Задача 1

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 4 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_4 = -2 \\ -2x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

$x_4 = c$

$x_1 = 3c - 2$

$x_3 = \frac{1}{2}(3c - 4)$

$x_2 = 2c + \frac{1}{2}(3c - 4) - 3c + 2 = \frac{1}{2}c$

Задача 2

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} A = 3 = \operatorname{rank} \tilde{A}$

имеет единственное решение

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} A = 1$

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \\ 3 & -6 & 9 & 5 \end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} \tilde{A} = 2$

$\operatorname{rank} A < \operatorname{rank} \tilde{A}$ система несовместна

в) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & -8 \end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} A = 2$

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & -8 & -2 \end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} \tilde{A} = 2$

бесконечное кол-во решений

Задача №3

$$\tilde{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad \operatorname{rank}\tilde{A} = 4$$

$\operatorname{rank} A = 4 = \operatorname{rank}\tilde{A}$ система совместна

Задача 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \operatorname{rank} A = 2$$

неоднородная если $\operatorname{rank}\hat{A} = 3$

$$\hat{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & b \\ 7 & 8 & 9 & c \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & b-4a \\ 0 & -6 & -12 & c-7a \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & (b-4a)\cdot(-1/3) \\ 0 & 0 & 0 & c-7a-2(b-4a) \end{array}\right)$$

$\operatorname{rank}\hat{A} = 3$ если $c - 7a - 2(b-4a) \neq \emptyset$

$a - 2b + c \neq \emptyset$