

# ДЗ 3

Шишкин Алексей

15 февраля 2023 г.

## 1 Задача 1

Повторяя алгоритм описанный на лекции, найдем количество выравниваний. Назовём его  $a_{n,m}$ .

1) Доступно 3 операции: вставка гэта в первую строку, вставка гэта во вторую строку, замена символа. Соответственно,  $a_{n,m} = a_{n-1,m} + a_{n,m-1} + a_{n-1,m-1}$ .

Начальное условие:  $a_{0,0} = 1$ .

2) С другой стороны, количество выравниваний можно выразить следующим образом. Представим выравнивание как последовательность операций. Обозначим число вставок гэта в первую строку как  $k_1$ , во вторую -  $k_2$ , число замен как  $z$ . Заметим, что  $k_1 + z = m$  (так как вставка гэта и замена передвигают указатель на обрабатываемый символ второй строки на 1), а также  $k_2 + z = n$  (аналогично для первой строки).

Тогда можно сделать перебор  $z$ , однозначно определить  $k_1$  и  $k_2$ . После чего перебрать все возможные порядки операций.

$$a_{n,m} = \sum_{z=0}^m C_{m+n-z}^m * C_m^z$$

3) Распишем факториалы:

$$a_{n,m} = \sum_{z=0}^m C_{m+n-z}^m * C_m^z = \sum_{z=0}^m \frac{(m+n-z)!}{m!*(n-z)!} * \frac{m!}{z!*(m-z)!} = \frac{(m+n-z)!}{(n-z)!*z!*(m-z)!} =$$

$$\frac{\sqrt{2\pi(m+n-z)}*((m+n-z)/e)^{m+n-z}}{2\pi\sqrt{2\pi(n-z)*z*(m-z)}*((n-z)/e)^{n-z}*(z/e)^z*((m-z)/e)^{m-z}} =$$
$$\frac{\sqrt{(m+n-z)}*(m+n-z)^{m+n-z}/e^{m+n-z}}{2\pi\sqrt{(n-z)*z*(m-z)}*(n-z)^{n-z}/e^{n-z}*z^z/e^z*(m-z)^{m-z}/e^{m-z}} =$$
$$\frac{\sqrt{(m+n-z)}*(m+n-z)^{m+n-z}}{2\pi\sqrt{(n-z)*z*(m-z)}*(n-z)^{n-z}*z^z*(m-z)^{m-z}}$$