



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ARAGÓN



TAREA

P R E S E N T A

Alexis Hernández Zamudio

A P R O F E S O R

Jesús Hernández Cabrera

Gpo:1558

URL del repositorio:

https://github.com/AlextyrB/Analisis_Algoritmos/tree/main

Ciudad Nezahualcóyotl, EDOMEX. 20 de Septiembre del 2025

Algoritmo 1

```
def uno(n):
    s = 0
    for i in range(n+1):
        basura = i
        s += i
        i=i
    return s
```

Análisis de Complejidad Temporal T(n):

Inicialización: $s = 0$

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Bucle for: `for i in range(n+1)`

Se ejecuta $n+1$ veces (de 0 a n inclusive)

Costo de evaluación del bucle: $T(n) = n+1$

Asignación basura: `basura = i`

Se ejecuta $n+1$ veces (una por cada iteración)

Costo: $T(n) = n+1$

Suma: `s += i`

Se ejecuta $n+1$ veces

Costo: $T(n) = n+1$

Reasignación innecesaria: `i = i`

Se ejecuta $n+1$ veces

Costo: $T(n) = n+1$

Return: `return s`

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Cálculo total T(n):

$$T(n) = 1 + (n+1) + (n+1) + (n+1) + (n+1) + 1 = 4(n+1) + 2 = 4n + 6$$

En notación Big O: $O(n)$ - lineal

Análisis de Complejidad Espacial S(n):

Parámetro: n

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable s: s = 0
 Ocupa 1 unidad de memoria
 Costo: S(n) = 1
 Variable del bucle: i in range(n+1)
 La variable i ocupa 1 unidad de memoria
 Costo: S(n) = 1
 Variable basura: basura = i
 Ocupa 1 unidad de memoria adicional
 Costo: S(n) = 1
 Operaciones restantes: s += i, i = i, return s
 No requieren espacio adicional
 Costo: S(n) = 0
 Cálculo total S(n):
S(n) = 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4
 En notación Big O: O(1) - constante

Algoritmo 2

```

def dos(n):
    cnt = 0
    for _ in range(n):
        j = n
        j=j
        while j > 1:
            j //= 2
            j=j
            cnt += 1
            cnt =cnt
        print("fin del for")
    return cnt
  
```

Análisis de Complejidad Temporal T(n):

Inicialización: cnt = 0
 Ejecuta 1 vez
 Costo: T(n) = 1
 Bucle for: for _ in range(n)
 Se ejecuta n veces (de 0 a n-1)
 Costo de evaluación del bucle: T(n) = n
 Asignación j: j = n
 Se ejecuta n veces (una por cada iteración del for)
 Costo: T(n) = n
 Reasignación innecesaria: j = j
 Se ejecuta n veces
 Costo: T(n) = n
 Bucle while: while j > 1

Análisis crítico: Para cada iteración del for, j empieza en n y se divide por 2 hasta llegar a 1

Secuencia por iteración: $j = n \rightarrow n/2 \rightarrow n/4 \rightarrow n/8 \rightarrow \dots \rightarrow 1$

Número de iteraciones del while por cada iteración del for: $\log_2(n)$

Se ejecuta $n \times \log_2(n)$ veces en total

Costo de evaluación del while: $T(n) = n \times \log_2(n)$

División: $j // 2$

Se ejecuta $n \times \log_2(n)$ veces

Costo: $T(n) = n \times \log_2(n)$

Reasignación innecesaria: $j = j$

Se ejecuta $n \times \log_2(n)$ veces

Costo: $T(n) = n \times \log_2(n)$

Incremento: $cnt += 1$

Se ejecuta $n \times \log_2(n)$ veces

Costo: $T(n) = n \times \log_2(n)$

Reasignación innecesaria: $cnt = cnt$

Se ejecuta $n \times \log_2(n)$ veces

Costo: $T(n) = n \times \log_2(n)$

Print: `print("fin del for")`

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Return: `return cnt`

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Cálculo total $T(n)$:

$$T(n) = 1 + n + n + n + n \times \log_2(n) + n \times \log_2(n) + n \times \log_2(n) + n \times \log_2(n) + 1 + 1$$

$$T(n) = 3 + 3n + 5n \times \log_2(n)$$

$$T(n) = 5n \times \log_2(n) + 3n + 3$$

En notación Big O: $O(n \log n)$ – Logarítmica

Análisis de Complejidad Espacial $S(n)$:

Parámetro: n

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable cnt : $cnt = 0$

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable del bucle: `_ in range(n)`

La variable `_` (aunque no se use) ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable j : $j = n$

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Operaciones restantes: $j = j$, `while j > 1`, $j // 2$, $cnt += 1$, $cnt = cnt$, `print()`, `return cnt`

No requieren espacio adicional

Costo: $S(n) = 0$

Cálculo total $S(n)$:

$$S(n) = 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4$$

En notación Big O: $O(1)$ - constante

Algoritmo 3

```
def tres(a):
    cnt = 0
    n = len(a)
    for i in range(n):
        for j in range(i+1,
                      n):
            cnt += 1
    return cnt
```

Análisis de Complejidad Temporal T(n):

Inicialización: cnt = 0

Ejecuta 1 vez

Costo: T(n) = 1

Obtener longitud: n = len(a)

Ejecuta 1 vez

Costo: T(n) = 1

Bucle for externo: for i in range(n)

Se ejecuta n veces (de 0 a n-1)

Costo de evaluación del bucle: T(n) = n

Bucle for interno: for j in range(i+1, n)

Análisis crítico: Para cada valor de i, j va de (i+1) hasta (n-1)

Iteraciones por cada i:

i = 0: j va de 1 a n-1 → (n-1) iteraciones

i = 1: j va de 2 a n-1 → (n-2) iteraciones

i = 2: j va de 3 a n-1 → (n-3) iteraciones

...

i = n-2: j va de n-1 a n-1 → 1 iteración

i = n-1: j va de n a n-1 → 0 iteraciones

Total de iteraciones del bucle interno: $(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1 + 0 = \sum_{k=1}^{n-1} k = (n-1) \times n / 2$

Costo de evaluación del bucle interno: T(n) = $(n-1) \times n / 2$

Incremento: cnt += 1

Se ejecuta una vez por cada iteración del bucle interno

Se ejecuta $(n-1) \times n / 2$ veces en total

Costo: T(n) = $(n-1) \times n / 2$

Return: return cnt

Ejecuta 1 vez

Costo: T(n) = 1

Cálculo total T(n):

$$T(n) = 1 + 1 + n + (n-1) \times n / 2 + (n-1) \times n / 2 + 1$$

$$T(n) = 3 + n + 2 \times (n-1) \times n / 2$$

$$T(n) = 3 + n + (n-1) \times n$$

$$T(n) = 3 + n + n^2 - n$$

$$T(n) = 3 + n^2$$

$$T(n) = n^2 + 3$$

En notación Big O: $O(n^2)$ - cuadrática

Análisis de Complejidad Espacial $S(n)$:

Parámetro: a (lista)

Variable cnt : $cnt = 0$

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable n : $n = \text{len}(a)$

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable del bucle externo: i in $\text{range}(n)$

La variable i ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable del bucle interno: j in $\text{range}(i+1, n)$

La variable j ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Operaciones restantes: $cnt += 1$, $\text{return } cnt$

No requieren espacio adicional

Costo: $S(n) = 0$

Cálculo total $S(n)$:

$$S(n) = 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4$$

En notación Big O: $O(1)$ - constante

Algoritmo 4

```
def cuatro(a):
    n = len(a)
    total = 0
    n= (n*2) / 2
    for i in range(n):
        basura = 1
        nada = 0
        i=i
        for j in range(n):
            basura2 = 1
            otra_cosa = 2
            j = j
            for k in range(n):
                total = total
                k=k
                j = j
                total += a[i] + a[j] + a[k]
    return total
```

Análisis de Complejidad Temporal T(n):

Obtener longitud: $n = \text{len}(a)$

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Inicialización: total = 0

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Operación redundante: $n = (n*2) / 2$

Ejecuta 1 vez (equivale a $n = n$, operación innecesaria)

Costo: $T(n) = 1$

Bucle for externo: for i in range(n)

Se ejecuta n veces (de 0 a n-1)

Costo de evaluación del bucle: $T(n) = n$

Asignaciones dentro del primer bucle: basura = 1, nada = 0, i = i

Se ejecutan n veces cada una (una por cada iteración del bucle i)

Costo: $T(n) = 3n$

Bucle for medio: for j in range(n)

Se ejecuta n veces por cada iteración de i

Total: $n \times n = n^2$ iteraciones

Costo de evaluación del bucle: $T(n) = n^2$

Asignaciones dentro del segundo bucle: basura2 = 1, otra_cosa = 2, j = j

Se ejecutan n^2 veces cada una

Costo: $T(n) = 3n^2$

Bucle for interno: for k in range(n)

Se ejecuta n veces por cada iteración de j, que a su vez se ejecuta n veces por cada iteración de i

Total: $n \times n \times n = n^3$ iteraciones

Costo de evaluación del bucle: $T(n) = n^3$

Asignaciones dentro del tercer bucle: total = total, k = k, j = j

Se ejecutan n^3 veces cada una

Costo: $T(n) = 3n^3$

Operación principal: total += a[i] + a[j] + a[k]

Se ejecuta n^3 veces

Incluye:

3 accesos a la lista: $3n^3$

2 sumas: $2n^3$

1 asignación: n^3

Costo: $T(n) = 6n^3$

Return: return total

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Cálculo total T(n):

$$T(n) = 1 + 1 + 1 + n + 3n + n^2 + 3n^2 + n^3 + 3n^3 + 6n^3 + 1$$

$$T(n) = 4 + 4n + 4n^2 + 10n^3$$

$$T(n) = 10n^3 + 4n^2 + 4n + 4$$

En notación Big O: $O(n^3)$ - cúbica

Análisis de Complejidad Espacial S(n):

Parámetro: a (lista)

La lista a ocupa n unidades de memoria (parámetro de entrada)

Para el análisis de espacio auxiliar: $S(n) = 0$ (no cuenta como espacio adicional)

Variable n: $n = \text{len}(a)$

Ocupa 1 unidad de memoria
Costo: $S(n) = 1$
Variable total: total = 0
Ocupa 1 unidad de memoria
Costo: $S(n) = 1$
Variable del primer bucle: i in range(n)
La variable i ocupa 1 unidad de memoria
Costo: $S(n) = 1$
Variables dentro del primer bucle: basura, nada
Ocupan 2 unidades de memoria
Costo: $S(n) = 2$
Variable del segundo bucle: j in range(n)
La variable j ocupa 1 unidad de memoria
Costo: $S(n) = 1$
Variables dentro del segundo bucle: basura2, otra_cosa
Ocupan 2 unidades de memoria
Costo: $S(n) = 2$
Variable del tercer bucle: k in range(n)
La variable k ocupa 1 unidad de memoria
Costo: $S(n) = 1$
Operaciones restantes: reasignaciones y accesos a lista
No requieren espacio adicional
Costo: $S(n) = 0$
Cálculo total $S(n)$:
 $S(n) = 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 0 = 9$
En notación Big O: O(1) - constante

Algoritmo 5

```
1 usage
def operations(numbers):
    results = []

    for number in numbers:
        count = 0
        while number >= 1:
            number /= 2
            count += 1
        results.append(count)

    return results
```

Análisis de Complejidad Temporal T(n):

Inicialización: results = []

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Bucle for externo: for number in numbers

Se ejecuta n veces (donde n = len(numbers))

Costo de evaluación del bucle: $T(n) = n$

Inicialización del contador: count = 0

Se ejecuta n veces (una por cada iteración del for)

Costo: $T(n) = n$

Bucle while interno: while number ≥ 1

Análisis crítico: Para cada número en la lista, se divide por 2 hasta ser menor que 1

Si el número inicial es M, la secuencia es: $M \rightarrow M/2 \rightarrow M/4 \rightarrow M/8 \rightarrow \dots \rightarrow M/2^k < 1$

Número de iteraciones por número: $\lfloor \log_2(M) \rfloor + 1$

Caso importante: La complejidad depende de los valores en la lista, no solo de la longitud

División: number /= 2

Se ejecuta $\sum \log_2(M_i)$ veces para todos los números M_i en la lista

Costo: $T(n) = \sum \log_2(M_i)$

Incremento: count += 1

Se ejecuta $\sum \log_2(M_i)$ veces

Costo: $T(n) = \sum \log_2(M_i)$

Append: results.append(count)

Se ejecuta n veces

Costo: $T(n) = n$

Return: return results

Ejecuta 1 vez

Costo: $T(n) = 1$

Cálculo total $T(n)$:

$$T(n) = 1 + n + n + \sum \log_2(M_i) + \sum \log_2(M_i) + n + 1$$

$$T(n) = 3 + 3n + 2\sum \log_2(M_i)$$

Casos de análisis:

Mejor caso: Todos los números son muy pequeños (≤ 1) $\rightarrow O(n)$

Caso promedio: Números de tamaño típico $\rightarrow O(n \times \log(M_{\text{promedio}}))$

Peor caso: Números muy grandes $\rightarrow O(n \times \log(M_{\text{max}}))$

En notación Big O (caso general): $O(n \times \log(M))$ donde M es el valor típico de los números

Análisis de Complejidad Espacial S(n):

Parámetro: numbers (lista)

Para el análisis de espacio auxiliar: $S(n) = 0$ (no cuenta como espacio adicional)

Lista results: results = []

Crece hasta tener n elementos (uno por cada número procesado)

Costo: $S(n) = n$

Variable del bucle externo: number in numbers

La variable number ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Variable count: count = 0

Ocupa 1 unidad de memoria

Costo: $S(n) = 1$

Operaciones restantes: divisiones, incrementos, append, return

No requieren espacio adicional permanente

Costo: $S(n) = 0$

Cálculo total $S(n)$:

$$S(n) = n + 1 + 1 + 0 = n + 2$$

En notación Big O: $O(n)$ - lineal