EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 1, 2, 3, 4 y 5

Asignatura:	Análisis Matemático / Fundamentos Matemáticos.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad: Título de la actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC) **Ejercicios Propuestos**

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta primera actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas matemáticas de Cálculo necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.
La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. No basta con dar sólo la solución.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 1:

Resolver los siguientes problemas:
a) Hallar el siguiente límite:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[4]{x^2+1}+1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}.$$

b) Calcular este límite en función del valor de p:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-px}{x^2-3x+2}.$$

c) Determinar el siguiente límite:

$$\lim_{x\to\infty} \ln\left(\frac{x^2+3x}{x+2}\right).$$

d) Hallar este límite:

$$\lim_{x\to 0} \sqrt[x]{1+5x}.$$

e) Resolver el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 6x}{e^{2x}-1}.$$

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 2:

Un puente colgante, como pueda ser el del Golden Gate en San Francisco, consiste en una plataforma destinada a soportar carga que cuelga, mediante tirantes verticales, por debajo de unos cables de suspensión. Si aproximamos el problema a una situación en la que la única masa está constituida por la plataforma, los cables en suspensión forman parábolas entre las torres o pilonas. Sin embargo, para el caso más sencillo del puente nepalí (como el de la foto), en donde no hay tirantes y la plataforma en sí está autosuspendida, se puede demostrar que esta forma una catenaria, no una parábola. De hecho, basta agarrar con las manos los extremos de una cuerda para que la misma forme una catenaria. Si los puntos de anclaje están a la misma altura y los ejes coordenados tienen el origen en el mínimo de la catenaria (el centro de la cuerda), la función que la describe es la siguiente:

$$y = a\cosh\frac{x}{a} - a = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right) - a,$$

en donde a depende de la tensión horizontal y del peso por unidad de longitud del siguiente modo:

$$a = \frac{T_h}{\lambda}.$$

Además, la longitud l de cada una de los dos ramas de la función medirá lo siguiente:

$$l = a\,\mathrm{senh}\,\frac{x}{a}.$$

Es decir, la longitud total de la plataforma es $L = 2l$. Supongamos ahora que se instala uno de estos puentes nepalís con una longitud total de $L = 120$ metros (antes de ser colgado) en una paso de montaña del Himalaya para salvar un río. Si los puntos de anclaje están exactamente a la misma altura y la parte más baja está a 8 metros por debajo de ellos. ¿Qué vano salva el puente?
Nota: el puente de Trift en Suiza, con sus 167 metros de longitud, es el más largo de este tipo en Europa. Así que la longitud propuesta en este problema no es descabellada.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 3:

a) Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

b) Calcular las asíntotas y dominio de

$$f(x) = \frac{4-2x^2}{x}.$$

c) Decir si es continua o no la función $f(x)$ y dar su dominio.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2x}}.$$

d) Proporcionar el dominio de esta función:

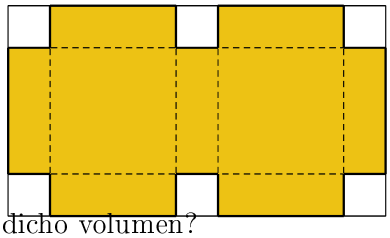
$$f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x-1}.$$

e) Hallar el valor de k para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ k & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

sea continua en todo $\mathbb{R}$.

PROBLEMA 4:



Un proveedor de cajas de Amazon tiene que fabricar cajas para esta compañía a partir de planchas de cartón mediante troquelado según el esquema mostrado en la figura. Para ello cuenta con diversos tipos de planchas. Uno de ellos mide 90 cm por 30 cm. ¿Cuánto tiene que medir en este caso el lado de los seis cuadrados que se troquelan y eliminan para maximizar el volumen de la caja resultante? ¿Cuál es dicho volumen?

PROBLEMA 5:

Calcular la ecuación de la recta tangente en el punto $x = 0$ a la función $y = y(x)$ definida implícitamente por la relación

$$x^3 \ln y + ye^x \cos x - 1 = 0.$$

PROBLEMA 6:

Descomponer en fracciones simples las siguientes expresiones:

$$\frac{6x^3-14x^2+2x+18}{x^4-3x^3-3x^2+11x-6}, \quad \frac{x^3-15x^2+47x-38}{x^4-6x^3+5x^2+24x-36},$$

$$\frac{2x^4-17x^3+49x^2-54x+12}{x^4-7x^3+16x^2-12x}, \quad \frac{3x^3-x^2+x-1}{x^4-x^3+x^2-x}.$$

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 7:

Resolver la siguiente integral:

$$\int \frac{2x^2 - 21x + 63}{x^3 - 8x^2 - 3x + 90}\, dx.$$

PROBLEMA 8:

Usar el método de integración por partes para hallar la primitiva de:

$$I = \int \operatorname{sen} x \, \ln(\cos x)\, dx.$$

PROBLEMA 9:

Hallar la integral

$$I = \int \operatorname{sen}^4 x \, dx.$$

usando las propiedades de las potencias de funciones trigonométricas.

PROBLEMA 10:

Calcular, si es posible, la siguiente integral:

$$I = \int_0^2 \frac{2x}{x^2 - 4}\, dx.$$

PROBLEMA 11:

Aproxima el valor de la integral definida de abajo con un desarrollo en serie de potencias de Taylor en el origen de al menos 5 sumandos no nulos.

$$\int_0^1 e^{-x^2}\, dx.$$

PROBLEMA 12:

Estudiar el carácter de la serie que tiene como término general el siguiente:

$$a_n = \frac{n^n}{e^{n^2+1}}.$$

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de valoración:
Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.
Se valorará la correcta solución de los ejercicios.
Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté bien argumentada.
Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

Entrega y calificación:
La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega. Entregas despues de esa fecha
Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando nombre y apellidos del alumno en la primera página del documento. El nombre del fichero constará sólo del nombre del alumno, primer apellido y AEC1.
La entrega de la tarea se hará siempre a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos doc, docx, excel o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. **Muchas aplicaciones (incluso word) permiten volcar un documento en pdf**. Alternativamente, si se pide una solución gráfica también se podrá usar el formato postscript.
En esta asignatura, si el estudiante lo desea, cuando haya una gran cantidad de fórmulas o resultados gráficos, podrá escanear un documento realizado a mano alzada y crear así el documento pdf **siempre que éste sea legible**, es decir, se tiene que leer muy bien para así evitar confusiones y problemas con la calificación. Si no es así la actividad no será calificada.
Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de *feedback* al estudiante.
La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.