

Задача 1

$$a) \det A = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$b) \det A = 4 \cdot 5 \cdot 9 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 180$$

$$c) \det A = 1 \cdot (45 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 + 12 - 9 = 0$$

Задача 2

$$a) \det(A^2) = \det(A \cdot A) = \det A \cdot \det A = 16$$

$$b) \det(A^T) = \det A = 4$$

$$c) \det(2A) = \det 2 \cdot \det A = 8$$

Задача 3

$$\det A = -2 \cdot (-14 \cdot 13 - 6 \cdot 7) - 7(4 \cdot 13 - 6 \cdot -3) - 3 \cdot (4 \cdot 7 - 14 \cdot 3) =$$

$$= 4 \cdot 7 \cdot 13 + 12 \cdot 7 - 7 \cdot 4 \cdot 13 - 21 \cdot 6 - 12 \cdot 7 + 9 \cdot 14 =$$

$$= -7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 0 \Rightarrow \text{матрица вырожденная}$$

Задача 4

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{rank} = 2]{\substack{\text{св. 3-я строка} \\ \text{в } 2 + 1}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{св. 1}]{\substack{\text{св. 2} \cdot (-1) - \\ + \text{св. 1}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{св. 1} + 2 = \text{св. 3}]{\text{св. 1} + 2 = \text{св. 3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rank } A = 3$$