

UNIDAD
DIDÁCTICA

7

ANÁLISIS DE DECISIONES MULTICRITERIO (II). MÉTODO AHP

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

1. Introducción al proceso analítico jerárquico (AHP)
2. Matriz de comparación por pares
3. Matriz de prioridades

CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

EJERCICIOS VOLUNTARIOS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En esta Unidad didáctica nos vamos a centrar en el método AHP, que es uno de los métodos multicriterio para la toma de decisiones más utilizados en la actualidad. Se basa en tener en cuenta una serie de características o atributos de diversas opciones, realizando un análisis jerárquico. Se va a determinar la influencia de cada una de las características mediante unos juicios de valor por parejas. Debe existir un órgano o centro decisor en la empresa que determine estas comparaciones entre los diversos atributos que se quieren tener en cuenta.

Una vez que se tienen los juicios de valor, se van a realizar las matrices de comparación por parejas para cada característica, así como la matriz de prioridades, que mide la importancia de las distintas características entre sí. Esas matrices deben normalizarse para que todos los valores se encuentren entre 0 y 1. Se obtendrán los valores promedio de cada característica para cada opción.

A partir de estos valores promedio se va a construir la matriz de prioridades. La puntuación total de cada opción se obtendrá como la suma de las características. Aquella opción que tenga una mayor puntuación total será la elegida.

1. INTRODUCCIÓN AL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)

Dentro de los métodos de análisis multicriterio merece una Unidad aparte el método AHP, desarrollado por Thomas L. Saaty en 1994. Se basa en tener en cuenta una serie de características o atributos de diversas opciones, realizando un análisis jerárquico. Se va a determinar la influencia de cada una de las características mediante unos **juicios de valor por parejas**, que no es más que una comparación en una escala de 1 a 9 de qué característica es mejor que otra para unas opciones dadas.

De manera reducida, la escala propuesta por Saaty es la siguiente:

Escala	Significado
1	Igual importancia
3	Importancia moderada
5	Importancia fuerte
7	Importancia muy fuerte o demostrada
9	Importancia extrema
2, 4, 6, 8	Valores intermedios

Normalmente se suelen comparar dos características con los números impares: 1, 3, 5, 7 y 9, utilizando los valores intermedios pares en escasas ocasiones. Debe existir un **órgano o centro decisor en la empresa** que determine estas comparaciones entre los diversos atributos que se quieren tener en cuenta.

2. MATRIZ DE COMPARACIÓN POR PARES

Para cada atributo va a existir una matriz de comparación por pares, que es donde se van a reflejar los juicios de valor entre las **distintas opciones**. Tendrá la siguiente forma cuando existan n opciones:

	Opción 1	Opción 2	...	Opción N
Opción 1	1	C_{12}	...	C_{1n}
Opción 2	C_{21}	1	...	C_{2n}
...
Opción N	C_{n1}	C_{n2}	...	1

Hay que tener en cuenta las siguientes **consideraciones**:

- La diagonal, que es la comparación de una opción consigo misma, es siempre un 1.
- En los elementos complementarios de la matriz debe cumplirse que:

$$C_{ij} = \frac{1}{C_{ji}}$$

Todas las matrices de comparación por pares de los atributos o características se van a normalizar, de manera que cada opción, al final, tenga una **ponderación entre 0 y 1**. Estos valores se utilizarán más adelante. Por ejemplo, para una decisión que va a contemplar tres opciones:

	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Matriz normalizada Característica j			Vector promedio característica j
Opción 1	1	C_{12}	C_{13}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	P_{1j}
Opción 2	C_{21}	1	C_{23}	N_{21}	N_{22}	N_{23}	P_{2j}
Opción 3	C_{31}	C_{32}	1	N_{31}	N_{32}	N_{33}	P_{3j}
Suma	S_1	S_2	S_3				

Para normalizar la matriz, lo primero será realizar la suma por columnas:

$$S_1 = 1 + C_{21} + C_{31}$$

$$S_2 = C_{12} + 1 + C_{32}$$

$$S_3 = C_{13} + C_{23} + 1$$

Ahora ya se podrá obtener la matriz normalizada, que se calculará dividiendo cada elemento de la matriz por la suma de su correspondiente columna:

$$N_{11} = \frac{1}{S_1}$$

$$N_{12} = \frac{C_{12}}{S_2}$$

$$N_{13} = \frac{C_{13}}{S_3}$$

$$N_{21} = \frac{C_{21}}{S_1}$$

$$N_{22} = \frac{1}{S_2}$$

$$N_{23} = \frac{C_{23}}{S_3}$$

$$N_{31} = \frac{C_{31}}{S_1}$$

$$N_{32} = \frac{C_{32}}{S_2}$$

$$N_{33} = \frac{1}{S_3}$$

El resultado final para la característica j será el vector columna con el promedio para cada opción, que será un valor entre 0 y 1:

$$P_{1j} = \frac{N_{11} + N_{12} + N_{13}}{3} \quad P_{2j} = \frac{N_{21} + N_{22} + N_{23}}{3} \quad P_{3j} = \frac{N_{31} + N_{32} + N_{33}}{3}$$

siendo P_{ij} el promedio de la opción i para la característica j .

También existirá una **matriz de comparación por pares de las características** para ver cuáles son más importantes de cara a la toma de la decisión, y con la que se procederá de igual manera. Para el caso de m características:

	Característica 1	Característica 2	...	Característica m
Característica 1	1	C_{12}	...	C_{1m}
Característica 2	C_{21}	1	...	C_{2m}
...
Característica m	C_{m1}	C_{m2}	...	1

El resultado final será el vector columna con el promedio P_j para cada característica, que en este caso se llamará **ponderación de la característica j** , que será un valor entre 0 y 1.

3. MATRIZ DE PRIORIDADES

Una vez que se tiene la siguiente información:

- P_{ij} , promedio de la opción i para la característica j .
- P_j , ponderación de la característica j .

Se van a recopilar todos sus valores en una nueva matriz llamada **de prioridades**, que tendrá la siguiente forma:

	Característica 1	Característica 2	...	Característica m	Total
Opción 1	P_{11}	P_{12}	...	P_{1m}	P_{t1}
Opción 2	P_{21}	P_{22}	...	P_{2m}	P_{t2}
...
Opción n	P_{n1}	P_{n2}	...	P_{nm}	P_{tn}
Ponderación características	P_1	P_2	...	P_m	

La **puntuación total** de cada opción se obtendrá como la siguiente suma ponderada:

$$P_{t1} = \sum_{j=1}^m P_{1j} \cdot P_j = P_{11} \cdot P_1 + P_{12} \cdot P_2 + \dots + P_{1m} \cdot P_m$$

$$P_{t2} = \sum_{j=1}^m P_{2j} \cdot P_j = P_{21} \cdot P_1 + P_{22} \cdot P_2 + \dots + P_{2m} \cdot P_m$$

Genéricamente, la **puntuación total asociada a la opción i** se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$P_{ti} = \sum_{j=1}^m P_{ij} \cdot P_j$$

La opción elegida será aquella que tenga una mayor puntuación total.

A continuación veremos cómo aplicar este método mediante dos ejemplos.

EJEMPLO 1

Volviendo al ejemplo 1 de la Unidad 6, una empresa quiere renovar su flota de furgonetas, y para ello se han seleccionado tres opciones entre las que se puede elegir:

	Precio (€)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Motor TDI (CV)
Opción 1	35.600	2	6,7	155
Opción 2	39.000	5	7,5	165
Opción 3	32.400	7	8	125

Desde dirección se dan las siguientes comparaciones entre cada uno de los criterios de las alternativas.

Para la **característica precio**:

- Se considera que la opción 1 es 4 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 3 es 5 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 3 es 9 veces mejor que la opción 2.

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el precio será la siguiente:

Característica: precio			
	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1		4	
Opción 2			
Opción 3	5	9	

Para la **característica garantía**:

- Se considera que la opción 2 es 5 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 3 es 9 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 3 es 7 veces mejor que la opción 2.

.../...

.../...

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para la garantía será la siguiente:

Criterio: garantía			
	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1			
Opción 2	5		
Opción 3	9	7	

Para la **característica consumo medio**:

- Se considera que la opción 1 es 7 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 1 es 9 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 2 es 5 veces mejor que la opción 3.

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el consumo medio será la siguiente:

Característica: consumo medio			
	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1		7	9
Opción 2			5
Opción 3			

Para la **característica motor**:

- Se considera que la opción 1 es 7 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 2 es 3 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 2 es 9 veces mejor que la opción 3.

.../...

.../...

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el motor será la siguiente:

Característica: motor			
	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1			7
Opción 2	3		9
Opción 3			

La **comparación entre las distintas características** es la siguiente:

- Se considera que el precio es 5 veces más importante que la garantía.
- Se considera que el precio es 3 veces más importante que el consumo.
- Se considera que el precio es 9 veces más importante que el motor.
- Se considera que la garantía es 7 veces más importante que el motor.
- Se considera que el consumo es 5 veces más importante que la garantía.
- Se considera que el consumo es 7 veces más importante que el motor.

Matriz de comparación por pares-Características				
	Precio	Garantía	Consumo	Motor TDI (CV)
Precio		5	3	9
Garantía				7
Consumo		5		7
Motor TDI (CV)				

Solución

Lo primero que hay que realizar será rellenar los valores que faltan de las matrices de comparación por pares de todas las alternativas. Vamos a comenzar por la matriz de comparación por pares de la característica precio:

.../...

.../...

Característica: precio			
	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1	1	4	0,2
Opción 2	0,25	1	0,11
Opción 3	5	9	1
Suma	6,25	14	1,31

Partiendo de los datos dados, iremos rellenando el resto de la tabla:

- Todas las celdas de la diagonal, que comparan una opción con ella misma, tienen un valor de 1.
- Los elementos complementarios de la matriz se obtienen como 1 dividido por el valor del complementario:

$$\text{Opción 1 con opción 3} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\text{Opción 2 con opción 1} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\text{Opción 2 con opción 3} = \frac{1}{9} = 0,11$$

El siguiente paso será normalizar la matriz. Para ello se va a dividir cada elemento por la suma del valor de su columna. Luego se realizará el promedio P_{ij} de los valores normalizados por fila para $j = \text{precio}$:

	Opc. 1	Opc. 2	Opc. 3	Matriz normalizada			Vector promedio
Opc. 1	1	4	0,2	$\frac{1}{6,25} = 0,16$	$\frac{4}{14} = 0,29$	$\frac{0,2}{1,31} = 0,15$	$\frac{0,16 + 0,29 + 0,15}{3} \approx 0,20$
Opc. 2	0,25	1	0,11	$\frac{0,25}{6,25} = 0,04$	$\frac{1}{14} = 0,07$	$\frac{0,11}{1,31} = 0,08$	$\frac{0,04 + 0,07 + 0,08}{3} \approx 0,07$
Opc. 3	5	9	1	$\frac{5}{6,25} = 0,80$	$\frac{9}{14} = 0,64$	$\frac{1}{1,31} = 0,76$	$\frac{0,80 + 0,64 + 0,76}{3} \approx 0,74$
Suma	6,25	14	1,31				

.../...

.../...

Realizando el mismo proceso para el resto de características:

Característica: garantía							
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Matriz normalizada			Vector promedio
Opción 1	1	0,20	0,11	0,07	0,02	0,09	0,06
Opción 2	5	1	0,14	0,33	0,12	0,11	0,19
Opción 3	9	7	1	0,60	0,85	0,80	0,75
Suma	15	8,2	1,25				

Característica: consumo medio							
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Matriz normalizada			Vector promedio
Opción 1	1	7	9	0,80	0,85	0,60	0,75
Opción 2	0,14	1	5	0,11	0,12	0,33	0,19
Opción 3	0,11	0,2	1	0,09	0,02	0,07	0,06
Suma	1,25	8,2	15				

Característica: motor							
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Matriz normalizada			Vector promedio
Opción 1	1	0,33	7	0,24	0,23	0,41	0,29
Opción 2	3	1	9	0,72	0,69	0,53	0,65
Opción 3	0,14	0,11	1	0,03	0,08	0,06	0,06
Suma	4,14	1,44	17				

.../...

.../...

La matriz de comparación de los distintos criterios entre sí quedará de la siguiente forma:

	Precio	Garantía	Consumo	Motor TDI (CV)
Precio	1	5	3	9
Garantía	0,2	1	0,2	7
Consumo	0,33	5	1	7
Motor TDI (CV)	0,11	0,14	0,14	1
Suma	1,64	11,14	4,34	24

Y normalizada se obtendrá la ponderación P_j de cada una de las características haciendo el promedio:

	Matriz normalizada				Ponderación (promedio)
Precio	0,61	0,45	0,69	0,38	0,53
Garantía	0,12	0,09	0,05	0,29	0,14
Consumo	0,20	0,45	0,23	0,29	0,29
Motor TDI (CV)	0,07	0,01	0,03	0,04	0,04

Ahora se va a recopilar toda esta información en la matriz de prioridades poniendo los vectores promedio obtenidos de cada una de las opciones, así como la ponderación de cada una de las características:

	Precio	Garantía	Consumo	Motor TDI (CV)	Total
Opción 1	0,20	0,06	0,75	0,29	0,35
Opción 2	0,07	0,19	0,19	0,65	0,14
Opción 3	0,74	0,75	0,06	0,06	0,51
Ponderación	0,53	0,14	0,29	0,04	

.../...

.../...

Los valores totales se han obtenido con una suma ponderada:

- Opción 1: $0,2 \cdot 0,53 + 0,06 \cdot 0,14 + 0,75 \cdot 0,29 + 0,29 \cdot 0,04 = 0,35$.
- Opción 2: $0,07 \cdot 0,53 + 0,19 \cdot 0,14 + 0,19 \cdot 0,29 + 0,65 \cdot 0,04 = 0,14$.
- Opción 3: $0,74 \cdot 0,53 + 0,75 \cdot 0,14 + 0,06 \cdot 0,29 + 0,06 \cdot 0,04 = 0,51$.

Como la opción con mayor puntuación total es la 3, será la opción elegida.

EJEMPLO 2

Volviendo al ejemplo 2 de la Unidad 6, una empresa necesita renovar su maquinaria industrial, y para un tipo determinado de máquina se han detectado una serie de opciones. Para cada una de ellas se detalla su precio (€), su vida útil (años), su coste de mantenimiento anual (€), así como su tasa de producción (uds./h):

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mantenimiento anual (€)	Producción (uds./h)
Opción 1	3.500	10	300	1.000
Opción 2	2.700	12	315	850
Opción 3	3.100	8	280	950
Opción 4	4.000	8	305	975

Desde dirección se dan las siguientes comparaciones entre cada uno de los criterios de las alternativas. Para la **característica precio**:

- Se considera que la opción 1 es 5 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 2 es 5 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 2 es 3 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 2 es 9 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 3 es 5 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 3 es 9 veces mejor que la opción 4.

.../...

.../...

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el precio será la siguiente:

Característica: precio				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1				5
Opción 2	5		3	9
Opción 3	5			9
Opción 4				

Para la característica vida útil:

- Se considera que la opción 1 es 3 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 1 es 3 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 2 es 3 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 2 es 5 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 2 es 5 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 3 es igual que la opción 4.

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para la vida útil será la siguiente:

Característica: vida útil				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1			3	3
Opción 2	3		5	5
Opción 3				1
Opción 4				

.../...

.../...

Para la característica **coste de mantenimiento anual**:

- Se considera que la opción 1 es 7 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 1 es 3 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 3 es 5 veces mejor que la opción 1.
- Se considera que la opción 3 es 9 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 3 es 7 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 4 es 5 veces mejor que la opción 2.

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el criterio coste de mantenimiento anual será la siguiente:

Característica: coste de mantenimiento anual				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1		7		3
Opción 2				
Opción 3	5	9		7
Opción 4		5		

Para la característica **tasa de producción**:

- Se considera que la opción 1 es 9 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 1 es 5 veces mejor que la opción 3.
- Se considera que la opción 1 es 3 veces mejor que la opción 4.
- Se considera que la opción 3 es 7 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 4 es 7 veces mejor que la opción 2.
- Se considera que la opción 4 es 3 veces mejor que la opción 3.

.../...

.../...

Por tanto, la matriz de comparación por pares de partida para el criterio tasa de producción será la siguiente:

Característica: tasa de producción				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1		9	5	3
Opción 2				
Opción 3		7		
Opción 4		7	3	

En la comparación de las características entre sí, se tienen las siguientes prioridades:

- Se considera que el precio es 5 veces más importante que el coste de mantenimiento.
- Se considera que la vida útil es 5 veces más importante que el precio.
- Se considera que la vida útil es 9 veces más importante que el coste de mantenimiento.
- Se considera que la vida útil es igual de importante que la tasa de producción.
- Se considera que la tasa de producción es 3 veces más importante que el precio.
- Se considera que la tasa de producción es 5 veces más importante que el coste de mantenimiento.

Matriz de comparación por pares-Características				
	Precio	Vida útil	Coste mantenimiento	Tasa producción
Precio			5	
Vida útil	5		9	1
Coste mantenimiento				
Tasa producción	3		5	

.../...

.../...

Solución

Lo primero será obtener el resto de casillas de comparativa para los distintos criterios. Se recuerda que:

- Todas las celdas de la diagonal, que comparan una opción con ella misma, tienen un valor de 1.
- Los elementos complementarios de la matriz se obtienen como 1 dividido por el valor del complementario:

Característica: precio				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1	1	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{1}{5} = 0,2$	5
Opción 2	5	1	3	9
Opción 3	5	$\frac{1}{3} = 0,33$	1	9
Opción 4	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{1}{9} = 0,11$	$\frac{1}{9} = 0,11$	1
Suma	11,2	1,64	4,31	24

Ahora se normaliza la matriz dividiendo cada elemento entre la suma de su columna y se obtiene el valor promedio por fila:

	Matriz normalizada precio				Vector promedio
Opción 1	0,09	0,12	0,05	0,21	0,12
Opción 2	0,45	0,61	0,70	0,38	0,53
Opción 3	0,45	0,20	0,23	0,38	0,31
Opción 4	0,02	0,07	0,03	0,04	0,04

.../...

.../...

Haciendo lo mismo para el resto de criterios (redondeando a dos decimales):

Característica: vida útil				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1	1	0,33	3	3
Opción 2	3	1	5	5
Opción 3	0,33	0,2	1	1
Opción 4	0,33	0,2	1	1
Suma	4,67	1,73	10	10

	Matriz normalizada vida útil				Vector promedio
Opción 1	0,21	0,19	0,30	0,30	0,25
Opción 2	0,64	0,58	0,50	0,50	0,55
Opción 3	0,07	0,12	0,10	0,10	0,10
Opción 4	0,07	0,12	0,10	0,10	0,10

Característica: coste de mantenimiento anual				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1	1	7	0,2	3
Opción 2	0,14	1	0,11	0,2
Opción 3	5	9	1	7
Opción 4	0,33	5	0,14	1
Suma	6,48	22	1,45	11,2

.../...

.../...

	Matriz normalizada coste de mantenimiento anual				Vector promedio
Opción 1	0,15	0,32	0,14	0,27	0,22
Opción 2	0,02	0,05	0,08	0,02	0,04
Opción 3	0,77	0,41	0,69	0,63	0,62
Opción 4	0,05	0,23	0,10	0,09	0,12

Característica: tasa producción				
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1	1	9	5	3
Opción 2	0,11	1	0,14	0,14
Opción 3	0,2	7	1	0,33
Opción 4	0,33	7	3	1
Suma	1,64	24	9,14	4,48

	Matriz normalizada tasa de producción				Vector promedio
Opción 1	0,61	0,38	0,55	0,67	0,55
Opción 2	0,07	0,04	0,02	0,03	0,04
Opción 3	0,12	0,29	0,11	0,07	0,15
Opción 4	0,20	0,29	0,33	0,22	0,26

.../...

.../...

Y normalizando la matriz de comparación por pares de los criterios y obteniendo la ponderación de cada uno:

Matriz de comparación por pares-Características				
	Precio	Vida útil	Coste mantenimiento	Tasa producción
Precio	1	0,2	5	0,33
Vida útil	5	1	9	1
Coste mantenimiento	0,2	0,11	1	0,2
Tasa producción	3	1	5	1
Suma	9,20	2,31	20,00	2,53

	Matriz normalizada				Ponderación (promedio)
Precio	0,11	0,09	0,25	0,13	0,14
Vida útil	0,54	0,43	0,45	0,39	0,46
Coste mantenimiento	0,02	0,05	0,05	0,08	0,05
Tasa producción	0,33	0,43	0,25	0,39	0,35

Ahora se va a recopilar toda esta información en la matriz de prioridades poniendo los vectores promedio obtenidos de cada una de las opciones, así como la ponderación de cada una de las características:

	Precio	Vida útil	Coste mantenimiento	Tasa producción	Total
Opción 1	0,12	0,25	0,22	0,55	0,34
Opción 2	0,53	0,55	0,04	0,04	0,35
Opción 3	0,31	0,10	0,62	0,15	0,17
Opción 4	0,04	0,10	0,12	0,26	0,15
Ponderación	0,14	0,46	0,05	0,35	

.../...

.../...

Los valores totales se han obtenido con una suma ponderada:

- Opción 1: $0,12 \cdot 0,14 + 0,25 \cdot 0,46 + 0,22 \cdot 0,05 + 0,55 \cdot 0,35 = 0,34$.
- Opción 2: $0,53 \cdot 0,14 + 0,55 \cdot 0,46 + 0,04 \cdot 0,05 + 0,04 \cdot 0,35 = 0,35$.
- Opción 3: $0,31 \cdot 0,14 + 0,10 \cdot 0,46 + 0,62 \cdot 0,05 + 0,15 \cdot 0,35 = 0,17$.
- Opción 4: $0,04 \cdot 0,14 + 0,10 \cdot 0,46 + 0,12 \cdot 0,05 + 0,26 \cdot 0,35 = 0,15$.

Por tanto, la mejor es la opción 2, aunque seguida muy de cerca por la opción 1.



CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- AHP (*analytic hierarchy process* o proceso analítico jerárquico).
- Escala de Saaty.
- Juicios de valor.
- Matriz de comparación por pares.
- Matriz de prioridades.
- Matriz normalizada.
- Multicriterio.
- Ponderación de la característica j .
- Promedio de la opción i para la característica j .
- Puntuación total asociada a la opción i .
- Vector promedio.



ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de las siguientes actividades de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

Enunciado 1

¿Qué se entiende por la escala de Saaty?

Enunciado 2

¿En qué consiste la matriz de comparación por pares?

Solución 1

Esta escala fue propuesta por Thomas L. Saaty (1994) y de una manera reducida es la siguiente:

Escala	Significado
1	Igual importancia
3	Importancia moderada
5	Importancia fuerte
7	Importancia muy fuerte o demostrada
9	Importancia extrema
2, 4, 6, 8	Valores intermedios

Normalmente se suelen comparar dos características con los números impares: 1, 3, 5, 7 y 9, utilizando los valores intermedios pares en escasas ocasiones.

Solución 2

Para cada atributo va a existir una matriz de comparación por pares, que es donde se van a reflejar los juicios de valor entre las distintas opciones. Tendrá la siguiente forma cuando existan n opciones:

	Opción 1	Opción 2	...	Opción N
Opción 1	1	C_{12}	...	C_{1n}
Opción 2	C_{21}	1	...	C_{2n}
...
Opción N	C_{n1}	C_{n2}	...	1

Hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La diagonal, que es la comparación de una opción consigo misma, es siempre un 1.

- Los elementos complementarios de la matriz se obtienen como:

$$C_{ij} = \frac{1}{C_{ji}}$$



EJERCICIOS VOLUNTARIOS

Tras el estudio de esta Unidad didáctica, el estudiante puede hacer, por su cuenta, una serie de ejercicios voluntarios, como los siguientes:

1. ¿Qué son los juicios de valor y quiénes los toman?
2. ¿Cómo se normaliza la matriz de comparación por pares?
3. ¿Qué es la matriz de prioridades?



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

- CÓRDOBA, M.: *Metodología para la toma de decisiones*, Delta Publicaciones, Madrid, 2004.
- ROMERO, C.: *Análisis de las decisiones multicriterio*, Madrid, Isdefe, 1996.
- SERRA DE LA FIGUERA, D.: *Métodos cuantitativos para la toma de decisiones*, Gestión 2000, 2004.
- SAATY, T. L.: «How to make a decision: the analytic hierarchy process», *Interfaces*, 24 (6), 1994, págs. 19-43.
- «How to make a decision: the analytic hierarchy process», *European Journal of Operational Research*, 48 (1), 1990, págs. 9-26 .

Avanzada

BRONSON, R. y NAADIMUTHU, G.: *Schaum's outlines of theory and problems of operations research*, New York, McGraw-Hill, 1982.

HILLIER, F. S. y LIEBERMAN, G. J.: *Introducción a la investigación de operaciones*, McGraw-Hill, 2010.

MUÑOZ, B. y RIVEROLA, J.: *Del buen pensar y mejor hacer*, México, McGraw-Hill, 2003.

RÍOS-INSUA, S.; MATEOS, A.; BIELZA, M.^a C., y JIMÉNEZ, A.: *Investigación operativa*, Centro de Estudios Ramón Areces, 1996.

TAHA, H. A.: *Investigación de operaciones*, México, Editorial Pearson, 2004.

