

UNIDAD  
DIDÁCTICA

# 6

## ANÁLISIS DE DECISIONES MULTICRITERIO (I)

### OBJETIVOS DE LA UNIDAD

1. Introducción a las decisiones multicriterio
2. Método ponderado normalizado
  - 2.1. Peso de los criterios
  - 2.2. Normalización de la característica o del criterio
  - 2.3. Puntuación total de cada una de las opciones
3. Método Arrow-Raynaud

### CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

### ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

### EJERCICIOS VOLUNTARIOS

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



## OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En esta Unidad nos vamos a centrar en aquellos métodos de toma de decisiones que tienen en consideración múltiples criterios y que van a influir en la decisión adoptada. Se conocen como «métodos multicriterio». En concreto se van a estudiar la ponderación normalizada y el método de Arrow-Raynaud.

El método de ponderación normalizada se basa en la elección de la mejor opción en función de las preferencias del decisor y de las características de cada opción. Los pasos que se siguen son los siguientes:

- Obtener el peso de cada uno de los criterios.
- Asignar una puntuación a cada una de las características de las opciones: normalización.
- Obtener la puntuación total de cada una de las opciones.
- Elegir aquella opción cuya puntuación sea la menor.

Por otro lado, el método de Arrow-Raynaud se basa en comparar las distintas alternativas entre sí analizando en cuántas características es mejor una que otra:

- Por cada característica que es mejor que la otra opción se suma 1 punto.
- Por cada característica en que son iguales las dos opciones se suman 0,5 puntos.

Con todas estas puntuaciones se completa la matriz de comparación de opciones. A esta matriz se le va a aplicar el criterio minimax. Se van a ir descartando una a una las opciones peores, hasta que solo quede una, que será la elegida.

## 1. INTRODUCCIÓN A LAS DECISIONES MULTICRITERIO

Ya se ha visto en Unidades anteriores que existen las decisiones bajo certidumbre. En este caso el decisor conoce de antemano el escenario en el que va a estar enclavado el problema que trata de solucionar, así como las distintas alternativas.

Los criterios de decisión más utilizados en ambientes de certeza son:

- Programación lineal.
- Teoría de juegos.
- AHP.
- Ponderación normalizada.
- Arrow-Raynaud.
- ELECTRE.
- Programación por metas.
- Etcétera.

Algunos ya han sido analizados, pero en esta Unidad nos vamos a centrar en aquellos métodos de toma de decisiones que tienen en consideración múltiples criterios y que van a influir en la decisión adoptada. Se conocen como **métodos multicriterio**. En concreto, nos vamos a focalizar en la ponderación normalizada y en el método de Arrow-Raynaud.

## 2. MÉTODO PONDERADO NORMALIZADO

En este método se va a dar un peso distinto a cada una de las diversas características o criterios que poseen las opciones de decisión. Este peso va a estar ligado al nivel de prioridad que se le va a dar a cada una de las características y se puede obtener de diversas maneras. El nivel de prioridad es el orden de prioridad que se le da a un criterio.

Los datos de partida serán:

- Opciones seleccionadas con sus características.
- Niveles de prioridad de los criterios

Los pasos que hay que seguir en este método son:

- Obtener el peso de cada uno de los criterios.
- Asignar una puntuación a cada una de las características de las opciones: normalización.
- Obtener la puntuación total de cada una de las opciones.
- Elegir aquella opción cuya puntuación sea la menor.

A continuación vamos a ver cómo realizar cada uno de estos pasos.

## 2.1. PESO DE LOS CRITERIOS

Aunque existen diversos métodos para asignar los pesos a cada criterio, en esta Unidad vamos a seguir la siguiente fórmula para obtener cada uno de los pesos:

El peso del criterio  $j$  se calculará:

$$W_j = \frac{\frac{1}{r_j}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i}}$$

siendo  $r_i$  el nivel de prioridad de la opción  $i$ .

Por ejemplo, si se tienen 2 criterios:

$$W_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \approx 0,67$$

$$W2 = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \approx 0,33$$

Y si fueran 3 criterios:

$$W1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \approx 0,55$$

$$W2 = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \approx 0,27$$

$$W3 = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \approx 0,18$$

## 2.2. NORMALIZACIÓN DE LA CARACTERÍSTICA O DEL CRITERIO

Se va a asignar una puntuación a cada una de las características de las opciones. Esta normalización va a estar relacionada con los rangos de valores que tiene esa característica en cada una de las opciones. Será entre 0 y 1, siendo 0 el mejor valor y 1 el peor valor. Se obtendrá de la siguiente manera:

- Si se trata de una característica que es mejor cuanto menor valor tenga, como, por ejemplo, su precio, se calcula como:

$$\frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}}$$

siendo el recorrido la diferencia entre el máximo y el mínimo de esa característica.

- Si se trata de una característica que es mejor cuanto mayor valor tenga, como, por ejemplo, los años de garantía, se calcula como:

$$\frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}}$$

## 2.3. PUNTUACIÓN TOTAL DE CADA UNA DE LAS OPCIONES

Para obtener la puntuación total de una opción habrá que sumar las puntuaciones asociadas a cada una de sus características multiplicadas por el peso de cada una de ellas. Aquella opción que tenga una menor puntuación total será la elegida.

### EJEMPLO 1

Una empresa quiere renovar su flota de furgonetas, y se han seleccionado tres opciones entre las que se puede elegir. Para cada opción se especifica el precio unitario de cada furgoneta (€), la garantía que tiene (años), el consumo medio (l/100 km) y el motor TDI que tendría (CV).

	Precio (€)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Motor TDI (CV)
Opción 1 .....	35.600	2	6,7	155
Opción 2 .....	39.000	5	7,5	165
Opción 3 .....	32.400	7	8	125

La dirección ha ordenado cada uno de estos criterios por orden de importancia:

Prioridades	Precio	Garantía	Consumo medio	Motor TDI
	1	3	2	4

¿Cuál sería la mejor opción siguiendo el método de la ponderación normalizada?

.../...

.../...

### Solución

Se van a utilizar hasta dos decimales para la resolución de este problema. Los pesos de cada uno de los criterios se obtienen por la fórmula dada, en función de orden de prioridad:

- Precio-prioridad 1:

$$W_{\text{Precio}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,48$$

- Garantía-prioridad 3:

$$W_{\text{Garantía}} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,16$$

- Consumo-prioridad 2:

$$W_{\text{Consumo}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,24$$

- Motor-prioridad 4:

$$W_{\text{Motor}} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,12$$

Y se obtiene la siguiente tabla:

Criterio	Peso
Precio .....	0,48
Garantía .....	0,16
Consumo .....	0,24
Motor .....	0,12
<b>Total .....</b>	<b>1</b>

.../...

.../...

Ahora se va a obtener el máximo, el mínimo y el recorrido de cada criterio. El recorrido es la diferencia entre el máximo y el mínimo:

	Precio (€)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Motor TDI (CV)
Opción 1 .....	35.600	2	6,7	155
Opción 2 .....	39.000	5	7,5	165
Opción 3 .....	32.400	7	8	125
Máximo .....	39.000	7	8	165
Mínimo .....	32.400	2	6,7	125
Recorrido .....	6.600	5	1,3	40

Vamos a ir analizando cada una de las opciones. Para ello, en función de sus características, se obtendrá una puntuación asociada a cada criterio. Multiplicando por su peso y sumando todas, se obtendrá la puntuación total asociada a esa opción.

Para la **opción 1**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{35.600 - 32.400}{6.600} = 0,48$$

$$\text{Garantía} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{7 - 2}{5} = 1$$

$$\text{Consumo} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{6,7 - 6,7}{1,3} = 0$$

$$\text{Motor} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{165 - 155}{40} = 0,25$$

$$\text{Puntuación total} = 0,48 \cdot 0,48 + 0,16 \cdot 1 + 0,24 \cdot 0 + 0,12 \cdot 0,25 = 0,4202$$

.../...



.../...

Criterio	Peso	Opción 1	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,48	35.600 €	0,48
Garantía .....	0,16	2 años	1
Consumo .....	0,24	6,7 l/100 km	0
Motor .....	0,12	155 CV	0,25
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total opción 1</b>	<b>0,42</b>

Para la **opción 2**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{39.000 - 32.400}{6.600} = 1$$

$$\text{Garantía} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{7 - 5}{5} = 0,4$$

$$\text{Consumo} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{7,5 - 6,7}{1,3} = 0,62$$

$$\text{Motor} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{165 - 165}{40} = 0$$

$$\text{Puntuación total} = 0,48 \cdot 1 + 0,16 \cdot 0,4 + 0,24 \cdot 0,62 + 0,12 \cdot 0 = 0,6928$$

Criterio	Peso	Opción 2	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,48	39.000 €	1
Garantía .....	0,16	5 años	0,4
Consumo .....	0,24	7,5 l/100 km	0,62
Motor .....	0,12	165 CV	0
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total opción 2</b>	<b>0,69</b>

.../...

.../...

Para la **opción 3**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{32.400 - 32.400}{6.600} = 0$$

$$\text{Garantía} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{7 - 7}{5} = 0$$

$$\text{Consumo} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{8 - 6,7}{1,3} = 1$$

$$\text{Motor} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{165 - 125}{40} = 1$$

$$\text{Puntuación total} = 0,48 \cdot 0 + 0,16 \cdot 0 + 0,24 \cdot 1 + 0,12 \cdot 1 = 0,36$$

Criterio	Peso	Opción 3	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,48	32.400 €	0
Garantía .....	0,16	7 años	0
Consumo .....	0,24	8 l/100 km	1
Motor .....	0,12	125 CV	1
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total opción 3</b>	<b>0,36</b>

Resumiendo:

Opción	Puntuación
Opción 1 .....	0,42
Opción 2 .....	0,69
Opción 3 .....	0,36

La mejor opción será aquella que tenga una menor puntuación, en este caso la opción 3, seguida de la opción 1. Como peor alternativa es la opción 2.

### EJEMPLO 2

Una empresa necesita renovar su maquinaria industrial, y para un tipo determinado de máquina se han detectado una serie de opciones. Para cada una de ellas se detalla su precio (€), su vida útil (años), su coste de mantenimiento anual (€), así como su tasa de producción (uds./h trabajo):

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mantenimiento anual (€)	Tasa de producción (uds./h)
Opción 1 .....	3.500	10	300	1.000
Opción 2 .....	2.700	8	315	850
Opción 3 .....	3.100	12	280	950
Opción 4 .....	4.000	12	305	975

La dirección ha establecido que su orden de prioridad es el siguiente:

Prioridades	Precio	Vida útil	Coste mantenimiento anual	Tasa de producción
	3	1	4	2

¿Qué opción recomendarías para la compra de la maquinaria?

### Solución

Los pesos de cada uno de los criterios se obtienen por la fórmula dada, en función de orden de prioridad:

- Precio-prioridad 3:

$$W_{\text{Precio}} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,16$$

.../...

.../...

- Vida útil-prioridad 1:

$$W_{\text{Vida útil}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,48$$

- Coste de mantenimiento-prioridad 4:

$$W_{\text{Coste de mantenimiento}} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,12$$

- Tasa producción-prioridad 2:

$$W_{\text{Tasa producción}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 0,24$$

Ahora se va a obtener el máximo, el mínimo y el recorrido de cada criterio. El recorrido es la diferencia entre el máximo y el mínimo:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mantenimiento anual (€)	Tasa de producción (uds./h)
Opción 1 .....	3.500	10	300	1.000
Opción 2 .....	2.700	8	315	850
Opción 3 .....	3.100	12	280	950
Opción 4 .....	4.000	12	305	975
Máximo .....	4.000	12	315	1.000
Mínimo .....	2.700	8	280	850
Recorrido .....	1.300	4	35	150

Vamos a ir analizando cada una de las opciones. Para ello, en función de sus características, se obtendrá una puntuación asociada a cada criterio. Multiplicando por su peso y sumando todas, se obtendrá la puntuación total asociada a esa opción.

.../...

.../...

Para la **opción 1**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{3.500 - 2.700}{1.300} = 0,62$$

$$\text{Vida útil} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{12 - 10}{4} = 0,5$$

$$\text{Coste mantenimiento} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{300 - 280}{35} = 0,57$$

$$\text{Tasa de producción} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{1.000 - 1.000}{150} = 0$$

Puntuación total =  $0,16 \cdot 0,62 + 0,48 \cdot 0,5 + 0,12 \cdot 0,57 + 0,24 \cdot 0 = 0,4076$ , y redondeando a dos decimales:

Criterio	Peso	Opción 1	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,16	3.500 €	0,62
Vida útil .....	0,48	10 años	0,5
Coste mantenimiento anual	0,12	300 €	0,57
Producción/hora .....	0,24	1.000 uds.	0
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total .....</b>	<b>0,41</b>

Para la **opción 2**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{2.700 - 2.700}{1.300} = 0$$

$$\text{Vida útil} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{12 - 8}{4} = 1$$

.../...

.../...

$$\text{Coste mantenimiento} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{315 - 280}{35} = 1$$

$$\text{Tasa de producción} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{1.000 - 850}{150} = 1$$

$$\text{Puntuación total} = 0,16 \cdot 0 + 0,48 \cdot 1 + 0,12 \cdot 1 + 0,24 \cdot 1 = 0,84$$

Criterio	Peso	Opción 2	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,16	2.700 €	0
Vida útil .....	0,48	8 años	1
Coste mantenimiento anual	0,12	315 €	1
Producción/hora .....	0,24	850 uds.	1
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total .....</b>	<b>0,84</b>

Para la **opción 3**, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{3.100 - 2.700}{1.300} = 0,31$$

$$\text{Vida útil} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{12 - 12}{4} = 0$$

$$\text{Coste mantenimiento} = \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{280 - 280}{35} = 0$$

$$\text{Tasa de producción} = \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{1.000 - 950}{150} = 0,33$$

Puntuación total =  $0,16 \cdot 0,31 + 0,48 \cdot 0 + 0,12 \cdot 0 + 0,24 \cdot 0,33 = 0,1288$ , y redondeando a dos decimales:

.../...

.../...

Criterio	Peso	Opción 3	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,16	3.100 €	0,31
Vida útil .....	0,48	12 años	0
Coste mantenimiento anual	0,12	280 €	0
Producción/hora .....	0,24	950 uds.	0,33
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total .....</b>	<b>0,13</b>

Por último, para la opción 4, veamos cómo se obtiene cada una de las puntuaciones:

$$\begin{aligned} \text{Precio} &= \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{4.000 - 2.700}{1.300} = 1 \\ \text{Vida útil} &= \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{12 - 12}{4} = 0 \\ \text{Coste mantenimiento} &= \frac{\text{Valor opción} - \text{Mínimo}}{\text{Recorrido}} = \frac{305 - 280}{35} = 0,71 \\ \text{Tasa de producción} &= \frac{\text{Máximo} - \text{Valor opción}}{\text{Recorrido}} = \frac{1.000 - 975}{150} = 0,17 \end{aligned}$$

Puntuación total =  $0,16 \cdot 1 + 0,48 \cdot 0 + 0,12 \cdot 0,71 + 0,24 \cdot 0,17 = 0,286$ , y redondeando a dos decimales:

Criterio	Peso	Opción 4	
		Característica	Puntuación
Precio .....	0,16	4.000 €	1
Vida útil .....	0,48	12 años	0
Coste mantenimiento anual	0,12	305 €	0,71
Producción/hora .....	0,24	975 uds.	0,17
<b>Total .....</b>	<b>1</b>	<b>Total .....</b>	<b>0,29</b>

.../...

.../...

Resumiendo:

Opción	Puntuación
Opción 1 .....	0,41
Opción 2 .....	0,84
Opción 3 .....	0,13
Opción 4 .....	0,29

Por tanto, la mejor opción, que es la que tiene menor puntuación, corresponde a la opción 3.

### 3. MÉTODO ARROW-RAYNAUD

El método de Arrow-Raynaud se basa en comparar las distintas alternativas entre sí analizando en cuántas características es mejor una que otra:

- Por cada característica en que se es mejor que la otra opción se suma 1 punto.
- Por cada característica en que son iguales las dos opciones se suma 0,5 puntos.

Con todas estas puntuaciones se completa la matriz de comparación de opciones, que tendrá la siguiente forma:

	Opción 1	Opción 2	...	Opción n
Opción 1	–	$C_{12}$	...	$C_{1n}$
Opción 2	$C_{21}$	–	...	$C_{2n}$
...	...	...	–	...
Opción n	$C_{n1}$	$C_{n2}$	...	–



Donde  $C_{ij}$  indica en cuántas características es mejor la opción  $i$  que la opción  $j$ .

A esta matriz de comparación de opciones se le va a aplicar el criterio **minimax**. Se va a obtener el máximo por cada fila y se seleccionará el mínimo de esos máximos. Esta selección indica la opción que es descartada, por considerarse la peor. Si hay más de una opción con el minimax, se descartan todas ellas.

El siguiente paso será volver a realizar la matriz de comparación excluyendo la ya descartada. Y sobre ella se volverá a aplicar el criterio minimax. Esto se realiza hasta que solo quede una única opción, que será la elegida.

Veamos la aplicación de este criterio a los dos ejemplos anteriores, añadiendo algunas características más:

### EJEMPLO 3

Seguimos con el caso de una empresa que quiere renovar su flota de furgonetas, y para ello se han seleccionado tres opciones entre las que se puede elegir. Ahora, para cada opción, se especifica el precio unitario de cada furgoneta (€), la carga que puede transportar ( $m^3$ ), los kilómetros que debe recorrer la furgoneta entre dos mantenimientos, la garantía que tiene (años), el consumo medio ( $l/100$  km), las estrellas que tiene en el test Euro NCAP de Seguridad (\*) y el motor TDI (CV).

	Precio (€)	Carga ( $m^3$ )	Mto. (km)	Garantía (años)	Consumo medio ( $l/100$ km)	Seguridad (*)	Motor TDI (CV)
Opción 1	35.600	15	50.000	2	6,7	5	155
Opción 2	39.000	18	40.000	2	7,5	4	165
Opción 3	32.400	15	25.000	5	8	4	125

¿Cuál sería la mejor opción siguiendo el método de Arrow-Raynoud?

### **Solución**

Vamos a obtener la matriz de comparación de las distintas opciones. Si comparamos la opción 1 con la 2, poniendo con fondo de color la mejor opción:

.../...

.../...

	Precio (€)	Carga (m³)	Mto. (km)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Seguridad (*)	Motor TDI (CV)
Opción 1	35.600	15	50.000	2	6,7	5	155
Opción 2	39.000	18	40.000	2	7,5	4	165

La opción 1 es mejor que la 2 en 4 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{12} = 4 + 0,5 = 4,5$ .

La opción 2 es mejor que la 1 en 2 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{21} = 2 + 0,5 = 2,5$ .

Comparando la opción 1 con la 3, poniendo con fondo de color la mejor opción:

	Precio (€)	Carga (m³)	Mto. (km)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Seguridad (*)	Motor TDI (CV)
Opción 1	35.600	15	50.000	2	6,7	5	155
Opción 3	32.400	15	25.000	5	8	4	125

La opción 1 es mejor que la 3 en 4 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{13} = 4 + 0,5 = 4,5$ .

La opción 3 es mejor que la 1 en 2 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{31} = 2 + 0,5 = 2,5$ .

La última comparación entre la opción 2 y la 3:

	Precio (€)	Carga (m³)	Mto. (km)	Garantía (años)	Consumo medio (l/100 km)	Seguridad (*)	Motor TDI (CV)
Opción 2	39.000	18	40.000	2	7,5	4	165
Opción 3	32.400	15	25.000	5	8	4	125

La opción 2 es mejor que la 3 en 4 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{23} = 4 + 0,5 = 4,5$ .

La opción 3 es mejor que la 2 en 2 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto  $C_{32} = 2 + 0,5 = 2,5$ .

.../...

.../...

La matriz de comparación será entonces:

	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Opción 1	–	4,5	4,5
Opción 2	2,5	–	4,5
Opción 3	2,5	2,5	–

Como se sigue el criterio minimax, se va a elegir el mínimo de los máximos de las filas, que corresponde a la opción 3.

	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Máx
Opción 1	–	4,5	4,5	4,5
Opción 2	2,5	–	4,5	4,5
Opción 3	2,5	2,5	–	2,5

Esa opción será la peor de las tres, por lo que será la primera descartada. La matriz de comparación, quitando la opción descartada, quedará:

	Opción 1	Opción 2	Máx
Opción 1	–	4,5	4,5
Opción 2	2,5	–	2,5

Con el criterio minimax, ahora se descartará la opción 2.

Por tanto, el orden de preferencia de las opciones es el siguiente:

- Opción 1.
- Opción 2.
- Opción 3.



## CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- Decisiones bajo certidumbre.
- Matriz de comparación de opciones.
- Método de Arrow-Raynaud.
- Método ponderado normalizado.
- Métodos multicriterio.
- Minimax.
- Normalización de la característica o del criterio.
- Peso del criterio.



## ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de la siguiente actividad de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

### Enunciado

Volviendo a la empresa que necesita renovar su maquinaria industrial para un determinado tipo de máquina, se han detectado una serie de opciones. Para cada una de ellas se detalla su precio (€), su vida útil (años), su coste de mantenimiento anual (€), su porcentaje de productos defectuosos, los años de garantía, así como su tasa de producción (uds./h). También se especifica si la empresa vendedora realiza la instalación de la máquina y si da formación sobre la misma:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 1	3.500	10	300	99	3	Sí	Sí	1.000
Opción 2	2.700	8	315	95	2	No	No	850
Opción 3	3.100	12	280	98	2	Sí	No	950
Opción 4	4.000	12	305	99	5	Sí	Sí	975

¿Cuál sería la mejor opción siguiendo el método de Arrow-Raynoud?

## Solución

Vamos a ir comparando todas las opciones entre sí. Si se comparan las opciones 1 y 2:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 1	3.500	10	300	99	3	Sí	Sí	1.000
Opción 2	2.700	8	315	95	2	No	No	850

La opción 1 es mejor que la 2 en 7 criterios. Por tanto,  $C_{12} = 7$ .

La opción 2 es mejor que la 1 en 1 criterio. Por tanto,  $C_{21} = 1$ .

Si se comparan las opciones 1 y 3:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 1	3.500	10	300	99	3	Sí	Sí	1.000
Opción 3	3.100	12	280	98	2	Sí	No	950

La opción 1 es mejor que la 3 en 4 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto,  $C_{13} = 4 + 0,5 = 4,5$ .

La opción 3 es mejor que la 1 en 3 criterios, y ambas opciones empatan en 1 criterio. Por tanto,  $C_{31} = 3 + 0,5 = 3,5$ .

Si se comparan las opciones 1 y 4:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 1	3.500	10	300	99	3	Sí	Sí	1.000
Opción 4	4.000	12	305	99	5	Sí	Sí	975

La opción 1 es mejor que la 4 en 3 criterios, y ambas opciones empatan en 3 criterios. Por tanto,  $C_{14} = 3 + 3 \cdot 0,5 = 4,5$ .

La opción 4 es mejor que la 1 en 2 criterios, y ambas opciones empatan en 3 criterios. Por tanto,  $C_{41} = 2 + 3 \cdot 0,5 = 3,5$ .

Si se comparan las opciones 2 y 3:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 2	2.700	8	315	95	2	No	No	850
Opción 3	3.100	12	280	98	2	Sí	No	950

La opción 2 es mejor que la 3 en 1 criterio, y ambas opciones empatan en 2 criterios. Por tanto,  $C_{23} = 1 + 2 \cdot 0,5 = 2$ .

La opción 3 es mejor que la 2 en 5 criterios, y ambas opciones empatan en 2 criterios. Por tanto,  $C_{32} = 5 + 2 \cdot 0,5 = 6$ .

Si se comparan las opciones 2 y 4:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 2	2.700	8	315	95	2	No	No	850
Opción 4	4.000	12	305	99	5	Sí	Sí	975

La opción 2 es mejor que la 4 en 1 criterio. Por tanto,  $C_{24} = 1$ .

La opción 4 es mejor que la 2 en 7 criterios. Por tanto,  $C_{42} = 7$ .

Por último, si se comparan las opciones 3 y 4:

	Precio (€)	Vida útil (años)	Coste mto. anual (€)	% productos sin defectos	Garantía (años)	Instalación	Formación	Producción (uds./h)
Opción 3	3.100	12	280	98	2	Sí	No	950
Opción 4	4.000	12	305	99	5	Sí	Sí	975

La opción 3 es mejor que la 4 en 2 criterio, y ambas opciones empatan en 2 criterios. Por tanto,  $C_{34} = 2 + 2 \cdot 0,5 = 3$ .

La opción 4 es mejor que la 3 en 4 criterios, y ambas opciones empatan en 2 criterios. Por tanto,  $C_{43} = 4 + 2 \cdot 0,5 = 5$ .

La matriz de comparaciones de opciones quedaría:

	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Opción 1	–	7	4,5	4,5
Opción 2	1	–	2	1
Opción 3	3,5	6	–	3
Opción 4	3,5	7	5	–

Siguiendo el criterio minimax, la primera opción descartada es la 2:

	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4	Máx
Opción 1	–	7	4,5	4,5	7
Opción 2	1	–	2	1	2
Opción 3	3,5	6	–	3	6
Opción 4	3,5	7	5	–	7

La nueva matriz, eliminando esta opción, queda de la siguiente forma:

	Opción 1	Opción 3	Opción 4	Máx
Opción 1	–	4,5	4,5	4,5
Opción 3	3,5	–	3	3,5
Opción 4	3,5	5	–	5



La siguiente opción descartada es la 3. La matriz de comparaciones quedará:

	Opción 1	Opción 4	Máx
Opción 1	–	4,5	4,5
Opción 4	3,5	–	3,5

La última opción a descartar es la 4. Por tanto, el orden de preferencia de las opciones es el siguiente:

- Opción 1.
- Opción 4.
- Opción 3.
- Opción 2.



## EJERCICIOS VOLUNTARIOS

Tras el estudio de esta Unidad didáctica, el estudiante puede hacer, por su cuenta, una serie de ejercicios voluntarios, como los siguientes:

1. ¿En qué consiste el método ponderado normalizado?
2. ¿Cómo se realiza la normalización de la característica o del criterio?
3. ¿En qué consiste el método de Arrow-Raynaud?
4. ¿Cómo se obtiene la matriz de comparación de opciones?



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Básica

- CÓRDOBA, M.: *Metodología para la toma de decisiones*, Delta Publicaciones, Madrid, 2004.
- HILLIER, F. S. y LIEBERMAN, G. J.: *Introducción a la investigación de operaciones*, McGraw-Hill, 2010.
- ROMERO, C.: *Análisis de las decisiones multicriterio*, Madrid, Isdefe, 1996.
- TAHA, H. A.: *Investigación de operaciones*, México, Editorial Pearson, 2004.

### Avanzada

- BRONSON, R. y NAADIMUTHU, G.: *Schaum's outlines of theory and problems of operations research*, New York, McGraw-Hill, 1982.
- DIXIT, A. K. y NALEBUFF, B. J.: *El arte de la estrategia*, Antoni Bosch Editor, 2010.
- MUÑOZ, B. y RIVEROLA, J.: *Del buen pensar y mejor hacer*, México, Editorial McGraw-Hill, 2003.
- RÍOS-INSUA, S.; MATEOS, A.; BIELZA, M.<sup>a</sup> C. y JIMÉNEZ, A.: *Investigación operativa*, Centro de Estudios Ramón Areces, 1996.
- SERRA DE LA FIGUERA, D.: *Métodos cuantitativos para la toma de decisiones*, Gestión 2000, 2004.