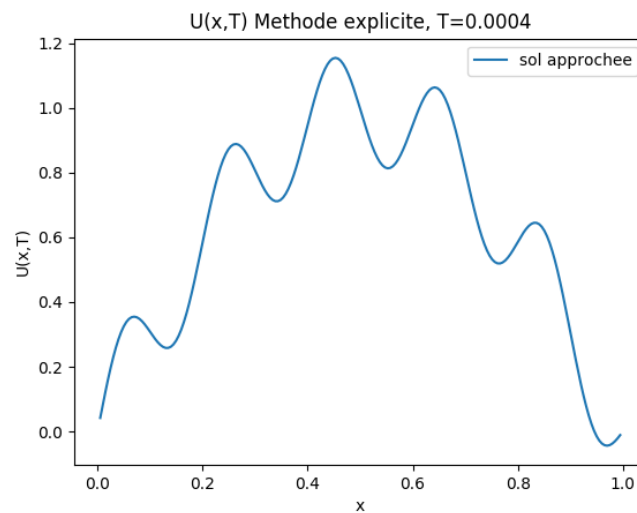
Et on étudie cette équation avec les conditions suivantes :

$$\begin{cases} f(x, t) = 0, \\ u_0(x) = \sin(\pi x) + \frac{1}{4} \sin(10\pi x), \\ u_g = 0, \quad u_d = 0. \end{cases}$$

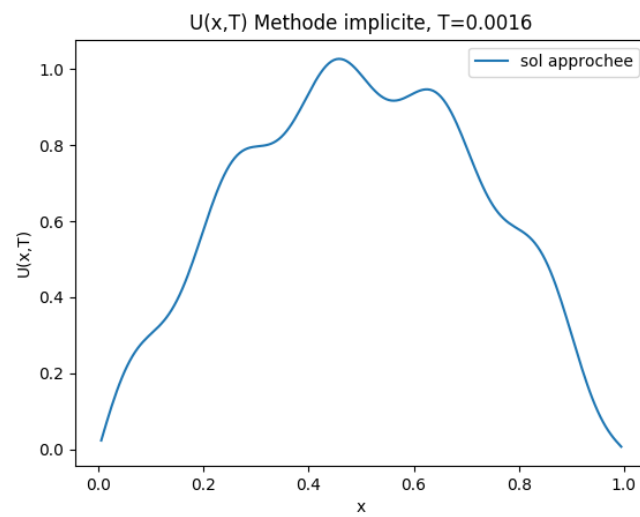
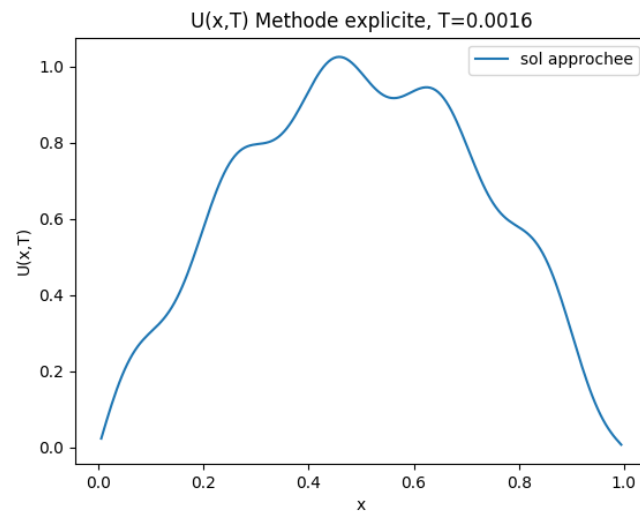
Etude des graphes de la solution approchée $U_h(x,T)$ pour x dans $[0,1]$ à $t=T$

On fixe N à 100 et dt à 0.00001, ce qui nous donne les différents graphes en prenant des T différents

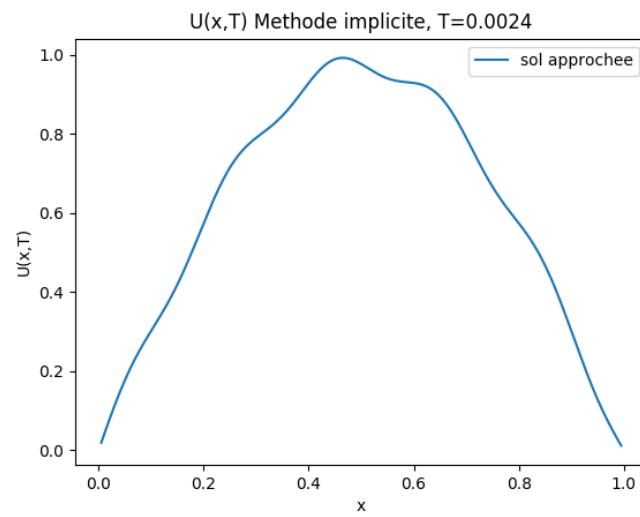
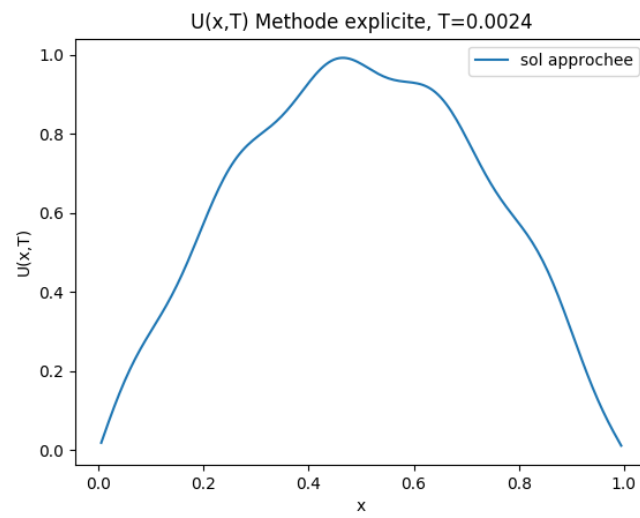
$T=0.0004$:



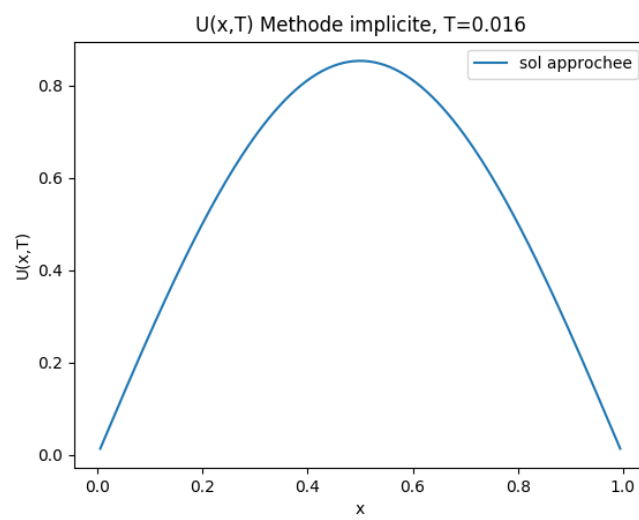
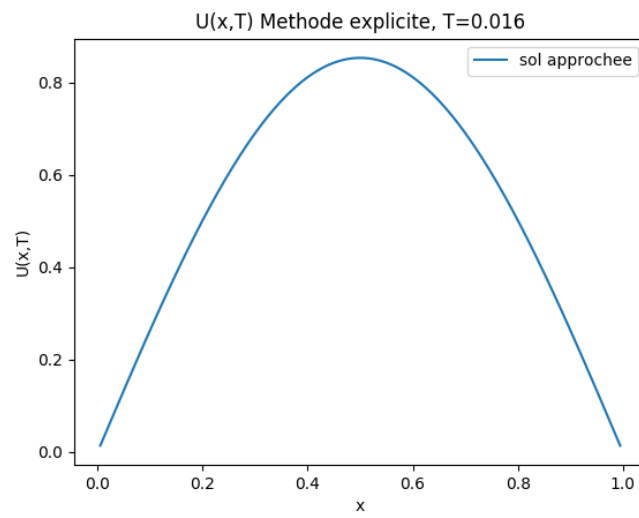
T=0,0016 :



T=0,0024 :



T=0,016 :



Conclusion

Etude de l'erreur max des deux schémas

Soit $T=0.016$, on fait varier h et dt et regarde l'évolution de l'erreur max.

Erreur du schéma explicite :

On fixe $dt=0.0001$ et on fait varier h :

h	0.1	0.05	0.015	0.013	0.01
erreur	1.03507e-3	1.55059e-2	2.58991e-2	1.94493e+17	4.55092e+59

On fixe maintenant $h=0.01$ et on fait varier dt :

dt	0.00001	0.00004	0.00005	0.00006	0.0001
erreur	3.05385e-4	1.07464e-3	1.54246e-3	1.34328e+22	4.55092

Erreur du schéma implicite :

On fixe $dt=0.0001$ et on fait varier h :

h	0.1	0.05	0.015	0.013	0.01
erreur	1.16546e-3	2.28277e-2	2.58545e-2	3.15007e-2	5.08564e-3

On fixe maintenant $h=0.01$ et on fait varier dt :

dt	0.00001	0.00004	0.00005	0.00006	0.0001
erreur	1.20663e-3	2.53140e-3	2.96574e-3	3.39728e-3	5.08564e-3

Conclusion : Convergence

Annexe :