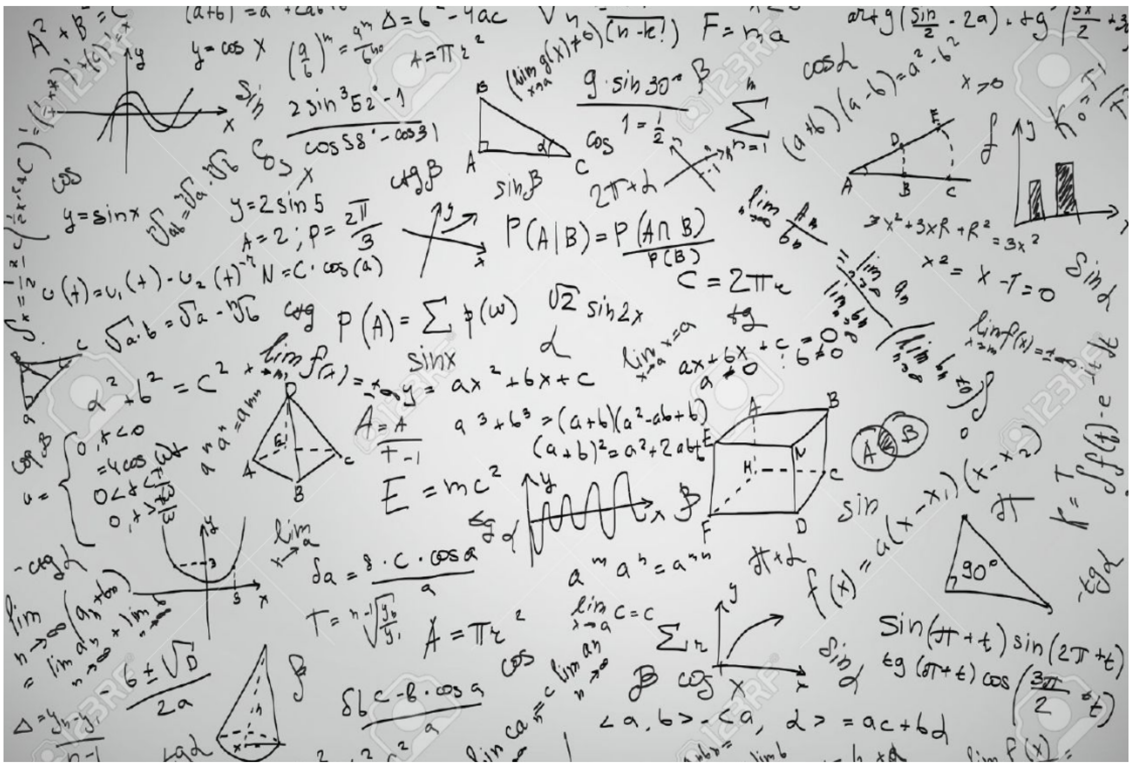
Actividad de Aprendizaje 1

Álgebra Lineal



Autor: Alexander Sebastian Kalis
Profesor: Dr. Juan José Moreno García
Curso: 1o, Ingeniería de Organización Industrial
UDIMA

Domingo, 28 de Abril de 2019

1. Problema 1

A veces los métodos numéricos no son perfectos y tienen sus limitaciones, sobre todo si el sistema de ecuaciones que se pretende resolver está mal condicionado. Si es así no será sencillo obtener la solución o estar seguro de ella. Métodos como el de Gauss-Jordan tiene por tanto sus límites incluso usando un ordenador. Para ilustrar este hecho consideremos un sistema de ecuaciones cuya matriz de coeficientes y el vector del lado derecho son los siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}195865 & -0{,}397014 & -0{,}530551 & -0{,}964501 \\ -0{,}021981 & 0{,}387760 & -0{,}593141 & -0{,}240908 \\ -0{,}191130 & 0{,}013832 & -0{,}686614 & -0{,}901565 \\ 0{,}139872 & 0{,}711619 & -0{,}331303 & 0{,}540443 \end{bmatrix} ; b = \begin{bmatrix} -0{,}0129654 \\ 0{,}6691410 \\ 0{,}0604382 \\ 0{,}3373383 \end{bmatrix}$$

Se supone que las entradas provienen de medidas experimentales que se han tomado en el laboratorio.

1.1. Apartado a

Aplicar Gauss-Jordan usando Octave para obtener la solución del sistema.

Resolución:

Primeramente asignamos los valores de A y b en Octave mediante las instrucciones:

```
>> A=[-0.195865 -0.397014 -0.530551 -0.964501 ; -0.021981 0.387760 -0.593141 -0.240908 ; -0.191130 0.013832 -0.686614 -0.901565 ; 0.139872 0.711619 -0.331303 0.540443]
A =

  -0.195865  -0.397014  -0.530551  -0.964501
  -0.021981   0.387760  -0.593141  -0.240908
  -0.191130   0.013832  -0.686614  -0.901565
   0.139872   0.711619  -0.331303   0.540443

>> b=[-0.0129654 0.6691410 0.0604382 0.3373383]
b =

  -0.012965   0.669141   0.060438   0.337338
```

Seguidamente creamos la matriz ampliada M de A y b:

```
>> M=[A,b]
M =

  -0.195865  -0.397014  -0.530551  -0.964501  -0.012965
  -0.021981   0.387760  -0.593141  -0.240908   0.669141
  -0.191130   0.013832  -0.686614  -0.901565   0.060438
   0.139872   0.711619  -0.331303   0.540443   0.337338
```

Ahora ya podemos aplicar la función rref() sobre M para obtener la solución de ésta.

```
>> RM=rref(M)
RM =

    1.00000    0.00000    0.00000    0.00000   31.37099
    0.00000    1.00000    0.00000    0.00000    2.16224
    0.00000    0.00000    1.00000    0.00000    2.66082
    0.00000    0.00000    0.00000    1.00000   -8.71088
```

1.2. Apartado b

Asignamos la matriz y el vector truncados manualmente a 2 posiciones decimales a AT y el vector a bt:

```
>> AT=[-0.19 -0.39 -0.53 -0.96 ; -0.02 0.38 -0.59 -0.24 ; -0.19 0.01 -0.68 -0.90 ; 0.13 0.71 -0.33 0.54]
AT =

  -0.190000  -0.390000  -0.530000  -0.960000
  -0.020000   0.380000  -0.590000  -0.240000
  -0.190000   0.010000  -0.680000  -0.900000
   0.130000   0.710000  -0.330000   0.540000

>> bt=[-0.01 ; 0.66 ; 0.06 ; 0.33]
bt =

  -0.010000
   0.660000
   0.060000
   0.330000
```

Siguiendo el mismo proceso, obtenemos la solución siguiente:

```
>> MT=[AT,bt]
MT =

  -0.190000  -0.390000  -0.530000  -0.960000  -0.010000
  -0.020000   0.380000  -0.590000  -0.240000   0.660000
  -0.190000   0.010000  -0.680000  -0.900000   0.060000
   0.130000   0.710000  -0.330000   0.540000   0.330000

>> RMT=rref(MT)
RMT =

    1.00000    0.00000    0.00000    0.00000   21.66607
    0.00000    1.00000    0.00000    0.00000    1.62589
    0.00000    0.00000    1.00000    0.00000    1.55121
    0.00000    0.00000    0.00000    1.00000   -5.79458
```

Se puede comparar la diferencia de los resultados obtenidos restando las matrices:

```
>> D=RM-RMT
D =

   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000   9.70492
   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000   0.53634
   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000   1.10961
   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000  -2.91630
```

Supongamos que la primera matriz [A,b] contiene los valores reales y que [AT,bt], que contienen los datos truncados, son los valores tomados con cierto error de medición.

Podemos extraer la 5a columna de las matrices para operar con ellas más fácilmente:

Corregido:
Dr. Juan José Moreno García

```
>> d=D(1:4,5)
d =

   9.70492
   0.53634
   1.10961
  -2.91630

>> rm=RM(1:4,5)
rm =

   31.3710
    2.1622
    2.6608
   -8.7109

>> rmt=RMT(1:4,5)
rmt =

   21.6661
    1.6259
    1.5512
   -5.7946
```

Recordando la fórmula del error relativo:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_a}{X} \cdot 100$$

Aplicamos la fórmula dónde $\epsilon_a = d$ y $X = rm$:

```
>> ea=(d./rm)*100
ea =

   30.936
   24.805
   41.702
   33.479
```

Nótese el uso del operador punto ./, que indica que queremos realizar la operación fila con fila, y no dividir el vector d por el vector rm.

Entonces el vector 'ea' nos indica, porcentualmente, el error que cometemos en cada fila al hacer la medición del valor utilizando sólo los 2 primeros decimales como significativos.

Podemos observar que los errores generados por el truncamiento son muy elevados. Esto es normal ya que estamos trabajando con números decimales cercanos al 0 con lo que cualquier error decimal, sea en las centésimas o milésimas provocará un desfase significativo en la solución.