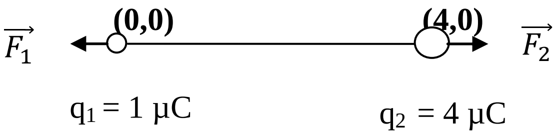
# EJERCICIOS RESUELTOS UNIDAD DIDÁCTICA 1

(Ejercicios correspondientes a los enunciados de los capítulos 1 y 2 del manual)

**E _1.2**

**a)**




Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 2{,}25 \cdot\ 10^{-3}\ N\ (fuerza\ repulsión)$$

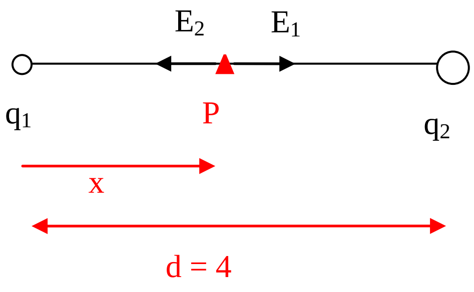
Siendo $\vec{F_1} = -2{,}25\ \cdot 10^{-3}\vec{\imath}$ N y $\vec{F_2} = 2{,}25 \cdot 10^{-3}\vec{\imath}$ N

En el punto en el que el campo eléctrico es nulo se debe cumplir:

$$\vec{E_P} = k\sum_{1}^{N}\frac{Q_i\ (\vec{r_P} - \vec{r_i})}{|\vec{r_P}\ -\ \vec{r_i}|^3} =\ k\sum_{1}^{N}\frac{Q_i}{d^2}\hat{r} = 0$$

Es decir,

$$k\frac{q_1}{{d_{1P}}^2}\widehat{r_{1P}} + k\frac{q_2}{{d_{2P}}^2}\widehat{r_{2P}}\ = 0$$




Situando el punto donde se anule el campo (P) en un punto del eje x cualquiera, determinando el campo eléctrico que crea cada carga en ese punto y sabiendo que el campo eléctrico resultante debe ser 0, tenemos:

$$k\frac{q_1}{x^2} =\ k\frac{q_2}{(d-x)^2}$$

Simplificando:

$$q_1(d-x)^2 - q_2x^2 = 0$$

Desarrollando la ecuación:

$$(q_1 - q_2)x^2 - 2dq_1x + q_1d^2 = 0$$

Aplicando los valores numéricos

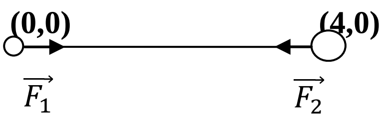
$-3 \cdot 10^{-6}x^2 - 8 \cdot 10^{-6}x + 16 \cdot 10^{-6} = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 3 \cdot 16}}{2 \cdot (-3)}$$

Donde x1 = 4/3 y x2 = -4.

Donde la solución válida es la primera teniendo en cuenta que el campo entre las fuerzas de repulsión se anulará en un punto que cumpla $0 \leq x \leq d$.

**b)**




$q_1 = 1\ \mu C$ $\qquad$ $q_2 = -4\ \mu C$

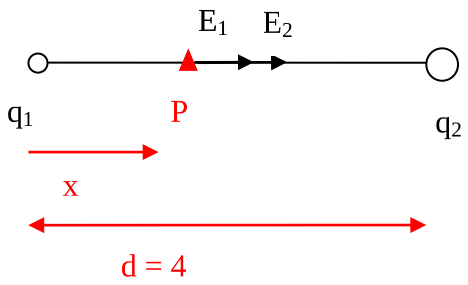
Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q_1q_2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{4^2} = -2{,}25 \cdot 10^{-3}\ N\ (fuerza\ atracción)$$

Siendo $\overrightarrow{F_1} = 2{,}25 \cdot 10^{-3}\vec{\imath}$ N y $\overrightarrow{F_2} = -2{,}25 \cdot 10^{-3}\vec{\imath}\ N$

En el punto en el que el campo eléctrico es nulo se debe cumplir:

$$k\frac{q_1}{{d_{1P}}^2}\widehat{r_{1P}} + k\frac{q_2}{{d_{2P}}^2}\widehat{r_{2P}} = 0$$




Procediendo igual que en el caso anterior y teniendo en cuenta la dirección del campo eléctrico creado en P por cada una de las cargas, para que se anule el campo eléctrico se debe cumplir la ecuación:

$$k\frac{q_1}{(x)^2} + k\frac{q_2}{(d-x)^2} = 0$$

Simplificando:

$$q_1(d-x)^2 + q_2x^2 = 0$$

Desarrollando la ecuación:

$$(q_2 + q_1)x^2 - 2dq_1x + q_1d^2 = 0$$

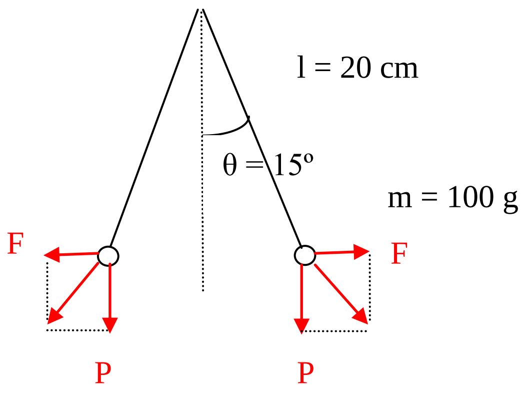
Aplicando los valores numéricos

$- 3\cdot 10^{-6}x^2 - 8 \cdot 10^{-6}x + 16 \cdot 10^{-6} = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 3 \cdot 16}}{2 \cdot (-3)}$$

Donde x1 = - 4 y x2 = 4/3, tomando como válida la primera solución ya que el campo entre fuerzas de atracción se anulará en el punto más alejado de las cargas.

**E _1.6**




Sobre cada esfera actúa la fuerza de repulsión electrostática entre cargas y el propio peso. En la condición de equilibrio se verifica:

$$\frac{F}{P} = \tan\theta$$

$$F = mg\tan\theta$$

Aplicando la ley de Coulomb

$$F = k\frac{q^2}{d^2}$$

Siendo d la distancia entre ambas esferas que se puede expresar en función de la longitud de la cuerda mediante la expresión:

$\operatorname{sen}\theta = \frac{d/2}{l}$ luego

$$F = k\frac{q^2}{(2l sen\theta)^2}$$

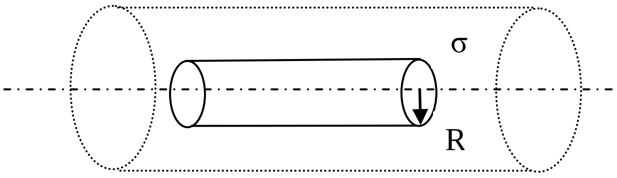
Igualando el valor de F:

$$mg\tan\theta = k\frac{q^2}{(2l sen\theta)^2}$$

$$q = 2lsen\theta\sqrt{\frac{mgtan\theta}{k}}$$

Particularizando para los valores del enunciado q = 5,59 $10^{-7}$ C

**E _1.9**




Aplicando el teorema de Gauss

$$\phi_C = \oint \vec{E} \circ d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Es decir, el flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta que se encuentra en su interior dividida por la permitividad del vacío.

CASO r < R

En este caso, como la carga se encuentra en la superficie del cilindro, $q_{int} = 0$, luego

$$\vec{E} = 0$$

CASO r > R

Tomamos una superficie cilíndrica de radio r > R. Por simetría, el valor del campo será el mismo para todos los puntos pertenecientes a la superficie lateral del cilindro de radio r, siendo su dirección perpendicular a dicha superficie lateral. Por otro lado, a través de las bases del cilindro de radio r, no hay flujo del campo ya que éste es perpendicular al vector superficie.

$$\phi_C = \oint \vec{E} \circ d\vec{A} = \oint E\, dA = E \int 2\pi r dl = \ E\, 2\pi r l$$

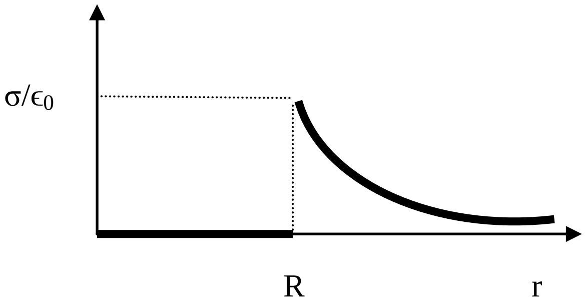
Por otro lado, la carga contenida en el cilindro de radio r será toda la carga repartida por la superficie del cilindro de radio R, por lo que:

$$q_{int} = \ \sigma 2\pi R l$$

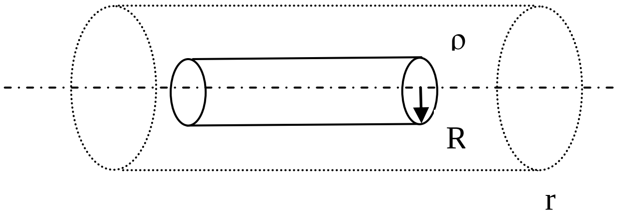
Luego el campo para r > R

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}$$

Representando el campo eléctrico en función de r:



**E _1.10**




En este caso, al ser el cilindro sólido con una distribución de carga ρ tenemos:

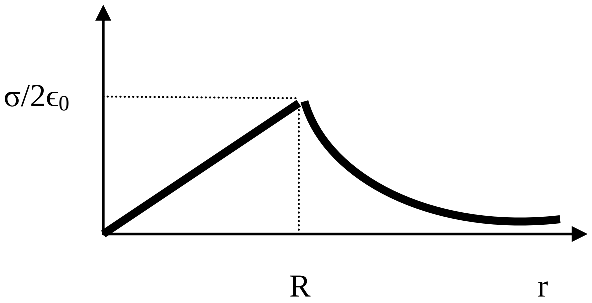
r < R

$$\left.\begin{array}{l}\phi_C = \dfrac{q_{int}}{\epsilon_0} = \dfrac{\rho\pi r^2 l}{\epsilon_0} \\ \\ \phi_C = E \cdot A = E \cdot 2\pi r l\end{array}\right\} \quad E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

r > R

$$\left.\begin{array}{l}\phi_C = \dfrac{q_{int}}{\epsilon_0} = \dfrac{\rho\pi R^2 l}{\epsilon_0} \\ \\ \phi_C = E \cdot A = E \cdot 2\pi r l\end{array}\right\} \quad E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$$

Representando el campo eléctrico en función de r:



**E _2.5**

La variación de la resistividad con la temperatura viene dada por la ecuación:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha(t - t_0)\right)$$

Si

$$\rho = 1{,}0875\rho_0$$

para un incremento de temperatura de 25 ºC, tenemos:

$$1{,}0875\rho_0 = \rho_0 \,(1 + 25\alpha)$$

Despejando

$$\alpha = 3{,}5 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$$

**E _2.8**

Aplicando la Ley de Joule, a partir de la potencia eléctrica consumida y de la tensión de la batería se puede determinar la corriente eléctrica necesaria para el funcionamiento del ordenador:

$P = I \cdot V \Rightarrow 72 = I \cdot 14{,}4 \Rightarrow I = \frac{72}{14{,}8} = 4{,}86\ A$

Conociendo la carga total que puede suministrar la batería obtenemos el tiempo que puede suministrar una intensidad de 4,86 A.

$\text{Capacidad} = 4{,}4\ Ah = I \cdot t \Rightarrow t = \frac{4{,}4}{4{,}86} = 0{,}905\ \text{horas} = 54\ \text{min}$

La energía total almacenada en la batería viene dada por la expresión

$W = P \cdot \Delta t = I \cdot V \cdot \Delta t = 4{,}86 \cdot 14{,}8 \cdot \frac{4{,}4}{4{,}86} = 65{,}12\ Wh$