

PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

TRANSFERENCIA DE CALOR

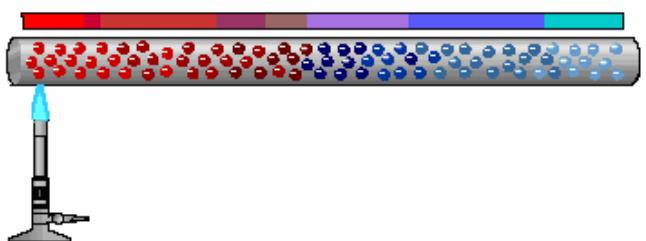
Vamos a ver de forma muy breve las formas en la cual la energía térmica fluye de u punto a otro en un medio dado. La transferencia de calor es el paso de energía térmica desde un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura. Cuando un cuerpo, por ejemplo, un objeto sólido o un fluido, está a una temperatura diferente de la de su entorno u otro cuerpo, la transferencia de energía térmica, también conocida como transferencia de calor o intercambio de calor, ocurre de tal manera que el cuerpo y su entorno alcancen equilibrio térmico. La transferencia de calor siempre ocurre desde un cuerpo más caliente a uno más frío, como resultado de la Segunda ley de la termodinámica. Cuando existe una diferencia de temperatura entre dos objetos en proximidad uno del otro, la transferencia de calor no puede ser detenida; solo puede hacerse más lenta.

Los modos son los diferentes tipos de procesos de transferencia de calor. Hay tres tipos:

- Conducción: transferencia de calor que se produce a través de un medio estacionario -que puede ser un sólido o un fluido- cuando existe un gradiente de temperatura.
- Convección: transferencia de calor que ocurrirá entre una superficie y un fluido en movimiento cuando están a diferentes temperaturas.
- Radiación: en ausencia de un medio, existe una transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies a diferentes temperaturas, debido a que todas las superficies con temperatura finita emiten energía en forma de ondas electromagnéticas.

CONDUCCIÓN

Cuando hay transporte de energía entre elementos de volumen adyacentes en virtud a la diferencia de temperatura entre ellas, se conoce como conducción de calor.



La expresión matemática fundamental de la conducción de calor es la generalización de los resultados de los experimentos en el flujo lineal de calor a través de una lámina de material de espesor Δx y de área A, una de las caras se mantienen a temperatura $\theta + \Delta\theta$, los resultados muestran que Q es proporcional al tiempo Δt .

$$Q \propto A \frac{\Delta\theta}{\Delta x} \Delta t$$

Este resultado podemos generalizar, en el límite:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = -kA \frac{d\theta}{dx}$$

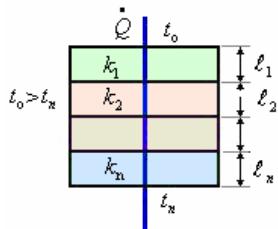
Donde k es la CONDUCTIVIDAD TERMICA del material.

El signo menos se introduce dado que Q fluye en la dirección de la disminución de la temperatura (del lado caliente al lado frío).

VALORES DE LA CONDUCTIVIDAD TERMICA	
Sustancias	k en $\frac{\text{kilocal}}{\text{s m } ^\circ\text{C}}$
Acero	0,011
Bronce	0,026
Aluminio	0,040
Ladrillo	$1,7 \times 10^{-4}$
Hormigón	$4,1 \times 10^{-4}$
Madera	$0,3 \times 10^{-4}$
Vidrio	$1,4 \times 10^{-4}$
Hielo	$5,3 \times 10^{-4}$
Lana de vidrio o mineral	$0,09 \times 10^{-4}$
Caucho	$0,10 \times 10^{-4}$
Agua	$1,43 \times 10^{-4}$
Aire	$0,056 \times 10^{-4}$

Ejemplo 44. Flujo estacionario a través de una pared compuesta. Capas en “serie”

Determinación de la cantidad de calor que fluye en la dirección normal a través de un medio de capas múltiples entre las temperaturas externas t_0 y t_n constantes, como se muestra en la figura.



Solución.

Sea t_1 la temperatura entre la capa 1 y 2, t_2 la temperatura entre las capas 2 y 3 y así sucesivamente, luego tenemos:

En la primera capa

$$\dot{Q} = -k_1 A \frac{(t_1 - t_0)}{\ell_1} \Rightarrow t_0 - t_1 = \frac{\ell_1 \dot{Q}}{k_1 A}$$

En la segunda capa

$$\dot{Q} = -k_2 A \frac{(t_2 - t_1)}{\ell_2} \Rightarrow t_1 - t_2 = \frac{\ell_2 \dot{Q}}{k_2 A}$$

En la Capa n

$$\dot{Q} = -k_n A \frac{(t_n - t_{n-1})}{\ell_n} \Rightarrow t_{n-1} - t_n = \frac{\ell_n \dot{Q}}{k_n A}$$

Sumando miembro a miembro

$$t_0 - t_n = \left(\frac{\ell_1}{k_1} + \frac{\ell_2}{k_2} + \dots + \frac{\ell_n}{k_n} \right) \frac{\dot{Q}}{A}$$

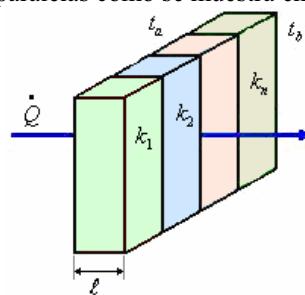
Luego

$$\dot{Q} = \frac{A(t_0 - t_n)}{\frac{\ell_1}{k_1} + \frac{\ell_2}{k_2} + \dots + \frac{\ell_n}{k_n}}$$

$$\dot{Q} = \frac{A(t_0 - t_n)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\ell_i}{k_i} \right)}$$

Ejemplo 45. Flujo estacionario a través de una pared compuesta. Capas en “paralelo”

Determinación de la cantidad de calor \dot{Q} que fluye en la dirección normal a un medio múltiple formado por placas paralelas como se muestra en la figura.



Solución.

El Flujo \dot{Q} es la suma de los flujos $\dot{Q}_1, \dot{Q}_2,$

\dots, \dot{Q}_n a través de cada una de las placas, de tal modo

$$\dot{Q} = -\frac{(k_1 A_1 + k_2 A_2 + \dots + k_n A_n)(t_b - t_a)}{\ell}$$

$$\dot{Q} = -\frac{(t_b - t_a) \sum_{i=1}^n k_i A_i}{\ell}$$

Ejemplo 46. Dos cuartos comparten una pared de ladrillos de 12 cm de grosor, pero están perfectamente aislados en las demás paredes. Cada cuarto es un cubo de 4,0 m de arista. Si el aire de

uno de los cuartos está a 10 °C y el otro a 30 °C.
¿Cuántos focos de 100 W se necesitarán tener encendidas en el cuarto más caliente para mantener la misma diferencia de temperatura?

Solución.

Coeficiente de conductividad térmica del ladrillo
 $k = 1,0 \text{ W/(m K)}$.

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -kA \frac{\Delta\theta}{L} = (1)(4,0 \times 4,0) \frac{(30 - 10)}{0,12} \\ &= (1)(4,0 \times 4,0) \frac{20}{0,12} = 2666,67 \text{ W}\end{aligned}$$

Número de focos de 100 W que se necesitarán tener encendidos en el cuarto más caliente para mantener la misma diferencia de temperatura

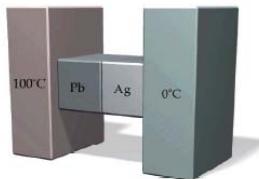
$$\frac{2666,67}{100} = 26,7$$

Se necesitan 27 focos de 100 W.

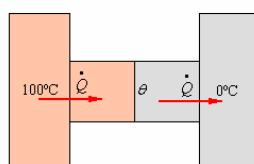
Ejemplo 47. Dos barras metálicas, cada una de longitud 5 cm y sección transversal rectangular de lados 2 y 3 cm, están encajadas entre dos paredes una a 100 °C y otra a 0 °C. Las barras son de Pb y Ag. Determinar:

- El flujo térmico total a través de las barras y
- La temperatura en la interfase.

DATOS: $k(Pb) = 353 \text{ W/m K}$; $k(Ag) = 430 \text{ W/m K}$.



Solución.



Pb

$$A = 6 \times 10^{-4} \text{ m}, L = 5 \times 10^{-2} \text{ m } k = 353 \text{ W/m K};$$

Ag

$$A = 6 \times 10^{-4} \text{ m}, L = 5 \times 10^{-2} \text{ m } k = 430 \text{ W/m K};$$

Flujo de calor en el plomo

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= 353 \left(\frac{6 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-2}} \right) (100 - \theta) \\ &= 4,236(100 - \theta)\end{aligned}$$

Flujo de calor en la plata.

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= 430 \left(\frac{6 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-2}} \right) (\theta - 0) \\ &= 5,436\theta\end{aligned}$$

Igualando los flujos

$$4,236(100 - \theta) = 5,436\theta$$

$$423,6 - 4,236\theta = 5,436\theta$$

$$9,672\theta = 423,6$$

$$\theta = 43,79^\circ \text{C}$$

El flujo es;

$$\dot{Q} = 5,436\theta = 5,436 \times 43,79 = 238,1 \text{ W}$$

Ejemplo 48.- Un excursionista usa prendas de vestir de 3,5 cm de grueso, cuya área superficial total es de 1,7 m². La temperatura de la superficie de las prendas es de -20 °C y la de la piel de 34 °C. Calcular el flujo de calor por conducción a través de la ropa

- Suponiendo que ésta está seca y que la conductividad térmica k es la del plumón igual a $0,06 \times 10^{-4} \text{ kcal/s m K}$
- Suponiendo que la ropa está mojada, de modo que k es la del agua ($1,4 \times 10^{-4} \text{ kcal/s m K}$) y que la ropa se ha comprimido hasta un espesor de 0,50 cm.

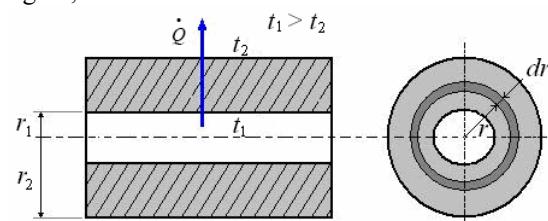
Solución.

$$\begin{aligned}\text{a) } \dot{Q} &= -kA \frac{\Delta\theta}{L} = 0,06 \times 10^{-4} (1,7) \frac{(34 + 20)}{3,5 \times 10^{-2}} \\ &= 0,015737 \text{ W} \\ \text{b) } \dot{Q} &= -kA \frac{\Delta\theta}{L} = 1,4 \times 10^{-4} (1,7) \frac{(34 + 20)}{0,50 \times 10^{-2}} \\ &= 2,5704 \text{ W}\end{aligned}$$

Ejemplo 49. Flujo a través de un cilindro de radio interior r_1 y radio exterior r_2 , conductividad térmica k , temperatura interior t_1 y temperatura exterior t_2 .

Solución.

Tomemos una longitud L , y a una distancia r un elemento diferencial dr como se muestra en la figura,



El flujo a través del elemento diferencial es

$$\dot{Q} = -kA \frac{dt}{dr}$$

\dot{Q} es constante a través de cualquier sección cilíndrica coaxial.

$$A = 2 \pi r L$$

Luego

$$\dot{Q} = -k 2 \pi r L \frac{dt}{dr}$$

Despejando dt

$$dt = -\frac{\dot{Q}}{2 \pi k L} \frac{dr}{r}$$

Integrando

$$\int_{r_1}^{r_2} dt = -\frac{\dot{Q}}{2\pi k L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$t_1 - t_2 = -\frac{\dot{Q}}{2\pi k L} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

De aquí

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_1 - t_2)$$

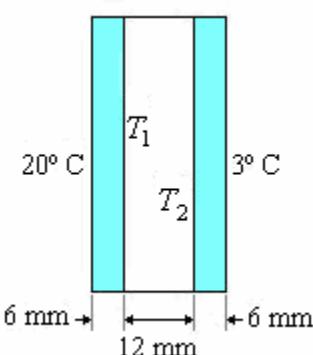
Ejemplo 50. Una ventana de un metro de alto por 2 de ancho tiene un vidrio cuyo espesor es de 0,006 m, conduce calor desde el interior a 20 °C al exterior de 3 °C. Encuentre la diferencia porcentual de la conducción del calor, cuando se pone dos vidrios del mismo espesor anterior, dejando una separación de aire entre los vidrios de 0,012 m. Consideré que:

$$k_{\text{vidrio}} = k_V = 2 \times 10^{-6} \text{kcal/sm}^\circ\text{C},$$

$$k_{\text{aire}} = k_A = 6 \times 10^{-6} \text{kcal/sm}^\circ\text{C}.$$

Solución.

a) Al poner los dos vidrios:



Sean T_1 y T_2 las temperaturas a la derecha del vidrio izquierdo e izquierda del vidrio derecho, respectivamente:

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = k_V A \frac{(20 - T_1)}{0,006}, \quad (1)$$

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = k_A A \frac{(T_1 - T_2)}{0,012}, \quad (2)$$

$$\frac{\Delta Q_3}{\Delta t} = k_V A \frac{(T_2 - 3)}{0,006}. \quad (3)$$

En el estado de régimen estable, es decir, cuándo la temperatura en cada punto es constante en el transcurso del tiempo, por lo cuál $\Delta Q/\Delta t$ es la misma en todas las secciones transversales:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_3}{\Delta t}.$$

Igualando ecuaciones (1) y (2), encontramos:

$$T_2 = T_1 \left(1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{40}{3}. \quad (4)$$

De la igualación de (2) y (3) tenemos:

$$T_2 = \frac{\frac{3}{2} T_1 + 3}{5/2}. \quad (5)$$

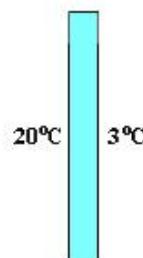
Por otro lado, de la diferencia de las ecuaciones (4) y (5), hallamos:

$$T_1 = 13,63^\circ\text{C} \text{ y } T_2 = 13,63^\circ\text{C}.$$

Reemplazando en ecuación (1):

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_V A \frac{(20 - T_1)}{0,006} = 4,25 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

b) Si la ventana está formada por un solo vidrio:



$$\frac{\Delta Q'}{\Delta t} = k_V A \frac{(30 - 3)}{\Delta X} = 11,3 \frac{\text{cal}}{\text{s}},$$

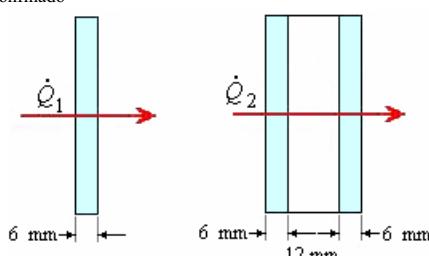
Es decir, la diferencia con respecto a

$\Delta Q/\Delta t = 7,05 \text{ cal/s}$. De este modo hay una diferencia de un 62,4%, con lo cuál, cuándo se coloca aire entre los dos vidrios se pierde un 62,4% menos de energía calórica que cuándo se usa un solo vidrio.

Ejemplo 51. Una ventana de un metro de alto por dos de ancho, está construida con láminas de vidrio cuyo espesor es de 0,006 m. La ventana puede ser ensamblada con un solo vidrio en ese caso el flujo de calor es \dot{Q}_1 o puede construirse con dos vidrios dejando una separación de 0,012 m de aire confinado entre las dos láminas de vidrio, en este caso el flujo de calor es \dot{Q}_2 . Encontrar la relación entre los flujos de calor.

$$k_{\text{vidrio}} = 2 \times 10^{-6} \text{kcal/s m}^\circ\text{C},$$

$$k_{\text{aire confinado}} = 6 \times 10^{-6} \text{kcal/s m}^\circ\text{C}$$



Solución.

Al poner los dos vidrios:

$$\dot{Q}_1 = -\frac{A}{\left(2 \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}\right)} \Delta \theta$$

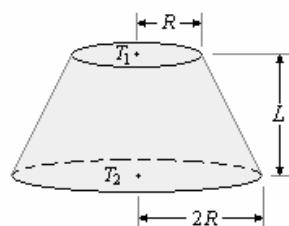
Al poner un solo vidrio

$$\dot{Q}_2 = -\frac{A}{\left(\frac{L_1}{k_1}\right)} \Delta\theta$$

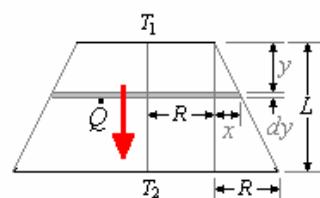
La relación entre los flujos de calor es:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}_2}{\dot{Q}_1} &= \frac{-\frac{A}{\left(\frac{L_1}{k_1}\right)} \Delta\theta}{-\frac{A}{\left(2\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}\right)} \Delta\theta} \\ \frac{\dot{Q}_2}{\dot{Q}_1} &= \frac{\left(2\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}\right)}{\left(\frac{L_1}{k_1}\right)} = 2 + \frac{L_2 k_1}{L_1 k_2} \\ &= 2 + \left(\frac{12}{6}\right) \left(\frac{2 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-6}}\right) \\ &= 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2,66 \end{aligned}$$

Ejemplo 52. El sólido de la figura tiene bases circulares de radio R y $2R$, altura L y conductividad térmica k . Si las bases se ponen en contacto con reservorios de temperatura T_1 y T_2 . Determine la corriente calorífica cuando el flujo es estacionario. Considere las paredes laterales forradas con un aislante térmico.



Solución.



El flujo a través de la porción de ancho dy y área

$$A = \pi r^2 = \pi(R+x)^2, \text{ es también igual a } \dot{Q}$$

$$\dot{Q} = -kA \frac{dT}{dy} = -k\pi(R+x)^2 \frac{dT}{dy}$$

Por semejanza de triángulos: $\frac{x}{R} = \frac{y}{L} \Rightarrow x = \frac{R}{L}y$

$$\text{Luego: } \dot{Q} = -k\pi \left(R + \frac{R}{L}y \right)^2 \frac{dT}{dy}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{(y+L)^2} = \frac{k\pi R^2}{\dot{Q} L^2} dT$$

$$\text{Integrando: } \int_{T_1}^{T_2} \frac{dy}{(y+L)^2} = \frac{k\pi R^2}{\dot{Q} L^2} \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{(y+L)} \Big|_0^L = -\frac{k\pi R^2}{\dot{Q} L^2} T \Big|_{T_1}^{T_2}$$

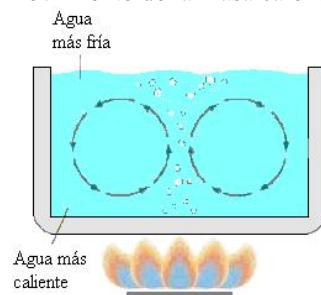
$$\Rightarrow -\frac{1}{(L+L)} + \frac{1}{(0+L)} = \frac{k\pi R^2}{\dot{Q} L^2} (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2L} = \frac{k\pi R^2}{\dot{Q} L^2} (T_1 - T_2)$$

$$\text{Finalmente: } \dot{Q} = \frac{2k\pi R^2}{L} (T_1 - T_2)$$

CONVECCION.

Es el proceso de transferencia de calor de un lugar a otro por el movimiento de la masa calentada.



Las leyes que rigen el flujo de calor por convección son muy complejas porque involucra fenómenos de fluidos en movimiento y el cual todavía puede ser forzado o natural por diferencia de densidades. Sin embargo, se tiene una relación empírica dada por Newton, para un cuerpo dado:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = hA\Delta\theta$$

Donde h es el coeficiente de convección, A es el área de la pared, $\Delta\theta$ es la diferencia de temperatura entre la superficie de la pared y el fluido.

EL COEFICIENTE DE CONVECCION h depende de la posición de la pared y de las características del fluido y su movimiento.

COEFICIENTE DE CONVECCION EN AIRE A PRESION ATMOSFERICA

DISPOSICION	$h \left(\frac{\text{kcal}}{\text{s m}^2 \text{ }^\circ\text{C}} \right)$
Pared horizontal Mirando arriba	$0,576 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4}$
Pared horizontal Mirando abajo	$0,314 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4}$
Pared vertical	$0,424 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4}$
Tubo horizontal o vertical	$1,00 \times 10^{-3} \left(\frac{\Delta t}{D} \right)^{1/4}$

Ejemplo 53. Una pared plana se mantiene a temperatura constante de 100°C , y el aire sobre ambas cara está a la presión atmosférica y a 20°C . ¿Cuánto calor se pierde por convección de un metro cuadrado de superficie en ambas caras en 1 hora?

- a) Si la pared es vertical
- b) Si la pared e horizontal

Solución.

- a) Si la pared es vertical.

El flujo de calor de ambas caras es

$$\dot{Q} = -2hA\Delta t$$

Donde

$$h = 0,42 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4} \frac{\text{kcal}}{\text{s m}^2 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\Delta t = 80 \text{ y } (\Delta t)^{1/4} = 2,98$$

$$A = 1 \text{ m}^2$$

de aquí

$$h = 0,42 \times 10^{-3} \times 2,98$$

$$= 1,12 \times 10^{-3} \frac{\text{kcal}}{\text{s m}^2 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\dot{Q} = 2 \times 1,12 \times 10^{-3} \times 80$$

$$= 0,179 \frac{\text{kcal}}{\text{s}}$$

EL calor que se pierde en una hora será

$$Q = 0,179 \times 3600 = 645 \text{ kcal}$$

- b) Si la pared es horizontal.

En este caso tenemos los valores para h :

Para la cara que mira arriba

$$\begin{aligned} h_1 &= 0,596 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4} \\ &= 1,77 \times 10^{-3} \frac{\text{kcal}}{\text{s m}^2 \text{ }^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

Para la cara que mira abajo

$$\begin{aligned} h_2 &= 0,314 \times 10^{-3} (\Delta t)^{1/4} \\ &= 0,94 \times 10^{-3} \frac{\text{kcal}}{\text{s m}^2 \text{ }^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

$$\text{Luego: } \dot{Q} = -h_1 A \Delta t - h_2 A \Delta t$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = -(h_1 + h_2) A \Delta t$$

$$\dot{Q} = (2,71 \times 10^{-3})(1)(80) = 0,217 \frac{\text{kcal}}{\text{s}}$$

y el calor que se pierde en una hora será:

$$Q = 0,217 \times 3600 = 782 \text{ cal}$$

Ejemplo 54. El aire sobre la superficie de un lago está a una temperatura θ_A mientras que el agua está en su punto de congelación θ_c ($\theta_A < \theta_c$).

¿Cuál es el tiempo T que ha de transcurrir para que se forme una capa de hielo de espesor y ?
Asumir que el calor liberado cuando el agua se congela fluye a través del hielo por conducción y de la superficie al aire por convección natural.

DATOS:

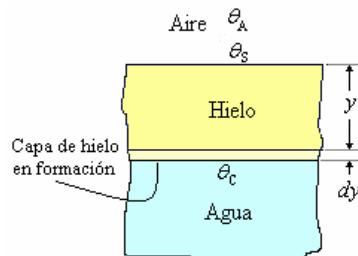
h = coeficiente de convección del hielo

ρ = densidad del hielo

L = calor de fusión del hielo

k = conductividad térmica del hielo

Solución.



En la figura observamos como se va formando la capa de hielo

Calor de solidificación de la capa de hielo en formación de área A y espesor dy .

$$dQ = dmL = \rho AdyL \quad (1)$$

Este calor se conduce a la superficie

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{(\theta_c - \theta_s)}{y} \quad (2)$$

$$dQ = kA \frac{(\theta_s - \theta_c)}{y} dt \quad (2)$$

Igualando calores (1) y (2)

$$\rho AdyL = kA \frac{(\theta_s - \theta_c)}{y} dt$$

$$\int_0^y y dy = \frac{k}{\rho L} (\theta_s - \theta_c) \int_0^T dt$$

$$\frac{Y^2}{2} = \frac{k}{\rho L} (\theta_s - \theta_c) T$$

$$\frac{Y^2 \rho L}{2k} = (\theta_s - \theta_c) T \quad (3)$$

El flujo de calor de la superficie al medio ambiente se produce por convección, o sea

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -hA(\theta_s - \theta_A)$$

$$dQ = hA(\theta_A - \theta_S)dt$$

Este es el mismo calor y por lo tanto

$$\rho AdyL = hA(\theta_A - \theta_S)dt$$

$$dy = \frac{h}{\rho L}(\theta_A - \theta_S)dt$$

Integrando

$$\int_0^Y dy = \frac{h}{\rho L}(\theta_A - \theta_S) \int_0^T dt$$

$$Y = \frac{h}{\rho L}(\theta_A - \theta_S)T$$

$$\frac{Y\rho L}{h} = (\theta_A - \theta_S)T \quad (4)$$

Sumando las expresiones (3) y (4) obtenemos

$$\left(\frac{Y^2}{2k} + \frac{Y}{h} \right) \rho L = (\theta_A - \theta_C)T$$

Finalmente,

$$T = \frac{\rho L}{(\theta_A - \theta_C)} \left(\frac{Y^2}{2k} + \frac{Y}{h} \right)$$

Ejemplo 55. El interior del ser humano se encuentra a 37°C, el espesor efectivo de la piel puede considerarse como de 3cm.

a) Para una persona cubierta de pies a cabeza por un vestido de lana de 0,5cm de espesor. Calcular el flujo de calor que pierde en Murcia ($t_{amb} = 15^\circ C$) y en las madrugadas de Viella ($t_{amb} = -20^\circ C$).

b) ¿Cuál debería ser el grosor de su vestido de la persona en Viella para tener la misma pérdida de calor que una persona en Murcia?

Datos:

$$k_{piel} = 0,01 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\text{Área del cuerpo humano persona promedio} = 1,5 \text{ m}^2$$

$$k_{lana} = 0,0209 \text{ W}^\circ\text{C}$$

$$h \text{ (del cuerpo vestido)} = 9 \text{ W/m}^\circ\text{K},$$

Solución.

a) El flujo de calor atraviesa la piel y el vestido por conducción y de la superficie del vestido al ambiente por convección.

Este flujo a través de este conjunto es:

$$\dot{Q} = \frac{A(t_{piel} - t_{ambiente})}{\frac{L_{piel}}{k_{piel}} + \frac{L_{lana}}{k_{lana}} + \frac{1}{h}}$$

$$\text{Murcia} \quad \dot{Q} = \frac{1,5(37 - 15)}{\frac{0,03}{0,01} + \frac{0,005}{0,0209} + \frac{1}{9}} = 9,85 \text{ W}$$

$$\text{Viella} \quad \dot{Q} = \frac{1,5(37 + 20)}{\frac{0,03}{0,01} + \frac{0,05}{0,0209} + \frac{1}{9}} = 23,74 \text{ W}$$

c) Para encontrar el grosor de su vestido de la persona en Viella para que tenga la misma pérdida de calor que una persona en Murcia, aplicamos la misma ecuación.

$$9,85 = \frac{1,5(37 + 20)}{\frac{0,03}{0,01} + \frac{e}{0,0209} + \frac{1}{9}} \Rightarrow$$

$$e = 0,0209 \left[\frac{1,5(57)}{9,85} - \frac{0,03}{0,01} - \frac{1}{9} \right] = 0,116 \text{ m}$$

Ejemplo 56. Se construye un iglú en forma de hemisferio con un radio interno de 1,8 m y paredes de nieve compactada de 0,5 m de espesor. En el interior del iglú el coeficiente de transferencia de calor por convección es 6 W/m²·K; en el exterior, en condiciones normales de viento, es 15 W/m²K. La conductividad térmica de la nieve compactada es 2,33 W/m K. La temperatura de la capa de hielo sobre la que se asienta el iglú es de -20 °C y tiene la misma conductividad térmica que la nieve compactada.

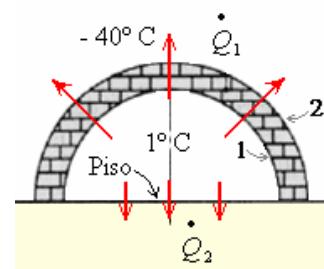
a) Que calor debe proporcionar una fuente continua dentro del iglú, para que la temperatura del aire interior sea 1° C cuando la del aire exterior es -40 °C. Consideré las pérdidas de calor a través del suelo.

b) ¿Cómo afecta el duplicar el espesor de las paredes?



Solución.

a)



Pérdida por convección en el piso

$$\dot{Q}_2 = -h_i A_p (\theta_p - \theta_i), \quad A_p = \pi R_l^2$$

$$\dot{Q}_2 = -h_i (\pi R_l^2) (\theta_p - \theta_i)$$

$$\dot{Q}_2 = -[6](\pi 1,8^2)(-20 - 1) = 1388,02 \text{ W}$$

Pérdida de calor por el domo

Por convección del aire interior a la pared interior

$$\dot{Q}_1 = -h_i A_l (\theta_1 - \theta_i)$$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{2} 4\pi R_1^2 \\
 \dot{Q}_1 &= -h_i (2\pi R_1^2) (\theta_1 - \theta_i) \\
 \dot{Q}_1 &= -6(2\pi 1,8^2) (\theta_1 - 1) = -122,08(\theta_1 - 1) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - 1) &= \frac{\dot{Q}_1}{122,08} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Por conducción en la pared del iglú:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} 4\pi r^2 \\
 \dot{Q}_1 &= -k 2\pi r^2 \frac{d\theta}{dr} \Rightarrow d\theta = -\frac{\dot{Q}_1}{2\pi k} \frac{dr}{r^2} \\
 \Rightarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta &= -\frac{\dot{Q}_1}{2\pi k} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} \\
 \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 &= \frac{\dot{Q}_1}{2\pi k} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{2\pi k} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{2\pi (2,33)} \left(\frac{1}{1,8} - \frac{1}{2,3} \right) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{120,93} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Por convección de la pared exterior al aire exterior

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_1 &= -h_e A_2 (\theta_e - \theta_2) \\
 A_2 &= \frac{1}{2} 4\pi R_2^2 \\
 \dot{Q}_1 &= -h_e (2\pi R_2^2) (\theta_e - \theta_2) \\
 \Rightarrow \dot{Q}_1 &= -(15)(2\pi 2,3^2) (-40 - \theta_2) \\
 &= (15)(2\pi 2,3^2) (\theta_2 + 40) \\
 &= 498,32(\theta_2 + 40) \\
 \Rightarrow (\theta_2 + 40) &= \frac{\dot{Q}_1}{498,32} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Sumando (1), (2) y (3):

$$\begin{aligned}
 (40 - 1) &= \frac{\dot{Q}_1}{122,08} + \frac{\dot{Q}_1}{120,93} + \frac{\dot{Q}_1}{498,32} \\
 \Rightarrow 39 &= \dot{Q}_1 (0,008 + 0,008 + 0,002)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0,018 \dot{Q}_1 \\
 \Rightarrow \dot{Q}_1 &= \frac{39}{0,018} = 2166,67 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Salida total de calor
 $1388,02 + 2166,67 = 3554,69 \text{ W}$

La fuente debe proporcionar 3,554 kW

b) Si se duplica el espesor de la pared del domo

$$\begin{aligned}
 (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{2\pi k} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{2\pi (2,33)} \left(\frac{1}{1,8} - \frac{1}{2,8} \right) \\
 \Rightarrow (\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\dot{Q}_1}{31,65} \quad (2a)
 \end{aligned}$$

Sumando (1), (2a) y (3):

$$\begin{aligned}
 (40 - 1) &= \frac{\dot{Q}_1}{122,08} + \frac{\dot{Q}_1}{31,65} + \frac{\dot{Q}_1}{498,32} \\
 \Rightarrow 39 &= \dot{Q}_1 (0,008 + 0,032 + 0,002) = 0,042 \dot{Q}_1 \\
 \Rightarrow \dot{Q}_1 &= \frac{39}{0,042} = 928,57 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Salida total de calor $1388,02 + 928,57 = 2316,59 \text{ W}$

La fuente debe proporcionar 2,316 kW

RADIACION.

Es el proceso de transferencia de calor por medio de ondas electromagnéticas durante el cual la masa del medio no interviene puesto que no se refiere a la convección, ni a la conducción, por ejemplo la transferencia de energía del sol de la tierra.



Una sustancia puede ser estimulada a emitir radiación electromagnética en varias formas, como por ejemplo un conductor eléctrico con corriente alterna de alta frecuencia emite ondas de radio, una placa bombardeada por electrones con alta velocidad emite rayos X, un líquido o sólido caliente emite radiación térmica, etc.

En esta parte trataremos solamente la radiación térmica.

Experimentalmente STEFAN y BOLTZMAN encontraron la ley que rige la radiación, mostraron que la radiación emitida, energía por unidad de tiempo y por unidad de área, por un cuerpo negro (Sustancia Capaz de absorber toda la energía que llega a él) a una temperatura T (Temperatura absoluta) θ es $R = \sigma T^4$

Donde σ es la llamada constante de Boltzman.

$$\begin{aligned}\sigma &= 4,88 \times 10^{-8} \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ hora } \text{K}^4} \\ &= 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4}\end{aligned}$$

El calor transferido por radiación de un cuerpo a una temperatura T al medio que lo rodea a una temperatura T_0 , es:

$$\dot{Q} = Ae\sigma(T^4 - T_0^4)$$

Donde e es el factor de emisividad del cuerpo a temperatura T , siendo igual a 1 para el cuerpo negro.

Ejemplo 57. La temperatura de trabajo del filamento de tungsteno de una lámpara incandescente es 2450 K, y su emisividad es 0,30. ¿Cuál es la superficie del filamento de una lámpara de 25 watts?

Solución.

$$\text{Como } \dot{Q} = Ae\sigma T^4 \Rightarrow A = \frac{\dot{Q}}{e\sigma T^4}$$

$$\text{Donde: } \dot{Q} = 25 \text{ W}, \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}, e = 0,30 \text{ y } T = 2450 \text{ K}$$

Reemplazando valores obtenemos la superficie:

$$A = \frac{25}{5,67 \times 10^{-8} (2450)^4} = 0,408 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,408 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 58. Una persona desvestida tiene una superficie de $1,5 \text{ m}^2$ expuesta a un ambiente y a unos alrededores de 27°C . La temperatura de su piel es de 33°C y se puede considerar un emisor de radiación perfecto. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de $9 \text{ W/m}^2\text{K}$, hállese:

a) Las pérdidas de calor por convección y por radiación.

b) El gasto energético en kcal/día.

Solución.

$$\begin{aligned}\text{a) } \dot{Q}_{conv} &= -hA\Delta\theta \\ &= (9)(1,5)(33-27) = 81 \text{ W.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } \dot{Q}_{rad} &= \sigma e A (T_C^4 - T_A^4) \\ &= (5,67 \times 10^{-8})(1)(1,5)(306^4 - 300^4) \\ &= (5,67 \times 10^{-8})(1)(1,5)(6,68 \times 10^8)\end{aligned}$$

$$= 56,8 \text{ W}$$

$$\text{b) } 2,846 \text{ kcal/día.}$$

El gasto energético por día es:

$$(56,8 + 81) \text{ J/s} \times 3600 \times 24 \text{ s/día} = 4907520 \text{ J}$$

$$\text{Como } 1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$$

El gasto energético en kcal/día:

$$4907520 \text{ J/día} \times 1 \text{ kcal} / 4186 \text{ J} = 2,846 \text{ kcal/día.}$$

Ejemplo 59. Calcular la pérdida neta de energía radiante de una persona desnuda en una habitación a 20°C , suponiendo que la persona se comporta como un cuerpo negro. El área del cuerpo es igual a $1,4 \text{ m}^2$ y la temperatura de su superficie es de 33°C .

Solución.

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma e A (T_C^4 - T_A^4) = (5,67 \times 10^{-8})$$

$$\text{W/m}^2 \text{K}^4 (1)(1,4 \text{ m}^2)(306^4 \text{ K} - 293^4 \text{ K}) = (5,67 \times 10^{-8})$$

$$\text{W/m}^2 \text{K}^4 (1)(1,4 \text{ m}^2)(13,98 \times 10^8 \text{ K}) = 110,97 \text{ W}$$

Ejemplo 60. Los cables de calefacción de una estufa eléctrica de 1 kW se encuentran al rojo a una temperatura de 900 K . Suponiendo que el 100% del calor emitido es debido a la radiación y que los cables actúan como radiadores ideales. ¿Cuál es el área efectiva de la superficie radiante? Suponer la temperatura ambiente de 20°C .

Solución.

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma e A (T_C^4 - T_A^4)$$

$$1000 = (5,67 \times 10^{-8})(1)(A)(1173^4 - 293^4) \Rightarrow$$

$$1000 = (5,67 \times 10^{-8})(1)(A)(1885 \times 10^8) \Rightarrow$$

$$1000 = 10687,95 A \Rightarrow$$

$$A = \frac{1000}{10687,95} = 0,094 \text{ m}^2$$

Ejemplo 61. a) ¿Cuánta potencia irradia una esfera de tungsteno (emisividad = 0,35) de 18 cm de radio a una temperatura de 25°C ?

b) Si la esfera está encerrada en un recinto cuyas paredes se mantienen a -5°C ¿Cuál es el flujo neto de la energía liberada de la esfera?

Solución.

$$\text{a) } A = \pi R^2 = \pi(0,18)^2 = 0,101736 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma e A T^4$$

$$= (5,67 \times 10^{-8})(0,35)(0,10173)(298^4) = 15,92 \text{ W}$$

b)

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma e A (T_C^4 - T_A^4)$$

$$= (5,67 \times 10^{-8})(0,35)(0,10173)(298^4 \text{ K} - 278^4) = 3,86 \text{ W}$$

Ejemplo 62. La Tierra recibe aproximadamente 430 W/m^2 del Sol, promediados sobre toda su superficie, e irradia una cantidad igual de regreso al espacio (es decir la Tierra está en equilibrio). Suponiendo nuestro planeta un emisor perfecto ($e = 1,00$), estime su temperatura superficial promedio.

Solución.

$$A = \pi R^2 = \pi(0,18)^2 = 0,101736 \text{ m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}_{rad}}{A} = \sigma e T^4 = (5,67 \times 10^{-8})(1)(T^4) = 430$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{430}{5,67 \times 10^{-8}}} = 295 \text{ K}, \quad t = 22,1^\circ \text{C}$$

Ejemplo 63. a) Encontrar la potencia total radiada al espacio por el Sol. Suponiendo que éste es un emisor perfecto con $T = 5500 \text{ K}$. El radio del Sol es $7,0 \times 10^8 \text{ m}$.

b) A partir del resultado anterior, determinar la potencia por unidad de área que llega a la Tierra, que se encuentra a una distancia del Sol de $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$.

Solución.

a)

$$A = \pi R^2 = \pi(7,0 \times 10^8)^2 = 153,86 \times 10^{16} \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad} &= \sigma e A T^4 \\ &= (5,67 \times 10^{-8})(1)(153,86 \times 10^{16})(5500^4) \\ &= 79,83 \times 10^{24} \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \frac{\text{Potencia}}{\text{Area}} &= \frac{79,83 \times 10^{24}}{4\pi(1,5 \times 10^{11})^2} \\ &= 282,48 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$