

# Функциональная зависимость (ФЗ)

- Пусть задана переменная отношения  $R$ , и  $X$  и  $Y$  являются произвольными подмножествами заголовка  $R$  («составными» атрибутами)
- $Y$  функционально зависит от  $X$  в том и только в том случае, если для любого допустимого значения  $R$  каждому значению  $X$  соответствует в точности одно значение  $Y$ . В этом случае говорят также, что атрибут  $X$  функционально определяет атрибут  $Y$  ( $X$  является детерминантом (определителем) для  $Y$ , а  $Y$  является зависимым от  $X$ ). Будем обозначать это как  $X \rightarrow Y$ .

СЛУ_НОМ	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
2934	Иванов	22400.00	1	Иванов
2935	Петров	29600.00	1	Иванов
2936	Сидоров	18000.00	1	Иванов
2937	Федоров	20000.00	1	Иванов
2938	Иванова	22000.00	1	Иванов
2939	Сидоренко	18400.00	2	Иваненко
2940	Федоренко	20400.00	2	Иваненко
2941	Иваненко	22600.00	2	Иваненко

● Отношение СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ

**Возможные функциональные зависимости**

СЛУ\_НОМ->СЛУ\_ИМЯ

СЛУ\_НОМ -> СЛУ\_ЗАРП

СЛУ\_НОМ -> ПРО\_НОМ

СЛУ\_НОМ -> ПРОЕКТ\_РУК

{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ} -> СЛУ\_ЗАРП

{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ} -> ПРО\_НОМ

{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ} -> {СЛУ\_ЗАРП,  
ПРО\_НОМ}

...

ПРО\_НОМ -> ПРОЕКТ\_РУК и т.д.

В отношении Студенты (№ЗачетнойКнижки, Фамилия, Имя, Отчество, Адрес, КодГруппы) существуют такие ФЗ

- {№ ЗачетнойКнижки} → {Фамилия, Имя, Отчество}
- {№ ЗачетнойКнижки} → {Адрес, КодГруппы}
- {№ ЗачетнойКнижки, Фамилия, Имя, Отчество} → {Адрес, КодГруппы}

В отношении Кафедры (КодКафедры, НазваниеКафедры, Кабинет, Телефон) существуют ФЗ

- {КодКафедры} → {Кабинет, Телефон}
- {НазваниеКафедры} → {Кабинет, Телефон}

# Примечание

- Заметим, что если атрибут А отношения R является возможным ключом, то для любого атрибута В этого отношения всегда выполняется ФЗ  $A \rightarrow B$
- Обратите внимание, что наличие в отношении СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ ФЗ ПРО\_НОМ->ПРОЕКТ\_РУК приводит к некоторой избыточности этого отношения. Имя руководителя проекта является характеристикой проекта, а не служащего, но в нашем случае оно содержится в теле отношения столько раз, сколько служащих работает над проектом.

# Примечание

- Множество атрибутов отношения, которое содержит в качестве подмножества потенциальный ключ называется **суперключом** этого отношения.
- Фактически, если в отношении есть ФЗ, в которой детерминант не является суперключом, то отношение избыточно.

# Тривиальные ФЗ

- ФЗ  $A \rightarrow B$  называется тривиальной, если множество атрибутов  $A$  включает множество  $B$  или совпадает с множеством  $B$ .
- Очевидно, что любая тривиальная ФЗ всегда выполняется.  
Например,

$\{\text{№ЗачетнойКнижки}, \text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\} \rightarrow \{\text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\}$

$\{\text{КодГруппы}, \text{Курс}\} \rightarrow \{\text{Курс}\}$

- Частным случаем тривиальной ФЗ является  $A \rightarrow A$ .
- Такие тривиальные ФЗ не рассматриваются при нормализации, но все же они существуют и всегда формально учитываются.

# Замыкание множества функциональных зависимостей

- Пусть  $S$  – некое множество ФЗ. Тогда множество всех ФЗ, которые можно получить из  $S$  называется **замыканием** множества  $S$  и обозначается  $S^+$ .
- Например, из ФЗ отношения Студенты
- $\{\text{№ЗачетнойКнижки}, \text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\} \rightarrow \{\text{Адрес}, \text{Телефон}\}$  можно получить такие ФЗ:  
 $\{\text{№ ЗачетнойКнижки}, \text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\} \rightarrow \{\text{Адрес}\}$   
 $\{\text{№ ЗачетнойКнижки}, \text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\} \rightarrow \{\text{Телефон}\}$
- ФЗ  $A \rightarrow C$  называется **транзитивной**, если существует такой атрибут  $B$ , что имеются функциональные зависимости  $A \rightarrow B$  и  $B \rightarrow C$  и отсутствует функциональная зависимость  $C \rightarrow A$ .

# Правила вывода ФЗ Армстронга.

## АКСИОМЫ.

1. Рефлексивность: если  $B \subseteq A$ , то  $A \rightarrow B$
  2. Пополнение: если  $A \rightarrow B$ , то  $AC \rightarrow BC$
  3. Транзитивность: если  $A \rightarrow B$  и  $B \rightarrow C$ , то  $A \rightarrow C$
- Каждое из этих правил может быть доказано на основе определения ФЗ, а первое правило – это определение тривиальной ФЗ.
  - Эти правила **полны**, т.к. их достаточно для вывода замыкания (т.е. всех ФЗ) начального множества ФЗ.
  - Они также **исчерпывающи**, т.к. никакие дополнительные ФЗ не могут быть выведены из начального множества ФЗ.



# Правила вывода ФЗ Армстронга.

Следствия:

4. Самодетерминированность:  $A \rightarrow A$
5. Декомпозиция: если  $A \rightarrow BC$ , то  $A \rightarrow B$  и  $A \rightarrow C$
6. Объединение: если  $A \rightarrow B$  и  $A \rightarrow C$ , то  $A \rightarrow BC$
7. Композиция: если  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$ , то  $AC \rightarrow BD$
8. Теорема всеобщего объединения: если  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$ ,  
то  $A(C-B) \rightarrow BD$

# Пример

Рассмотрим отношение

Группы (КодГруппы, Специальность, Курс, Староста).

В качестве начального множества ФЗ возьмем множество из следующих двух ФЗ:

- (1) {КодГруппы}  $\rightarrow$  {Специальность, Курс}
- (2) {КодГруппы}  $\rightarrow$  {Староста}

По правилу 1 можно записать все тривиальные зависимости:

- (3) {Специальность, Курс}  $\rightarrow$  {Специальность}
- (4) {Специальность, Курс}  $\rightarrow$  {Курс}

# Пример

По правилу 2:

- (5) {КодГруппы, Староста}  $\rightarrow$  {Специальность, Курс, Староста}
- (6) {КодГруппы, Специальность}  $\rightarrow$  {Староста, Специальность}
- (7) {КодГруппы, Курс}  $\rightarrow$  {Староста, Курс}
- (8) {КодГруппы, Специальность, Курс}  $\rightarrow$  {Староста, Специальность, Курс}

По правилу 3 напрямую ничего не выведем.

# Пример

По правилу 4:

- (9) {КодГруппы}  $\rightarrow$  {КодГруппы}
- (10) {Специальность}  $\rightarrow$  {Специальность}
- (11) {Курс}  $\rightarrow$  {Курс}
- (12) {Староста}  $\rightarrow$  {Староста}

По правилу 5:

- (13) {КодГруппы}  $\rightarrow$  {Специальность}
- (14) {КодГруппы}  $\rightarrow$  {Курс}

# Пример

По правилу 6:

- (15) {КодГруппы} → {Специальность, Курс, Староста}

По правилу 7 напрямую ничего не выведем

По правилу 8 тоже.

# Неприводимые функциональные зависимости

Функциональная зависимость называется **неприводимой** слева, если ни один атрибут не может быть опущен из ее детерминанта без нарушения зависимости (иными словами, детерминант неизбыточен).

Например: ФЗ

$\{\text{№ЗачетнойКнижки}, \text{Фамилия}, \text{Имя}, \text{Отчество}\} \rightarrow \{\text{Адрес}\}$   
приводима, т.к. из детерминанта можно исключить атрибуты Фамилия, Имя, Отчество без нарушения ФЗ.

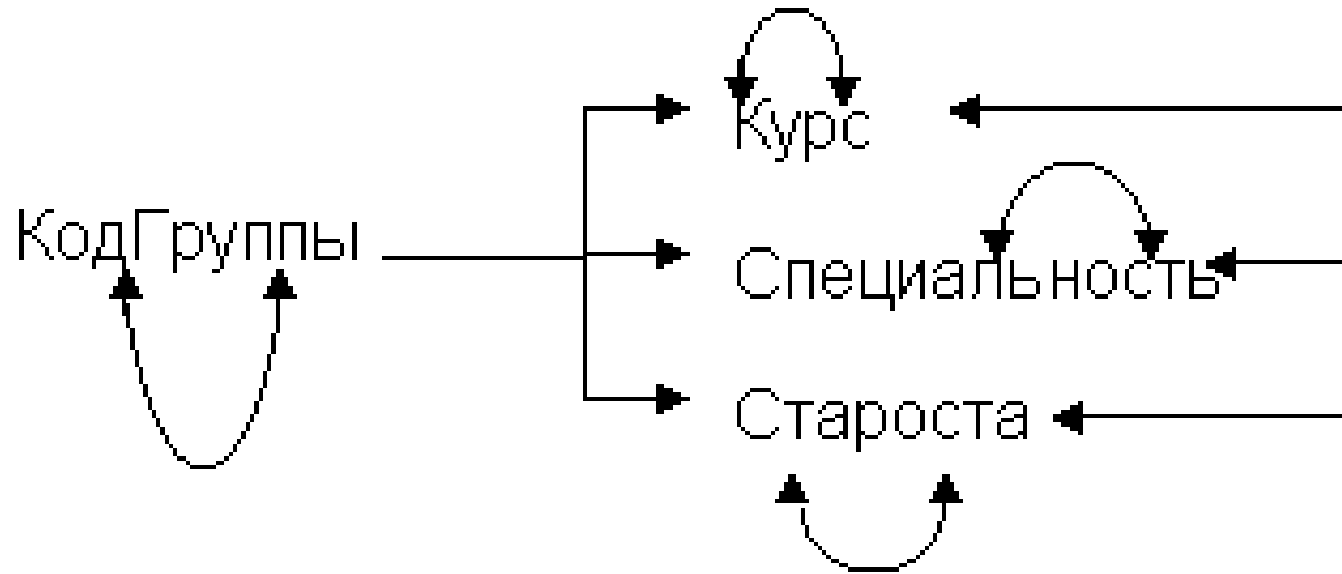
# Неприводимые функциональные зависимости

Множество ФЗ называется **неприводимым** тогда и только тогда, когда выполняются три свойства:

- 1) зависимая часть каждой ФЗ из данного множества содержит только один атрибут;
- 2) каждая ФЗ из данного множества является неприводимой слева;
- 3) ни одна ФЗ из данного множества не может быть опущена.

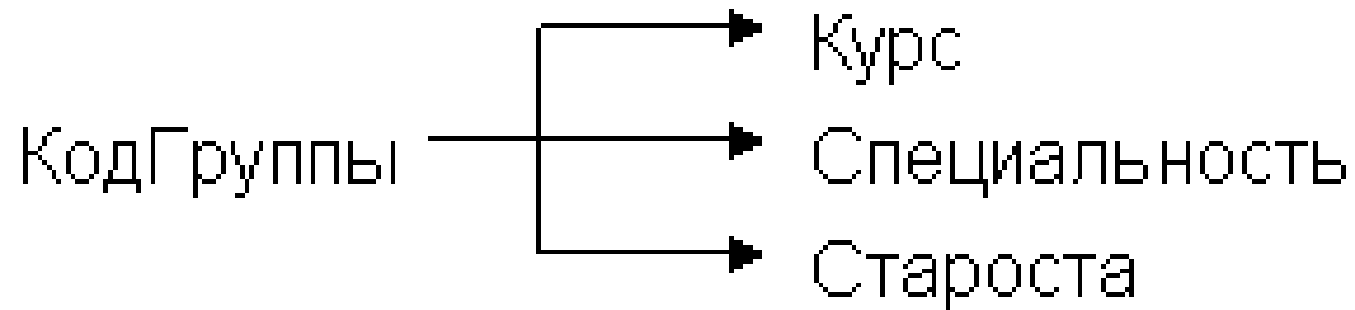
# Диаграммы (схемы) функциональных зависимостей

Множество неприводимых ФЗ некоторого отношения можно представить в виде диаграммы функциональных зависимостей.





# Диаграммы (схемы) функциональных зависимостей



Из нее как раз и следуют перечисленные ранее три оставшиеся ФЗ:

- {КодГруппы} → {Курс}
- {КодГруппы} → {Специальность}
- {КодГруппы} → {Староста}