

Modulations analogique et numérique

Alexis HOBL

2024-08-17

Un petit peu d'histoire

Les ondes électromagnétiques

- 1865 : James Clerk Maxwell unifie l'électromagnétisme à l'aide de huit équations. Oliver Heaviside réécrit ces équations en 1884 sous forme de quatre équations vectorielles.
- 1887 : Heinrich Hertz vérifie expérimentalement la théorie de Maxwell, selon laquelle la lumière est une onde électromagnétique.

Les télécommunications sans fil

- 23 Décembre 1900 : Reginald Fessenden transmet la voix humaine pour la première fois de l'histoire grâce à la modulation d'amplitude (AM). C'est le début des télécommunications sans fil.
- 1901 : Guglielmo Marconi réalise la première transmission radio transatlantique. Cet exploit lui a valu le prix Nobel de Physique de 1909 partagé avec Karl Ferdinand Braun.

- 192X : Jhon Renshaw Carson publie sa théorie mathématiques sur la modulation de fréquence (FM). Edwin Howard Armstrong met au point un récepteur hétérodyne permettant de faire de la modulation de fréquence.
- 1938 : Alec Reeves brevete son invention de modulation d'impulsion codée permettant de réduire le bruit de la voix transmise sur e longue distance.
- 1948 : Claude Shannon publie "A Mathematical Theory of Communication" établissant les principes de base mathématiques de la communication numérique.

Prérequis

- Trigonométrie
- Analyse spectrale
- Modèle OSI

Definition 0.1. On définit un **système de communication** comme étant l'ensemble des système composé d'une source d'information via un récepteur via le passage d'un canal de transmission.



Definition 0.2. On définit un **canal de transmission** comme étant tout support physique à travers lequel l'information est transmise. Ce support peut être :

- Hertzien (air principalement)
- Filaire à support électrique (câble coaxial, lignes torsadées, ...)

- Filare à support optique (fibre optique, guide d'ondes, ...)

Un canal de transmission est défini par deux caractéristiques :

1. Sa bande passante.

2. Son bruit.

Modulation Opération consistant à reporter le spectre d'un signal dans un domaine fréquentiel favorable à sa transmission. Il faut adapter le signal au canal auquel il est confronté.

Signal analogique Un signal est analogique si $s(t) : t \in X \subseteq \mathbb{R}$ et lorsqu'il ne dépend que d'une variable indépendante.

Modulation analogique

La modulation est dite analogique si le signal transmis via le canal reste analogique durant tout le processus de transmission.

Modulation d'amplitude (AM)

La modulation d'amplitude est une modulation qui consiste à faire varier l'amplitude d'une porteuse à la même fréquence qu'un signal modulant.

Définition 0.1. On appelle :

- **Porteuse** le signal $p(t) = A_p \cos(\omega_p t + \varphi_p)$.
- Le **signal modulant** $m(t)$. Ce signal contient l'information
- Le **signal modulé** $s(t)$. Le signal modulé en amplitude.
- L'**enveloppe du signal** $e(t)$. L'enveloppe du signal modulé en amplitude $s(t)$.

Double bande latérale (DSB)

On distingue deux types de modulation d'amplitude à double bande latérale :

- La modulation d'amplitude *Double Bande Avec Porteuse (DBAP)*
- La modulation d'amplitude *Double Bande Sans Porteuse (DBSP)*

L'expression générale du signal modulé est donnée par :

$$f[m(t)]\cos(\omega_p t + \varphi_p)$$

Avec $f[m]$ une fonction affine.

Il est alors possible d'écrire l'expression du signal modulé pour la AM-DBAP et la AM-DBSP.

$$\textbf{AM-DBAP} \quad s(t) = A_p[1 + k \cdot m(t)]\cos(\omega_p + \varphi_p)$$

$$\textbf{AM-DBSP} \quad s(t) = A_p \cdot k \cdot m(t)\cos(\omega_p + \varphi_p)$$

On considère par la suite que $\varphi_p = 0$.

$m(t)$ est appelée fonction de modulation. k est la constante du circuit modulateur d'amplitude.

On considère que le signal modulant est borné et compris dans la plage de variation :

$$-M_{max} \leq m(t) \leq M_{max}$$

On introduit alors le signal modulant unitaire $m_u(t)$ tel que :

$$m_u(t) = \frac{m(t)}{M_{max}} \quad | \quad -1 \leq m_u(t) \leq 1$$

Le signal modulé peut s'écrire sous la forme :

$$s(t) = A_p[1 + k \cdot m(t)]\cos(\omega_p t) = A_p[1 + k \cdot M_{max} \cdot m_u(t)]\cos(\omega_p t)$$

$$s(t) = A_p[1 + k \cdot m_a m_u(t)] \cos(\omega_p t)$$

Où $m_a = k \cdot M_{max}$ est l'indice de modulation.

L'expression de l'enveloppe du signal est la suivante :

$$e(t) = A_p[1+m_a m_u(t)] \mid A_p[1-m_a] \leq e(t) \leq A_p[1+m_a] \mid (1-m_a)A_p \leq e(t) \leq (1+m_a)A_p$$

Au vu de l'expression de l'enveloppe, deux cas sont à distinguer concernant la valeur de l'indice de modulation m_a .

- **Cas** $0 < m_a \leq 1$

Le taux de modulation est inférieur ou égal à 100%. L'enveloppe $e(t)$ du signal modulé $s(t)$ reproduit le signal modulant $m(t)$ sans déformation.

- **Cas** $m_a > 1$ Le taux de modulation est supérieur à 100%. L'enveloppe $e(t)$ du signal modulé $s(t)$ ne reproduit plus tout à fait le signal modulé $m(t)$.

Le volet ci-dessous @modulation_AM permet de simuler une modulation d'amplitude. Il est nécessaire de visualiser les effets du signal modulé $s(t)$ quand la fréquence de la porteuse est inférieure à la fréquence du modulant. Avoir une valeur négative de l'indice de modulation donne des résultats remarquables.

Cette simulation présente une modulation d'amplitude pour un signal modulant sinusoïdal. Celui-ci peut être également carré, triangulaire... Ces modifications concernant le signal modulant sont en cours.

Spectre d'un signal modulé en amplitude

La visualisation d'un spectre d'un signal s'effectue en appliquant une transformée de Fourier au signal à visualiser.

On définit alors la transformée de Fourier $S(f)$ du signal $s(t)$:

```

#| standalone: true
#| viewerHeight: 600
#| viewerWidth: 700

from shiny import App, render, ui
import numpy as np
from scipy import signal
import matplotlib.pyplot as plt

app_ui = ui.page_fluid(
    ui.layout_sidebar(
        ui.sidebar(
            ui.input_radio_buttons(
                "radio",
                "Type AM",
                {"1": "DBAP", "2": "DBSP"},
            ),
            ui.output_ui("value"),
            ui.input_slider("f_porteuse", "Fréquence porteuse", 0, 30, 10, step=1),
            ui.input_slider("f_modulant", "Fréquence modulant", 0, 5, 1, step=0.5),
            ui.input_slider("amplitude", "Amplitude", 0, 2, 1, step=0.25),
            ui.input_slider("shift", "Déphasage", -2*3.14, 2*3.14, 0, step=0.1),
            ui.input_slider("m", "Indice de modulation", -1, 1, 0.5, step=0.1),
        ),
        ui.output_plot("plot"),
    ),
)

def server(input, output, session):
    @output
    @render.plot(alt="Sine function")

    def plot():
        t = np.linspace(0.0, 5.0, 500) # vecteur de temps

        p = input.amplitude()*np.cos((2 * np.pi * input.f_porteuse()) * (t - input.shift()))
        m = input.amplitude()*np.cos((2*np.pi*input.f_modulant()) * (t - input.shift()))

        #carre = input.amplitude()*signal.square((2*np.pi*input.f_modulant()) * (t - input.shift()))

        e_cosinus = input.amplitude()*(1+input.m()*m) # enveloppe supérieure

        #e_carre = input.amplitude()*(1+input.m()*carre) # enveloppe supérieure
        6

        if input.radio() == "1":
            s_cosinus = p*(1+input.m()*m) #signal modulé
        else:
            s_cosinus = p*input.m()*m #signal modulé

        #s_carre = input.amplitude()*(1+input.carre()*m)*np.sin((2 * np.pi / input.f_porteuse()) * (t - input.shift()))

```

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

Bande Latérale Unique (BLU)

Theorem 0.1 (Super theorem). *theorem*

Lemma 0.1 (Lemma). *lemma*

Corollary 0.1 (Corollary). *corollary*

Proposition 0.1 (Proposition). *proposition*

Conjecture 0.1 (Conjecture). *conjecture*

Definition 0.2 (Definition). *definition*

Example 0.1 (Example). *example*

Exercise 0.1 (Exercise). *exercise*

Solution 0.1 (Solution). *solution*

Remark 0.1 (Remarque). *remarque*

Modulation de fréquence

Modulation de phase

Modulation numérique

La modulation est dite analogique si le signal est discrétisé avant sa transmission via le canal.

```

#| standalone: true
#| viewerHeight: 600
#| viewerWidth: 700

from shiny import App, render, ui
import numpy as np
from scipy import signal
import matplotlib.pyplot as plt

from shiny import App, render, ui
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

app_ui = ui.page_fluid(
    ui.layout_sidebar(
        ui.sidebar(
            ui.input_radio_buttons(
                "radio",
                "Type AM",
                {"1": "DBAP", "2": "DBSP"},
            ),
            ui.output_ui("value"),
            ui.input_slider("f_porteuse", "Fréquence porteuse", 0, 30, 10, step=0.1),
            ui.input_slider("f_modulant", "Fréquence modulant", 0, 5, 1, step=0.1),
            ui.input_slider("amplitude", "Amplitude", 0, 2, 1, step=0.25),
            ui.input_slider("shift", "Déphasage", -2*3.14, 2*3.14, 0, step=0.1),
            ui.input_slider("m", "Indice de modulation", -1, 1, 0.5, step=0.1),
        ),
        ui.output_plot("plot"),
    ),
)

def server(input, output, session):
    @output
    @render.plot(alt="Spectrum of AM Signal")
    def plot():
        n = 10
        q = 2**n
        Te = 5 # Période d'échantillonnage
        Fe = 1023/Te # Fréquence d'échantillonnage
        t = np.linspace(0, 5, q) # Vecteur temps
        f = np.fft.fftfreq(q, d=1/Fe) # Vecteur fréquence

        # Porteuse
        p = input.amplitude() * np.cos(2 * np.pi * input.f_porteuse() * (t - input.shift()))

        # Modulant
        m = input.amplitude() * np.cos(2 * np.pi * input.f_modulant() * (t - input.shift()))

        # Signaux modulés
        if input.radio() == "1":
            # AM avec porteuse (DBP-AM)

```


PSK

FSK

Modulations complexes

QAM

MSK

GMSK

Delta-Sigma

Modulation multi-porteuses