**1** (2). Дано $n$ слов длины $k$, состоящих из маленьких букв латинского алфавита. Предложите эффективный алгоритм их сортировки в лексикографическом (словарном) порядке.

**2**(3). Пусть числовой массив $a[1], \ldots, a[n]$ строго унимодален на максимум. Это означает, что существует $t$, такое что

$$a[1] < a[2] < \cdots < a[t] > a[t+1] > \cdots > a[n-1] > a[n], \quad 1 \leqslant t \leqslant n.$$

1. Разрешается за один ход спросить значение одного элемента массива. Докажите, что можно найти значение максимального элемента $a[t]$ за не более $O(\log n)$ ходов.

2*. Докажите, что можно найти значение максимального элемента за не более чем $\log_a n + c$ ходов, где $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**3** (2). Имеется $n$ монет, среди которых одна фальшивая, и чашечные весы. Настоящие монеты все имеют одинаковый вес, а фальшивая легче. На каждую чашку весов можно класть произвольное количество монет. Докажите, что фальшивую монету можно найти за $\log_3 n + c$ взвешиваний.

**4**(3). Докажите, что в условиях предыдущей задачи для нахождения фальшивой монеты необходимо $\log_3 n + c$ взвешиваний.

**5** (4). Даны два отсортированных массива длины $n$. Предложите как можно более эффективный алгоритм поиска медианы в массиве, состоящем из всех данных $2n$ элементов. Можно считать, что все элементы различные. Докажите корректность алгоритма и оцените его сложность (количество сравнений). В этой задаче обращения к элементам массива и их сравнение выполняются за $O(1)$, читать оба массива целиком не требуется, считайте, что они уже лежат в памяти.

**6** (4). Определите, что число является значением данного многочлена с натуральными (целыми положительными) коэффициентами в натуральной точке. На вход задачи подаются натуральные числа $n, a_0, \ldots, a_n$ и $y$. Необходимо определить, существует ли натуральное число $x$, такое что

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0.$$

В этой задаче модель с арифметическими операциями за $O(1)$.

**7***. Ваш лектор по алгоритмам нашёл два одинаковых прочных шарика из неизвестного материала и внезапно решил измерить их прочность в этажах стоэтажного небоскрёба: прочность равна номеру минимального этажа, при броске шарика из окна которого шарик разобьётся (максимум 100). Считаем, что если шарик уцелел, то его прочность после броска не уменьшилась. Сколько бросков шариков необходимо и достаточно для нахождения прочности?