

Actividad de Aprendizaje 2

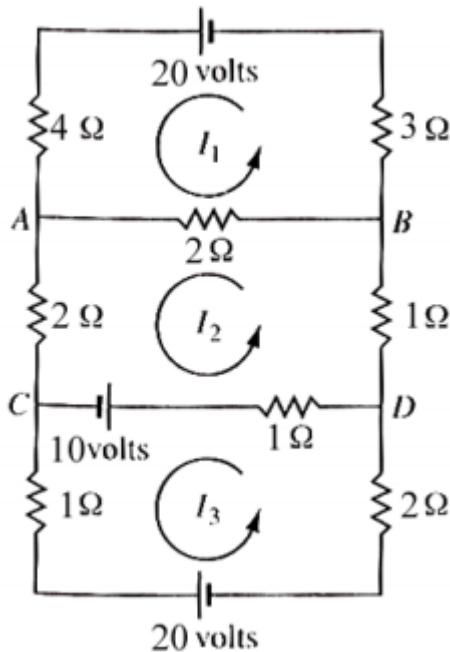
ÁLGEBRA LINEAL

The image contains a large amount of handwritten mathematical content. Key elements include:

- Trigonometry:** Formulas for $\sin(x)$, $\cos(x)$, and $\tan(x)$. Pythagorean identities like $a^2 + b^2 = c^2$ and the law of cosines.
- Geometry:** Diagrams of triangles, rectangles, and cubes. Formulas for area and volume.
- Calculus:** Derivatives and integrals. A diagram of a function $f(x)$ with a shaded area under the curve.
- Algebra:** Equations and inequalities. A diagram of a triangle with sides labeled a , b , and c .
- Physics:** The equation $E = mc^2$ is present.
- Other:** Various symbols, limits, and mathematical expressions scattered throughout the page.

1. Problema 1

Proporcionar las corrientes I_1 , I_2 y I_3 que circulan según el esquema de figura aplicando la ley de Ohm y las reglas de Kirchhoff. Para ello guiararse por la página 83 del manual.



Apoyándonos del problema resuelto del manual, que es exactamente el mismo problema con diferentes valores, representamos las ecuaciones lineales y las introducimos en variables en Octave:

```
Command Window
>> L1=[9,-2,0,20]
L1 =
    9   -2   0   20
>> L2=[-2,6,-1,10]
L2 =
   -2    6   -1   10
>> L3=[0,-2,4,-30]
L3 =
    0   -2    4  -30
>>
```

Posteriormente podemos asignar estas ecuaciones a una matriz aumentada:

```
>> K=[L1;L2;L3]
K =
 9   -2    0   20
 -2    6   -1   10
 0   -2    4  -30
>> |
```

Finalmente hacemos una reducción y obtenemos los resultados para I_1 , I_2 , I_3 :

```
>> rref(K)
ans =
 1.00000  0.00000  0.00000  2.52747
 0.00000  1.00000  0.00000  1.37363
 0.00000  0.00000  1.00000 -6.81319
>> |
```

2. Problema 2

Usar el método de valores singulares descrito en el apéndice para calcular la solución del sistema:

$$\begin{bmatrix} -149,5 & -50 & -154 \\ 539 & 180 & 545 \\ -27 & -9 & -26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Siguiendo el procedimiento del apéndice:

Introducimos la matriz A y b en Octave:

```
>> A=[-149.5 -50 -154;539 180 545;-27 -9 -26]
A =
 -149.5000  -50.0000  -154.0000
 539.0000  180.0000  545.0000
 -27.0000  -9.0000  -26.0000

>> b=[1;1;1]
b =
 1
 1
 1
```

Realizamos la descomposición en valores singulares de la matriz A:

```
>> [U,D,V]=svd(A)
U =
-0.269225 -0.870153 0.412737
0.961926 -0.222008 0.159410
-0.047080 0.439939 0.896793

D =
Diagonal Matrix
818.531307 0 0
0 2.179162 0
0 0 0.014857

V =
0.684150 -0.666553 0.296050
0.228497 -0.189592 -0.954905
0.692624 0.720945 0.022595
```

Observamos el valor singular 0,014 y consideramos $\beta = 0,1$ entonces el rango de A sería $q = 2$ y podemos truncar la matriz y guardarla en la variable Dt:

```
>> D(3,3)=0
D =
Diagonal Matrix
818.53131 0 0
0 2.17916 0
0 0 0.00000

>> Dt=D
Dt =
Diagonal Matrix
818.53131 0 0
0 2.17916 0
0 0 0.00000
```

Calculamos la pseudoinversa invirtiendo los valores de la diagonal de Dt:

```
>> Dtinv=Dt;Dtinv(1,1)=1/Dtinv(1,1);Dtinv(2,2)=1/Dtinv(2,2)
Dtinv =
Diagonal Matrix
0.00122 0 0
0 0.45889 0
0 0 0.00000
>> |
```

Finalmente calculamos la matriz pseudo-inversa truncada:

```
>> Apit=V*Dtin*U'  
Apit =  
  
0.265934  0.068711 -0.134606  
0.075630  0.019584 -0.038289  
-0.288106 -0.072634  0.145508  
.
```

Y resolvemos el sistema $Ax = b$ utilizando la descomposición en valores singulares:

```
>> x=Apit*b  
x =  
  
0.200038  
0.056925  
-0.215232
```

3. Problema 3

Supóngase que en una aldea perdida en las montañas viven un granjero, un sastre, un albañil, un leñador y Alejo, un destilador ilegal de alcohol que se bebe gran parte de lo que produce. Cada uno de ellos proporciona comida, ropa, vivienda, energía y aguardiente a ellos mismos y a los demás. La fracción de los bienes producidos que consume cada uno de ellos (normalizado a la unidad) viene dado por la siguiente tabla:

Habitante	comida	ropa	vivienda	energía	aguardiente
Granjero	0.26	0.15	0.23	0.15	0.14
Sastre	0.16	0.28	0.18	0.16	0.10
Albañil	0.20	0.20	0.25	0.21	0.10
Leñador	0.20	0.14	0.19	0.33	0.14
Alejo	0.18	0.23	0.15	0.15	0.52

Así, por ejemplo, Alejo consume el 18% de toda la comida, el 23% de la ropa, el 15% de la vivienda, el 15% de la energía y el 52% de su propio aguardiente. Obsérvese que la suma de cada uno de todos esos bienes de consumo (las columnas de la tabla) es 1.

Supongamos ahora que $s = [x, y, z, u, w]$ es un vector formado con los ingresos respectivos de cada uno de ellos. En una economía cerrada como ésta, esas cantidades no sólo denotan los ingresos, sino que además denotan el precio de las cosas.

Tarea: teniendo en cuenta lo expuesto plantear un problema de autovectores a resolver con Octave en el que se obtenga el precio que han de tener los bienes allí producidos para que los cinco habitantes puedan sobrevivir. ¿Qué bienes de consumo es el tercero más caro?

Considerando cada habitante y sus porcentajes de consumición, creamos una matriz aumentada con éstos datos conocidos:

```
Command Window
>> aldea
aldea =
0.26000 0.15000 0.23000 0.15000 0.14000
0.16000 0.28000 0.18000 0.16000 0.10000
0.20000 0.20000 0.25000 0.21000 0.10000
0.20000 0.14000 0.19000 0.33000 0.14000
0.18000 0.23000 0.15000 0.15000 0.52000
>>
```

Seguidamente aplicamos $\lambda = 1$:

```
X Command Window
>> aldeab
aldeab =
-0.74000 0.15000 0.23000 0.15000 0.14000
0.16000 -0.72000 0.18000 0.16000 0.10000
0.20000 0.20000 -0.75000 0.21000 0.10000
0.20000 0.14000 0.19000 -0.67000 0.14000
0.18000 0.23000 0.15000 0.15000 -0.48000
.
```

Creamos un vector 0 b y lo añadimos a la matriz de aldeab. Reducimos a forma escalonada:

```
>> b=[0;0;0;0;0]
b =
0
0
0
0
0

>> M=[aldeab,b]
M =
-0.74000  0.15000  0.23000  0.15000  0.14000  0.00000
 0.16000 -0.72000  0.18000  0.16000  0.10000  0.00000
 0.20000  0.20000 -0.75000  0.21000  0.10000  0.00000
 0.20000  0.14000  0.19000 -0.67000  0.14000  0.00000
 0.18000  0.23000  0.15000  0.15000 -0.48000  0.00000

>> rref(M)
ans =
1.00000  0.00000  0.00000  0.00000 -0.67932 -0.00000
 0.00000  1.00000  0.00000  0.00000 -0.62571 -0.00000
 0.00000  0.00000  1.00000  0.00000 -0.68785 -0.00000
 0.00000  0.00000  0.00000  1.00000 -0.73754  0.00000
 0.00000  0.00000  0.00000  0.00000  0.00000  0.00000
```

Con lo que podemos observar que el producto más caro será el aguardiente que denotaremos con t y este producto se utiliza como referencia para calcular los precios de los demás productos:

$$\begin{cases} x(\text{comida}) = 0,67932t \\ y(\text{ropa}) = 0,62561t \\ z(\text{vivienda}) = 0,68785t \\ u(\text{energía}) = 0,73754t \\ w(\text{aguardiente}) = t \end{cases}$$

Con lo cual concluimos que el tercer producto más caro es la vivienda.