

# Guía de Probabilidad y Estadística

Preparado por ChatGPT

January 29, 2025

## 1 Introducción

Este documento es una guía para comprender los conceptos fundamentales de probabilidad y estadística, aplicada a los ejercicios de la actividad de evaluación continua.

## 2 Conceptos Básicos

### 2.1 Probabilidad

La probabilidad mide qué tan probable es que ocurra un evento. Se expresa como un número entre 0 y 1:

- Si un evento es imposible, su probabilidad es 0.
- Si un evento es seguro, su probabilidad es 1.
- Si hay un 50% de posibilidad, su probabilidad es 0.5.

Ejemplo: Si en una bolsa hay 3 pelotas rojas y 7 azules (10 en total), la probabilidad de sacar una roja es:

$$P(A) = \frac{\text{Número de pelotas rojas}}{\text{Total de pelotas}} = \frac{3}{10} = 0.3$$

### 2.2 Probabilidad de Unión

La probabilidad de que ocurra al menos uno de dos eventos  $A$  o  $B$  se calcula con:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Donde:

- $P(A)$ : Probabilidad de que ocurra el evento A.
- $P(B)$ : Probabilidad de que ocurra el evento B.
- $P(A \cap B)$ : Probabilidad de que ocurran ambos eventos a la vez.

Ejemplo: Si el 50% de los estudiantes tienen beca y el 30% estudia, pero el 10% tiene beca y estudia:

$$P(B \cup E) = 0.5 + 0.3 - 0.1 = 0.7$$

## 2.3 Probabilidad Condicional

La probabilidad de que ocurra  $A$  dado que ocurrió  $B$  se calcula con:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ejemplo: Si el 30% de los estudiantes tienen beca y estudian, pero solo el 50% tienen beca, la probabilidad de que estudie sabiendo que tiene beca es:

$$P(E|B) = \frac{P(B \cap E)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$

## 2.4 Teorema de Bayes

Se usa para invertir probabilidades condicionales:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Ejemplo en una urna: Si hay 7 bolas blancas y 12 negras, y sacamos una bola y la reemplazamos con dos del otro color, queremos saber la probabilidad de que la primera bola haya sido negra dado que la segunda fue blanca:

$$P(B_1|W_2) = \frac{P(W_2|B_1)P(B_1)}{P(W_2)}$$

## 2.5 Independencia de Eventos

Dos eventos son independientes si:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Si esto no se cumple, los eventos son dependientes.

# 3 Ejercicios Resueltos

## 3.1 Ejercicio 1

Datos:

- $P(B) = 0.5$
- $P(E) = 0.3$
- $P(B \cap E) = 0.1$

Calculamos  $P(B \cup E)$ :

$$P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E) = 0.5 + 0.3 - 0.1 = 0.7$$

## 3.2 Ejercicio 2

Se extrae una bola de una urna y se reemplaza con dos del otro color.

### Paso 1: Posibilidades

- Si la primera bola es blanca, la segunda extracción se hace con 6 blancas y 14 negras.
- Si la primera bola es negra, la segunda extracción se hace con 9 blancas y 10 negras.

### Paso 2: Aplicar probabilidad total

$$P(W_2) = P(W_2|W_1)P(W_1) + P(W_2|B_1)P(B_1)$$

## 4 Conclusión

Con esta guía, puedes resolver problemas de probabilidad paso a paso, aplicando las fórmulas clave y verificando la coherencia de los resultados.