

EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 1, 2, 3 y 4

Asignatura:	Estructuras Discretas/ Matemática Discreta.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC)
Título de la actividad:	Ejercicios Propuestos temas 1, 2, 3 y 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas de la Matemática Discreta necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.

La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. **No basta con dar simplemente la solución.**

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 1:

En cierta universidad hay 23 alumnos matriculados en un prestigioso y difícil máster de ingeniería aeroespacial que consta de 3 años. De esos alumnos hay 14 que está matriculados en alguna asignatura del primer curso, 12 que lo están en el segundo y 13 que lo están en el tercero. Hay 7 que lo están en primero y tercero y otros 7 que lo están en segundo y tercero. ¿Cuántos están matriculados en primero y segundo si hay 4 que lo están en los tres cursos?

PROBLEMA 2:

Considérese la relación de orden parcial \preceq definida en el conjunto D de los divisores positivos de 72, mediante

$$a \preceq b \Leftrightarrow a \text{ divide a } b.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial (D, \preceq) .
2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de (D, \preceq) .
3. Proporcionar las cotas inferiores del conjunto $B = \{4, 12, 36\}$. ¿Existe el ínfimo? Si existe, ¿cuál es?
4. Proporcionar las cotas superiores del conjunto $C = \{6, 9, 12\}$. ¿Existe el supremo? Si existe, ¿cuál es?
5. Proporcionar las cotas superiores del conjunto $E = \{3, 6, 12\}$. ¿Existe el supremo? Si existe, ¿cuál es?

PROBLEMA 3:

En un máster de Ingeniería Óptica hay varias asignaturas que dependen una de otras. En concreto se trata de Álgebra (A), Cálculo (C), Matemática Discreta (D), Física General (F), Electricidad y Magnetismo (E), Ecuaciones Diferenciales (ED), Programación (P), Química (Q), Óptica (O), Materiales (M) y Modelado (MO). Así que el conjunto de todas las asignaturas será

$$Z = \{A, C, D, O, F, Ed, Q, E, M, P, Mo\}.$$

Unas asignatura dependen de otras del siguiente modo: Cálculo depende de Álgebra, Discreta depende de Álgebra, Ecuaciones Diferenciales depende de Cálculo y Álgebra, Física General depende de Cálculo y Álgebra, Química depende de Física General y Álgebra, Materiales depende de Física, Química y Electricidad y Magnetismo, esta última depende de Ecuaciones Diferenciales, Cálculo y Física, Modelado depende de Ecuaciones diferenciales, Programación y Electricidad y Magnetismo, Óptica depende de Electricidad y Magnetismo, Materiales, Física, Modelado y Programación, pues hay que hacer una trabajo de programación en Óptica. Además, la programación depende de Matemática Discreta.

Tareas a realizar:

- Obtener el diagrama de Hasse de dependencia de todas las asignaturas sin que se crucen las líneas.
- Un estudiante que trabaja y no tiene mucho tiempo para estudiar decide hacer este máster, pero lo va a cursar secuencialmente. Obtener un orden total compatible con el orden parcial de dependencia entre asignaturas que le permita cursar todo el máster poco a poco sin conflictos.

Nota: cualquier aproximación a la solución por la fuerza bruta no recibirá puntuación.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 4:

Sea el conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Sobre este conjunto se define esta relación:

$$\mathcal{R} = \{(3, 3), (4, 0), (0, 0), (0, 4), (1, 1), (1, 3), (3, 1), (2, 2), (4, 4)\}$$

Representa gráficamente la relación. ¿Es una relación de equivalencia? Si es así proporcionar el conjunto cociente.

PROBLEMA 5:



A) Hay 350 diputados en el congreso de los diputados de cierto país. De ellos 25 tiene un supuesto título de doctorado. Si desconocemos quiénes son y vamos preguntando al azar uno a uno, ¿A cuántos como mínimo tendremos que proponer formar parte de una comisión de 5 doctores para asegurarnos que la podemos formar? Se supone que se llevan un extra en el sueldo y ninguno se niega a participar en la comisión.

B) En otro hipotético congreso, los diputados están obligados a formar parte de alguna comisión de las 32 existentes. ¿Cuántos diputados tiene que haber en ese congreso para garantizar que al menos haya 12 en una misma comisión?

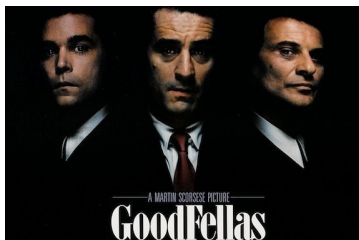
PROBLEMA 6:

En unas hipotéticas oposiciones a profesores de Matemáticas de enseñanza media, los 4200 candidatos tienen que prepararse 20 temas de un determinado temario. Por sorteo se les asigna tres de esos temas a exponer al tribunal sin que importe el orden. ¿Al menos a cuántos opositores les ha tocado la misma combinación de temas?

PROBLEMA 7:

Resolver los siguientes problemas:

1. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra ‘centrifugadlos’?
2. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra ‘anticonstitucionalmente’?
3. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra ‘soldadlos’ del tal modo que siempre se empiece y termine por S?
4. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra palíndroma ‘reconocer’ del tal modo que siempre se obtengan palabras palíndromas?
5. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra palíndroma ‘reconocer’ del tal modo que las letras iguales vayan siempre juntas?

PROBLEMA 8:

Un jefe mafioso de una ciudad desconocida e imaginaria envía a un “fontanero” de confianza para que reparta unos sobornos consistentes en 6 sobres cerrados cargados con la misma cantidad de dinero. Tiene que realizar esta tarea sobre 8 sobornados habituales de la ciudad, entre empleados del ayuntamiento, policías y dueños de garito. Además, puede dar más de un sobre a una misma persona. ¿De cuántas maneras posibles podrán hacer tal trabajito? Si el mafioso repartidor se queda con algún sobre (o incluso todos), ¿de cuántas maneras lo podrá hacer entonces?

PROBLEMA 9:

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_{n+2} - 8a_{n+1} = 9a_n, \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 4$$

PROBLEMA 10:

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} - 10a_n = 10 \cdot 3^n; \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 7$$

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de valoración:

Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.

Se valorará la correcta solución de los ejercicios.

Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté bien argumentada.

Se valorará que las respuestas sean concretas.

Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

Entrega y calificación:

La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega.

Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando nombre y apellidos del alumno en la primera página del documento. El nombre del fichero constará sólo del nombre del alumno, primer apellido y AEC1.

La entrega de la tarea se hará siempre a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos .doc, docx, .xls o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. Muchas aplicaciones (incluso word) permiten volcar un documento en pdf. Alternativamente, si se pide una solución gráfica también se podrá usar el formato postscript. **No se admitirán documentos realizados a mano alzada y escaneados.**

Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de feedback al estudiante.

La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.