Resumen Unidad 10. Cálculo de tuberías.

Régimen laminar y turbulento

En la unidad 6 se dividieron los regímenes de corriente en permanentes y variables, y tanto unos como otros en uniformes y no uniformes. Todos ellos, como ya se dijo, se refieren por decirlo así a la corriente observada macroscópicamente

La clasificación de los regímenes de corriente en régimen laminar y turbulento se refiere a la corriente estudiada microscópicamente. Como esta clasificación es fundamental en el estudio del fluido real, de ella nos vamos a ocupar más detenidamente.

Consideremos en primer lugar la corriente de un fluido muy viscoso, por ejemplo, aceite lubricante, a pequeña velocidad, por una tubería de pequeño diámetro y de sección constante en régimen permanente: este movimiento, permanente y uniforme, es un movimiento laminar.

Ahora consideremos en segundo lugar la corriente de un fluido poco viscoso, por ejemplo agua, a gran velocidad, por una tubería de gran diámetro y de sección constante: este movimiento, permanente y uniforme, es un movimiento turbulento.

La instrumentación moderna, por ejemplo, el anemómetro de aire caliente permite hacer un estudio microscópico de ambos regímenes.

El movimiento en régimen laminar es ordenado, estratificado: el fluido se mueve en capas que no se mezclan entre sí. Así en el primer ejemplo, (aceite a pequeña velocidad) el fluido no se desplaza como un cilindro, que desliza en el interior de la tubería estacionaria de sección circular sino como se representa en la Figura 11. 1, en forma de tubos concéntricos cilíndrico que deslizan unos con relación a los otros como los tubos de un telescopio. El tubo exterior de fluido queda adherido. Siempre a la tubería, su velocidad es cero. La velocidad de desplazamiento del filamento interior de sección circular infinitesimal es máxima.

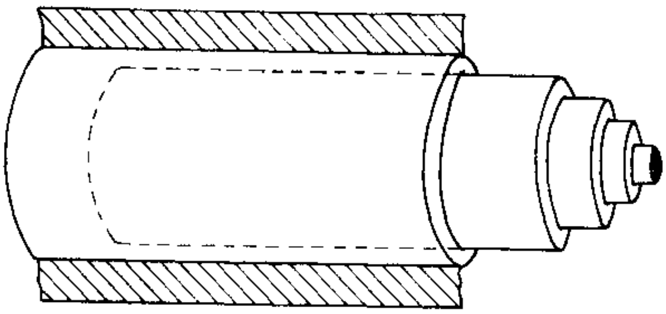


Figura 11. 1.

El movimiento en régimen turbulento es caótico. Así en el segundo ejemplo (agua gran velocidad) las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se entrecruzan formando pequeños remolinos aperiódicos.

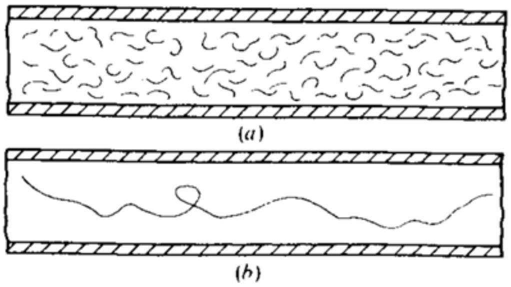


Figura 11. 2. El flujo turbulento es un movimiento desordenado:
(a) segmentos de trayectorias de diversas partículas en un mismo espacio de tiempo;
(b) trayectoria de una sola partícula.

El número de Reynolds como parámetro adimensional de resistencia

Vimos en la unidad 10 que el número de Reynolds era el parámetro adimensional, como cociente de una fuerza de inercia por una fuerza de viscosidad mide el influjo relativo de esta última: un número de Reynolds grande implica un influjo de la viscosidad pequeño y viceversa.

Jugando en los fenómenos de resistencia un papel decisivo el que la corriente sea laminar o turbulenta, también jugará un papel! decisivo en ello el número de Reynolds. Con números de Reynolds pequeños la corriente es laminar; con números de Reynolds grandes la corriente es turbulenta.

Recordemos que el número de Reynolds se definiría así:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{v}L\rho}{\mu}$$

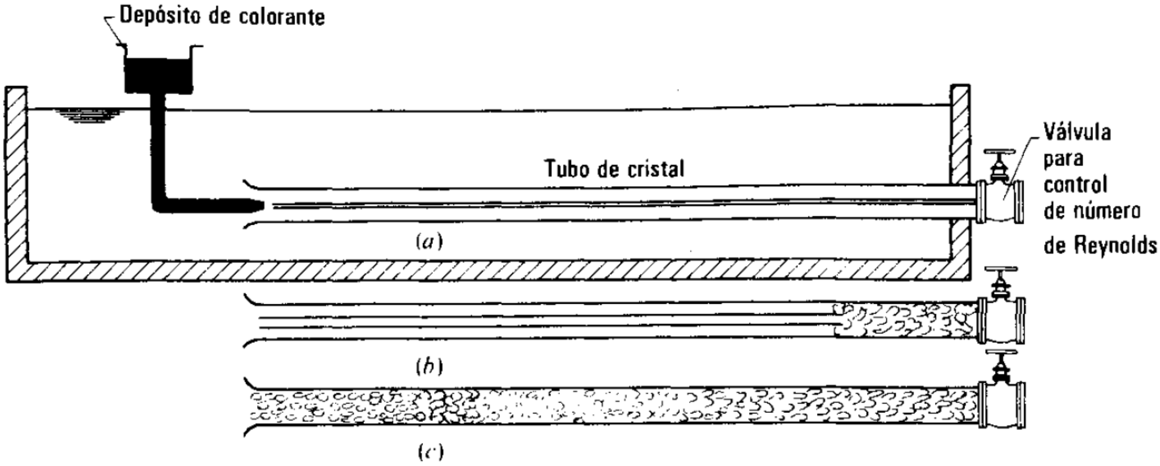


Figura 11. 3. Experimento de Reynolds. el colorante en (a) no se mezcla con el agua, porque e! régimen es laminar y sólo se colorea en el eje de! tubo un filamento de corriente; en (b) la turbulencia incipiente colorea parcialmente el tubo aguas arriba de la válvula; en (c) la corriente es declaradamente turbulenta y el colorante colorea todo el tubo de cristal.

Reynolds, físico inglés de finales del siglo pasado, llevó a cabo una serie de experimentos con el sencillo aparato que se esquematiza en la Figura 11. 3. Un tubo de cristal con su boca abocinada termina en una válvula. En el tubo entra agua desde un recipiente en reposo a una velocidad controlada por dicha válvula. El pequeño depósito contiene un colorante fuerte, por ejemplo anilina, que se inyecta a la entrada de! tubo de vidrio por un tubito terminado en una boquilla. El número de Reynolds en la corriente del tubo de vidrio

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{vL}}{\nu}$$

donde D - diámetro de la tubería, que en este caso permanece constante

ν - viscosidad cinemática del agua, también constante

aumenta de una manera continua al abrir la válvula; en efecto, al abrir entonces aumenta el caudal y con él aumenta r, y por tanto el número de Reynolds.

Se abre poco a poco la válvula y se observa la corriente:

- al principio el hilo de corriente visible por el colorante es prácticamente una línea recta: corriente laminar (Figura 11. 3.a)
- luego, con la válvula suficientemente abierta se empiezan a formar remolinos aguas abajo junto a la válvula, mezclándose allí el colorante con el agua: comienzo de turbulencia (Figura 11. 3. b);
- finalmente los remolinos se propagan por todo el tubo, intensificándose la mezcla del colorante y quedando todo el tubo coloreado: corriente turbulenta (Figura 11. 3.c).

Reynolds observó:

- cuando el número de Reynolds, Re > 12000 la corriente era necesariamente turbulenta: 12.000 sería el número crítico de Reynolds superior; pero tomando precauciones delicadas de laboratorio (eliminación de transmisibilidad de vibraciones al aparato) posteriormente se ha conseguido corriente laminar con número Re = 40.000. No es posible probar la imposibilidad de conseguir corriente laminar con números de Reynolds aún más elevados. El número crítico de Reynolds superior es, pues, indeterminado.

- cuando el número de Reynolds $Re \leq 2000$ la corriente era necesariamente laminar. Es decir, si se producía alguna perturbación la turbulencia inicial quedaba en seguida amortiguada por la viscosidad y no se desarrollaba jamás un flujo turbulento: Re = 2.000 es el número crítico inferior de Reynolds.

En la práctica siempre existen perturbaciones que hacen que por encima de este número la corriente difícilmente es ya totalmente laminar.

El experimento se puede repetir con otros fluidos: aceite, alcohol, etc. (ν - viscosidad cinemática variable) y con diversos diámetros de tubería (D diámetro variable): Reynolds experimentó con tuberías de diversos diámetros. Todo lo cual demuestra que no es un cierto valor de la viscosidad va de la velocidad t lo que condiciona el tránsito de régimen laminar a turbulento, sino un cierto valor de la relación vD/ν = Re.

Para un determinado diámetro de tubería la velocidad que hace crítico el número de Reynolds se llama velocidad crítica. En los conductos de agua industriales la velocidad media es superior a la velocidad crítica y el régimen de corriente suele ser siempre turbulento. Este régimen se presenta en la técnica con mucha más frecuencia que el régimen laminar. Este último se produce, por ejemplo, en las tuberías de engrase a presión.

Es lógico que en la capa límite turbulenta se forme una subcapa laminar porque la velocidad del fluido en contacto con el contorno es 0, y por tanto el número de Reynolds crece desde 0 formando dicha subcapa laminar, allí donde Re es todavía suficientemente pequeño.

Tipos de perdidas

Las pérdidas primarias son las pérdidas de superficie en el contacto del fluido con la tubería (capa límite), rozamiento de unas capas de fluido con otras (régimen laminar) o de las partículas de fluido entre sí (régimen turbulento). Tienen lugar en flujo uniforme, por tanto principalmente en los tramos de tubería de sección constante.

Las pérdidas secundarias son las pérdidas de forma, que tienen lugar en las transiciones (estrechamientos o expansiones de la corriente), codos, válvulas, y en toda clase de accesorios de tubería. Aunque se llamen perdidas secundarias pueden llegar a ser muy grandes, incluso mayores que las perdidas primarias.

Ecuación de Darcy-Weisbach

En tema 9 vimos la ecuación general (9.18)

$$\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{\mathrm{v}_1^{\,2}}{2g} - H_{r(1-2)} + H_b - H_t = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{\mathrm{v}_2^{\,2}}{2g}$$

el término H_r se define como la energía perdida por el sistema. Una componente de la pérdida de energía se debe a la fricción en el movimiento del fluido. Esta fricción se puede demostrar que es proporcional al cuadrado de la velocidad, cociente de que la longitud y el diámetro, para el caso de flujo en conductos y tubos. Lo anterior se expresa de manera matemática en la ecuación de Darcy:

$$H_{rp} = \lambda \frac{L}{D}\,\frac{\mathrm{v}^2}{2g} \tag{11.1}$$

donde

H_{rp} - pérdida de carga primaria[1]

λ - coeficiente de pérdida de carga primaria

L - longitud de la tubería

D - diámetro de la tubería

v - velocidad media del fluido.

Esta fórmula es de uso universal en el mundo entero en los libros y formularios de hidráulica. Las tablas, curvas, ábacos y nomogramas que se pueden encontrar en muchos fuentes en que se consultan datos sirven solo para obtener el coeficiente λ, que llevado a la ecuación (11.1) nos da la pérdida de carga primaria H_{rp}.

Modernamente, ya a partir aproximadamente de 1940, se ha venido usando cada vez más un ábaco llamado diagrama de Moody (como veremos más adelante), y que actualmente está muy difundido y es de uso común.

El diagrama de Moody

- resuelve todos los problemas de pérdidas de carga primarias en tuberías con cualquier diámetro, cualquier material de tubería y cualquier caudal;
- puede emplearse con tuberías de sección no circular sustituyendo el diámetro D por el radio hidráulico R_h.
- se usa para determinar el coeficiente λ, el cual luego se lleva a la ecuación de Darcy-Weisbach. Ecuación (11.1)

Por el contrario, las tablas, curvas, etc., de que están llenos los *formularios de hidráulica*:

- no suele ser de uso universal, se usan para tuberías de fundición, acero galvanizado, plástico, etc, y únicamente se pueden utilizar con ese tipo de tuberías.
- sirven también para determinar el coeficiente λ de la ecuación de Darcy- Weisbach. Ecuación (11.1)
- con frecuencia no tienen en cuenta todas las variables de que depende el coeficiente λ
- sin embargo, pueden ser de uso más cómodo que el diagrama de Moody en casos particulares.

[1] los subíndices r viene de rozamiento, es decir H_r son perdidas por rozamiento, y el subíndice p viene de primarias

El factor λ

El factor λ en la ecuación (11.1) es obviamente adimensional [L/D es adimensional y $v^2/2g$ tiene la misma dimensión que H_{rp} , o sea (L)]. El factor λ depende de la velocidad v, del diámetro de la tubería D, de la densidad ρ, de la viscosidad η y de la rugosidad k, la cual, como se explica en la Figura 11. 3, puede expresarse en unidades de longitud, m, SI. Dicha figura representa macroscópicamente la rugosidad de la tubería y con ello se explica el significado del parámetro k.

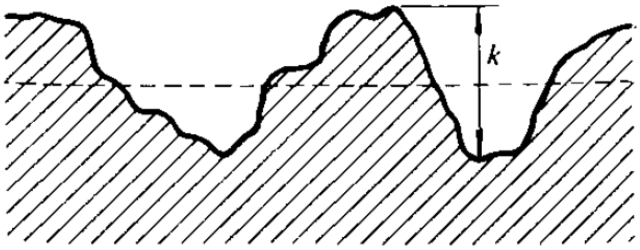


Figura 11. 4. Una tubería rugosa macroscópicamente presenta este aspecto. En la figura se ve que la rugosidad absoluta k tiene una dimensión lineal.

De lo dicho se deduce

$$\lambda = f\left(v, D, \rho, \eta, k\right) \tag{11.2}$$

Siendo λ adimensional la función f de la ecuación (11.2) deberá ser una función de variables adimensionales. En efecto, el análisis dimensional demuestra que

$$\lambda = f\left(\frac{vD\rho}{\eta}, \frac{k}{D}\right) \tag{11.3}$$

donde $\frac{vD\rho}{\eta}$ - número de Reynolds, Re

$\frac{k}{D}$ - rugosidad relativa.

Por tanto, en el caso más general λ, coeficiente adimensional de pérdida de carga es función de dos variables adimensionales: el número de Reynolds y la rugosidad relativa.

Se pueden hacer simplificaciones dependiendo del régimen:

- si Re es muy pequeño (régimen laminar) λ es sólo función de Re

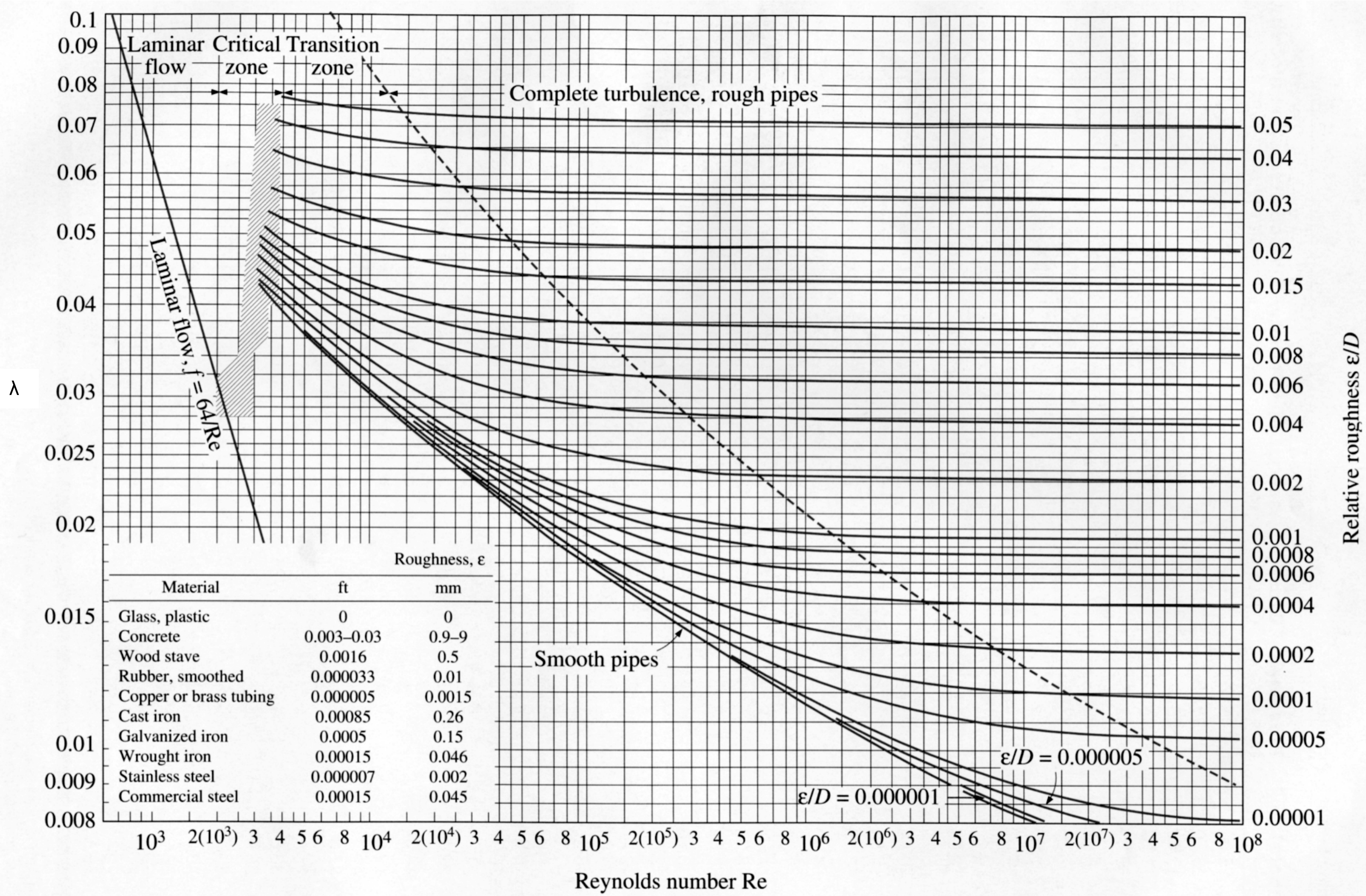
$$H_{rp} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \tag{11.4}$$

por tanto

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{11.5}$$

que es la denominada ecuación de Poiseuille válida para flujo laminar, en tuberías lisas y rugosas.

- si Re es muy grande (régimen declaradamente turbulento) λ no depende ya de Re, sino solo de la rugosidad relativa *k/D* y para una misma tubería, como k/D es constante, λ será también constante. Existen varias fórmulas para su cálculo dependiendo del número de Reynolds, rugosidad de la tubería, etc (ecuaciones de Blasius, primera de Kárman-Prandtl, segunda de Kármán-Prandtl, de Nikuradse, de Colebrook-White, etc.)



Material	Roughness, ε ft	Roughness, ε mm
Glass, plastic	0	0
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045

Figura 11. 5. Diagrama de Moody

Pérdidas secundarias en conductos cerrados o tuberías

Como ya se ha explicado anteriormente, estas pérdidas consisten, o mejor dicho, son pérdidas de forma, que tienen lugar en los cambios de sección y dirección de la corriente, en las contracciones, ensanchamientos, codos, diafragmas, válvulas de diferentes tipos, etc. En general se producen en todos los accesorios de tuberías.

Estos elementos producen una perturbación de la corriente que origina remolinos y desprendimientos, que intensifican las pérdidas. Se comentó también que estas pérdidas, a pesar de llamarse secundarias, pueden ser más importantes que las primarias, si la conducción es relativamente corta. En esto se ha de utilizar el sentido común hidráulico, así, por ejemplo, una válvula puede ser una pérdida pequeña y despreciable cuando está totalmente abierta; sin embargo, cuando está parcialmente abierta puede ser la pérdida más importante del sistema.

Las pérdidas secundarias se pueden calcular por dos métodos:

Primer método: por una fórmula especial y un coeficiente de pérdidas adimensional de pérdidas secundarias análoga a la fórmula de Darcy-Weisbach ecuación (11.1). Este método no se estudiará en el presente curso, pero es importante saber que existe-

Segundo método: por la misma fórmula de las pérdidas primarias [ecuación (11.1)], se calcula una longitud equivalente de tubería sustituyendo en dicha fórmula la longitud de la tubería, L por la longitud equivalente (L_e).

Este segundo método consiste en considerar las pérdidas secundarias como longitudes equivalentes, es decir longitudes en metros de un trozo de tubería del mismo diámetro que produciría las mismas pérdidas de carga que los accesorios en cuestión. Así, cada codo, medidor de caudal, T, ensanche, estrechamiento, etc., se sustituirían por su longitud de tubería equivalente, L_e. A continuación se aplicaría la ecuación fundamental de las pérdidas primarias [Ec. (9-4)] en la siguiente forma:

$$H_{rt} = \lambda \frac{\left(L + \Sigma L_e\right)}{D} \frac{\mathrm{v}^2}{2g} \tag{11.6}$$

(Fórmula de las pérdidas primarias y secundarias empleando la longitud equivalente), pero ahora serán pérdidas totales por tanto se cambia el subíndice p por t

donde

- H_{rt} pérdida de carga totales
- λ coeficiente de pérdida de carga primaria
- L longitud de la tubería
- L_e suma de todas las longitudes equivalentes a los accesorios diversos
- D diámetro de la tubería
- v velocidad media del fluido.

Si la tubería cambia de sección se aplicará la ecuación de continuidad, como ya se ha advertido. El monograma de la Figura 11. es un ejemplo de aplicación de este método. Este monograma consta de tres escalas: uniendo con una recta el punto de la escala izquierda correspondiente al accesorio de que se trata con el punto de la escala derecha correspondiente al diámetro interior de la tubería, el punto de intersección de esta recta con la escala central nos da la longitud equivalente L_e del accesorio.

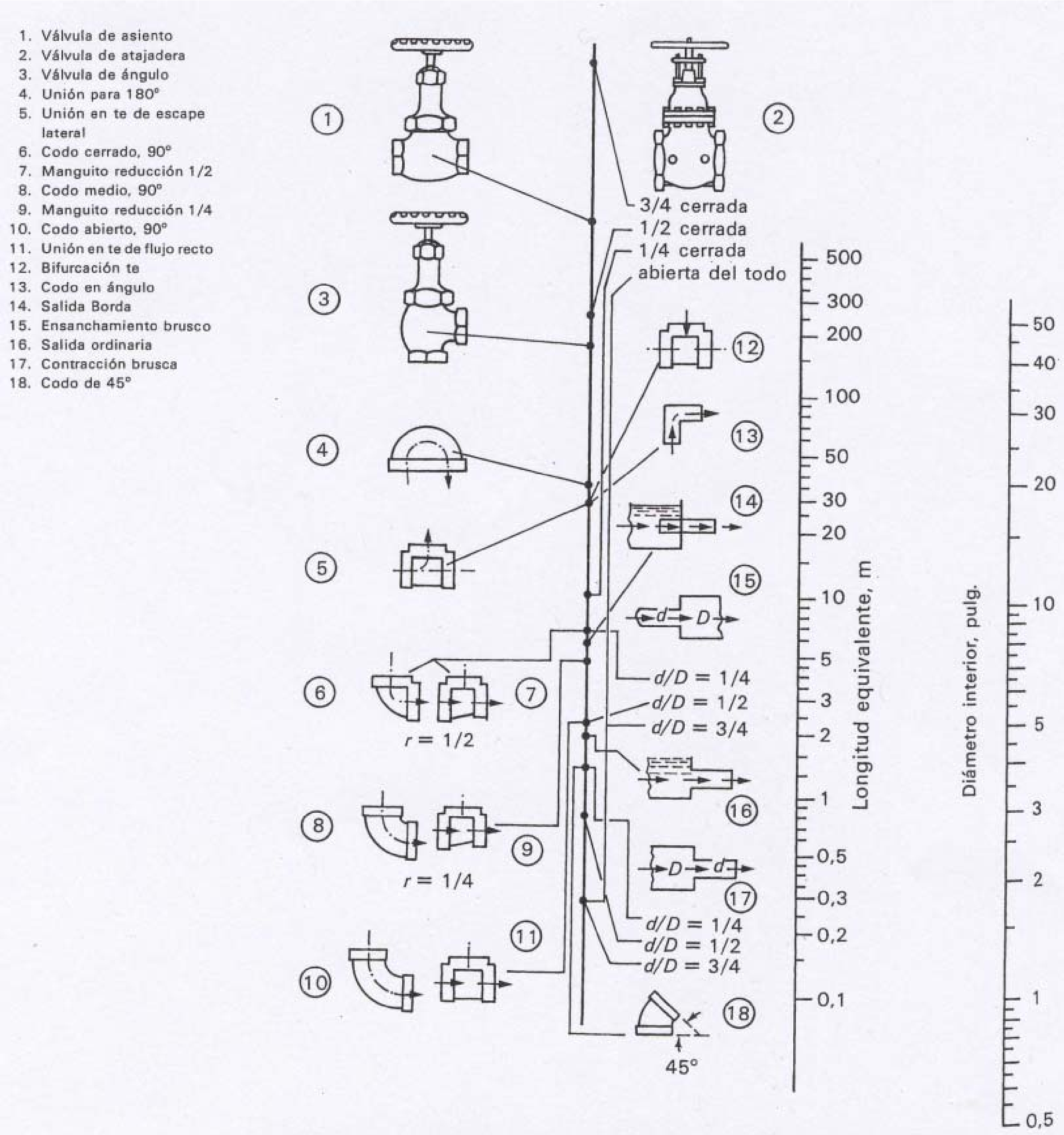


Figura 11. 6. Longitudes equivalentes de accesorios para cálculo de pérdida de carga secundaria.

Problemas resueltos

Problema 1. Determinar la velocidad crítica para

a) un fuel-oil medio que fluye a 15° C a través de una tubería de 15 cm de diámetro y

b) el agua a 150 C que circula por una tubería de 15 cm.

Datos: la viscosidad cinemática del fuel-oil a 15°C es 4,42 10^{-6} m^2/s.

la viscosidad cinemática del agua a 15°C es 1,13 10^{-6} m^2/s.

Solución

(a) Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es 2000. Como, la viscosidad cinemática del fuel-oil a 15°C es 4,42 . 10^{-6} m^2/s. entonces

$$2000 = \mathrm{Re} = \frac{V_c D}{\upsilon} = \frac{V_c(0{,}15m)}{\left(4{,}42\ .\ 10^{-6}\frac{m^2}{s}\right)}$$

$$V_C = 0{,}059\ {}^{m}\!/_{s}$$

(b) Como la viscosidad cinemática del agua a 15°C es 1,13 x 10^{-6} m^2/s entonces

$$2000 = \mathrm{Re} = \frac{V_c D}{\upsilon} = \frac{V_c(0{,}15m)}{\left(1{,}13\ .\ 10^{-6}\frac{m^2}{s}\right)}$$

$$V_C = 0{,}015\ {}^{m}\!/_{s}$$

Problema 2. Determinar el tipo de flujo que tiene lugar en una tubería de 30 cm cuando

a) fluye un fuel-oil pesado a 15°C a una velocidad de 1,00 m/s con una viscosidad cinemática a 15°C de 2,06 .10^{-4} m^2/s.

b) fluye agua a 15°C y a la misma velocidad

Solución

a) Lo que tenemos que calcular es el número de Reynolds para saber en qué tipo de régimen estamos primero para el fuel-oil

$$\mathrm{Re} = VD / \upsilon = \frac{1\frac{m}{s}.\ 0{,}3m}{\left(2{,}06\ .\ 10^{-4}\frac{m^2}{s}\right)}$$

$$\mathrm{Re} = 1450 > 2000$$

Por tanto, el flujo es laminar.

b) Ahora tenemos que calcular el número de Reynolds para el agua.

$$\mathrm{Re} = VD / \upsilon = \frac{1\frac{m}{s} . 0{,}3m}{\left(1{,}13 \ . \ 10^{-6}\frac{m^2}{s}\right)}$$

$$\mathrm{Re} = 265000 > 2000$$

Por tanto el flujo es turbulento.

Problema 3.

Para un flujo en régimen laminar, ¿qué diámetro de tubería será necesario para transportar 350 L/min de un fuel-oil medio a 4,5 ºC? (υ = 7,00 . 10^{-6} m^2/s).

Solución

El caudal lo pasamos a unidades del sistema internacional

$$Q = \frac{0{,}350}{60} = 5{,}83\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

Ahora calculamos la velocidad

$$V = \frac{Q}{A} = 4Q / \pi D^2 = \frac{23{,}33\ \ 10^{-3}}{\pi D^2}\ \frac{m}{s}$$

Como ya sabemos el número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}=\frac{\mathrm{vL}}{\nu}$$

en este caso la longitud L es el diámetro D quedando

$$\mathrm{Re}=\frac{\mathrm{vD}}{\nu}$$

Sustituyendo

$$2000 = \frac{23{,}33\ \ 10^{-3}}{\pi D^2}\ \frac{D}{7 .\ 10^{-6}}$$

despejando D

D = 0,530 m. Se utilizará la tubería normalizada de diámetro inmediatamente superior.

Problema 4. Un caudal de 44 L/s de un aceite de viscosidad absoluta 0,103 N s/m^2 y densidad relativa (respecto la del agua) de 0,850 está circulando por una tubería de 30 cm de diámetro y 3000 rn de longitud. ¿Cuál es la pérdida de carga en la tubería?

Solución

Calculamos la velocidad

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{1}{4}\pi D^2} = \frac{44\ 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi 0.3^2} = 0.62\ \tfrac{m}{s}$$

El número de Reynolds será

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{v}R\rho}{\mu} = \frac{0{,}62\ 0{,}3\ 0{,}85\,1000}{0{,}103} = 1565$$

lo que significa que el flujo es laminar. De aquí

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} = 0{,}0409$$

y perdida de carga

$$H_{rp} = \lambda \frac{L}{D}\ \frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\ \frac{v^2}{2g} = 0{,}0409\frac{3000}{0{,}3}\ \frac{0{,}62^2}{2\,.\,9{,}8} = 8{,}02m$$