

# ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

## PANORAMA GENERAL

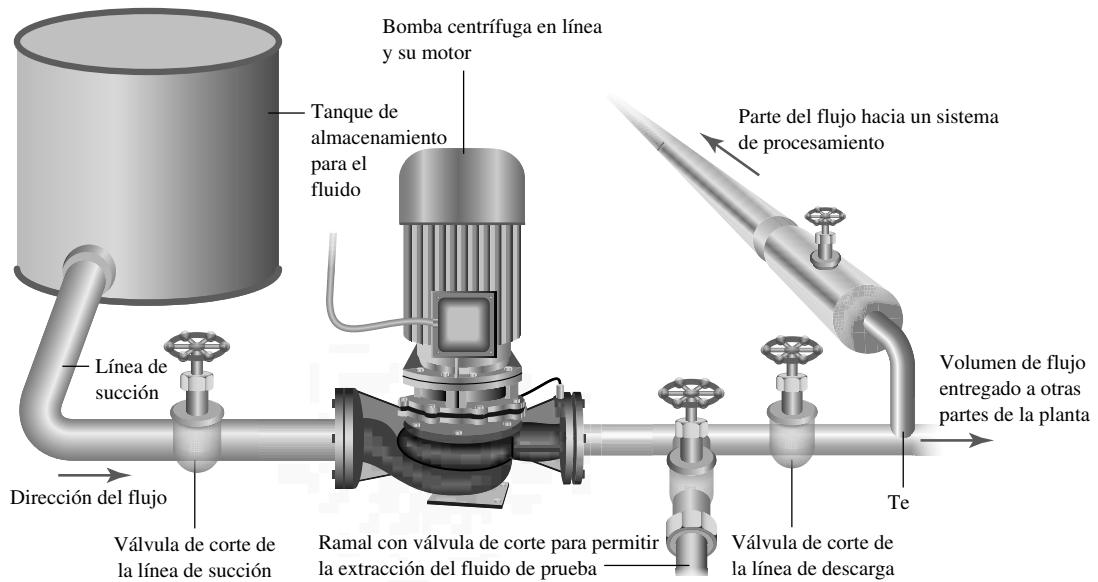
Ahora usted ampliará su capacidad de análisis de la energía en los sistemas de flujo de fluidos al añadir términos a la ecuación de Bernoulli que se introdujo en el capítulo 6. Tomará en cuenta una variedad de formas de energía que antes fueron ignoradas, tales como:

- La energía perdida en un sistema debido a la fricción generada mientras el fluido fluye por las tuberías.
- La energía perdida mientras el fluido fluye por válvulas o accesorios donde tiene que recorrer trayectorias complejas, acelerar, desacelerar o cambiar de dirección.
- La energía añadida al sistema por una bomba mientras proporciona impulso para que el fluido se desplace y aumente su presión.
- La energía eliminada del sistema por medio de motores o turbinas que utilizan energía para conducir otros sistemas mecánicos.

La incorporación de estos términos a la ecuación de Bernoulli elimina muchas de las restricciones que fueron identificadas en la sección 6.7 y la transforma en la *ecuación general de la energía* que será aplicada durante el estudio de los capítulos 7 a 13.

Como ejemplo de un sistema en el que se producen pérdidas y ganancias de energía, revise ahora la figura 7.1 que muestra una parte de un sistema industrial de distribución de fluido. El fluido entra desde la izquierda, donde la línea de succión extrae líquido de un tanque de almacenamiento. La bomba montada en línea añade energía al fluido y hace que fluya hacia la línea de descarga y luego a través del resto del sistema de tuberías. Observe que la tubería de succión es más grande que el tubo de descarga. Si los tamaños de la boca de succión de la bomba y los puertos de descarga que ofrece el fabricante de la bomba son diferentes a los tamaños de las tuberías, quizás sea necesario implementar una reducción o ampliación gradual. Esto ocurre con frecuencia. Después, el fluido pasa directamente por una te, donde se puede abrir una válvula en el ramal para dejar salir un poco de líquido a otro punto del sistema. Después de salir de la te, el fluido pasa por una válvula que puede ser utilizada para cortar la línea de descarga. Justo aguas abajo de la válvula está otra te donde el fluido adopta entonces la trayectoria del ramal, pasa alrededor de un codo de 90°, y fluye a través de otra válvula. Más allá de la válvula, el tubo de descarga se aísla y el fluido circula por la línea de tubería larga y recta hasta su destino final.

**FIGURA 7.1**  
En sistemas como esta instalación de tubería industrial típica, que muestra una bomba, válvulas, tees y otros accesorios, se debe utilizar la ecuación general de la energía para analizar su desempeño.



Cada válvula, te, codo, reducción y ampliación hacen que se pierda energía desde el fluido. Además, como el fluido fluye por longitudes rectas de tubería, también se pierde energía debido a la fricción. Su tarea aquí podría ser diseñar el sistema, especificar los tamaños de las tuberías y los tipos de válvulas y accesorios, analizar la presión en varios puntos localizados dentro del sistema, determinar las demandas impuestas a la bomba y especificar la bomba adecuada para el sistema. La información proporcionada en los capítulos del 7 al 13 le dará las herramientas necesarias para realizar estas tareas. En este capítulo usted aprenderá cómo analizar los cambios en la energía que se producen en todo el sistema, los correspondientes cambios en la presión, la potencia que una bomba proporciona a un fluido y la eficiencia de la bomba. Para los sistemas que emplean un motor de fluido o una turbina, aprenderá a analizar la energía retirada del fluido, la potencia suministrada al motor de fluido o a la turbina y su eficiencia.

### Exploración

Piense de nuevo en los sistemas de flujo de fluidos analizados en la sección "Panorama General" del capítulo 6. También quizás alguna vez haya examinado el sistema de distribución de agua instalado en su casa, un sistema de aspersión para el césped, las tuberías de un sistema de transmisión hidráulica y neumática o los sistemas de distribución de fluidos en una industria manufacturera. Trate de responder las siguientes preguntas acerca de cada sistema:

- ¿De qué manera esos sistemas incluyen pérdidas de energía causadas por válvulas u otros dispositivos de control del flujo?
- ¿Cómo tiene el fluido cambios de dirección a medida que recorre el sistema?
- ¿Hay lugares en los que el tamaño de la trayectoria del flujo cambia, ya sea para reducirse o agrandarse?
- ¿Algunos de los sistemas incluyen bombas para suministrar la energía que causa el flujo y aumenta la presión en el fluido?
- ¿Hay un motor de fluido o una turbina que extraiga energía del fluido para accionar un eje que realiza el trabajo?

También tenga en cuenta que siempre habrá pérdidas de energía cuando el fluido fluya a lo largo de tuberías rectas y tubos que reduzcan la presión.

### Conceptos introductorios

Con base en su trabajo del capítulo 6, ahora usted debe tener cierto conocimiento básico sobre cómo analizar los sistemas de flujo de fluidos. Debe ser capaz de calcular la rapidez del

flujo de volumen o gasto volumétrico, la rapidez del flujo de peso y la rapidez del flujo de masa o gasto máscico. Debe sentirse cómodo con los diversos usos del principio de continuidad, el cual establece que la rapidez del flujo de masa es la misma en todo un sistema de flujo estable. La siguiente forma de la ecuación de continuidad que involucra la rapidez del flujo de volumen se utiliza con mayor frecuencia cuando existen líquidos fluyendo en el sistema:

$$Q_1 = Q_2$$

Debido a que  $Q = A \cdot v$ , esto se puede escribir como

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Estas relaciones permiten determinar la velocidad del flujo en cualquier punto de un sistema si se conoce la rapidez del flujo de volumen y las áreas de las tuberías en las secciones de interés.

Usted también debe estar familiarizado con los términos que expresan la energía que posee un fluido por unidad de peso del fluido que fluye en el sistema:

$p/\gamma$  es la carga de presión.

$z$  es la carga de elevación.

$v^2/2g$  es la carga de velocidad.

La suma de estos tres términos se denomina carga total. Todo esto confluye en la ecuación de Bernoulli,

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos diferentes de interés ubicados en el sistema de flujo de fluidos. Sin embargo, como usted aprendió en la sección 6.7, existen varias restricciones sobre el uso de la ecuación de Bernoulli.

1. Es válida sólo para fluidos incompresibles.
2. No puede haber dispositivos mecánicos como bombas, motores de fluidos o turbinas entre las dos secciones de interés.
3. No puede haber pérdida de energía debida a la fricción o a la turbulencia creada por válvulas y accesorios instalados en el sistema de flujo.
4. No puede haber calor transferido hacia o desde el fluido.

En realidad, no existe un sistema que satisfaga todas estas restricciones, por lo que ahora se desarrollará la ecuación general de la energía al añadir términos apropiados para manejar las pérdidas de energía de todo tipo, las ganancias de energía debidas a bombas y la eliminación de energía debida a motores de fluidos o turbinas.

## 7.1 OBJETIVOS

Después de completar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Identificar las condiciones bajo las cuales se producen pérdidas de energía en los sistemas de flujo de fluidos.
2. Identificar los medios por los cuales se puede añadir energía a un sistema de flujo de fluidos.

3. Identificar los medios por los cuales se puede eliminar energía de un sistema de flujo de fluidos.
4. Ampliar la ecuación de Bernoulli para formar la ecuación general de la energía, la cual considera las pérdidas, ganancias y eliminaciones de energía, y aplicarla a una variedad de problemas prácticos.

**FIGURA 7.2** Bomba de engranes.

(a) Vista seccional de la bomba

(Fuente: Danfoss Power Solutions, Ames, IA);

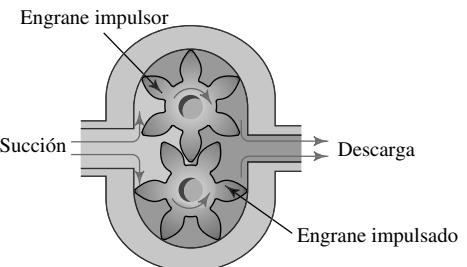
(b) Bosquejo de los engranes dentados

y trayectoria de flujo del fluido.

(Fuente: Machine Design Magazine)



(a) Sección



(b) Bosquejo de la trayectoria de flujo

5. Calcular la potencia añadida a un fluido por medio de bombas, la potencia necesaria para impulsarlas y su eficiencia.
6. Calcular la potencia suministrada por un fluido a un motor de fluido, la potencia real utilizada por el motor para accionar un sistema mecánico y la eficiencia del motor de fluido.

## 7.2 PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

El objetivo de esta sección es describir en términos generales los distintos tipos de dispositivos y componentes de los sistemas de flujo de fluidos. Todos están presentes en la mayoría de los sistemas de flujo de fluidos y añaden, eliminan o causan pérdidas indeseables de energía en el fluido.

En este punto sólo se describirán estos dispositivos en términos conceptuales. Se estudiarán las bombas, los motores de fluido, las pérdidas por fricción cuando los fluidos fluyen por tuberías y tubos, las pérdidas de energía por cambios en el tamaño de la trayectoria de flujo y las pérdidas de energía causadas por válvulas y accesorios.

En los capítulos siguientes, usted aprenderá de manera más detallada cómo se calcula la magnitud de las pérdidas de energía en tuberías y ciertos tipos específicos de válvulas y accesorios. Conocerá un método en el que se usan curvas de rendimiento para seleccionar y aplicar las bombas en forma correcta.

### 7.2.1 Bombas

Una bomba es un ejemplo común de un dispositivo mecánico que añade energía a un fluido. Un motor eléctrico o algún otro

dispositivo de potencia primaria impulsan un eje giratorio en la bomba. Entonces la bomba adquiere esta energía cinética y la suministra al fluido, lo que da como resultado el flujo del fluido y el incremento de su presión.

En los diseños de bombas se utilizan muchas configuraciones. El sistema que se muestra en la figura 7.1 contiene una bomba centrífuga montada en línea con la tubería del proceso. En las figuras 7.2 y 7.3 se presentan dos tipos de bombas de potencia de fluidos capaces de producir presiones muy altas en el rango de 1500 a 5000 psi (10.3 a 34.5 MPa). En el capítulo 13, éstos y otros diversos tipos de bombas van a ser analizados de manera extensa junto con su selección y aplicación.

### 7.2.2 Motores de fluido

Los motores de fluido, las turbinas, los actuadores giratorios y los actuadores lineales son ejemplos de dispositivos que toman energía de un fluido y la entregan en forma de trabajo, lo que ocasiona la rotación de un eje o el movimiento lineal de un pistón.

Muchos motores de fluido tienen las mismas configuraciones básicas que las bombas mostradas en las figuras 7.2 y 7.3. La principal diferencia entre una bomba y un motor de fluido es que, cuando actúa como un motor, el fluido impulsa los elementos giratorios del dispositivo. Con las bombas ocurre lo contrario. Para algunos diseños, como el tipo de engrane sobre engrane que se muestra en la figura 7.2, una bomba podría actuar como un motor al forzar el flujo de un fluido a través del dispositivo. En otros tipos, se requeriría un cambio en la disposición de la válvula o en la configuración de los elementos giratorios.

**FIGURA 7.3** Bomba de pistón.

(a) Vista seccional de la bomba.

(Fuente: Danfoss Power Solutions,

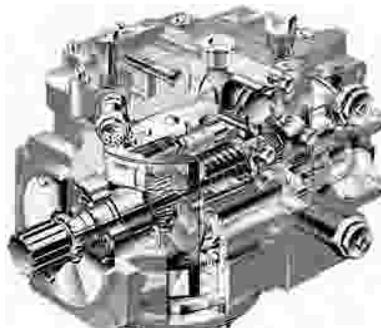
Ames, IA); (b) Bosquejo de la

sección transversal de la bomba y

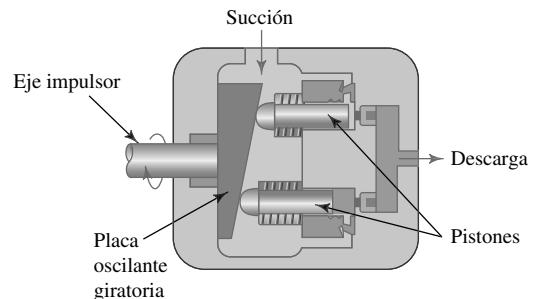
de la trayectoria de flujo del fluido.

(Fuente: Machine Design Magazine)

Bomba variable de la serie 90

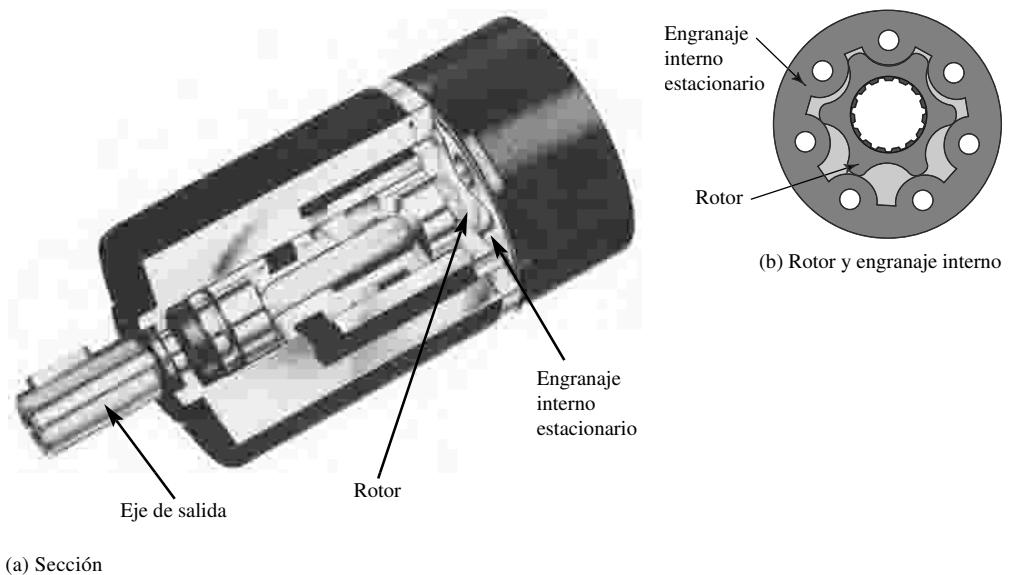


(a) Sección



(b) Bosquejo de la trayectoria de flujo

**FIGURA 7.4** Motor hidráulico.  
 (a) Vista seccional del motor.  
 (Fuente: Danfoss Power Solutions, Ames, IA); (b) Rotor y engranaje interno.  
 (Fuente: Machine Design Magazine).



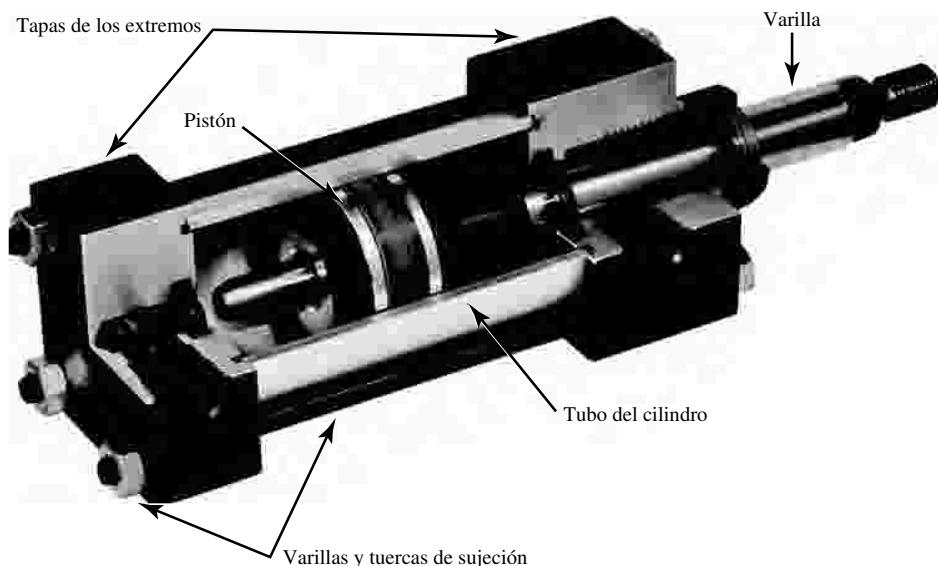
El motor hidráulico mostrado en la figura 7.4 se utiliza a menudo como impulsor para las ruedas de la maquinaria y los camiones de construcción, así como para los componentes giratorios de los sistemas de transferencia de materiales, transportadores, equipo agrícola, máquinas especiales y equipo de automatización. El diseño incorpora un engranaje interno estacionario con una forma especial. El componente de rotación es como un engranaje externo, en ocasiones llamado *gerotor*, que tiene unos cuantos dientes menos que el engranaje interno. El engranaje externo gira en una órbita circular alrededor del centro del engranaje interno. El fluido a alta presión que entra en la cavidad que hay entre los dos engranajes actúa sobre el rotor y desarrolla un par motriz que ocasiona la rotación del eje de salida. La magnitud del par de salida depende de la diferencia de presión entre los lados de entrada y de salida del engranaje

giratorio. La velocidad de rotación es una función del desplazamiento del motor (volumen por revolución) y la rapidez del flujo de volumen del fluido a través del motor.

La figura 7.5 presenta la fotografía de un modelo seccionado de un cilindro de potencia de fluido o actuador lineal.

### 7.2.3 Fricción del fluido

Un fluido en movimiento ofrece resistencia a fluir debido a la fricción. Parte de la energía presente en el sistema se convierte en *energía térmica* (calor), la cual se disipa a través de las paredes de la tubería en la que el fluido está fluyendo. La magnitud de la pérdida de energía depende de las propiedades del fluido, la velocidad de flujo, el tamaño de la tubería, lo liso de la pared de la tubería y la longitud de ésta. En capítulos posteriores



**FIGURA 7.5** Cilindro de potencia de fluido. (Fuente: Norgren, Inc.)

se desarrollarán métodos para calcular esta pérdida de energía por fricción.

### 7.2.4 Válvulas y accesorios

Por lo general, los elementos que controlan la dirección o la rapidez de flujo de un fluido en un sistema ocasionan turbulencia local en el fluido, lo cual da lugar a la disipación de energía en forma de calor. Siempre que hay una restricción, un cambio en la velocidad de flujo o un cambio en la dirección del flujo, se producen estas pérdidas de energía. En un sistema grande, la magnitud de las pérdidas debidas a válvulas y accesorios suele ser pequeña en comparación con las pérdidas por fricción ocurridas en las tuberías. Por lo tanto, dichas pérdidas se denominan *pérdidas menores*.

## 7.3 NOMENCLATURA DE LAS PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

Las pérdidas y ganancias de energía producidas en un sistema se considerarán en términos de la energía por unidad de peso del fluido que fluye en el sistema. Esto se conoce también como “carga”, según fue descrito en el capítulo 6. Como una abreviatura de carga (*head*, en inglés), se utilizará el símbolo  $h$  para indicar las pérdidas y ganancias de energía. En forma específica, se utilizarán los siguientes términos en los próximos capítulos:

$h_A$  = Energía añadida al fluido mediante un dispositivo mecánico como una bomba; con frecuencia, a esto se le denomina *carga total* de la bomba.

$h_R$  = Energía removida del fluido mediante un dispositivo mecánico como un motor de fluido.

$h_L$  = Pérdidas de energía del sistema debido a la fricción en tuberías o pérdidas menores debidas a válvulas y accesorios.

En este momento no se considerarán los efectos del calor transferido desde o hacia el fluido, ya que son casi insignificantes en los

tipos de problemas que se resolverán aquí. La energía calorífica se estudia en los cursos que tratan sobre termodinámica y transferencia de calor.

La magnitud de las pérdidas de energía producidas por la fricción de fluidos, las válvulas y los accesorios es directamente proporcional a la carga de velocidad del fluido. Matemáticamente, esto se puede expresar como

$$h_L = K(\frac{V^2}{2g})$$

El término  $K$  representa el *coeficiente de resistencia*. Usted aprenderá cómo determinar el valor de  $K$  para la fricción del fluido en el capítulo 8, utilizando la ecuación de Darcy. En el capítulo 10, estudiará los métodos de determinación de  $K$  para muchos tipos de válvulas, conexiones y cambios en la sección transversal y la dirección del flujo. En la mayoría de los casos,  $K$  se determina a partir de datos experimentales.

## 7.4 ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

En este texto, la ecuación general de la energía que se utiliza es una ampliación de la ecuación de Bernoulli, la cual permite resolver problemas en los que se producen pérdidas y ganancias de energía. La interpretación lógica de la ecuación de la energía se puede ver en la figura 7.6, que representa un sistema de flujo. Los términos  $E'_1$  y  $E'_2$  denotan la energía que posee el fluido por unidad de peso en las secciones 1 y 2, respectivamente. Se muestran las respectivas ganancias, remociones y pérdidas de energía:  $h_A$ ,  $h_R$  y  $h_L$ . Para un sistema de este tipo, la expresión del principio de conservación de la energía es

$$E'_1 + h_A - h_R - h_L = E'_2 \quad (7-1)$$

La energía poseída por el fluido por unidad de peso es

$$E' = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} \quad (7-2)$$

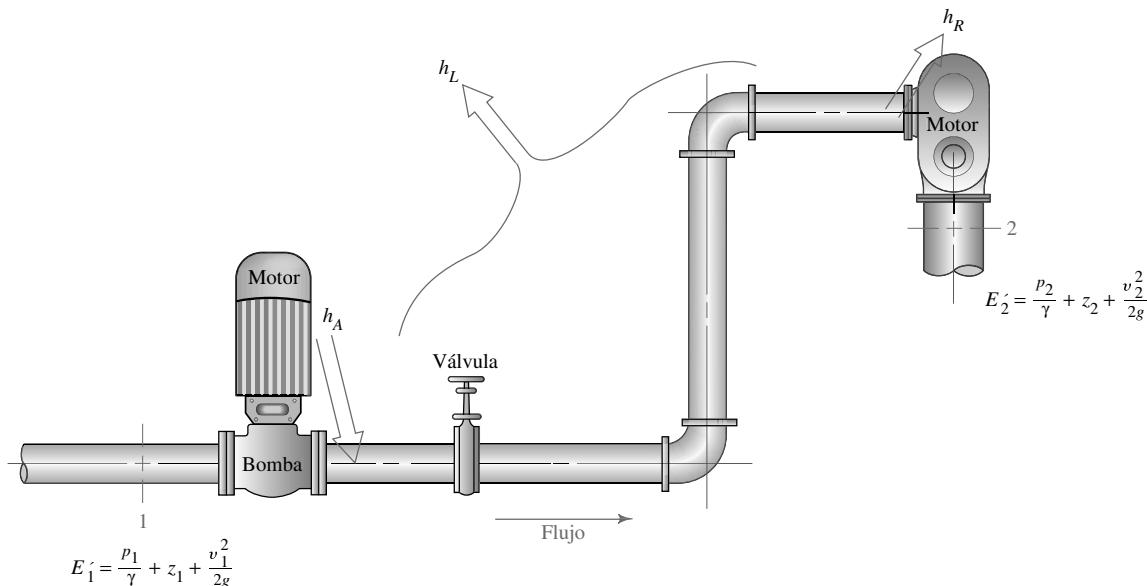


FIGURA 7.6 Sistema de flujo de fluidos que ilustra la ecuación general de la energía.

Entonces, la ecuación (7-1) se convierte en

▷ **Ecuación general de la energía**

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{1}{2}}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\frac{2}{2}}{2g} \quad (7-3)$$

Ésta es la forma de la ecuación de la energía que se utilizará con más frecuencia en este libro. Igual que con la ecuación de Bernoulli, cada término de la ecuación (7-3) representa una cantidad de energía por unidad de peso de fluido que fluye en el sistema. Las unidades típicas del SI son N·m/N, o metros. Las unidades de uso común en Estados Unidos son lb·ft/lb, o pies.

Resulta esencial que la ecuación general de la energía pueda escribirse *en la dirección del flujo*, es decir, *desde el punto de referencia del lado izquierdo de la ecuación hasta el lado derecho*. Los signos algebraicos son de suma importancia porque el lado izquierdo de la ecuación (7-3) indica que un elemento del fluido que tiene cierta cantidad de energía por unidad de peso en la sección 1 puede tener energía añadida ( $+h_A$ ), energía removida ( $-h_R$ ) o energía perdida ( $-h_L$ ) antes de llegar a la sección 2. Allí contiene una cantidad diferente de energía por unidad de peso, como lo indican los términos del lado derecho de la ecuación.

Por ejemplo, en la figura 7.6, los puntos de referencia se muestran como puntos 1 y 2 con la carga de presión, la carga de elevación y la carga de velocidad indicadas en cada punto. Despues que el fluido abandona el punto 1 entra en la bomba, donde se añade energía. Un motor primario, por ejemplo un motor eléctrico, acciona la bomba y el impulsor de la bomba transfiere energía al fluido ( $+h_A$ ). Despues, el fluido fluye a través de un sistema de tuberías compuesto por una válvula, codos y los tramos de tubería donde se disipa y pierde energía a partir del fluido ( $-h_L$ ). Antes de alcanzar el punto 2, el fluido fluye a través de un motor de fluido que remueve parte de la energía para accionar un dispositivo externo ( $-h_R$ ). La ecuación general de la energía toma en cuenta todas estas energías.

En un problema particular, es posible que no se requiera utilizar todos los términos de la ecuación general de la energía. Por ejemplo, si no hay ningún dispositivo mecánico entre las secciones de interés, los términos  $h_A$  y  $h_R$  serán iguales a cero y pueden dejarse fuera de la ecuación. Si las pérdidas de energía son tan pequeñas que pueden ignorarse, el término  $h_L$  puede quedar fuera. Si existen ambas condiciones, puede verse que la ecuación (7-3) se reduce a la ecuación de Bernoulli.

### PROBLEMAS DE EJEMPLO PROGRAMADOS

#### Problema de ejemplo

**7.1**

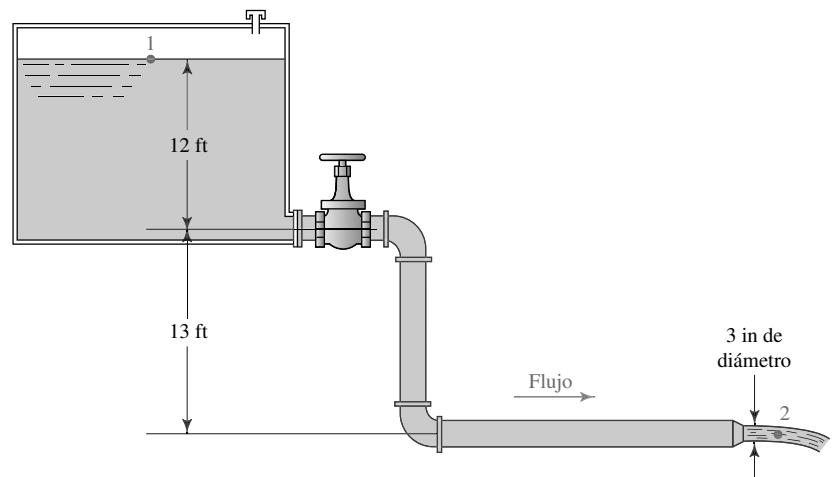
El agua fluye desde un gran depósito a un gasto volumétrico de  $1.20 \text{ ft}^3/\text{s}$  a lo largo de un sistema de tuberías como el que muestra la figura 7.7. Calcule la cantidad total de energía que se pierde en el sistema debido a la válvula, los codos, la entrada de la tubería y la fricción del fluido.

Con base en un enfoque similar al que utiliza la ecuación de Bernoulli, seleccione dos secciones de interés y escriba la ecuación general de la energía antes de ver el siguiente panel.

Las secciones en las que se conoce más información acerca de la presión, velocidad y elevación son la superficie del depósito y la corriente libre de fluido a la salida de la tubería. Estas secciones se llamarán 1 y 2, respectivamente. Entonces, la ecuación total general de la energía [ecuación (7-3)] es

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{1}{2}}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\frac{2}{2}}{2g}$$

**FIGURA 7.7** Sistema de tuberías para el problema de ejemplo 7.1.



El valor de algunos de estos términos es nulo. Determine cuáles son iguales a cero y, en consecuencia, simplifique la ecuación de la energía.

El valor de los siguientes términos es cero:

$p_1 = 0$  Superficie del depósito expuesta a la atmósfera

$p_2 = 0$  Corriente libre de fluido expuesta a la atmósfera

$A_1 = 0$  (Aproximadamente es nula) El área de la superficie del depósito es grande en comparación de la sección de salida

$h_A = h_R = 0$  No hay ningún dispositivo mecánico en el sistema

Entonces, la ecuación de la energía se convierte en

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\dot{z}_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\dot{z}_2^2}{2g}$$

$$z_1 - h_L = z_2 + \frac{\dot{z}_2^2}{2g}$$

Dado que se busca la energía total perdida en el sistema, despeje  $h_L$  de esta ecuación.

Usted debe tener

$$h_L = (z_1 - z_2) - \frac{\dot{z}_2^2}{2g}$$

Ahora evalúe los términos del lado derecho de la ecuación para determinar  $h_L$  en unidades de lb-ft/lb.

La respuesta es  $h_L = 15.75$  lb-ft/lb. A continuación, se muestra la manera de calcularla. Primero,

$$z_1 - z_2 = +25 \text{ ft}$$

$$\dot{z}_2 = Q/A_2$$

Puesto que  $Q$  fue dado como  $1.20 \text{ ft}^3/\text{s}$  y el área de un chorro de 3 in de diámetro es  $0.0491 \text{ ft}^2$ , se tiene

$$\dot{z}_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1.20 \text{ ft}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0491 \text{ ft}^2} = 24.4 \text{ ft/s}$$

$$\frac{\dot{z}_2^2}{2g} = \frac{(24.4)^2 \text{ ft}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{(2)(32.2) \text{ ft}} = 9.25 \text{ ft}$$

Entonces, la cantidad total de energía que se pierde en el sistema es

$$h_L = (z_1 - z_2) - \frac{\dot{z}_2^2}{2g} = 25 \text{ ft} - 9.25 \text{ ft}$$

$$h_L = 15.75 \text{ ft, o } 15.75 \text{ lb-ft/lb}$$

### Problema de ejemplo

#### 7.2

La rapidez del flujo de volumen a través de la bomba que se muestra en la figura 7.8 es de  $0.014 \text{ m}^3/\text{s}$ . El fluido que se bombea es un aceite que tiene gravedad específica de 0.86. Calcule la energía que suministra la bomba al aceite por unidad de peso del aceite que fluye en el sistema. En el sistema, las pérdidas de energía son causadas por la fricción y la válvula de retención mientras el fluido fluye por la tubería. Se ha determinado que la magnitud de estas pérdidas es de  $1.86 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{N}$ .

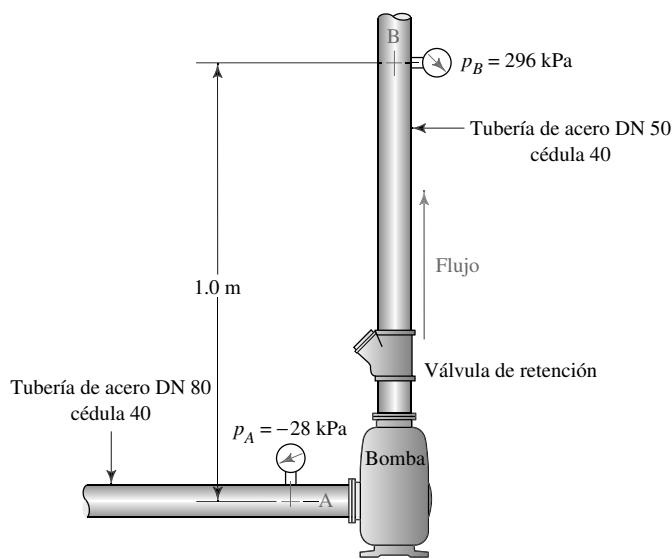
Escriba la ecuación de la energía para el sistema incluyendo solamente los términos necesarios. Utilice los puntos donde se ubican los manómetros como las secciones de interés.

Usted debe tener

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{\dot{z}_A^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{\dot{z}_B^2}{2g}$$

Observe que el término  $h_R$  se ha dejado fuera de la ecuación general de la energía porque en el sistema no existe un motor de fluido.

**FIGURA 7.8** Sistema de bombeo para el problema de ejemplo 7.2.



El objetivo del problema es calcular la energía añadida al aceite por la bomba. Antes de ver el siguiente panel, despeje  $h_A$ .

Una solución correcta es

$$h_A = \frac{p_B - p_A}{\gamma} + (z_B - z_A) + \frac{\frac{V_B^2}{2} - \frac{V_A^2}{2}}{2g} + h_L \quad (7-4)$$

Observe que se han agrupado los términos semejantes. Esto será conveniente al realizar los cálculos.

La ecuación (7-4) debe ser bien estudiada. Indica que la carga total  $h_A$  sobre la bomba es una medida de todas las tareas que debe realizar la bomba en un sistema. Debe incrementar la presión que hay en el punto A ( $p_A$ ) situado en la entrada de la bomba hasta la presión en el punto B ( $p_B$ ). Debe elevar el fluido en una cantidad igual a la diferencia de elevación que haya entre los puntos A y B. Debe suministrar energía para aumentar la velocidad del fluido a partir de la velocidad existente en la tubería más grande localizada en la entrada de la bomba (llamada tubo de succión) hasta la velocidad existente en la tubería de sección más pequeña situada a la salida de la bomba (llamada tubo de descarga). Además, debe superar cualesquiera pérdidas de energía que se produzcan en el sistema, como las debidas a la válvula de retención y a la fricción generada en la tubería de descarga.

Se recomienda evaluar cada uno de los términos de la ecuación (7-4) por separado y luego combinarlos al final. El primer término representa la diferencia entre la carga de presión en el punto A y la que existe en el punto B. ¿Cuál es el valor de  $\gamma$ ?

Recuerde que se debe utilizar el peso específico del fluido que está siendo bombeado. En este caso, el peso específico del aceite es

$$\gamma = (\text{sg})(\gamma_w) = (0.86)(9.81 \text{ kN/m}^3) = 8.44 \text{ kN/m}^3$$

Ahora complete la evaluación de  $(p_B - p_A)/\gamma$ .

Puesto que  $p_B = 296 \text{ kPa}$  y  $p_A = -28 \text{ kPa}$ , se tiene

$$\frac{p_B - p_A}{\gamma} = \frac{[296 - (-28)] \text{ kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{8.44 \text{ kN}} = 38.4 \text{ m}$$

Ahora evalúe la diferencia de elevación,  $z_B - z_A$ .

Usted debe tener  $z_B - z_A = 1.0 \text{ m}$ . Observe que el punto B está a una elevación más alta que el punto A y, por lo tanto,  $z_B > z_A$ . El resultado es que  $z_B - z_A$  es un número positivo.

Ahora calcule el término de la diferencia en la carga de velocidad,  $(\frac{V_B^2}{2} - \frac{V_A^2}{2})/2g$ .

Para determinar cada velocidad, se puede utilizar la definición de la rapidez del flujo de volumen y la ecuación de continuidad:

$$Q = A_A = A_B$$

Entonces, despejando las velocidades y usando las áreas de flujo para los tubos de succión (DN 80 cédula 40) y de descarga (DN 50 cédula 40) obtenidas en el apéndice F, resulta

$$A_A = Q/A_A = (0.014 \text{ m}^3/\text{s})/(4.768 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = 2.94 \text{ m/s}$$

$$A_B = Q/A_B = (0.014 \text{ m}^3/\text{s})/(2.168 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = 6.46 \text{ m/s}$$

Por último,

$$\frac{V_B - V_A}{2g} = \frac{[(6.46)^2 - (2.94)^2] \text{ m}^2/\text{s}^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 1.69 \text{ m}$$

El único término que resta en la ecuación (7-4) es la pérdida de energía  $h_L$ , que está dada como 1.86 N·m/N o 1.86 m. Ahora es posible combinar todos estos términos y completar el cálculo de  $h_A$ .

La energía añadida al sistema es

$$h_A = 38.4 \text{ m} + 1.0 \text{ m} + 1.69 \text{ m} + 1.86 \text{ m} = 42.9 \text{ m, o } 42.9 \text{ N·m/N}$$

Es decir, la bomba suministra 42.9 N·m de energía a cada newton de aceite que fluye por ella.

Con esto se completa la instrucción programada.

## 7.5 POTENCIA REQUERIDA POR LAS BOMBAS

La potencia se define como la rapidez con que se realiza el trabajo. En mecánica de fluidos se puede modificar este enunciado y considerar que la potencia es la rapidez a la que se transfiere energía. En primer lugar, se desarrollará el concepto básico de potencia en unidades del SI. Después se mostrarán las unidades para el sistema de uso común en Estados Unidos.

En el sistema SI, la unidad de energía es el joule (J) o N·m. La unidad de potencia es el watt (W), que equivale a 1.0 N·m/s o 1.0 J/s.

En el problema de ejemplo 7.2, se encontró que la bomba suministraba 42.9 N·m de energía a cada newton de aceite que fluyó por la bomba. Para calcular la potencia proporcionada al aceite, se debe determinar cuántos newtons de aceite fluyen por la bomba en la cantidad de tiempo dada. Esto se conoce como *rapidez del flujo de peso*  $W$ , la cual se definió en el capítulo 6, y se expresa en unidades de N/s. La potencia se calcula al multiplicar la energía transferida a cada newton de fluido por la rapidez del flujo de peso. Esto es

$$P_A = h_A W$$

Como  $W = \gamma Q$ , también se puede escribir

### ◇ Potencia añadida a un fluido mediante una bomba

$$P_A = h_A \gamma Q \quad (7-5)$$

donde  $P_A$  indica la potencia añadida al fluido,  $\gamma$  representa el peso específico del fluido que fluye por la bomba y  $Q$  es la rapidez del flujo de volumen o gasto volumétrico.

Si se utilizan los datos del problema de ejemplo 7.2, es posible encontrar la potencia que la bomba suministra al aceite de la manera siguiente:

$$P_A = h_A \gamma Q$$

Con base en el problema de ejemplo 7.2, se sabe que

$$h_A = 42.9 \text{ N·m/N}$$

$$\gamma = 8.44 \text{ kN/m}^3 = 8.44 \times 10^3 \text{ N/m}^3$$

$$Q = 0.014 \text{ m}^3/\text{s}$$

Al sustituir estos valores en la ecuación (7-5), se obtiene

$$P_A = \frac{42.9 \text{ N·m}}{\text{N}} \times \frac{8.44 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^3} \times \frac{0.014 \text{ m}^3}{\text{s}}$$

$$= 5069 \text{ N·m/s}$$

Dado que 1.0 W = 1.0 N·m/s, se puede expresar el resultado en watts:

$$P_A = 5069 \text{ W} = 5.07 \text{ kW}$$

### 7.5.1 Potencia en el sistema de uso común en Estados Unidos

En el sistema de uso común en Estados Unidos, la unidad estándar para la energía es la lb·ft. La unidad de potencia es lb·ft/s. Debido a que es práctica común referirse a la potencia en términos de caballos de potencia (hp), el factor de conversión que se requiere es

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ lb·ft/s}$$

En la ecuación (7-5) la energía añadida  $h_A$  se expresa en pies del fluido que fluye por el sistema. Entonces, al expresar el peso específico del fluido en lb/ft<sup>3</sup> y la rapidez del flujo de volumen en ft<sup>3</sup>/s, se obtiene la rapidez del flujo de peso  $\gamma Q$  en lb/s. Por último, en la ecuación de la potencia  $P_A = h_A \gamma Q$ , la potencia se expresa en lb·ft/s.

Para convertir estas unidades al sistema SI se utilizan los factores

$$1 \text{ lb·ft/s} = 1.356 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$$

## 7.5.2 Eficiencia mecánica de las bombas

El término *eficiencia* se utiliza para denotar la relación de la potencia suministrada por la bomba al fluido sobre la potencia suministrada a la bomba. Debido a las pérdidas de energía causadas por la fricción mecánica en los componentes de la bomba, la fricción del fluido en la bomba y la turbulencia excesiva del fluido en la bomba, no toda la potencia de entrada se suministra al fluido. Entonces, utilizando el símbolo  $e_M$  para indicar la eficiencia mecánica, se tiene

### ▷ Eficiencia de la bomba

$$e_M = \frac{\text{Potencia suministrada al fluido}}{\text{Potencia de entrada a la bomba}} = \frac{P_A}{P_I} \quad (7-6)$$

El valor de  $e_M$  siempre será menor que 1.0.

Con los datos del problema de ejemplo 7.2, se podría calcular la potencia de entrada a la bomba si se conoce  $e_M$ . Para las bombas disponibles comercialmente, el valor de  $e_M$  se publica como parte de los datos de rendimiento. Si en este problema se supone que la eficiencia para la bomba es de 82 por ciento, entonces

$$P_I = P_A/e_M = 5.07/0.82 = 6.18 \text{ kW}$$

El valor de la eficiencia mecánica de las bombas depende no sólo del diseño de la bomba, sino también de las condiciones

bajo las cuales esté funcionando, particularmente la carga total y la rapidez del flujo. Para bombas utilizadas en los sistemas hidráulicos, como las mostradas en las figuras 7.2 y 7.3, las eficiencias varían aproximadamente entre 70 y 90 por ciento. Para las bombas centrífugas utilizadas principalmente para transferir o hacer circular líquidos, las eficiencias varían entre 50 y 85 por ciento.

Consulte el capítulo 13 para ver más datos y análisis del desempeño de las bombas. Los valores de eficiencia para las bombas de potencia de fluido con desplazamiento positivo se reportan de manera diferente a los de las bombas centrífugas. Los valores utilizados con frecuencia son: *eficiencia global*  $e_o$  y *eficiencia volumétrica*  $e_v$ . El capítulo 13 contiene más detalles sobre estas eficiencias. En general, la eficiencia global es análoga a la eficiencia mecánica, la cual se expone en esta sección para otros tipos de bombas. La eficiencia volumétrica es una medida de la entrega real de la bomba comparada con la entrega ideal, ésta se encuentra a partir del desplazamiento por revolución multiplicado por la velocidad de rotación de la bomba. Se desea una alta eficiencia volumétrica debido a que la operación del sistema de fluidos depende de una rapidez de flujo casi uniforme del fluido en todas las condiciones operativas.

El siguiente problema de ejemplo programado ilustra una posible configuración para medir la eficiencia de la bomba.

## PROBLEMA DE EJEMPLO PROGRAMADO

### Problema de ejemplo

**7.3**

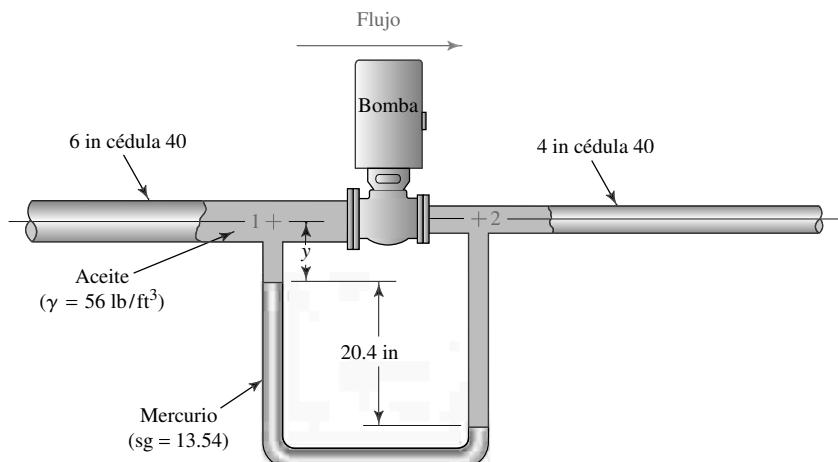
Para la disposición de prueba de una bomba que se muestra en la figura 7.9, determine la eficiencia mecánica de la bomba si la entrada de energía se mide como 3.85 hp cuando se bombean 500 gal/min de aceite ( $\gamma = 56.0 \text{ lb/ft}^3$ ).

Para empezar, escriba la ecuación de la energía para este sistema.

De acuerdo con los puntos identificados como 1 y 2 en la figura 7.9, se tiene

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_A = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

**FIGURA 7.9** Sistema de prueba de una bomba para el problema de ejemplo 7.3.



Como se debe encontrar la potencia que suministra la bomba al fluido, ahora es necesario despejar  $h_A$ .

Se utiliza la siguiente ecuación:

$$h_A = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) + \frac{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}}{2g} \quad (7-7)$$

Es conveniente despejar primero para cada uno de los términos en forma individual y después combinar los resultados. El manómetro permite calcular  $(p_2 - p_1)/\gamma$  porque mide la diferencia de presión. Con base en el procedimiento descrito en el capítulo 3, escriba la ecuación del manómetro entre los puntos 1 y 2.

Comenzando en el punto 1, se tiene

$$p_1 + \gamma_o y + \gamma_m(20.4 \text{ in}) - \gamma_o(20.4 \text{ in}) - \gamma_o y = p_2$$

donde  $y$  representa la distancia desconocida desde el punto 1 hasta la parte superior de la columna de mercurio localizada en el brazo izquierdo del manómetro. Los términos que incluyen  $y$  se cancelan. Además, en esta ecuación  $\gamma_o$  representa el peso específico del aceite y con  $\gamma_m$  se indica el peso específico del fluido de medición de mercurio.

El resultado que se busca para usarlo en la ecuación (7-7) es  $(p_2 - p_1)/\gamma_o$ . Ahora, despeje esta expresión y calcule el resultado.

La solución correcta es  $(p_2 - p_1)/\gamma_o = 24.0 \text{ ft}$ . A continuación se presenta una manera de encontrarla:

$$\begin{aligned} \gamma_m &= (13.54)(\gamma_w) = (13.54)(62.4 \text{ lb/ft}^3) = 844.9 \text{ lb/ft}^3 \\ p_2 &= p_1 + \gamma_m(20.4 \text{ in}) - \gamma_o(20.4 \text{ in}) \\ p_2 - p_1 &= \gamma_m(20.4 \text{ in}) - \gamma_o(20.4 \text{ in}) \\ \frac{p_2 - p_1}{\gamma_o} &= \frac{\gamma_m(20.4 \text{ in})}{\gamma_o} - 20.4 \text{ in} = \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_o} - 1\right) 20.4 \text{ in} \\ &= \left(\frac{844.9 \text{ lb/ft}^3}{56.0 \text{ lb/ft}^3} - 1\right) 20.4 \text{ in} = (15.1 - 1)(20.4 \text{ in}) \\ \frac{p_1 - p_2}{\gamma_o} &= (14.1)(20.4 \text{ in}) \left(\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}\right) = 24.0 \text{ ft} \end{aligned}$$

El siguiente término en la ecuación (7-7) es  $z_2 - z_1$ . ¿Cuál es su valor?

Es cero. Ambos puntos están a la misma elevación. Estos términos podrían haberse cancelado desde la ecuación original. Ahora encuentre  $(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2})/2g$ .

Usted debe tener  $(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2})/2g = 1.99 \text{ ft}$ , que se calcula de la siguiente manera. En primer lugar, escriba

$$Q = (500 \text{ gal/min}) \left(\frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}}\right) = 1.11 \text{ ft}^3/\text{s}$$

Al usar  $A_1 = 0.2006 \text{ ft}^2$  y  $A_2 = 0.0884 \text{ ft}^2$  a partir del apéndice F, resulta

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{Q}{A_1} = \frac{1.11 \text{ ft}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.2006 \text{ ft}^2} = 5.55 \text{ ft/s} \\ 2 &= \frac{Q}{A_2} = \frac{1.11 \text{ ft}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0884 \text{ ft}^2} = 12.6 \text{ ft/s} \\ \frac{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}}{2g} &= \frac{(12.6)^2 - (5.55)^2}{(2)(32.2)} \frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2} \frac{\text{s}^2}{\text{ft}} = 1.99 \text{ ft} \end{aligned}$$

Ahora coloque estos resultados en la ecuación (7-7) y despeje  $h_A$ .

Al despejar  $h_A$ , se obtiene

$$h_A = 24.0 \text{ ft} + 0 + 1.99 \text{ ft} = 25.99 \text{ ft}$$

Ahora es posible calcular la potencia suministrada al aceite,  $P_A$ .

El resultado es  $P_A = 2.95$  hp, que se encuentra de la siguiente manera:

$$P_A = h_d \gamma Q = 25.99 \text{ ft} \left( \frac{56.0 \text{ lb}}{\text{ft}^3} \right) \left( \frac{1.11 \text{ ft}^3}{\text{s}} \right)$$

$$P_A = 1620 \text{ lb-ft/s} \left( \frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ lb-ft/s}} \right) = 2.95 \text{ hp}$$

El paso final consiste en calcular  $e_M$ , la eficiencia mecánica de la bomba.

A partir de la ecuación (7-6), se obtiene

$$e_M = P_A / P_I = 2.95 / 3.85 = 0.77$$

Expresada como porcentaje, la bomba tiene 77 por ciento de eficiencia mecánica en las condiciones establecidas.

Con esto se completa la instrucción programada.

## 7.6 POTENCIA SUMINISTRADA A MOTORES DE FLUIDO

La energía suministrada por el fluido a un dispositivo mecánico, como un motor de fluido o una turbina, se denota en la ecuación general de la energía mediante el término  $h_R$ . Ésta es una medida de la energía suministrada por cada unidad de peso del fluido cuando pasa por el dispositivo. La potencia suministrada se encuentra al multiplicar  $h_R$  por la rapidez del flujo de peso  $W$ :

### ▷ Potencia suministrada por un fluido a un motor

$$P_R = h_R W = h_R \gamma Q \quad (7-8)$$

donde  $P_R$  indica la potencia que proporciona el fluido al motor de fluido.

### 7.6.1 Eficiencia mecánica de los motores de fluido

Tal como se describió para las bombas, en un motor de fluido las pérdidas de energía se producen por fricción mecánica y fricción del fluido. Por lo tanto, no toda la potencia suministrada al motor se convierte en última instancia en una salida de potencia desde el dispositivo. Entonces, la eficiencia mecánica se define como

#### ⇒ Eficiencia del motor

$$e_M = \frac{\text{Salida de potencia desde el motor}}{\text{Potencia suministrada por el fluido}} = \frac{P_O}{P_R} \quad (7-9)$$

Aquí, de nuevo, el valor de  $e_M$  siempre es menor que 1.0.

Para ver las unidades de potencia, consulte la sección 7.5.

## PROBLEMA DE EJEMPLO PROGRAMADO

### Problema de ejemplo

**7.4**

A 10 °C, el agua fluye con una rapidez de 115 L/min por dentro del motor de fluido que se muestra en la figura 7.10. La presión en A es de 700 kPa y en B es de 125 kPa. Se estima que, debido a la fricción ocurrida en los tubos, hay una pérdida de energía de 4.0 N·m/N en el agua que fluye. En A, el tubo que entra en el motor de fluido es un tubo hidráulico de acero estándar que tiene un OD = 25 mm y espesor de pared de 2.0 mm. En B, el tubo que sale del motor tiene un OD = 80 mm y espesor de pared de 2.8 mm. Vea el apéndice G.2. (a) Calcule la potencia que suministra el agua al motor de fluido. (b) Si la eficiencia mecánica del motor de fluido es de 85 por ciento, calcule la salida de potencia.

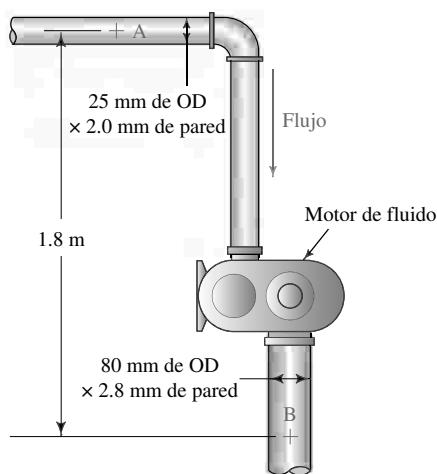
Inicie la solución escribiendo la ecuación de la energía.

Si se eligen los puntos A y B como puntos de referencia, resulta

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{A}{2g} - h_R - h_L = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{B}{2g}$$

Se necesita el valor de  $h_R$  para determinar la salida de potencia. Despeje este término de la ecuación de la energía.

**FIGURA 7.10** Motor de fluido para el problema de ejemplo 7.4.



Compare esta ecuación con su resultado:

$$h_R = \frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) + \frac{\frac{V_A^2}{A} - \frac{V_B^2}{B}}{2g} - h_L \quad (7-10)$$

Antes de ver el panel siguiente, despeje el valor de cada término de esta ecuación utilizando la unidad de N·m/N o m.

Los resultados correctos son como sigue:

$$1. \frac{p_A - p_B}{\gamma} = \frac{(700 - 125)(10^3)N}{m^2} \times \frac{m^3}{9.81 \times 10^3 N} = 58.6 \text{ m}$$

$$2. z_A - z_B = 1.8 \text{ m}$$

3. Al despejar ( $\frac{V_A^2}{A} - \frac{V_B^2}{B}$ )/ $2g$ , se obtiene

$$Q = 115 \text{ L/min} \times \frac{1.0 \text{ m}^3/\text{s}}{60000 \text{ L/min}} = 1.92 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{1.92 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{s} \times \frac{1}{3.464 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 5.543 \text{ m/s}$$

$$B_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{1.92 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{s} \times \frac{1}{4.347 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 0.442 \text{ m/s}$$

$$\frac{\frac{V_A^2}{A} - \frac{V_B^2}{B}}{2g} = \frac{(5.543)^2 - (0.442)^2}{(2)(9.81)} \frac{\text{m}^2 \text{s}^2}{\text{s}^2 \text{m}} = 1.56 \text{ m}$$

$$4. h_L = 4.0 \text{ m} \text{ (dado)}$$

Ahora complete la solución de la ecuación (7-10) para  $h_R$ .

La energía suministrada por el agua a la turbina es

$$h_R = (58.6 + 1.8 + 1.56 - 4.0) \text{ m} = 57.96 \text{ m}$$

Para completar el inciso (a) del problema, calcule  $P_R$ .

Al sustituir los valores conocidos en la ecuación (7-8), se obtiene

$$P_R = h_R \gamma Q$$

$$P_R = 57.96 \text{ m} \times \frac{9.81 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^3} \times \frac{1.92 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\text{s}} = 1092 \text{ W}$$

$$P_R = 1.092 \text{ kW}$$