

Análisis de máquinas eléctricas. Máquina asíncrona o de inducción

Objetivos del capítulo

El objetivo de este capítulo es continuar con el estudio de las máquinas eléctricas rotativas, profundizando en el análisis de las máquinas asíncronas o de inducción. Estos equipos pueden funcionar como motor, generador o freno, siendo su principal uso el de motor. Los motores asíncronos están presentes en todos los ámbitos productivos y también en el equipamiento doméstico. Profundizar en el conocimiento de sus características mecánicas y eléctricas es necesario para las competencias de un ingeniero industrial.

Los objetivos específicos de aprendizaje son:

- Analizar las características constructivas de las máquinas asíncronas y las diferencias entre los dos tipos: rotor de jaula de ardilla y rotor bobinado.
- Identificar los modos de funcionamiento de la máquina asíncrona como generador, motor o freno.
- Analizar el comportamiento del motor asíncrono funcionando en carga, resolviendo su circuito equivalente.
- Realizar un balance de potencia en la máquina asíncrona, estudiando las pérdidas en sus distintos elementos, determinando su rendimiento y par útil.
- Estudiar los modos de conexión a la red eléctrica del motor asíncrono y los métodos de arranque.

1. Introducción

Las máquinas asíncronas son la tecnología más empleada dentro de las máquinas eléctricas rotativas para la transformación de la energía eléctrica en mecánica en aplicaciones industriales y domésticas, es decir, funcionando como motor. Su uso se ha incrementado notablemente gracias al desarrollo de la electrónica industrial, que permite controlar la velocidad de la máquina y facilita su utilización en aplicaciones como bombas, compresores, ventiladores, máquinas-herramientas, robótica, vehículos híbridos o eléctricos, lavadoras, etc. La aplicación de estas máquinas como generadores está mucho menos extendida que la de las máquinas síncronas, aunque el desarrollo de la energía eólica, en la que son ampliamente utilizadas, hace que empiece a ser significativa la generación de energía eléctrica mediante generadores asíncronos.

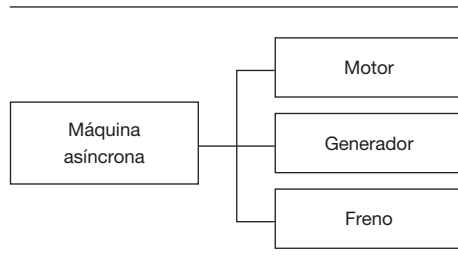
En determinadas condiciones de funcionamiento, cuando el rotor gira en sentido contrario al del campo magnético, la máquina asíncrona puede funcionar como freno, lo que es interesante en distintas aplicaciones como la regulación del descenso de las cargas en las grúas, cuya elevación está controlada por un motor asíncrono, o cuando se desea frenar bruscamente una máquina en casos de emergencia.

Las máquinas asíncronas se diferencian del resto de máquinas rotativas porque la velocidad del rotor no es la velocidad de sincronismo dependiente de la frecuencia de la red eléctrica, de ahí su denominación. Otro aspecto diferencial es que no necesitan que haya una conducción de corriente por uno de los devanados para que actúe como inductor, sino que la corriente que circula por el devanado inductor se debe a la f.e.m inducida por la acción del flujo del otro devanado, por eso también se denominan *máquinas de inducción*.

2. Características y aspectos constructivos de la máquina asíncrona

Las máquinas asíncronas son máquinas eléctricas rotativas constituidas por un rotor, parte móvil de la máquina, que gira en el interior del estátor (parte fija), separados ambos por el entrehierro (figura 2). Tanto el rotor como el estátor se construyen de chapas apiladas de material ferromagnético en las que se mecanizan una serie de ranuras para alojar a los devanados. El devanado que se aloja en el estátor es trifásico, mientras que la disposición de los devanados en el rotor puede realizarse constructivamente de dos modos, lo que da lugar a dos tipos de máquinas asíncronas: la máquina con rotor de jaula de ardilla y la máquina con rotor bobinado.

Figura 1. Modos de funcionamiento de las máquinas asíncronas



El *rotor de jaula de ardilla* está formado por una serie de barras de material conductor cortocircuitadas en sus extremos por unos anillos del mismo material, que suele ser aluminio para pequeñas o medianas potencias, y cobre o bronce para potencias elevadas (figura 3).

Para formar estas barras, el metal se inyecta en estado fundido en las ranuras practicadas en el rotor, por lo que una vez construido, no es accesible. Las máquinas asíncronas con rotor de jaula de ardilla son empleadas por su robustez y porque necesitan menos mantenimiento, además de ser económicas.

El *rotor bobinado* se construye de forma similar al estátor de la máquina, alojando los devanados en las ranuras y empleando unos anillos que giran solidariamente con el eje de la máquina, rozantes con escobillas fijas, de modo que el cortocircuito de los devanados se realiza en el exterior (figura 4), lo que es una ventaja importante para la alimentación y el control de la máquina. Como desventajas, si se compara con el rotor de jaula de ardilla, es más caro, voluminoso y necesita mayor mantenimiento.

Figura 2. Esquema de la máquina asíncrona

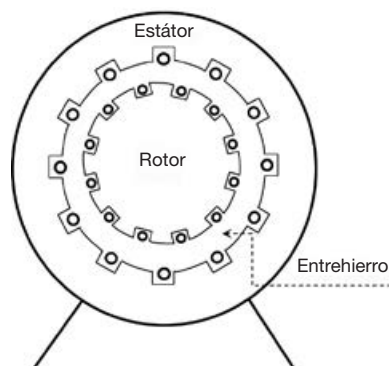


Figura 3. Rotor de jaula de ardilla

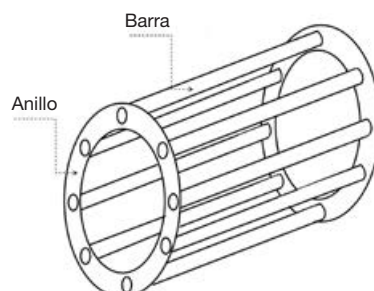
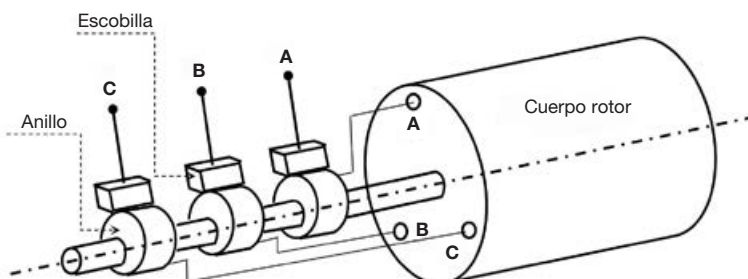


Figura 4. Rotor bobinado



3. Funcionamiento en carga de la máquina asíncrona

Como se ha visto, el funcionamiento más común de la máquina asíncrona es como motor. Cuando se alimentan los devanados del estátor con una corriente trifásica de frecuencia f , se produce un campo magnético giratorio cuya velocidad es la velocidad de sincronismo que, como sabemos, depende de la frecuencia de la red. Este campo magnético induce una fuerza electromotriz en los conductores del rotor que forman un circuito cerrado, apareciendo una intensidad circulante que tiende a oponerse a la variación de flujo del estátor. Esta corriente inducida interactúa con el campo magnético, apareciendo una fuerza electromagnética que viene dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B} \quad (4.1)$$

Donde I es el valor de la intensidad circulante por el rotor, \vec{l} , un vector cuyo módulo es la longitud del conductor y \vec{B} , el campo magnético que produce la inducción.

Debido a la acción de esta fuerza electromagnética, el rotor empieza a girar siguiendo al campo magnético giratorio del estátor. Conforme aumenta la velocidad del rotor, disminuye la velocidad relativa entre esta velocidad y la del campo magnético giratorio. Al disminuir esta velocidad relativa, se reduce la tensión inducida y, consecuentemente, la intensidad circulante por el rotor y la fuerza electromotriz. Esto provoca una disminución en el par interno del rotor; la velocidad se estabiliza cuando el par resistente del rotor se iguala con el par motor, lo que ocurre siempre a una velocidad del rotor n_r inferior a la velocidad de sincronismo n_s . Es decir, el rotor gira en el interior del estátor a una velocidad inferior a la de sincronismo con la red, por eso se denominan máquinas asíncronas.

3.1. Deslizamiento. Modos de funcionamiento de la máquina asíncrona

El parámetro *deslizamiento* (s) relaciona la velocidad del rotor con la velocidad de sincronismo a través de la ecuación 4.2 y constituye una medida indirecta de la velocidad del rotor, ya que la de sincronismo es conocida a partir de la frecuencia de la red y de las características de la máquina. El deslizamiento es un parámetro adimensional que se suele indicar en tanto por ciento (%).

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \quad (4.2)$$

Donde recordemos que

$$n_s = \frac{60 f_1}{p}$$

siendo f_1 la frecuencia de la red trifásica que alimenta al estátor y p es el número de pares de polos de la máquina.

Se puede deducir que la frecuencia de las corrientes que circulan por el rotor f_2 es:

$$f_2 = s f_1 \quad (4.3)$$

En el caso analizado, funcionamiento de la máquina asíncrona como motor, el valor del deslizamiento es positivo y menor que la unidad, ya que la velocidad del rotor es inferior a la de sincronismo. Cuando el rotor, debido a la acción de un medio externo, se mueve en sentido contrario al del campo giratorio, su velocidad tiene sentido negativo, por lo que el deslizamiento tendrá un valor positivo superior a la unidad, en este caso la máquina funciona como freno. La máquina asíncrona funciona como generador en el caso contrario, es decir, cuando el rotor se mueve en el sentido del campo giratorio accionado por la fuerza mecánica que se transformará en energía eléctrica. Aplicando la ecuación 4.2, en este caso, el deslizamiento tendrá un valor negativo. En la tabla 1 se resumen los modos de funcionamiento de la máquina asíncrona y el valor del deslizamiento en cada caso.

■ Tabla 1. Valores del deslizamiento y modo de funcionamiento en la máquina asíncrona

| Valor del deslizamiento | Modo de funcionamiento |
|-------------------------|------------------------|
| $0 < s < 1$ | Motor |
| $s > 1$ | Freno |
| $s < 0$ | Generador |

EJEMPLO 1

Un motor asíncrono de cuatro polos y frecuencia de alimentación 50 Hz gira a 1.350 rpm. Determinar el deslizamiento.

La velocidad de sincronismo será:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

Y el valor del deslizamiento:

$$s = \frac{1.500 - 1.350}{1.500} = 0,1$$

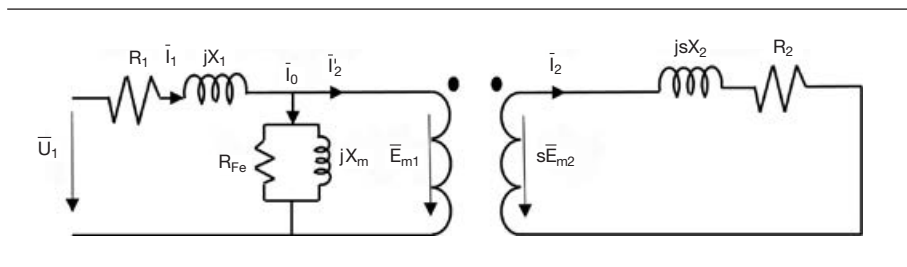
Luego, el valor del deslizamiento de la máquina es del 10 %, lo que representa el 90 % de la velocidad síncrona.

Un caso particular del funcionamiento de la máquina asíncrona se da cuando el rotor está parado, siendo el deslizamiento igual a 1. En este caso, la máquina asíncrona es análoga a un transformador, con dos devanados y un circuito magnético con entrehierro por donde circula el flujo. El devanado del estátor se suele asimilar al primario y el del rotor, al secundario.

3.2. Circuito equivalente

El circuito equivalente de una máquina asíncrona (figura 5) es muy similar al circuito equivalente del transformador, ya que, como hemos visto, el funcionamiento de la máquina con el rotor bloqueado es similar al de un transformador con un cortocircuito a la salida.

Figura 5. **Circuito monofásico equivalente de la máquina asíncrona**



En la figura se observa que se representan mediante resistencias las pérdidas por efecto Joule en los devanados del estator (R_1) y del rotor (R_2), las pérdidas en el hierro (R_{Fe}) y las pérdidas por magnetización (X_m) que aparecen en cualquier circuito magnético, así como los efectos de la dispersión del flujo magnético en el estator (X_1) y en el rotor (X_2). Como vemos en el circuito, el devanado primario (estator) se alimenta con una tensión alterna \bar{U}_1 que genera una f.e.m \bar{E}_{m1} .

Cuando el rotor se encuentra parado, las frecuencias en el rotor y en el estator coinciden, es decir:

$$f_1 = f_2 \quad (4.4)$$

Y el valor eficaz de la f.e.m inducida es:

$$E_{m2} = 4,44 f_1 K_2 N_2 \varnothing_{\max} \quad (4.5)$$

Siendo K_2 el factor del devanado y N_2 , el número de espiras.

Cuando el rotor gira, el deslizamiento ya no es igual a 1 y la frecuencia de la corriente en el rotor es igual a f_2 , modificándose el valor de la f.e.m inducida:

$$E_{m2s} = 4,44 f_2 K_2 N_2 \varnothing_{\max} = 4,44s f_1 K_2 N_2 \varnothing_{\max} = sE_{m2} \quad (4.6)$$

Donde se ha tenido en cuenta la relación de la ecuación 4.3.

Siguiendo el mismo razonamiento, cuando el rotor no gira, la reactancia de dispersión X_2 es:

$$X_2 = jL_2\omega_s \quad (4.7)$$

Donde ω_s es la velocidad de sincronismo.

Cuando el rotor empieza a girar, el campo magnético depende de la diferencia de velocidades entre el rotor (ω_r) y el estátor (ω_s), que es:

$$\omega_s - \omega_r = s\omega_s \quad (4.8)$$

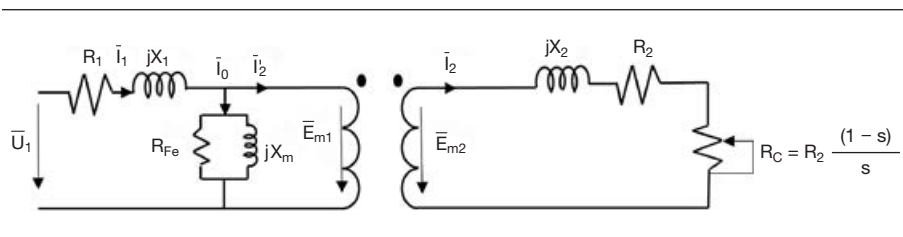
Luego, la reactancia de dispersión cuando el rotor gira será sX_2 , como se representa en la figura 5. Calculando la intensidad del secundario (rotor) en el circuito de esta figura:

$$\bar{I}_2 = \frac{s\bar{E}_{m2}}{sX_2 + R_2} = \frac{\bar{E}_{m2}}{X_2 + \frac{R_2}{s}} \quad (4.9)$$

De la ecuación 4.9 se deduce que el movimiento giratorio del rotor produce una variación en la resistencia del devanado que depende de la velocidad. Esta resistencia se puede descomponer en dos (ecuación 4.10 y figura 6), una resistencia fija de pérdidas y una resistencia variable, que se denomina *resistencia de carga* (R_C) y que es función del deslizamiento.

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + R_C \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \quad (4.10)$$

Figura 6. Circuito monofásico equivalente de la máquina asíncrona con resistencia de carga

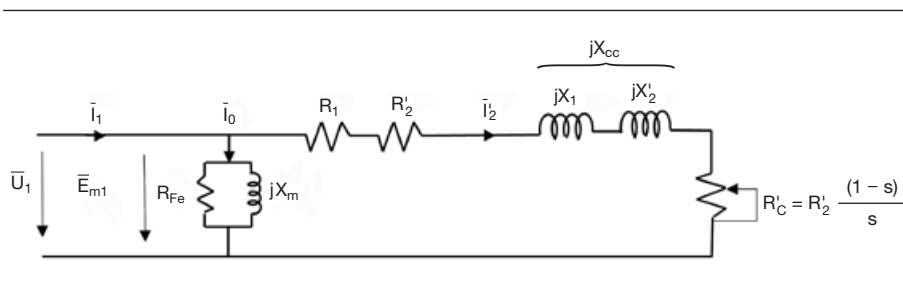


El circuito equivalente de la máquina asíncrona aún se puede simplificar más, considerando las siguientes hipótesis:

- La rama en paralelo del circuito se puede pasar a la entrada del circuito, al ser la caída de tensión en R_1 y X_1 pequeña en relación con el valor de \bar{U}_1 .
- Del mismo modo que en el circuito equivalente del transformador, el circuito equivalente de la máquina asíncrona se puede reducir al primario, es decir, al estátor, aplicando la relación entre las tensiones e intensidades del rotor y del estátor.
- Los efectos de dispersión en los devanados del estator y rotor se pueden agrupar bajo una única reactancia (X_{cc}).

En la figura 7 se muestra el circuito equivalente aproximado de la máquina asíncrona, que es el que se suele emplear para analizar el funcionamiento de estos equipos en las instalaciones.

Figura 7. **Circuito monofásico equivalente aproximado de la máquina asíncrona**



4. Balance de potencia, par útil y rendimiento

El balance de potencia en la máquina asíncrona, realizado a partir del circuito equivalente aproximado, caracteriza la potencia útil que el motor asíncrono puede proporcionar, el par motor y su rendimiento.

Se realiza el análisis de potencias para el caso de un motor asíncrono trifásico. La potencia de entrada a la máquina es la potencia eléctrica absorbida de la red (P_e), es decir, potencia activa:

$$P_e = 3U_1 I_1 \cos \varphi \quad (4.11)$$

En el estátor se producen pérdidas por efecto Joule en los devanados (P_{Cu1}) y en el hierro por histéresis y corrientes de Foucault (P_{Fe}):

$$P_{Cu1} = 3I_1^2 R_1 \quad (4.12)$$

$$P_{Fe} = 3E_{m1} I_{Fe} = 3 \frac{E_{m1}^2}{R_{Fe}} \quad (4.13)$$

En el rotor se producen pérdidas por efecto Joule en los devanados (P_{Cu2}), despreciándose las pérdidas por histéresis y corrientes de Foucault en el campo magnético del rotor debido a su baja frecuencia:

$$P_{Cu2} = 3I_2^2 R_2' \quad (4.14)$$

Realizando el balance de potencias (figura 8), la potencia útil en el rotor es la potencia eléctrica absorbida menos las pérdidas detalladas en las ecuaciones 4.12, 4.13 y 4.14. Esta

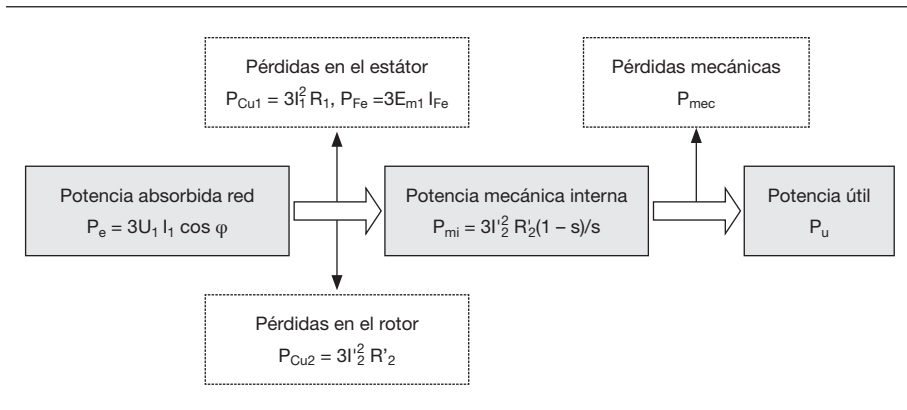
potencia se puede representar como la potencia disipada en la resistencia de carga y se denomina *potencia mecánica interna* (P_{mi}):

$$P_{mi} = 3I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) \quad (4.15)$$

Por último, la potencia útil del motor (P_u) se calcula considerando las pérdidas en los elementos mecánicos (P_{mec}): pérdidas por rozamiento, por ventilación, etc., que suelen cuantificarse como un porcentaje de la potencia útil.

$$P_u = P_{mi} - P_{mec} \quad (4.16)$$

Figura 8. Balance de potencia en la máquina asíncrona



El *par útil* en el eje del motor (T_u) es el cociente entre la potencia útil y la velocidad de giro, que es la velocidad del rotor:

$$T_u = \frac{P_u}{\omega_r} = \frac{P_{mi} - P_{mec}}{\frac{2\pi}{60} n_r} \quad (4.17)$$

En el momento de arranque del motor, la velocidad del rotor es 0, por lo que el valor del deslizamiento es igual a 1. En estas condiciones, el par de arranque del motor será el que venza las pérdidas en el rotor:

$$T_a = \frac{P_{Cu2}}{\omega_s} \quad (4.18)$$

El *rendimiento* del motor es el cociente entre la potencia útil suministrada y la potencia eléctrica absorbida y depende del deslizamiento, es decir, de la velocidad de trabajo de la máquina:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P_u}{P_u + P_{Cu1} + P_{Fe} + P_{Cu2} + P_{mec}} \quad (4.19)$$

EJEMPLO 2

Un motor de inducción trifásico de seis polos, 50 Hz, absorbe una potencia de 20 kW cuando gira a 960 rpm. Las pérdidas totales del estátor tienen un valor de 0,5 kW y las de rozamiento y ventilación se estiman en 1 kW. Calcular:

1. El deslizamiento.
2. Pérdidas en el cobre del rotor.
3. Rendimiento del motor.

1. El deslizamiento. La velocidad de sincronismo será:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1.000 \text{ rpm}$$

Luego, el deslizamiento valdrá:

$$s = \frac{1.000 - 960}{1.000} = 0,4 = 4 \%$$

2. Pérdidas en el cobre del rotor. Siguiendo el esquema del balance de potencia, la potencia que llegará al rotor será la absorbida menos la perdida en el estátor:

$$P_{\text{rotor}} = 20 - 0,5 = 19,5 \text{ kW}$$

Esta potencia, a su vez, se tendrá que dividir entre las pérdidas en el cobre del rotor y la potencia mecánica interna:

$$P_{\text{rotor}} = P_{Cu2} + P_{mi} = 3I_2^2 R_2 + 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = \frac{P_{Cu2}}{s}$$

Luego,

$$P_{Cu2} = 19,5 \cdot 0,04 = 0,78 \text{ kW}$$

3. Rendimiento del motor. La potencia útil será:

$$P_u = P_{mi} - P_{mec} = 19,5 - 0,78 - 1 = 17,72 \text{ kW}$$

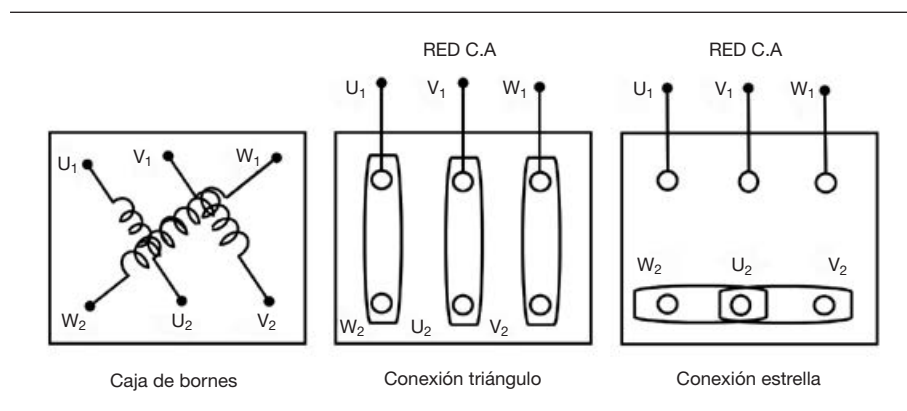
Y el rendimiento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{17,72}{20} = 0,886 = 88,6 \%$$

5. Conexiones y arranque del motor asíncrono

El motor asíncrono trifásico puede conectarse a la red en estrella o triángulo (figura 9). La conexión en estrella de los terminales de la máquina se emplea cuando debe conectarse a la tensión más elevada de la indicada en su placa de características, mientras que la conexión en triángulo se emplea para la tensión más baja. Por ejemplo, si la tensión entre fases de la red es de 220 V, el motor se conectaría en triángulo, mientras que si la tensión entre fases de la red es de 380 V, se conectaría en estrella. En este caso, la tensión en cada devanado será de $380/\sqrt{3}$, es decir, 220 V.

Figura 9. Conexión a la red trifásica de un motor asíncrono



En el momento de arranque de un motor asíncrono el deslizamiento es 1, el estátor está alimentado a la tensión nominal y el rotor en cortocircuito, luego, la intensidad absorbida por el estátor en ese instante es muy superior a la nominal. Para limitar esta corriente de arranque hay varios métodos:

- Intercalar un autotransformador entre la red y el motor, de modo que la tensión aplicada sea una fracción de la nominal.
- Conmutando estrella-triángulo (en aquellos motores que puedan trabajar en triángulo con la tensión de red). La máquina se conecta en estrella en el momento del arranque y se pasa a triángulo cuando está en funcionamiento normal. Así, la tensión aplicada se reduce un factor de $\sqrt{3}$ y la corriente de arranque, en un factor de $1/3$.
- En los motores de rotor bobinado, se puede reducir la corriente de arranque introduciendo una resistencia adicional en cada una de las fases del rotor.
- Mediante arrancadores estáticos que varían la tensión del estátor automáticamente de forma continua.

Conceptos básicos

- Las máquinas asíncronas se caracterizan porque el rotor gira a velocidad distinta de la velocidad de sincronismo de la red, definiéndose el deslizamiento como la diferencia relativa entre la velocidad de sincronismo y la velocidad del rotor. En función del valor del deslizamiento, la máquina asíncrona puede trabajar como motor, generador o freno. El uso más común de este tipo de máquinas es como motor, siendo en este caso el valor del deslizamiento positivo e inferior a 1.
- Las máquinas asíncronas se denominan de inducción porque la corriente que circula por el rotor se debe a la fuerza electromotriz inducida por el campo magnético creado en el estátor.
- El análisis del comportamiento de un motor asíncrono en una instalación eléctrica se realiza a través del circuito equivalente aproximado de la máquina asíncrona, que es muy parecido al circuito equivalente del transformador, salvo por la introducción de una resistencia variable denominada resistencia de carga, que es función del deslizamiento.
- La potencia útil que puede proporcionar un motor asíncrono es la potencia eléctrica absorbida de la red menos pérdidas en el estátor, el rotor y en los diferentes elementos mecánicos. La potencia que llega al rotor de la máquina se denomina potencia mecánica interna y se puede calcular como la potencia disipada en la resistencia de carga.
- El par útil en el eje del motor es el cociente entre la potencia útil y la velocidad de giro del rotor. En el instante del arranque, el rotor está parado, luego, su velocidad es 0.

Actividades de autocomprobación

1 Un motor asíncrono trifásico de cuatro polos, conectado en estrella, está alimentado por una red de 380 V, 50 Hz. Si la impedancia del estátor es $0,1 + j0,4 \Omega/\text{fase}$ y la del rotor reducida al estátor es $0,1 + j0,3 \Omega/\text{fase}$, determinar:

1. La velocidad de sincronismo y la velocidad real de la máquina, cuando el deslizamiento es del 4%.
2. La intensidad absorbida en el arranque.
3. La corriente circulante a plena carga.
4. La potencia y el par nominal despreciando las pérdidas mecánicas.
5. El rendimiento en el caso anterior, sabiendo que las pérdidas en el hierro son iguales a 1.000 W.

Solución

1. La velocidad de sincronismo y la velocidad real de la máquina, cuando el deslizamiento es del 4%.

La velocidad de sincronismo es:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

Como el deslizamiento es:

$$s = 0,04 = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

Despejando:

$$n_r = n_s(1 - s) = 1.500 \cdot (1 - 0,04) = 1.440 \text{ rpm}$$

2. La intensidad absorbida en el arranque.

Resolviendo el circuito equivalente de la figura 7, despreciando la rama en paralelo, la intensidad absorbida en el estátor es:

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \frac{\bar{U}_1}{(R_1 + jX_1 + R'_2 + jX'_2)} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(0,1 + j0,4 + 0,1 + j0,3)} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{0,728 \angle 74,05^\circ} = 301,36 \angle -74,05^\circ \text{ A}$$

Donde se ha tomado como referencia la tensión de fase en el estator y se ha tenido en cuenta que durante el arranque $s = 1$, luego, la resistencia de carga será 0.

3. La corriente circulante a plena carga.

La corriente a plena carga I'_2 se calcula considerando la resistencia de carga para el deslizamiento del 4%.

$$\begin{aligned} I'_2 &= \frac{\bar{U}_1}{(R_1 + jX_1 + R'_2 + jX'_2 + R'_C)} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(0,1 + j0,4 + 0,1 + j0,3 + 2,4)} = \\ &= \frac{219,39 \angle 0^\circ}{2,693 \angle 15,07^\circ} = 81,47 \angle -15,07^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

4. La potencia y el par nominal despreciando las pérdidas mecánicas.

Al despreciar las pérdidas mecánicas:

$$P_u = P_{mi} = 3I_2^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) = 3 \cdot 81,47^2 \cdot 0,1 \cdot \left(\frac{1-0,04}{0,04} \right) = 47,8 \text{ kW}$$

Y el par a plena carga será:

$$T_u = \frac{P_u}{\omega_r} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} n_r} = \frac{47.800}{\frac{2\pi}{60} 1.440} = 317 \text{ Nm}$$

5. El rendimiento en el caso anterior, sabiendo que las pérdidas en el hierro son iguales a 1.000 W.

El rendimiento viene dado por la expresión:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P_u}{P_u + P_{Cu1} + P_{Fe} + P_{Cu2} + P_{mec}} =$$

$$= \frac{47.800}{47.800 + 3 \cdot 81,47^2 \cdot 0,1 + 1.000 + 3 \cdot 81,47^2 \cdot 0,1 + 0} = 0,905 = 90,5 \%$$

2 El circuito equivalente de un motor de inducción trifásico de cuatro polos, conectado en estrella, presenta los siguientes valores de resistencias y reactancia: $R_1 = R_2' = 0,85 \Omega$, $X_{cc} = j5 \Omega$. Si la red tiene una tensión de 380 V, 50 Hz, determinar:

1. La corriente de arranque.
2. La corriente de plena carga, si el deslizamiento es del 4%.
3. El par de arranque.

Se puede despreciar la rama en paralelo del circuito.

Solución

1. La corriente de arranque.

Igual que en la actividad anterior, resolviendo el circuito equivalente del motor, tenemos que durante el arranque $s = 1$ y la resistencia de carga será 0, luego, tomando como referencia la tensión en el estátor, podemos determinar la corriente de arranque:

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \frac{\bar{U}_1}{(R_1 + jX_1 + R_2' + jX_2')} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(0,85 + j5 + 0,85)} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{5,281 \angle 71,22^\circ} = 41,54 \angle -71,22^\circ \text{ A}$$

2. La corriente de plena carga, si el deslizamiento es del 4%.

Considerando un deslizamiento del 4%, tenemos que:

$$R_C' = R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) = 0,85 \cdot \left(\frac{1-0,04}{0,04} \right) = 20,4 \, \Omega$$

Y aplicando de nuevo la ecuación del circuito equivalente:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\bar{U}_1}{(R_1 + jX_{cc} + R_2' + R_C')} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(0,85 + j5 + 0,85 + 20,4)} = \\ &= \frac{219,39 \angle 0^\circ}{22,66 \angle 12,75^\circ} = 9,68 \angle -12,75^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

3. El par de arranque.

El par de arranque del motor es el que vence las pérdidas en el rotor.

$$T_a = \frac{P_{\text{Cu}2}}{\omega_s} = \frac{3I_2^2 R_2'}{\frac{2\pi}{60} n_s} = \frac{3 \cdot 41,54^2 \cdot 0,85}{\frac{2\pi}{60} 1.500} = 28,01 \text{ Nm}$$

3 Un motor asíncrono trifásico de cuatro polos se conecta en triángulo a una red de 220 V, 50 Hz. La impedancia del rotor reducida al estátor es $0,8 + j4,4 \, \Omega/\text{fase}$. Siendo la impedancia del estátor despreciable, calcular:

1. La intensidad absorbida de la red y el factor de potencia para un deslizamiento del 5 %.
2. La potencia y par en el eje en el caso anterior.
3. El par máximo en el eje, sabiendo que el deslizamiento en esas condiciones es $s = 0,13$.

Las pérdidas mecánicas se consideran despreciables.

Solución

1. La intensidad absorbida de la red y el factor de potencia para un deslizamiento del 5%.

Para un deslizamiento del 5%, la resistencia de carga es:

$$R'_C = R'_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = 0,8 \cdot \left(\frac{1-0,05}{0,05} \right) = 15,2 \, \Omega$$

Tomando como referencia la tensión en el estátor, podemos calcular la intensidad absorbida, resolviendo el circuito equivalente despreciando la rama en paralelo. En este caso, la tensión de fase es igual a la de línea, porque la conexión es en triángulo:

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \frac{\bar{U}_1}{(R'_2 + jX'_2 + R'_C)} = \frac{220 \angle 0^\circ}{(0,8 + j4,4 + 15,2)} = \frac{220 \angle 0^\circ}{16,59 \angle 15,37^\circ} = 13,26 \angle -15,37^\circ \, \text{A}$$

Como estamos resolviendo el circuito monofásico equivalente, el valor de la intensidad obtenida será el de fase, pero la intensidad absorbida de la red será la de línea, al estar el motor conectado en triángulo, por tanto:

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \sqrt{3} \cdot 13,26 \angle -15,37^\circ = 22,96 \angle -15,37^\circ \, \text{A}$$

El factor de potencia será $\cos(15,37) = 0,964$.

2. La potencia y par en el eje en el caso anterior.

Despreciando las pérdidas mecánicas, la potencia útil es igual a la potencia mecánica interna:

$$P_u = P_{\text{mi}} = 3I_2^2 R'_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = 3 \cdot 13,26^2 \cdot 0,8 \cdot \left(\frac{1-0,05}{0,05} \right) = 8.017,74 \, \text{W}$$

El par a plena carga es el cociente entre la potencia útil y la velocidad del rotor:

$$T_u = \frac{P_u}{\omega_r} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} n_r} = \frac{8.017,74}{\frac{2\pi}{60} 1.425} = 53,72 \, \text{Nm}$$

Donde:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \, \text{rpm}$$

$$n_r = n_s(1-s) = 1.500 \cdot (1-0,05) = 1.425 \, \text{rpm}$$

3. El par máximo en el eje, sabiendo que el deslizamiento en esas condiciones es $s = 0,13$.

Calculamos la resistencia de carga y la intensidad absorbida para $s = 0,13$:

$$R'_C = R'_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = 0,8 \cdot \left(\frac{1-0,13}{0,13} \right) = 5,35 \, \Omega$$

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \frac{\bar{U}_1}{(R'_2 + jX'_2 + R'_C)} = \frac{220 \angle 0^\circ}{(0,8 + j4,4 + 5,35)} = \frac{220 \angle 0^\circ}{7,56 \angle 35,6^\circ} = 29,1 \angle -35,6^\circ \, \text{A}$$

Repitiendo el procedimiento anterior:

$$P_u = P_{\text{mi}} = 3I_2'^2 R'_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = 3 \cdot 29,1^2 \cdot 0,8 \cdot \left(\frac{1-0,13}{0,13} \right) = 13.601,1 \, \text{W}$$

$$T_u = \frac{P_u}{\omega_r} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} n_r} = \frac{13.601,1}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1.305} = 99,52 \, \text{Nm}$$

Donde:

$$n_r = n_s(1-s) = 1.500 \cdot (1-0,13) = 1.305 \, \text{rpm}$$

- 4** Un motor asíncrono trifásico de cuatro polos absorbe una potencia eléctrica de 4,76 kW cuando gira a 1.435 rpm conectado a una red de 50 Hz. Las pérdidas totales en el estátor son de 265 W y las de rozamiento y ventilación son de 300 W. Calcular la potencia útil en el árbol del motor y el rendimiento.

Solución

La velocidad de sincronismo del motor es:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \, \text{rpm}$$

Y el deslizamiento:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{1.500 - 1.435}{1.500} = 0,433 = 4,33 \, \%$$

La potencia en el rotor será la potencia absorbida menos las pérdidas en el estátor:

$$P_{\text{rotor}} = P_e - P_{\text{estátor}} = 4.760 - 265 = 4.495 \text{ W}$$

Que también se pueden expresar, según el balance de potencia, como:

$$P_{\text{rotor}} = P_{\text{Cu2}} + P_{\text{mi}} = 3I_2^2 R_2' + 3I_2^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) = \frac{P_{\text{Cu2}}}{s}$$

De donde se deducen las pérdidas en el rotor:

$$P_{\text{Cu2}} = 4.495 \cdot 0,0433 = 194,78 \text{ W}$$

La potencia útil será:

$$P_u = P_{\text{mi}} - P_{\text{mec}} = (4.495 - 194,78) - 300 = 4.000,2 \text{ W}$$

Y el rendimiento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{4.000,2}{4.760} = 0,8404 = 84,04 \%$$

- 5** Un motor asíncrono trifásico con rotor en jaula de ardilla de seis polos está conectado en estrella a una red de 380 V, 50 Hz. Los parámetros del circuito equivalente son los siguientes: $R_1 = R_2' = 0,5 \Omega$ y $X_1 = X_2' = 2 \Omega$. Determinar la corriente y el par de arranque del motor.

El par resistente de la carga a la que debe alimentar, es decir, el par que debe vencer el motor, sigue la siguiente ley lineal:

$$T_r = 35 + 0,06 \cdot n$$

Donde n es la velocidad en rpm y el par T_r se expresa en Nm.

Justificar si el motor podrá arrancar en estas condiciones.

Solución

En el momento del arranque, el deslizamiento es 1 y la resistencia de carga, 0, luego, la corriente de arranque del motor asíncrono, resolviendo el circuito equivalente despreciando la rama en paralelo, será:

$$\bar{I}_{\text{abs}} = \frac{\bar{U}_1}{(R_1 + jX_1 + R_2' + jX_2')} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(0,5 + j2 + 0,5 + j2)} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{4,12 \angle 75,96^\circ} = 53,21 \angle -75,96^\circ \text{ A}$$

El par de arranque viene dado por la siguiente expresión:

$$T_a = \frac{P_{Cu2}}{\omega_s} = \frac{3I_2^2 R_2'}{\frac{2\pi}{60} n_s} = \frac{3 \cdot 53,21^2 \cdot 0,5}{\frac{2\pi}{60} 1.000} = 40,55 \text{ Nm}$$

Con

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1.000 \text{ rpm}$$

Para que el motor arranque, se deberá cumplir que $T_a > T_r$. Con $T_r = 35 + 0,06 \cdot n$, donde $n = 0$ en el instante del arranque, luego, $T_r = 35 \text{ Nm}$, por lo que el motor arrancará.

Bibliografía

Fraile Ardanuy, J. y Fraile Mora, J. (2005). *Problemas de máquinas eléctricas*. McGraw-Hill España.

Fraile Mora, J. (2008). *Máquinas eléctricas*. McGraw-Hill España.

Guirado Torres, R., Asensi Orosa, R., Jurado Melguizo, F. y Carpio Ibáñez, J. (2006). *Tecnología eléctrica*. McGraw-Hill.

Wagemakers, A. y Escribano F. J. (2018). *Introducción a la teoría de circuitos y máquinas eléctricas*. Dextra.

