

Задача 1

Пусть y_1, y_2, \dots, y_n линейно независимые функции, тогда есть коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots$

$$\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \dots + \alpha_n y_n = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \neq 0$$

$$\alpha_1 e^x + \alpha_2 + \alpha_3(x+1) + \alpha_4(x-e^x) = 0$$

$$e^x + 1 - x - 1 + x - e^x = 0$$

$$\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 1 \quad \alpha_3 = -1 \quad \alpha_4 = 1$$

Ответ: линейно независимые

Задача 2

$$2\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} - 2x - x^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \quad \alpha_2 = -2 \quad \alpha_3 = -1 \quad \alpha_4 = 1$$

Ответ: линейно независимые

Задача 3

$$x = (2, 3, 5) \quad \text{в базисе } b_1(0, 0, 10) \quad b_2(2, 0, 0) \quad b_3(0, 1, 0)$$

$$x = (2, 0, 0) + (0, 3, 0) + (0, 0, 5) = b_2 + 3b_3 + \frac{1}{2}b_1$$

$$\text{координаты вектора } x \text{ в базисе } (b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{1}{2}; 1; 3\right)$$

Задача 4

$$3x^2 - 2x + 2$$

$$a) \quad a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot x^2 \Rightarrow a_1 = 2 \quad a_2 = -2 \quad a_3 = 3$$

$$b) \quad a_1 x^2 + a_2 x - a_2 + a_3 \Rightarrow a_1 = 3 \quad a_2 = -2 \quad a_3 = 0$$

Задача 5

а) Складывая вектор с $x=0$ с другим вектором где $y \neq 0$ можем получить вектор без нулевых x, y, z , соответственно ответ отрицательный

б) Складывая вектора, или умножая на число, мы другим способом получаем вектор являющийся линейной комбинацией $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ соответственно является линейным подпространством