

## EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 5, 6, 7, 8, 9 y 10

<b>Asignatura:</b>	Matemática Discreta / Estructuras Discretas.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC)
Título de la actividad:	<b>Ejercicios Propuestos temas 5, 6, 7, 8, 9 y 10</b>

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas de la Matemática Discreta necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.

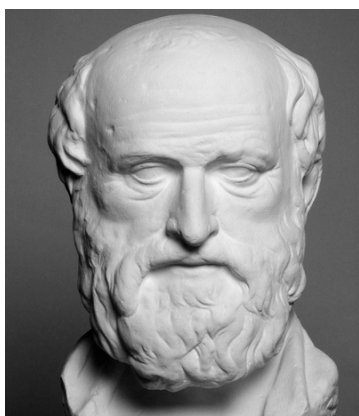
La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. **No basta con dar simplemente la solución.**

### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

#### PROBLEMA 1:



Eratóstenes de Cirene, astrónomo, historiador, geógrafo, poeta, crítico teatral, matemático y filósofo estoico, pasó a ser el director de la biblioteca de Alejandría en el año 235 a.C. Él creó su “Esquema de los Grandes Anaqueles” para la biblioteca. En un momento dado, tiene que clasificar un conjunto de libros (rollos de pergamino y papiro) sobre ciencia. En un principio se le ocurre clasificarlos en 11 categorías, pero le sobran 4. Luego se le ocurre clasificarlos en 7 categorías, pero le sobran 5. Así que finalmente decide clasificarlos bajo 5 tipos y le sobra uno: un libro sobre teoría atómica de Demócrito. Como este libro le gusta mucho, se lo lleva a casa y todo encaja a la perfección, siempre a la espera de que lleguen nuevos libros a la institución, pueda reincorporarlos y rehaga las cuentas. ¿Cuántos libros de ciencia había como mínimo en la biblioteca antes de la clasificación?

## DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

### PROBLEMA 2:

Richard Matthew Stallman envía una broma en forma de mensaje cifrado a Linus Torvalds, para ello usa el cifrado tipo César.

Si el mensaje es *LINUX\_APESTA*, ¿cómo es el mensaje alfabético resultante si usa la función  $c(n) = n + 3 \text{ mód } 28$ ?

Nota: Las clases de codificación son las siguientes:  $\_ = 00$ ,  $A = 01$ ,  $B = 02$ ... del alfabeto español e incluyen la Ñ y la W.

### PROBLEMA 3:

a) Calcular el resto de dividir  $7^{55673}$  entre 17.

b) Pasar a hexadecimal y octal el número  $(66666)_{10}$ . Escribir los pasos realizados.

### PROBLEMA 4:

El número  $3^{1492}$  tiene 712 dígitos. Úsese aritmética modular en módulo 100 para averiguar los dos últimos dígitos de ese número.

### PROBLEMA 5:

Resolver la siguiente ecuación diofántica:

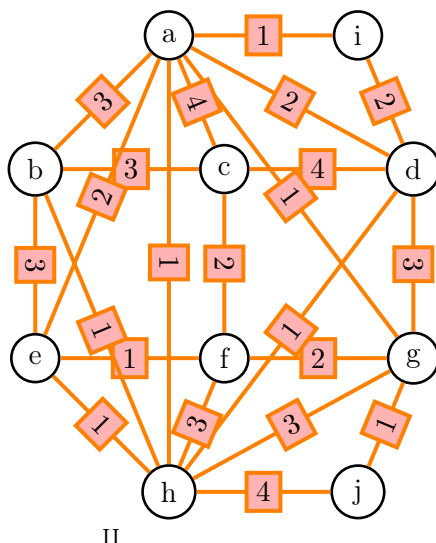
$$1886x + 326y = 16$$

### PROBLEMA 6:

Demostrar que en todo grafo simple sin vértices aislados hay al menos dos vértices del mismo grado.

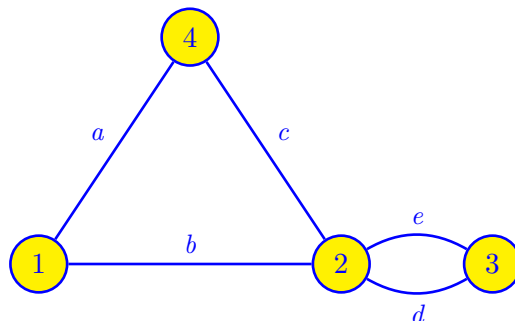
### PROBLEMA 7:

Argumentar si el grafo abajo representado es completo, regular, bipartito, semieuleriano y hamiltoniano. Si cada vértice representa un nodo de comunicación (designados por letras) y las aristas sus posibles conexiones, calcular una posible red de comunicación que tenga el mínimo coste si asumimos que el peso de cada arista (etiquetas cuadradas) es el coste de cada línea de comunicación en miles de euros. ¿Cuánto cuesta dicha red?



## DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

### PROBLEMA 8:



En la película de 1997 “El indomable Will Hunting” (“Good Will Hunting”) el personaje Gerald Lambeau (interpretado por Stellan Skarsgard) es un profesor universitario que propone un reto a sus alumnos consistente en la resolución de unos problemas en la pizarra del pasillo del MIT (ver la primera parte del vídeo colgado del aula). El primero pide **calcular la matriz de adyacencia del grafo de 4 vértices etiquetados de arriba** (que no es un grafo simple). En el segundo se pide **construir la matriz que proporcione el número de caminos de longitud 3 que hay entre dos vértices cualesquiera dados**. Calcular estas dos cosas. Will, que trabajaba como chico de la limpieza, ve los problemas y los soluciona. El profesor se sorprende de que ninguno de sus alumnos reclame la autoría de la solución.

Más tarde, el mismo profesor dice que en la misma pizarra hay un problema que le ha costado dos años solucionar. Entonces, en un momento dado, Lambeau y un compañero suyo pillan al chico de la limpieza escribiendo en la pizarra **tal y como se puede ver en el vídeo colgado en el aula**. Will Hunting (interpretado por Matt Damon) ha conseguido resolver el problema.

Una parte del problema (o de la solución) parece consistir en llegar a una fórmula general que proporcione el número total de árboles etiquetados de  $n$  vértices (o, lo que es lo mismo, coloreados exactamente con  $n$  colores). Básicamente, la fórmula debe contabilizar el número de árboles recubridores de un grafo completo con  $n$  vértices etiquetados. Como no estamos en ninguna de las universidades de Boston y la fórmula en cuestión es conocida, nos conformaremos con un problema más sencillo: **dibujar todos los árboles etiquetados de 4 vértices**.

Además, otra parte del problema consiste en **dibujar todos los árboles irreducibles (se dice que un árbol es irreducible cuando no tiene vértices de grado 2) de 10 vértices salvo isomorfías**. Hacer eso mismo.

Nota: Un camino (o cadena) de longitud tres entre el vértice 2 y 3, de los muchos que hay, puede ser 3-e-2-c-4-c-2, o bien 2-b-1-b-2-e-3, 2-b-1-b-2-d-3.

PROBLEMA 9:

En una pequeña oficina trabajan 5 empleadas. Margarita deja un muffin (no es más que una magdalena rellena) en el frigorífico, pero, en un momento dado, el muffin desaparece, presuntamente comido por alguna compañera. Así que Margarita se enfrenta en la cocina a las otras cuatro compañeras y les pregunta quién se ha comido el muffin. Ana dice que no ha sido ella. “Yo tampoco” añade Diana. “Se lo ha comido Ana, que es una glotona”, dice Carla. “No, te lo ha comido tú, Carla”, replica Berta. Margarita asume que algunas de ellas no saben

realmente quién ha sido, pero que saben que no son ellas mismas o saben quién pero no pueden revelarlo por amistad; así que, diciendo que no han sido ellas mismas en el fondo están acusando implícitamente a todas las demás, pero no mienten. Además, alguna puede no tener reparos en acusar a la culpable si sabe quién es. Por último, la culpable obviamente mentirá. Por tanto, concluye que una miente y las otras dicen la verdad.

Montar un digrafo en el que las aristas orientadas describan sobre quién recae la acusación y de quién viene esa acusación, siendo los vértices las cuatro sospechosas. La lista de los grados internos proporcionará las distintas posibilidades en cuanto al número de acusadas que dicen la verdad. ¿Quién se ha comido el muffin? Supongamos ahora que esa oficina se ha convertido es un nido de víboras y que las acusadas se han confabulado para mentir a propósito, salvo una honesta que dice la verdad. ¿Quién es en este caso la que se ha comido el muffin?

PROBLEMA 10:

Resolver los siguientes problemas:

a) Expresa la expresión booleana

$$x + \overline{y}(\overline{x} + z)$$

utilizando los operadores producto y complemento.

b) Demuestra con una tabla la siguiente expresión  $xy = (x|y)|(x|y)$ .

## INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

### **Criterios de valoración:**

Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.

Se valorará la correcta solución de los ejercicios.

Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté bien argumentada.

Se valorará que las respuestas sean sucintas y concretas.

Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

### **Entrega y calificación:**

La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega.

Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando nombre y apellidos del alumno en la primera página del documento. El nombre del fichero constará sólo del nombre del alumno, primer apellido y AEC2.

La entrega de la tarea se hará siempre a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos word, excel o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. Muchas aplicaciones (incluso word) permiten volcar un documento en pdf. Alternativamente, si se pide una solución gráfica también se podrá usar el formato postscript. **No se admitirán documentos realizados a mano alzada y escaneados.** Sí se pueden insertar grafos dibujados a mano.

Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de feedback al estudiante.

La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.