*Le Gohebel Lorys, Mechineau Alexandre*

Sommaire

[Etude de l’équation de transport par la méthode des différences finies 2](#__RefHeading___Toc386_1336233231)

[Etude des graphes de la solution approchée Uh(x,T) pour x dans [0,1] à t=T 3](#__RefHeading___Toc388_1336233231)

[C=2 et T=0.1 : 4](#__RefHeading___Toc390_1336233231)

[N=100 et Dt=0.01 : 4](#__RefHeading___Toc1428_114045403)

[N=100 et Dt=0.005 : 4](#__RefHeading___Toc1430_114045403)

[N=100 et Dt=0.001 : 4](#__RefHeading___Toc1432_114045403)

[N=50 et Dt=0.005 : 5](#__RefHeading___Toc1434_114045403)

[N=200 et Dt=0.005 : 5](#__RefHeading___Toc1436_114045403)

[C=-2 et T=0.1 : 6](#__RefHeading___Toc392_1336233231)

[N=100 et Dt=0.01 : 6](#__RefHeading___Toc1438_114045403)

[N=100 et Dt=0.005 : 6](#__RefHeading___Toc1440_114045403)

[N=100 et Dt=0.001 : 6](#__RefHeading___Toc1442_114045403)

[N=50 et Dt=0.005 : 7](#__RefHeading___Toc1444_114045403)

[N=200 et Dt=0.005 : 7](#__RefHeading___Toc1446_114045403)

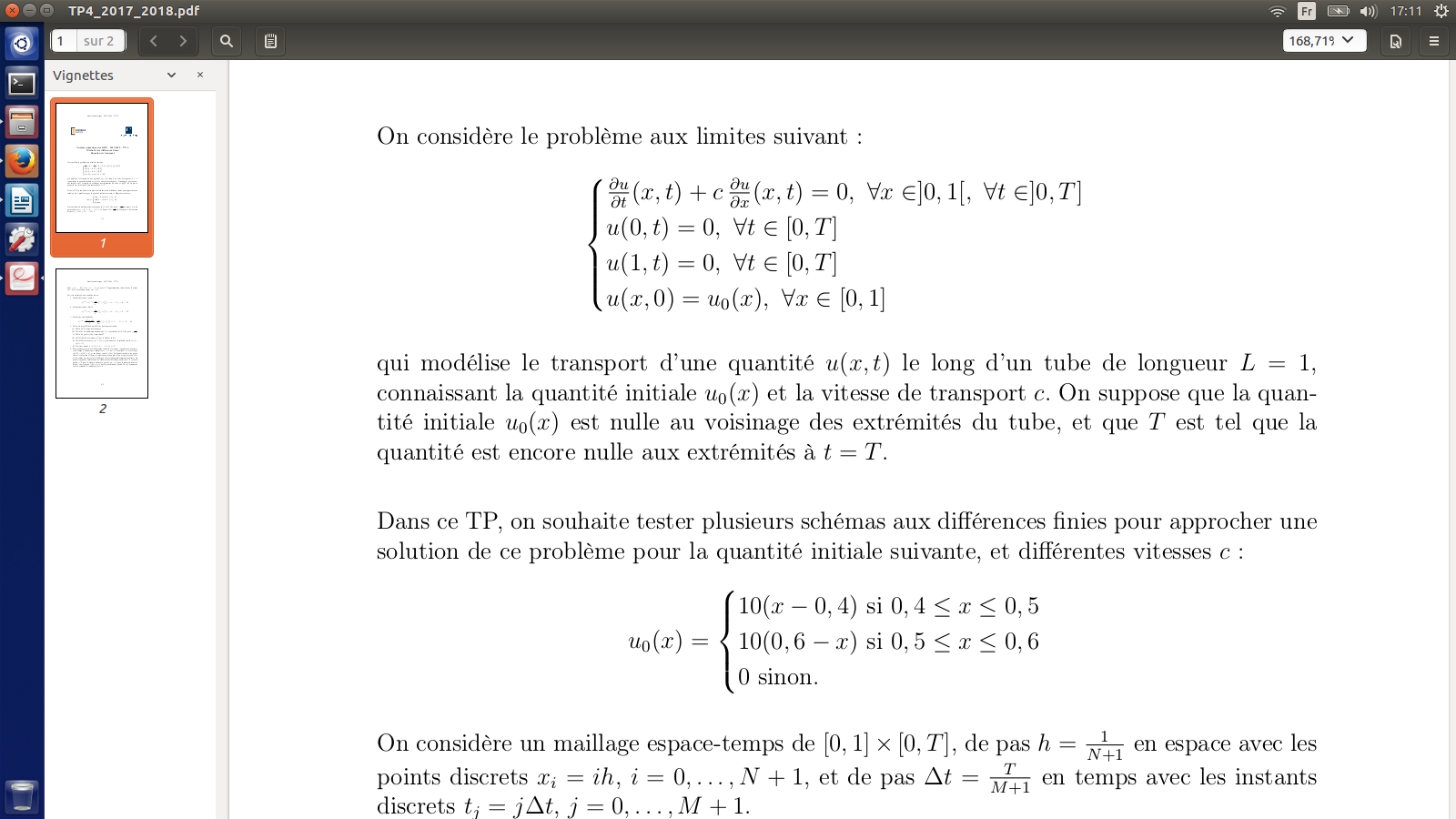
[Etude de l’erreur max du schémas de Lax-Friedrichs 8](#__RefHeading___Toc2181_114045403)

[Conclusion 9](#__RefHeading___Toc2183_114045403)

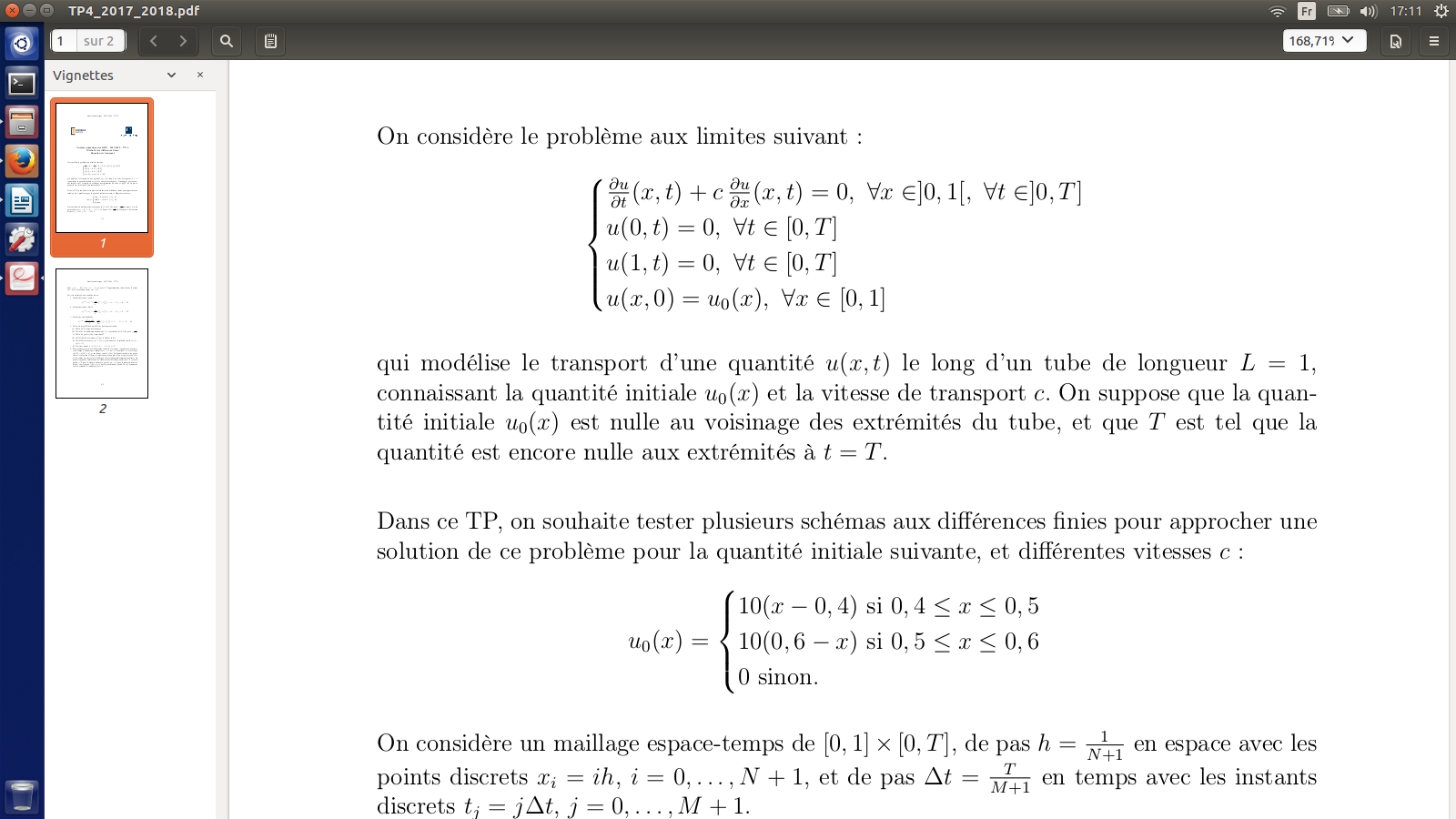
[Annexe : 9](#__RefHeading___Toc418_1336233231)

# Etude de l’équation de transport par la méthode des différences finies

On rappel l’équation de transport :

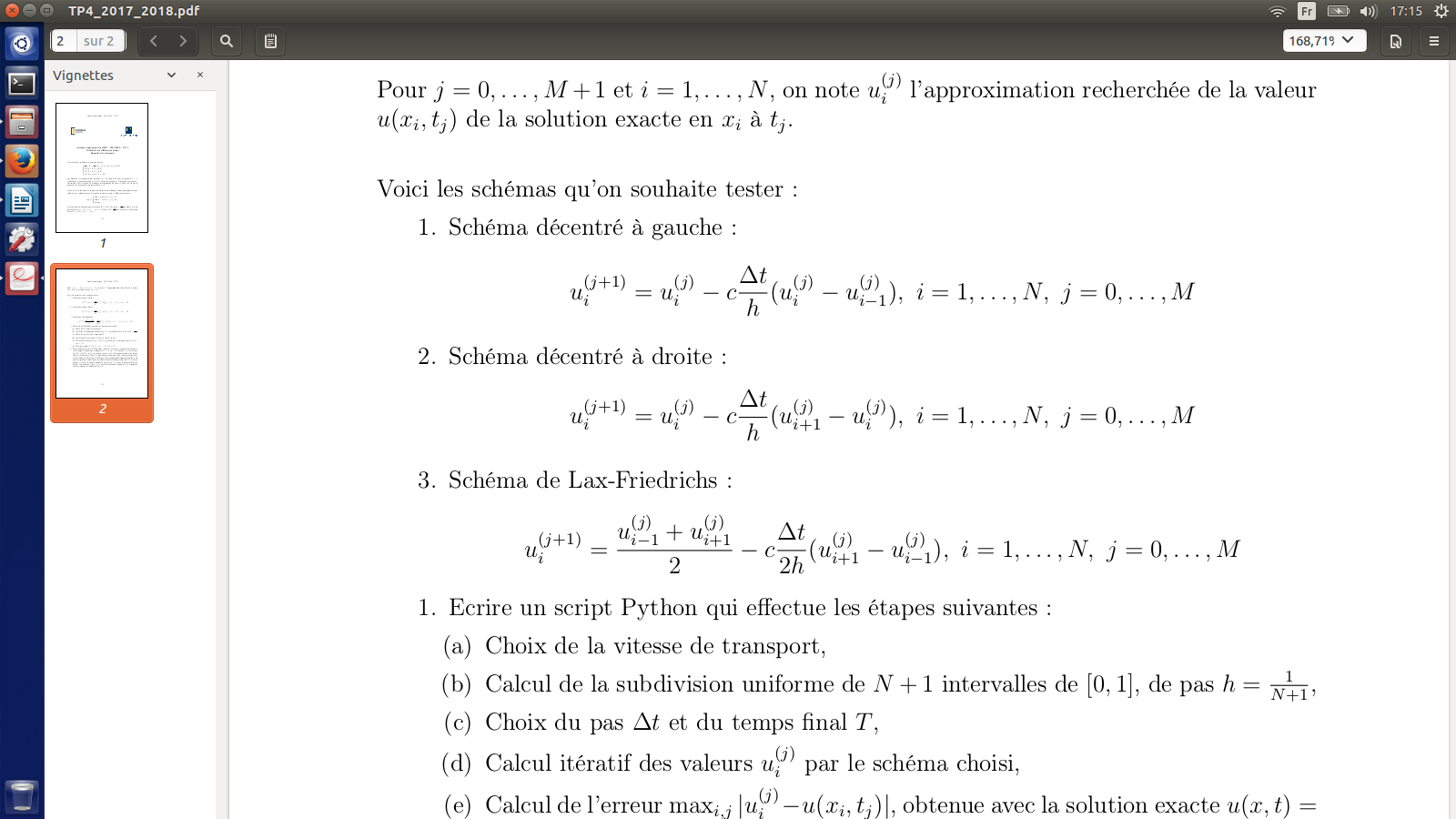


Et on étudie cette équation avec la condition suivante :

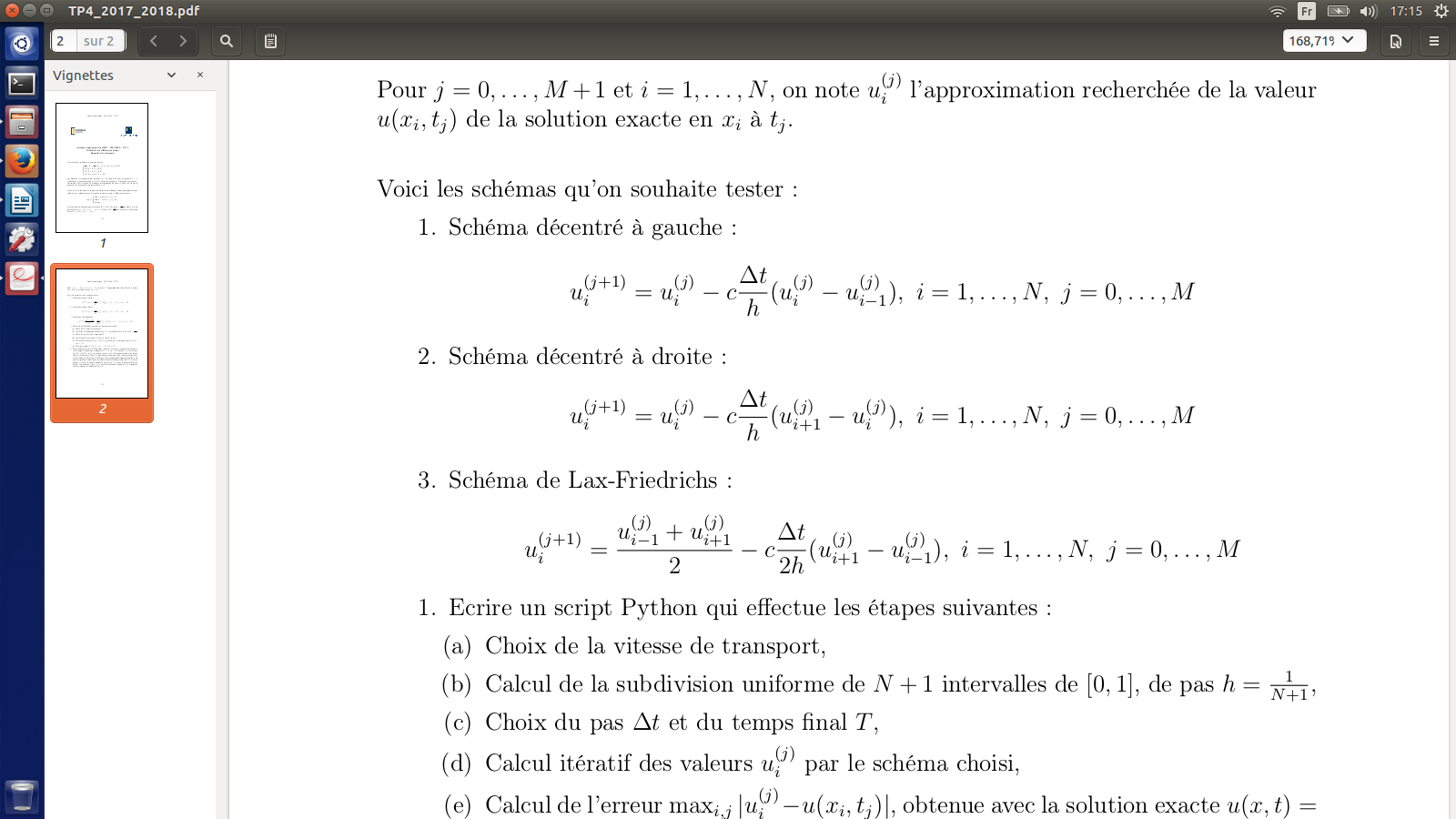


Pour étudier cette équation on utilisera 3 schémas :

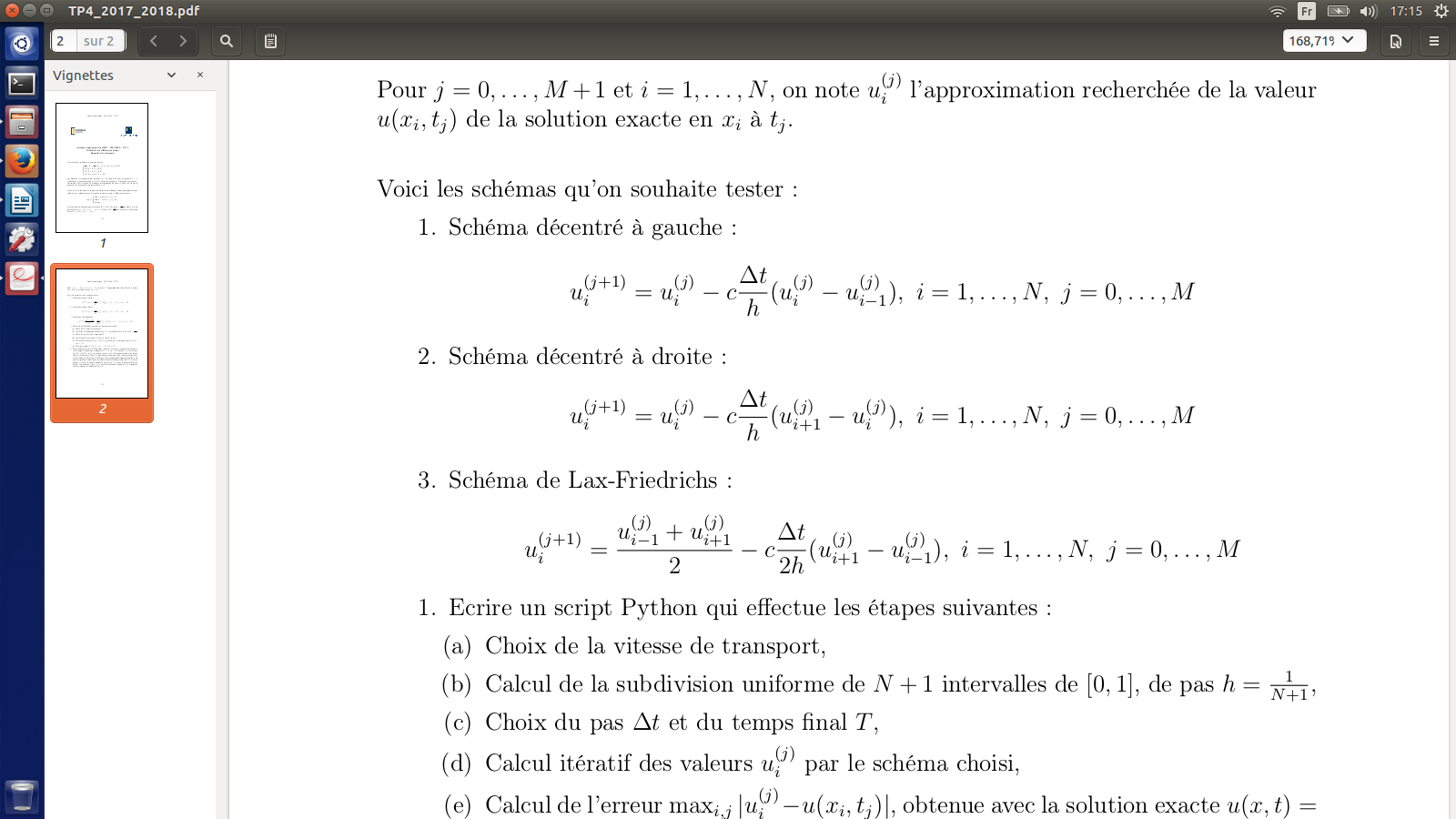
-le schéma décentré à gauche :



-le schéma décentré à droite :



-le schéma de Lax-Friedrichs :



# Etude des graphes de la solution approchée Uh(x,T) pour x dans [0,1] à t=T

Pour cette étude on prend T=0.1 et on étudie en deux cas :

-le cas où c=2

-le cas où c=-2

Pour chacun de ces 2 cas on fera varier Dt et N.

## C=2 et T=0.1 :

Dans un premier temps on fixe N et on fait varier Dt.

### N=100 et Dt=0.01 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=100 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=100 et Dt=0.001 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

Dans un second temps on fixe Dt et on fait varier N.

### N=50 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=200 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

D’après les graphes des différents schémas on observe bien que pour c=2, donc c positif :

-le schéma décentré à gauche est instable quand |c|Dt > h.

-le schéma décentré à droite est tout le temps instable.

-le schéma Lax-Friedrichs est instable quand |c|Dt > h.

De plus pour le schémas décentré à gauche et le schémas de Lax-Friedrichs on observe que la solution semble exacte quand

|c|Dt = h.

## C=-2 et T=0.1 :

On fixe à nouveau N et on fait varier Dt.

### N=100 et Dt=0.01 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=100 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=100 et Dt=0.001 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

Et on fixe Dt et on fait varier N.

### N=50 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

### N=200 et Dt=0.005 :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Schéma décentré à gauche | Schéma décentré à droite | Schéma Lax-Friedrichs |

D’après les graphes des différents schémas on observe bien que pour c=-2, donc c positif :

-le schéma décentré à gauche est tout le temps instable.

-le schéma décentré à droite est instable quand |c|Dt > h.

-le schéma Lax-Friedrichs est instable quand |c|Dt > h.

De plus pour le schémas décentré à droite et le schémas de Lax-Friedrichs on observe que la solution semble exacte quand

|c|Dt = h.

# Etude de l’erreur max du schémas de Lax-Friedrichs

Soit T=0.1 et |c|=2, on fait varier h et Dt et on regarde l’évolution de l’erreur max. Cela marcherai de la même façon pour le schéma décentré à gauche (respectivement à droite) en prenant c=2 (respectivement c=-2).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| h / Dt | 0.01 / 0.005 | 0.005 / 0.0025 | 0.001 / 0.0005 | 0.0005 / 0.00025 |
| erreur | 1.91919e-2 | 9.79899e-3 | 1.99199e-3 | 9.97998e-4 |

On voit d’après ce tableaux que l’erreur max du schéma Lax-Friedrichs diminue lorsque h et de Dt diminues tout en respectant la condition |c|Dt < h.

## Conclusion

Au vu des résultats, étant donné que la solution initiale n’est pas C2, ni même C1, la solution exacte ne l’est donc pas non plus. Cela ne nous permet donc pas de conclure sur la convergence des schémas.  
Cependant les résultats nous permettent d’affirmer que les schémas sont instables lorsque |c|Dt > h. De plus on remarque que l’erreur max diminue lorsque Dt et h diminues et respectent la condition |c|Dt < h.

# Annexe :