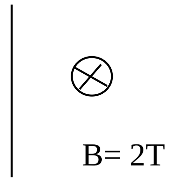
EJERCICIOS RESUELTOS UNIDAD DIDÁCTICA 3

(Ejercicios correspondientes a los enunciados de los capítulos 4 y 5 del manual)

E _4.4



L=500 mm,
I= 10 A

La fuerza que ejerce un campo magnético sobre un conductor rectilíneo se expresa:

$$\vec{F} = \left(q\vec{v} \times \overrightarrow{B}\right)nAl = I\vec{l} \times \overrightarrow{B}$$

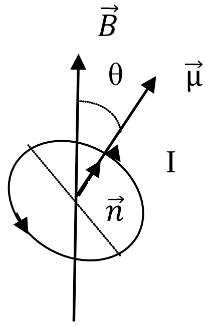
Ya que la intensidad I es el número (n) de cargas (q) que se desplazan a una velocidad v en una determinada sección A.

El valor del módulo de la fuerza F viene dado por la expresión:

$$F = IlB \operatorname{sen}\theta = 10 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot sen90 = 10\ N$$

Ya que el conductor es perpendicular a las líneas de fuerza de campo.

E _4.5



I = 750 mA
R_{espira} = 3 cm

El momento magnético se define como:

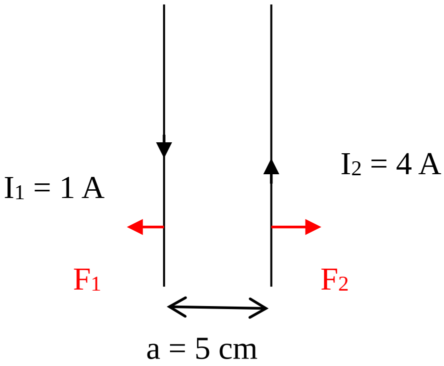
$$\vec{\mu} = NIA\vec{n}$$

Donde $\vec{n}$ es el vector unitario perpendicular a la superficie e la espira. Su módulo viene dado por:

$\mu = NIA = 1 \cdot 0{,}75 \cdot \pi \cdot 0{,}03^2 = 2{,}21 \cdot 10^{-3}\ A \cdot m^2$

La dirección del momento magnético será perpendicular a la superficie de la espira y su sentido el determinado por la regla de la mano derecha, en este caso el que se muestra en la figura.

E _4.10



El conductor 1 por el que circula la corriente I_1 creará un campo magnético:

$$B_1 = \frac{\mu_0\, 2\, I_1}{4\pi a}$$

Este campo ejercerá una fuerza por unidad de longitud sobre el conductor 2 que dependerá de la intensidad que le recorre:

$$\frac{F_2}{l} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0\, 2\, I_1 I_2}{4\pi a}$$

Análogamente:

$$\frac{F_1}{l} = I_1 B_2 = \frac{\mu_0\, 2\, I_2 I_1}{4\pi a}$$

Luego la fuerza ejercida entre ambos conductores por unidad de longitud será:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0\, 2\, I_2 I_1}{4\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4}{4\pi \cdot 0{,}05} = 1{,}6\ \cdot 10^{-5} \mathrm{N/m}$$

La dirección de ambas fuerzas será perpendicular a los conductores y su sentido de repulsión al ser las corrientes de sentidos opuestos.

E _4.11

El campo magnético en el interior de un solenoide es uniforme y vale:

$B = \mu_0 \, nI$

siendo *n* el número de espiras por unidad de longitud.

Para los valores del enunciado:

I = 3 A
l = 10 cm
N = 150

$B = \mu_0 \, nI = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{150}{0,1} \cdot 3 = 56548 \cdot 10^{-7}\ T = 56,5\ G$

E _4.12

El valor del campo magnético en el interior de una bobina toroidal es:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Donde el campo magnético varía en función de r, pero si el radio del toro es mucho mayor que el radio de su sección transversal, como en este caso, se puede considerar r constante e igual a R.

R = 0,03 m >> $\sqrt{150 \cdot 10^{-4}/\pi} = 0{,}007$

Despejando el número de espiras y sustituyendo por los valores del enunciado:

$$N = \frac{B 2\pi R}{\mu_0 I} = \frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot 0{,}03}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}5} = 450$$

E _5.3

El valor de la inductancia de un solenoide viene dado por la expresión:

$$L = \frac{N\emptyset_m}{I} = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \mu_0\, n^2 A l$$

En este caso:

$A = 5\ cm^2$
$l = 40\ cm$
$N = 500$
Y la permeabilidad del material empleado $1000\mu_0$

Luego

$$L = 1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{500}{0{,}4}\right)^2 0{,}05 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}4 = 3{,}93\ mH$$

E _5.4

El flujo magnético en un solenoide a través de cada espira es:

$$\emptyset_m = BA = \mu_0 \frac{NA}{l} \mathrm{I}$$

En este caso:

$$\emptyset_m = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{150 \cdot \pi \cdot 0{,}01^2}{0{,}1} 3 = 1{,}78 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

Para las 150 espiras el flujo es:

$$\emptyset_m = 150 \cdot 1{,}78 \cdot 10^{-6} = 0{,}267 \; 10^{-3} \text{ Wb}$$

E _5.5

La energía magnética que puede almacenar un solenoide cuando circula por él una corriente I es:

$$W_m = \frac{1}{2}\, L\, I^2$$

En este caso:

$$W_m = \frac{1}{2}\, 0{,}25\ 1{,}25^2 = 0{,}195\ \mathrm{J}$$

E _5.7

a)
El campo magnético en el circuito se puede determinar a partir de la relación entre la fuerza electromotriz y la intensidad de campo magnético:

$$f.m.m. = NI = Hl = H_n l + H_e e$$

donde la intensidad de campo magnético H se divide entre la intensidad de campo en el núcleo y en el entrehierro. Teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme:

$$NI = \frac{B}{\mu} l + \frac{B}{\mu_0} e = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l}{k_m} + e\right)$$

Despejando, el campo magnético en el circuito y, por tanto, en el entrehierro es:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\frac{l}{k_m} + e} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 250 \cdot 98}{\left(\frac{(4 - 0{,}03)}{5000} + 0{,}03\right)} = 1 \text{ T}$$

b)
La densidad de la energía magnética viene dada por la expresión:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3{,}99 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$$

Multiplicando por el volumen del entrehierro obtenemos la energía total almacenada en él:

$$W_m = 3{,}99 \cdot 10^5 \cdot 0{,}03 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 119{,}7 \text{ J}$$

c)
Cuando el protón entre en el campo magnético se verá sometido a una fuerza de valor:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Como la velocidad de la partícula es perpendicular al campo, podemos expresar el módulo de la fuerza:

$$F = qvBsen90 = qvB = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1 = 3{,}2 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Por la Ley de Newton ΣF= ma, luego la aceleración:

$$a = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-13}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 1{,}92 \cdot 10^{14}\ m/s$$

E _5.9

a)

Si una corriente de 2 A que circula por la bobina 1 crea un flujo magnético de 3,6 10^{-4} Wb por vuelta en la bobina 2, la inductancia mutua de la espira 2 debida a la corriente I_1 es:

$$M_{21} = \frac{\emptyset_{21} N_2}{I_1} = \frac{400 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-4}}{2} = 72\ mH$$

que será igual a M_{21}

b)

Aplicando la ecuación anterior a la bobina 1:

$$M_{12} = \frac{\emptyset_{12} N_1}{I_2}$$

Despejando, el valor del flujo magnético será:

$$\emptyset_{12} = \frac{M_{12} I_2}{N_1} = \frac{0{,}072 \cdot 3}{100} = 2{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb por vuelta} \rightarrow 0{,}216\ \text{Wb}$$

c)

La fuerza electromotriz inducida en la bobina 2 es:

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_{tot2}}{dt} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} + M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

como en este caso la corriente 2 no varía, el primer término es 0, luego:

$$\varepsilon_2 = M_{21} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 0{,}072\ \frac{(3-1)}{0{,}1} = 1{,}44\ \text{V}$$