

1 (2). Реализуйте стек с помощью двух очередей.

2 (2). Опишите способ хранения почти-полного троичного дерева в массиве. Как по номеру клетки родителя вычислить номера детей? Как по номеру ребёнка вычислить номер родителя?

Преамбула. Алгоритм удаления элемента из двоичного дерева поиска (Кормен II) использует вспомогательную процедуру `Tree_Successor`, которая по узлу x в двоичном дереве поиска находит следующий по возрастанию за x элемент дерева. Разберитесь с тем как она работает и докажите её корректность — в Кормене доказательство сведено к следующей задаче (упражнению для читателя).

3 (2). Постройте алгоритм, который выводит первые k минимумов массива (упорядочно: сначала первый минимум, потом второй и т.д.) за время $O(n + k \log n)$.

4 (4). Докажите, что если в бинарном дереве поиска у элемента x нет правого ребёнка и у x есть следующий за ним в порядке возрастания элемент y , то y является самым нижним предком¹ x , чей левый дочерний узел так же является предком x или самим x .

5 (3). Покажите, что если вершина b в бинарном дереве поиска имеет две дочерние вершины, то последующая за ней вершина c не имеет левой дочерней вершины, а предшествующая ей вершина a — правой. Под предшествующей и последующей вершиной понимается, что $a.\text{key} < b.\text{key} < c.\text{key}$ и в дереве поиска нет ключей в промежутках $(a.\text{key}, b.\text{key})$ и $(b.\text{key}, c.\text{key})$.

6 (3). Докажите, что не существует алгоритма, строящего двоичное дерево поиска за линейное время по произвольным ключам на входе.

7 (4) [5.32 ДПВ]. К серверу приходят одновременно n клиентов. Для клиента i известно время его обслуживания t_i . Время ожидания клиента определяется как сумма времени обслуживания всех предыдущих клиентов и времени обслуживания его самого. К примеру, если обслуживает клиентов в порядке номеров, то время ожидания клиента i будет равно $\sum_{j=1}^i t_j$. Постройте эффективный алгоритм, находящий последовательность обслуживания клиентов с минимальным суммарным временем ожидания клиентов.

¹Предком вершины x называют любую вершину, лежащую на пути в x из корня.