

## 8.1 OBJETIVOS

Después de completar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Describir la apariencia del flujo laminar y del flujo turbulento.
2. Establecer la relación utilizada para calcular el número de Reynolds.
3. Identificar los valores límite del número de Reynolds mediante los que es posible predecir si el flujo es laminar o turbulento.
4. Calcular el número de Reynolds para el flujo de fluidos en tuberías y tubos redondos.
5. Establecer la *ecuación de Darcy* para calcular la pérdida de energía debida a la fricción, ya sea en el caso del flujo laminar o del turbulento.
6. Establecer la *ecuación de Hagen-Poiseuille* para calcular la pérdida de energía debida a la fricción en un flujo laminar.
7. Definir el *factor de fricción* tal como se utiliza en la ecuación de Darcy.
8. Determinar el factor de fricción usando el diagrama de Moody para valores específicos del número de Reynolds y rugosidad relativa de la tubería.
9. Calcular el factor de fricción usando ecuaciones desarrolladas por Swamee y Jain.
10. Calcular la pérdida de energía debida a la fricción para el flujo de fluidos en tuberías circulares, mangueras y tubos y utilizar la pérdida de energía en la ecuación general de la energía.
11. Utilizar la fórmula de *Hazen-Williams* para calcular la pérdida de energía debida a la fricción para el caso especial del flujo de agua en tuberías circulares.

## 8.2 NÚMERO DE REYNOLDS

El comportamiento de un fluido, particularmente con respecto a las pérdidas de energía, resulta ser bastante dependiente de si el flujo es laminar o turbulento, como se demostrará más adelante en este capítulo. Por esta razón, se requiere un medio adecuado para predecir el tipo de flujo sin tener que observarlo. De hecho, la observación directa es imposible de realizar en fluidos que fluyen por tuberías opacas. Es posible demostrar en forma experimental y verificar de manera analítica que, en un tubo redondo, el carácter del flujo depende de cuatro variables: la densidad  $\rho$  del fluido, la viscosidad  $\eta$  del fluido, el diámetro  $D$  de la tubería y la velocidad promedio del flujo. Osborne Reynolds fue el primero en demostrar que es posible predecir si el flujo es laminar

o turbulento siempre que se conozca la magnitud de un número adimensional, éste se conoce ahora como número de Reynolds ( $N_R$ ). Vea el recurso de internet 1. La siguiente ecuación muestra la definición básica del número de Reynolds:

### ⇒ Número de Reynolds—Secciones circulares

$$N_R = \frac{D\rho}{\eta} = \frac{D}{\nu} \quad (8-1)$$

Estas dos formas de la ecuación son equivalentes porque  $\nu = \eta/\rho$ , tal como se analizó en el capítulo 2.

Se debe utilizar un conjunto consistente de unidades de medición para garantizar que el número de Reynolds sea adimensional. En la tabla 8.1 se listan las unidades requeridas, tanto en el sistema SI como en unidades de uso común en Estados Unidos. Se recomienda la conversión a estas unidades estándar antes de introducir los datos para calcular el  $N_R$ . Por supuesto, podrían introducirse los datos con las unidades dadas en el cálculo y realizar las conversiones apropiadas al finalizar las operaciones. Revise las secciones 2.1 y 2.2 del capítulo 2 para ver el estudio de la viscosidad. Consulte los factores de conversión del apéndice K.

Es posible demostrar que el número de Reynolds es adimensional sustituyendo las unidades estándar del SI en la ecuación (8-1):

$$N_R = \frac{D\rho}{\eta} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{m} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}\cdot\text{s}}{\text{kg}}$$

Dado que todas las unidades se pueden cancelar, el  $N_R$  no tiene dimensiones.

El número de Reynolds es uno de varios números adimensionales que son útiles en el estudio de la mecánica de fluidos y de la transferencia de calor. Los números adimensionales pueden ser determinados mediante el proceso llamado *análisis dimensional* (vea la referencia 1).

El número de Reynolds es la relación de la fuerza de inercia presente en un elemento de fluido sobre la fuerza viscosa. La fuerza de inercia se desarrolla a partir de la segunda ley del movimiento de Newton,  $F = ma$ . Como se estudió en el capítulo 2, la fuerza viscosa se relaciona con el producto del esfuerzo cortante por el área.

Los flujos que tienen un número de Reynolds grande, por lo general debido a su alta velocidad y/o baja viscosidad, tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos que tienen alta viscosidad y/o se mueven a bajas velocidades tendrán números de Reynolds bajos y tenderán a ser laminares. En la siguiente sección se proporcionan algunos datos cuantitativos con los cuales se puede predecir si un sistema de flujo dado será laminar o turbulento.

**TABLA 8.1 Unidades estándar para cantidades usadas en el cálculo del número de Reynolds para asegurar que sea adimensional**

Cantidad	Unidades del SI	Unidades de uso común en Estados Unidos
Velocidad	m/s	ft/s
Diámetro	M	ft
Densidad	kg/m <sup>3</sup> o N·s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>	slugs/ft <sup>3</sup> o lb·s <sup>2</sup> /ft <sup>4</sup>
Viscosidad dinámica	N·s/m <sup>2</sup> o Pa·s o kg/m·s	lb·s/ft <sup>2</sup> o slugs/ft·s
Viscosidad cinemática	m <sup>2</sup> /s	ft <sup>2</sup> /s

La fórmula del número de Reynolds toma una forma diferente cuando se consideran secciones transversales no circulares, canales abiertos y flujo de fluidos alrededor de cuerpos sumergidos. Tales situaciones se analizan en otra parte de este libro.

## 8.3 NÚMEROS DE REYNOLDS CRÍTICOS

Para las aplicaciones prácticas en cuanto al flujo en tuberías, se encuentra que si el número de Reynolds para el flujo es menor que 2000, el flujo será laminar. Si el número de Reynolds es mayor que 4000, se puede suponer que el flujo es turbulento. En el rango de números de Reynolds comprendidos entre 2000 y 4000, resulta imposible predecir qué tipo de flujo existe; por lo tanto, a este rango se le llama *región crítica*. Las aplicaciones típicas incluyen flujos muy bien ubicados dentro del rango laminar o dentro

del rango turbulento, por lo que la existencia de esta región de incertidumbre no causa gran dificultad. Cuando en un sistema se encuentra que el flujo está en la región crítica, la práctica habitual es cambiar la velocidad de flujo o el diámetro del tubo para hacer que el flujo sea laminar o turbulento en forma definitiva. Así, es posible realizar un análisis más preciso.

Al minimizar de manera cuidadosa las perturbaciones externas, es posible mantener un flujo laminar para números de Reynolds tan altos como 50 000. Sin embargo, cuando el  $N_R$  es mayor que aproximadamente 4000, una perturbación menor de la corriente de flujo hará que éste cambie en forma repentina de laminar a turbulento. Por esta razón, y debido a que en este libro se tratan aplicaciones prácticas, se supondrá lo siguiente:

Si  $N_R < 2000$ , el flujo es laminar.

Si  $N_R > 4000$ , el flujo es turbulento.

### Problema de ejemplo

**8.1**

Determine si el flujo es laminar o turbulento en un pasaje circular por el que fluye glicerina a 25 °C dentro de un dispositivo fabricado para procesamiento químico. El diámetro del pasaje es de 150 mm. La velocidad promedio del flujo es de 3.6 m/s.

**Solución**

Primero se debe evaluar el número de Reynolds mediante la ecuación (8-1):

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{D\rho}{\eta} \\ &= 3.6 \text{ m/s} \\ D &= 0.15 \text{ m} \\ \rho &= 1258 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{según el apéndice B}) \\ \eta &= 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad (\text{según el apéndice B}) \end{aligned}$$

Así que se tiene

$$N_R = \frac{(3.6)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 708$$

Debido a que  $N_R = 708$ , lo cual es menor que 2000, el flujo es laminar. Observe que cada término se expresó en unidades consistentes del SI antes de evaluar el  $N_R$ .

### Problema de ejemplo

**8.2**

Determine si el flujo es laminar o turbulento en un tubo hidráulico de cobre con diámetro exterior (OD) de 32 mm × 2.0 mm de pared cuando por él fluye agua a 70 °C. La rapidez de flujo es de 285 L/min.

**Solución**

Evalúe el número de Reynolds mediante la ecuación (8-1):

$$N_R = \frac{D\rho}{\eta} = \frac{D}{\nu}$$

Para el tubo de cobre,  $D = 28 \text{ mm} = 0.028 \text{ m}$  y  $A = 6.158 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  (de acuerdo con el apéndice G.2). Entonces se tiene

$$\begin{aligned} &= \frac{Q}{A} = \frac{285 \text{ L/min}}{6.158 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60 000 \text{ L/min}} = 7.71 \text{ m/s} \\ \nu &= 4.11 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{según el apéndice A}) \\ N_R &= \frac{(7.71)(0.028)}{4.11 \times 10^{-7}} = 5.25 \times 10^5 \end{aligned}$$

Debido a que el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo es turbulento.

**Problema de ejemplo****8.3**

Determine el rango de la velocidad de flujo promedio para el cual el flujo estaría en la región crítica si, por una tubería de acero de 2 in cédula 40, fluye aceite SAE 10 a 60 °F. El aceite tiene una gravedad específica de 0.89.

**Solución** El flujo estaría en la región crítica si  $2000 < N_R < 4000$ . Primero, se utiliza el número de Reynolds y se despeja la velocidad:

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{D\rho}{\eta} \\ &= \frac{N_R\eta}{D\rho} \end{aligned} \quad (8-2)$$

Después se encuentran los valores de  $\eta$ ,  $D$  y  $\rho$ :

$$D = 0.1723 \text{ ft} \quad (\text{según el apéndice F})$$

$$\eta = 2.10 \times 10^{-3} \text{ lb-s/ft}^2 \quad (\text{según el apéndice D})$$

$$\rho = (\text{sg})(1.94 \text{ slugs/ft}^3) = (0.89)(1.94 \text{ slugs/ft}^3) = 1.73 \text{ slugs/ft}^3$$

Al sustituir estos valores en la ecuación (8-2), se obtiene

$$= \frac{N_R(2.10 \times 10^{-3})}{(0.1723)(1.73)} = (7.05 \times 10^{-3})N_R$$

Para  $N_R = 2000$ , se tiene

$$= (7.05 \times 10^{-3})(2 \times 10^3) = 14.1 \text{ ft/s}$$

Para  $N_R = 4000$ , se tiene

$$= (7.05 \times 10^{-3})(4 \times 10^3) = 28.2 \text{ ft/s}$$

Por lo tanto, si  $14.1 < v < 28.2 \text{ ft/s}$ , el flujo estará en la región crítica.

## 8.4 ECUACIÓN DE DARCY

En la ecuación general de la energía

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{1}{2}}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\frac{2}{2}}{2g}$$

el término  $h_L$  se define como la pérdida de energía en el sistema. Un componente de la pérdida de energía se debe a la fricción en el fluido que fluye. Para el caso del flujo en tuberías y tubos, la fricción es proporcional a la carga de velocidad del flujo y a la relación de la longitud sobre el diámetro de la corriente de flujo. Esto se expresa matemáticamente como la ecuación de Darcy:

### ▷ Ecuación de Darcy para la pérdida de energía

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{\frac{2}{2}}{2g} \quad (8-3)$$

donde

$h_L$  = pérdida de energía debida a la fricción  
(N·m/N, m, lb-ft/lb o ft)

$L$  = longitud de la corriente de flujo (m o ft)

$D$  = diámetro de la tubería (m o ft)

= velocidad de flujo promedio (m/s o ft/s)

$f$  = factor de fricción (adimensional)

La ecuación de Darcy puede utilizarse para calcular la pérdida de energía debida a la fricción en las secciones rectas y largas de tubería redonda, tanto para el flujo laminar como para el turbulento. La diferencia entre los dos flujos reside en la evaluación

del factor de fricción adimensional  $f$ , tal como se explica en las siguientes dos secciones. Tenga en cuenta que el cálculo de la velocidad de flujo para una rapidez del flujo de volumen dada mediante determinado tamaño de tubería requiere el uso de la ecuación  $Q = A\nu$ , como se explicó en el capítulo 6. Ahora que usted domina el uso de esta ecuación, es posible que el sitio web indicado en el recurso de internet 2 le resulte una herramienta útil.

## 8.5 PÉRDIDA POR FRICTION EN EL FLUJO LAMINAR

Cuando existe flujo laminar, el fluido parece fluir en varias capas, una sobre otra. Dada la viscosidad del fluido, se crea entonces un esfuerzo cortante entre las capas de fluido. Así, en el fluido se pierde energía debido a la acción de superar las fuerzas de fricción producidas por el esfuerzo cortante. Sin embargo, como el flujo laminar es tan regular y ordenado, es posible deducir una relación entre la pérdida de energía y los parámetros medibles del sistema de flujo. Esta relación se conoce como *ecuación de Hagen-Poiseuille*:

### ▷ Ecuación de Hagen-Poiseuille

$$h_L = \frac{32\eta L}{\gamma D^2} \quad (8-4)$$

Los parámetros involucrados son las propiedades de viscosidad y el peso específico del fluido, las características geométricas de longitud y diámetro de la tubería, y la dinámica del flujo caracterizada por la velocidad promedio. La ecuación de Hagen-Poiseuille se ha comprobado de manera experimental en muchas ocasiones.

En la ecuación (8-4) puede observarse que la pérdida de energía en el flujo laminar es independiente de la condición de la superficie de la tubería. Las pérdidas por fricción viscosa dentro del fluido determinan la magnitud de la pérdida de energía.

La ecuación de Hagen-Poiseuille es válida sólo para el flujo laminar ( $N_R < 2000$ ). Sin embargo, ya se estableció que la ecuación de Darcy, ecuación (8-3), también podría utilizarse para calcular la pérdida por fricción en el flujo laminar. Si las dos relaciones para  $h_L$  se igualan entre sí, es posible despejar el valor del factor de fricción:

$$f \times \frac{L}{D} \times \frac{2}{2g} = \frac{32\eta L}{\gamma D^2}$$

$$f = \frac{32\eta L}{\gamma D^2} \times \frac{D^2 g}{L^2} = \frac{64\eta g}{D\gamma}$$

Puesto que  $\rho = \gamma/g$ , se obtiene

$$f = \frac{64\eta}{D\rho}$$

El número de Reynolds se define como  $N_R = D\rho/\eta$ . Entonces se tiene

▷ Factor de fricción para el flujo laminar

$$f = \frac{64}{N_R} \quad (8-5)$$

En resumen, para el *flujo laminar*, la pérdida de energía debida a la fricción se puede calcular a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille,

$$h_L = \frac{32\eta L}{\gamma D^2}$$

o bien a partir de la ecuación de Darcy,

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{2}{2g}$$

donde  $f = 64/N_R$ .

**Problema de ejemplo 8.4** Determine la pérdida de energía si a través de una tubería estándar DN de 150 mm cédula 80 fluye glicerina a 25 °C a lo largo de 30 m con una velocidad promedio de 4.0 m/s.

**Solución** Primero, se debe determinar si el flujo es laminar o turbulento mediante la evaluación del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{D\rho}{\eta}$$

En el apéndice B se encuentra que, para la glicerina a 25 °C,

$$\rho = 1258 \text{ kg/m}^3$$

$$\eta = 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Entonces, se tiene

$$N_R = \frac{(4.0)(0.1463)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 767$$

Puesto que  $N_R < 2000$ , el flujo es laminar.

Con base en la ecuación de Darcy, se obtiene

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{N_R} = \frac{64}{767} = 0.0835$$

$$h_L = 0.0835 \times \frac{30}{0.1463} \times \frac{(4.0)^2}{2(9.81)} \text{ m} = 13.96 \text{ m}$$

Observe que en cada ecuación se expresa cada término en las unidades del sistema SI. Por lo tanto, las unidades resultantes para  $h_L$  son m o N·m/N. Esto significa que se pierden 13.96 N·m de energía por cada newton de glicerina mientras ésta fluye a lo largo de 30 m de tubería.

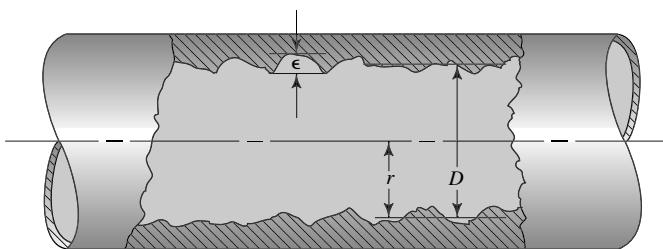
## 8.6 PÉRDIDA POR FRICTION EN EL FLUJO TURBULENTO

Para el flujo turbulento de fluidos en tuberías circulares, se recomienda usar la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía debida a la fricción. El flujo turbulento es bastante caótico

y varía en forma constante. Por estas razones, resulta necesario confiar en datos experimentales para determinar el valor de  $f$ .

Las pruebas han mostrado que el número adimensional  $f$  depende de otros dos números adimensionales, que son el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería. La rugosidad relativa es la relación que hay entre el diámetro de la tubería  $D$

**FIGURA 8.6** Rugosidad (exagerada) de la pared de una tubería.



y la rugosidad promedio  $\epsilon$  (letra griega épsilon) de la pared de la tubería. En la figura 8.6 se ilustra la rugosidad (exagerada) de la pared del tubo como la altura de los picos de las irregularidades de la superficie. La condición de la superficie de la tubería depende en gran medida del material de ésta y del método de fabricación. Debido a que la rugosidad es un tanto irregular, para medir su valor global se utilizan técnicas de promedio.

Para los tubos y las tuberías disponibles comercialmente, el valor de diseño de la rugosidad promedio  $\epsilon$  de la pared de la tubería se ha determinado como indica la tabla 8.2. *Estos son sólo valores promedio para tuberías nuevas y limpias. Se debe esperar alguna variación. Después de que una tubería ha estado en servicio durante cierto tiempo, la rugosidad puede cambiar debido a la formación de depósitos en la pared o a la corrosión.*

Los tubos de vidrio tienen una superficie interior que es casi hidráulicamente lisa, lo que indica un valor muy pequeño de rugosidad. Por lo tanto, la rugosidad relativa,  $D/\epsilon$ , tiende a infinito. Los tubos y las tuberías de plástico son casi tan lisos como el cristal, y en este libro se utiliza el valor indicado para esa rugosidad. Se deben esperar variaciones. Durante su proceso de fabricación, las tuberías de cobre, latón y algunas de acero se estiran hasta darles su forma y tamaño finales sobre un mandril interno, lo que deja una superficie bastante lisa. Para tuberías de acero estándar (como las de los anexos 40 y 80) y tubos de acero soldado, se utiliza el valor de rugosidad indicado para el acero comercial o el acero soldado. El hierro galvanizado tiene un recubrimiento de zinc unido metalúrgicamente para resistir la corrosión. Por lo general, la tubería de hierro dúctil está revestida en su interior con un mortero de cemento para protegerla contra la corrosión y disminuir la rugosidad de la superficie. En este libro, se usan los valores de rugosidad para el hierro dúctil recubierto a menos que se indique lo contrario. La tubería de hierro dúctil de algunos fabricantes tiene una superficie interior suave, que se acerca a la del acero. La tubería de concreto de buena calidad puede tener valores de rugosidad similares a los valores del hierro dúctil re-

cubierto indicados en la tabla 8.2. Sin embargo, existe un rango amplio de valores y los datos deben obtenerse a partir del fabricante. En algunas nuevas líneas tubulares grandes y en ciertas instalaciones actuales se utiliza el acero remachado.

### 8.6.1 Diagrama de Moody

Uno de los métodos más utilizados para evaluar el factor de fricción emplea el diagrama de Moody que se muestra en la figura 8.7. Este diagrama presenta el factor de fricción  $f$  graficado contra el número de Reynolds  $N_R$ , con una serie de curvas paramétricas relacionadas con la rugosidad relativa  $D/\epsilon$ . Estas curvas se generaron a partir de datos experimentales de L. F. Moody (vea la referencia 2).

Tanto  $f$  como  $N_R$  se grafican sobre escalas logarítmicas debido al amplio rango de valores encontrados. En el extremo izquierdo de la gráfica, para los números de Reynolds menores a 2000, la línea recta muestra la relación  $f = 64/N_R$  para el flujo laminar. Para  $2000 < N_R < 4,000$ , no se trazan curvas porque ésta es la zona crítica existente entre el flujo laminar y el turbulento y no es posible predecir el tipo de flujo. El cambio de flujo de laminar a turbulento resulta en valores para los factores de fricción ubicados dentro de la banda sombreada. Más allá de  $N_R = 4000$ , se grafica la familia de curvas relacionadas con los diferentes valores de  $D/\epsilon$ . Es posible hacer varias observaciones importantes a partir de estas curvas:

1. Para un número de Reynolds del flujo en particular, a medida que aumenta la rugosidad relativa  $D/\epsilon$ , el factor de fricción  $f$  disminuye.
2. Para una rugosidad relativa  $D/\epsilon$  dada, el factor de fricción  $f$  disminuye con el aumento del número de Reynolds hasta que se alcanza la zona de turbulencia completa.
3. Dentro de la zona de turbulencia completa, el número de Reynolds no tiene ningún efecto sobre el factor de fricción.

**TABLA 8.2** Rugosidad de la tubería —valores de diseño

Material	Rugosidad $\epsilon$ (m)	Rugosidad $\epsilon$ (ft)
Vidrio	Liso	Liso
Plástico	$3.0 \times 10^{-7}$	$1.0 \times 10^{-6}$
Tubo estirado; cobre, latón, acero	$1.5 \times 10^{-6}$	$5.0 \times 10^{-6}$
Acero, comercial o soldado	$4.6 \times 10^{-5}$	$1.5 \times 10^{-4}$
Hierro galvanizado	$1.5 \times 10^{-4}$	$5.0 \times 10^{-4}$
Hierro dúctil —revestido	$1.2 \times 10^{-4}$	$4.0 \times 10^{-4}$
Hierro dúctil —sin revestir	$2.4 \times 10^{-4}$	$8.0 \times 10^{-4}$
Concreto, bien hecho	$1.2 \times 10^{-4}$	$4.0 \times 10^{-4}$
Acero remachado	$1.8 \times 10^{-3}$	$6.0 \times 10^{-3}$

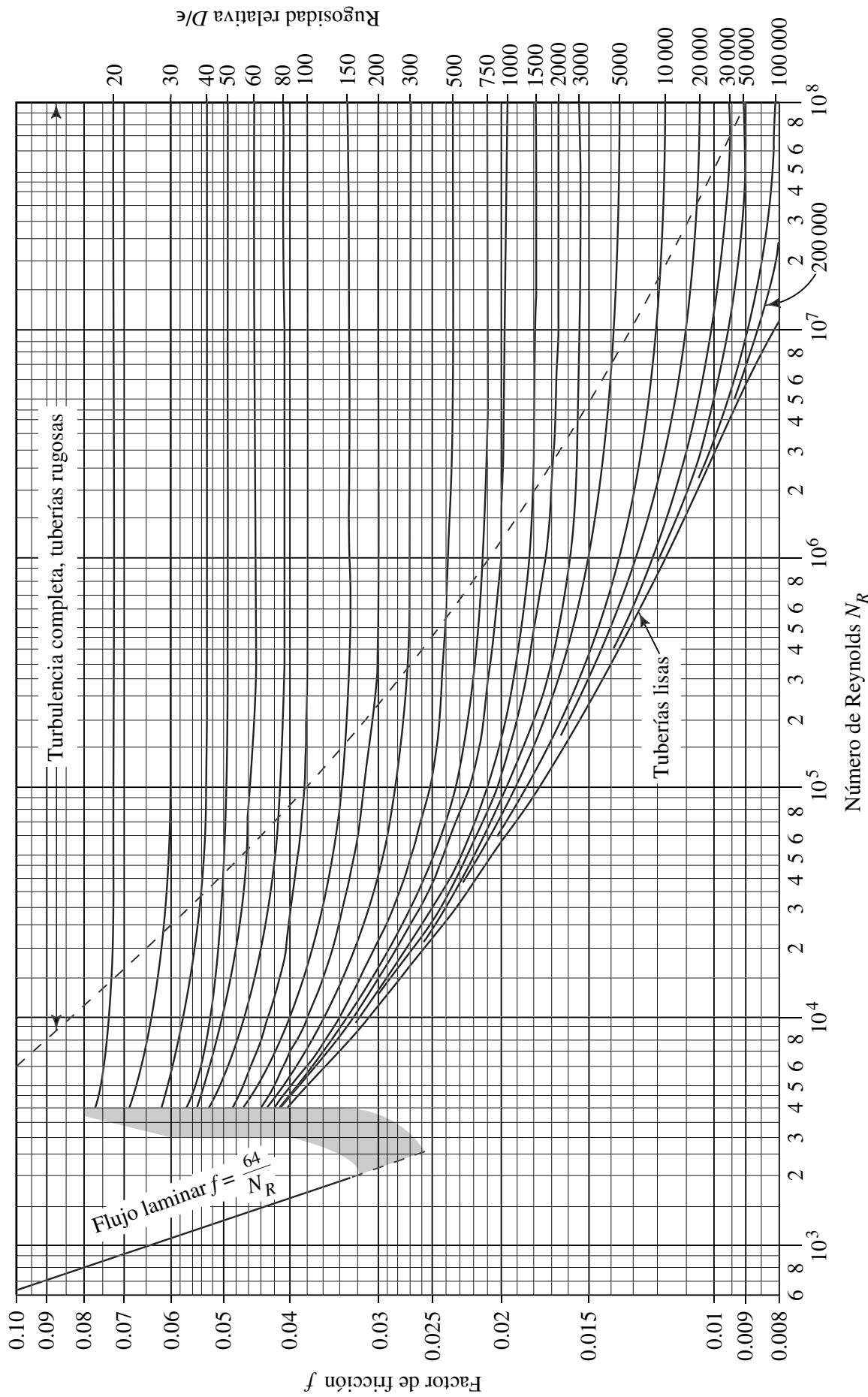
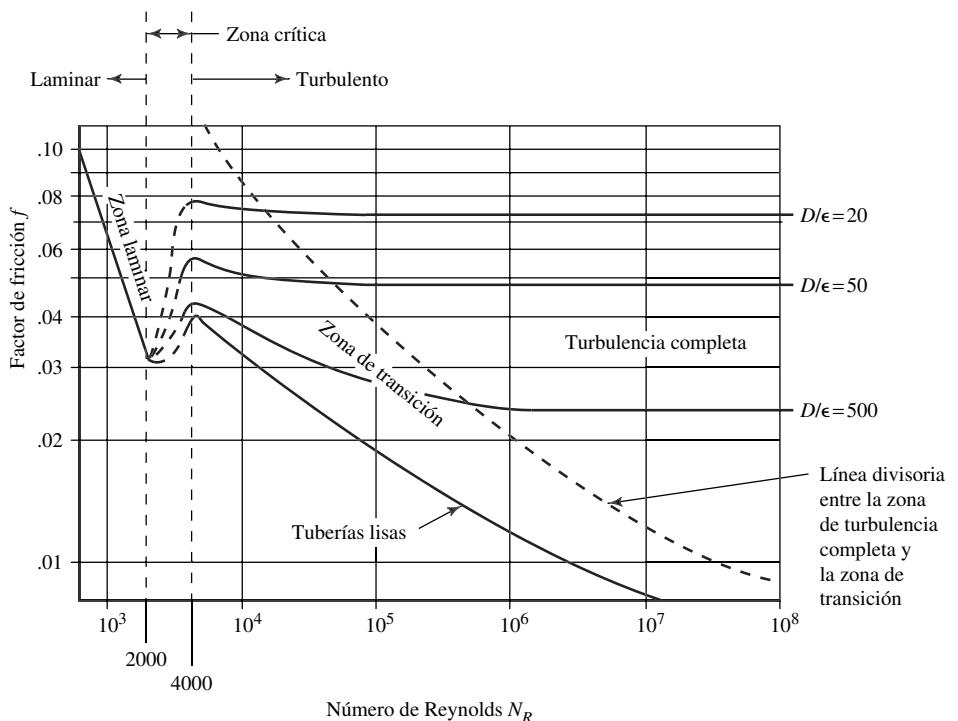


FIGURA 8.7 Diagrama de Moody. (Fuente: Pao, R. H. E. *Fluid Mechanics*, p. 284. Derechos reservados 9c. 1961. Reproducido con autorización del autor).

**FIGURA 8.8** Explicación de las partes del diagrama de Moody.



4. A medida que se incrementa la rugosidad relativa  $D/\epsilon$ , también aumenta el valor del número de Reynolds en el que comienza la zona de turbulencia completa.

La figura 8.8 es un esquema simplificado del diagrama de Moody en el que se identifican las distintas zonas. Ya se ha analizado la *zona laminar* de la izquierda. A la derecha de la línea discontinua descendente y a lo largo de todo el diagrama está la *zona de turbulencia completa*. El factor de fricción más bajo posible para un número de Reynolds dado en flujo turbulento se indica mediante la línea de *tuberías lisas*.

Entre la línea de las tuberías lisas y la línea que marca el inicio de la zona de turbulencia completa está la *zona de transición*. Aquí, las distintas líneas  $D/\epsilon$  son curvas y se debe tener cuidado para evaluar el factor de fricción en forma correcta. Por ejemplo, se puede ver que el valor del factor de fricción para una rugosidad relativa de 500 disminuye desde 0.0420 en  $N_R = 4000$  hasta 0.0240 en  $N_R = 6.0 \times 10^5$ , donde comienza la zona de turbulencia completa.

Revise su capacidad de leer el diagrama de Moody correctamente al verificar los siguientes valores dados para los factores de fricción contra los valores dados del número de Reynolds y de la rugosidad relativa, para ello utilice la figura 8.7.

Si es posible, se debe evitar la zona crítica situada entre los números de Reynolds de 2000 y 4000 porque dentro de este rango el tipo de flujo no se puede predecir. La banda sombreada

muestra cómo podría cambiar el factor de fricción de acuerdo con el valor de la rugosidad relativa. Para valores bajos de  $D/\epsilon$  (lo cual indica una rugosidad grande de la pared de la tubería), el incremento del factor de fricción es grande a medida que el flujo cambia de laminar a turbulento. Por ejemplo, para el flujo en una tubería con  $D/\epsilon = 20$ , el factor de fricción se incrementaría desde 0.032 para  $N_R = 2000$  en el extremo del rango laminar hasta aproximadamente 0.077 para  $N_R = 4000$  al inicio del rango turbulento, lo cual significa un aumento de 240 por ciento. Además, donde ocurre esto, el valor del número de Reynolds no se puede predecir. Debido a que la pérdida de energía es directamente proporcional al factor de fricción, los cambios de tal magnitud son significativos.

Es necesario señalar que, debido a que la rugosidad relativa se define como  $D/\epsilon$ , una rugosidad relativa alta indica un valor bajo de  $\epsilon$ ; es decir, una tubería más lisa. De hecho, la curva denominada *tuberías lisas* se utiliza para materiales como el vidrio, los cuales tienen una rugosidad tan baja que  $D/\epsilon$  sería un número extremadamente grande, tendiente infinito.

Algunos textos y referencias utilizan otras convenciones para reportar las rugosidades relativas, como  $\epsilon/D$ ,  $\epsilon/r$  o  $r/\epsilon$ , donde  $r$  es el radio de la tubería. Se considera que la convención utilizada en este libro facilita los cálculos y las interpolaciones.

## 8.6.2 Uso del diagrama de Moody

El diagrama de Moody se utiliza para ayudar a determinar el valor del factor de fricción  $f$  para el flujo turbulento. El valor del número de Reynolds y la rugosidad relativa deben ser conocidos. Por lo tanto, los datos básicos necesarios son el diámetro interior de la tubería (ID), el material de la tubería, la velocidad de flujo y el tipo de fluido y su temperatura, a partir de lo cual es posible encontrar la viscosidad. Los siguientes problemas de ejemplo ilustran el procedimiento para encontrar  $f$ .

$N_R$	$D/\epsilon$	$f$
$6.7 \times 10^3$	150	0.0430
$1.6 \times 10^4$	2000	0.0284
$1.6 \times 10^6$	2000	0.0171
$2.5 \times 10^5$	733	0.0233

**Problema de ejemplo 8.5** Determine el factor de fricción  $f$  si fluye agua a 160 °F y 30.0 ft/s en una tubería de acero cédula 40.

**Solución** Primero se debe evaluar el número de Reynolds para determinar si el flujo es laminar o turbulento:

$$N_R = \frac{D}{\nu}$$

De acuerdo con el apéndice F:  $D = 1.049 \text{ in} = 0.0874 \text{ ft}$ . Para el agua, según el apéndice A.2,  $\nu = 4.38 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s}$ , entonces

$$N_R = \frac{(30.0)(0.0874)}{4.38 \times 10^{-6}} = 5.98 \times 10^5$$

Por lo tanto, el flujo es turbulento. Ahora se debe evaluar la rugosidad relativa. A partir de la tabla 8.2 se encuentra que  $\epsilon = 1.5 \times 10^{-4} \text{ ft}$ . Entonces, la rugosidad relativa es

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0874 \text{ ft}}{1.5 \times 10^{-4} \text{ ft}} = 583$$

Observe que para que  $D/\epsilon$  sea una relación adimensional, tanto  $D$  como  $\epsilon$  deben tener las mismas unidades.

Los pasos finales en el procedimiento a seguir son los siguientes:

1. Busque el número de Reynolds en la abscisa del diagrama de Moody:

$$N_R = 5.98 \times 10^5$$

2. Proyecte verticalmente hasta llegar a la curva para  $D/\epsilon = 583$ . Se debe interpolar entre la curva para 500 y la curva para 750 sobre la línea vertical de  $N_R = 5.98 \times 10^5$ .
3. Proyecte horizontalmente hacia la izquierda y, ahí, lea  $f = 0.023$ .

**Problema de ejemplo 8.6** Si en el problema 8.5 la velocidad de flujo del agua fuese de 0.45 ft/s y todas las demás condiciones se conservaran igual, determine el factor de fricción  $f$ .

**Solución**  $N_R = \frac{D}{\nu} = \frac{(0.45)(0.0874)}{4.38 \times 10^{-6}} = 8.98 \times 10^3$

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0874}{1.5 \times 10^{-4}} = 583$$

Entonces, a partir de la figura 8.7,  $f = 0.0343$ . Observe que esto se encuentra en la porción curva de la línea  $D/\epsilon$  y que ahí existe un incremento del factor de fricción superior al encontrado en el problema de ejemplo 8.5.

**Problema de ejemplo 8.7** Determine el factor de fricción  $f$  para una tubería de acero estándar DN 40 cédula 80 si por ahí fluye alcohol etílico a 25 °C y a 5.3 m/s.

**Solución** Para evaluar el número de Reynolds, se utiliza la ecuación

$$N_R = \frac{D\rho}{\eta}$$

De acuerdo con el apéndice B,  $\rho = 787 \text{ kg/m}^3$  y  $\eta = 1.00 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . Además, para una tubería DN 40 cédula 80,  $D = 0.0381 \text{ m}$ . Entonces se tiene

$$N_R = \frac{(5.3)(0.0381)(787)}{1.00 \times 10^{-3}} = 1.59 \times 10^5$$

Por lo tanto, el flujo es turbulento. Para una tubería de acero,  $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5} \text{ m}$ , por lo que la rugosidad relativa es

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0381 \text{ m}}{4.6 \times 10^{-5} \text{ m}} = 828$$

A partir de la figura 8.7,  $f = 0.0225$ . Es necesario interpolar tanto en  $N_R$  como en  $D/\epsilon$  para determinar este valor, y puede esperarse alguna variación. Sin embargo, en esta parte de la gráfica, usted debe ser capaz de leer el valor del factor de fricción  $f$  con una precisión de  $\pm 0.0005$ .

El siguiente es un problema de ejemplo programado que ilustra una situación típica de las tuberías para fluidos. La pér-

dida de energía debida a la fricción debe calcularse como parte de la solución.

### PROBLEMA DE EJEMPLO PROGRAMADO

#### Problema de ejemplo

**8.8**

La figura 8.9 muestra un tanque de almacenamiento industrial desde donde una tubería horizontal de 100 m de largo conduce agua a 25 °C hasta un proceso en el que se prepara un producto alimenticio a gran escala. La tubería es de acero DN 50 cédula 40 y el caudal de entrega hacia el proceso es de 520 L/min. Determine cuánta caída de presión se presenta en la tubería desde el tanque de almacenamiento hasta el sistema de procesamiento.

Primero, diseñe un plan para resolver este problema.

Aquí se presenta uno de los métodos:

1. Definir el punto A en la tubería donde sale del tanque de almacenamiento y el punto B donde el tanque suministra el agua al sistema de procesamiento. El objetivo del problema es calcular  $p_A - p_B$ , que es la caída de presión entre los puntos A y B.
2. Utilizar la ecuación de la energía para determinar la caída de presión, considerando la pérdida de energía debida a la fricción en la tubería.
3. Calcular la pérdida de energía con base en la ecuación de Darcy.

Ahora escriba la ecuación de la energía entre los puntos A y B y despeje algebraicamente la caída de presión.

La ecuación de la energía es:

$$p_A/\gamma + z_A + \frac{V_A^2}{2g} - h_L = p_B/\gamma + z_B + \frac{V_B^2}{2g}$$

Observe que  $z_A = z_B$  y  $V_A = V_B$ ; por lo tanto, esos términos se pueden cancelar en la ecuación. Ahora es posible despejar la caída de presión.

$$p_A - p_B = \gamma h_L$$

¿Cómo se puede calcular la pérdida de energía debida a la fricción en la tubería?

Es posible usar la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

Determine los datos necesarios para completar el cálculo.

A partir de los datos dados, es posible mostrar que  $L = 100$  m,  $Q = 520$  L/min, la tubería es de acero DN 50 cédula 40,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> y el fluido es agua a 25 °C, para lo cual se indica en el apéndice A que

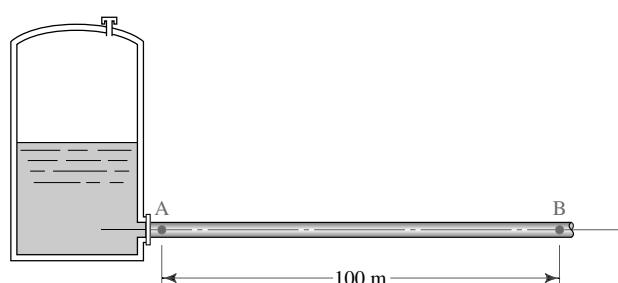
$$\gamma = 9.78 \text{ kN/m}^3 \text{ y la viscosidad cinemática es } \nu = 8.94 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

Según el apéndice F, para una tubería de acero DN 50,  $D = 52.5$  mm = 0.0525 m y  $A = 2.168 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>.

Ahora es posible calcular la velocidad de flujo.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{520 \text{ L/min}}{2.168 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \times \frac{1.0 \text{ m}^3/\text{s}}{60,000 \text{ L/min}} = 4.00 \text{ m/s}$$

**FIGURA 8.9** Problema de ejemplo 8.8.



Para determinar el factor de fricción,  $f$ , es necesario calcular el número de Reynolds.

$$N_R = \frac{D}{\nu} = \frac{(4.00 \text{ m/s})(0.0525 \text{ m})}{8.94 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}} = 2.349 \times 10^5$$

Entonces el flujo es turbulento y se utiliza el diagrama de Moody para encontrar  $f$ . En la tabla 8.2, se encuentra que para una tubería de acero limpia la rugosidad es  $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5} \text{ m}$ . Entonces,

$$D/\epsilon = 0.0525 \text{ m}/4.6 \times 10^{-5} \text{ m} = 1141$$

De acuerdo con el diagrama de Moody, se puede leer que  $f = 0.0203$ . Ahora complete el cálculo para  $h_L$ .

Aquí está el resultado:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g} = 0.0203 \times \frac{100}{0.0525} \times \frac{(4.00)^2}{2(9.81)} = 31.53 \text{ m}$$

Ahora complete el cálculo de la caída de presión en la tubería.

Usted debe obtener  $p_A - p_B = 308.4 \text{ kPa}$ . A continuación se muestran los detalles:

$$p_A - p_B = \gamma h_L = (9.78 \text{ kN/m}^3)(31.53 \text{ m}) = 308.4 \text{ kN/m}^2 = 308.4 \text{ kPa}$$

Con esto se completa el problema de ejemplo.

## 8.7 USO DE SOFTWARE PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FLUJO EN TUBERÍAS

Los cálculos necesarios para lograr la comprensión completa de los sistemas de fluidos pueden ser tediosos y repetitivos, por lo que este proceso es un buen candidato para ser resuelto mediante software. Uno de los programas que automatizan los cálculos presentados en este texto se llama PIPE-FLO®, de Engineered Software Incorporated. El uso de un software poderoso viene siempre acompañado de la responsabilidad de entender completamente los cálculos que se están realizando, y esta aplicación no es diferente. Muchos de los problemas incluidos en este libro pueden resolverse de manera eficaz y eficiente con el software en cuestión, y se presentarán en las secciones adecuadas del capítulo 13 de este texto. El uso de software como un complemento a los cálculos manuales, mientras se aprenden los principios, no sólo ayuda en la comprensión, sino que también sirve como preparación para el uso responsable de este tipo de software a lo largo de una carrera.

En este punto del curso, los estudiantes deben ir a:

<http://www.eng-software.com/appliedfluidmechanics>

Descargue la versión de prueba gratuita del software.

Las instrucciones para la descarga y el material útil para el curso están disponibles en el sitio. La versión de prueba del software limita el número de tubos y los tipos de fluidos que se pueden encontrar, pero los límites están más allá de lo que se necesita para resolver la mayoría de los problemas que se presentan en este texto, por lo que el software funcionará igual que la versión profesional completa a lo largo del curso. Los resultados que se imprimen para cada solución son los mismos que podrían obtenerse con el cálculo manual. Instrucciones, tutoriales y funciones de ayuda disponibles a través del software reducen la necesidad de abundar en instrucciones escritas en este texto; pero para cada función nueva e importante, el texto proporciona un problema de ejemplo que guía el proceso y aporta respuestas de control para confirmar su tratamiento correcto. La versión de prueba también actuará como un "lector" para cualquier modelo de tubería, por lo que usted puede abrir cualquier sistema con la versión demo, incluso los grandes y complejos sistemas disponibles en el sitio web ya indicado.

### Problema de ejemplo

**8.9** Use el software PIPE-FLO® para determinar la caída de presión en una tubería horizontal de 100 m DN 50 cédula 40, la cual conduce agua a 25 °C a una velocidad de 4 m/s. Reporte todos los valores aplicables que se relacionan con la solución, como el número de Reynolds y el factor de fricción.

**Solución** 1. Abra un nuevo proyecto en PIPE-FLO® y seleccione el menú "System" en la barra de herramientas para inicializar todos los datos clave, como unidades, zonas de fluido y especificaciones de la tubería.

