UNIDAD DIDÁCTICA

4 CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

La unidad 4 tiene como objetivo que comprendas la física básica de los circuitos lineales en corriente continua y que sepas resolver este tipo de redes. En particular, al finalizar esta unidad habrás de:

- Comprender el concepto de «corriente eléctrica».
- Entender cómo funciona la conducción eléctrica en conductores.
- Saber qué componentes elementales se usan en circuitos lineales y la ley de Ohm.
- Entender el concepto de «potencia en corriente continua».
- Manejar las leyes de Kirchhoff para resolver circuitos de corriente continua.
- Saber usar el método generalizado de las mallas para resolver los circuitos de manera sistemática.
- Manejar teoremas de circuitos lineales: los equivalentes de Thévenin y de Norton y transformaciones estrella-triángulo, y viceversa.

1. INTRODUCCIÓN

Si hacemos un breve repaso de las tres unidades que ya hemos estudiado, electrostática, potencial electrostático y condensadores, podemos ver que llevamos un tiempo analizando el campo eléctrico en condiciones estáticas. Tanto la teoría como los problemas resueltos siempre asumen que se ha alcanzado un equilibrio electrostático y que, por tanto, las cargas están quietas y no se mueven cuando nos ponemos a analizar el problema.

Aunque la electrostática tiene muchas utilidades y nos permite, entre otras cosas, entender el comportamiento de los condensadores, en realidad, los usos habituales en ingeniería de la electricidad (y el magnetismo) ocurren cuando las cargas se mueven.

En esta unidad vamos a ver un concepto fundamental que está relacionado con las cargas en movimiento: la «corriente eléctrica».

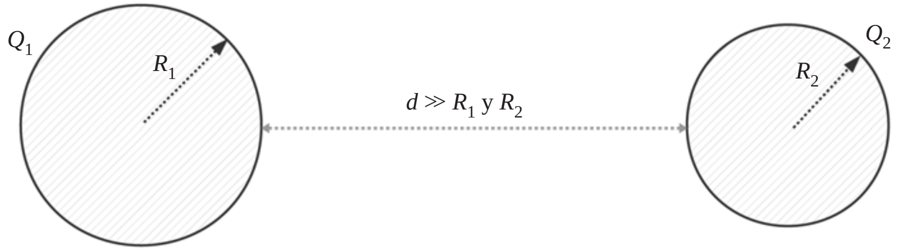
Pero el grueso de la unidad lo vamos a dedicar a explicar los circuitos lineales de parámetros concentrados y a desarrollar las herramientas necesarias para resolver este tipo de circuitos en corriente continua. Llegaremos a eso un poco más tarde.

Estoy seguro de que estás más o menos familiarizado con el concepto de «circuito eléctrico». Casi todos hemos destripado algún ordenador o electrodoméstico y hemos visto las placas electrónicas que hay en su interior. Un circuito eléctrico lineal es la primera aproximación que tenemos que tener a estas placas electrónicas antes de poder avanzar y estudiar sistemas más complejos.

2. CORRIENTE ELÉCTRICA

2.1. UN EXPERIMENTO DE (CASI) ELECTROSTÁTICA

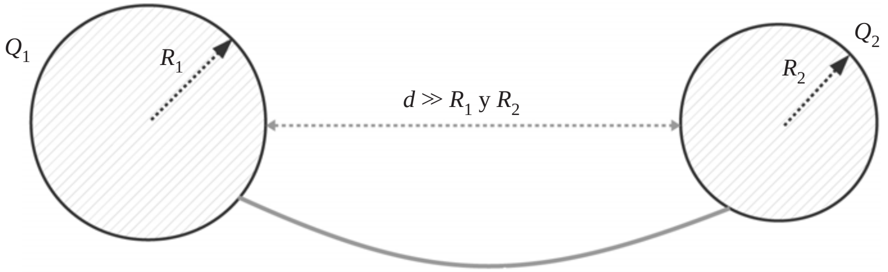
Antes de empezar a hablar de corriente eléctrica, recordaremos un pequeño problema que estudiamos en la unidad 2; un problema de electrostática. Imaginemos que tenemos dos esferas conductoras cargadas. Cada una de ellas tiene una carga distinta, como se ve en la figura, y además están muy separadas entre sí:



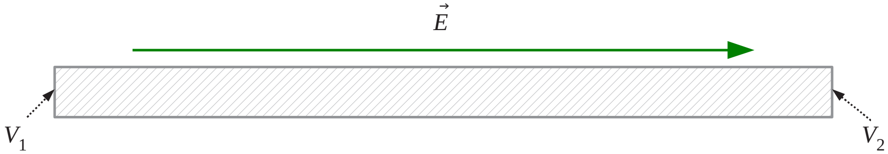
Podemos calcular el potencial eléctrico al que están cargadas cada una de ellas fácilmente:

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\,\epsilon_0\,R_1}\,[V] \qquad \text{y} \qquad V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\,\epsilon_0\,R_2}\,[V]$$

Ahora vamos a continuar con el experimento. Imagínate que, mediante un hilo conductor, unimos ambas esferas en un momento dado, como en la siguiente figura:



Pero, en lugar de ponernos a analizar qué es lo que ocurre una vez que llegamos al equilibrio electrostático, como hacíamos en la unidad 2, vamos a intentar comprender qué es lo que ocurre en el hilo conductor en el momento en el que lo conectamos a ambas esferas:



En la figura anterior tenemos una ampliación de lo que podría ser el hilo conductor que une ambas esferas justo en el momento de conectarlo. Como cada una de las esferas estaba a un potencial distinto, entre ambos extremos del hilo aparece una diferencia de potencial. Además, si hay una diferencia de potencial entre ambos extremos, significa que en el interior del hilo ha de aparecer un campo eléctrico, **al menos de forma temporal**. No importa ahora la forma del campo eléctrico, pero sabemos que, si hay diferencia de potencial, habrá un gradiente del potencial y, por tanto, un campo eléctrico. Dicho de otra forma:

$$\Delta V = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

¿Por qué decimos que el campo aparece «al menos de forma temporal»? Por dos motivos:

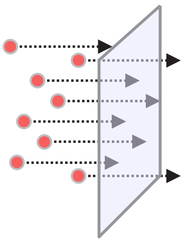
- Por un lado, sabemos que dentro de un metal en equilibrio electrostático el campo eléctrico es 0, y, por lo tanto, este campo eléctrico solo va a durar hasta que se alcance de nuevo el equilibrio.
- Por otro lado, puede permanecer un campo en el interior siempre y cuando seamos capaces de mantener el desequilibrio, es decir, una diferencia de potencial.

Continuemos con nuestro experimento: sabemos, por la primera unidad, que en un conductor existen infinidad de cargas, electrones, que pueden moverse por su interior de una forma más o menos libre. Dado que, al menos de forma temporal, existe un campo eléctrico en el interior del conductor, estos electrones van a empezar a moverse rápidamente en dirección contraria al campo eléctrico.

2.2. DEFINICIÓN DE «CORRIENTE ELÉCTRICA»

Y aunque aún no sabemos ni cuántos electrones ni cómo de rápido se van a mover, acabamos de definir el concepto de «corriente eléctrica».

La corriente eléctrica mide el movimiento de las cargas eléctricas. En realidad, de una manera más formal, la corriente eléctrica mide la cantidad de cargas que atraviesan una superficie en la unidad de tiempo. Por ejemplo, si te fijas en la siguiente figura, verás un montón de cargas (podrían ser electrones) que se mueven y atraviesan una superficie gris:



$$I = \frac{dq}{dt}$$

Definimos la **corriente eléctrica** como la cantidad de carga que atraviesa una superficie por unidad de tiempo.

La corriente eléctrica tiene magnitudes de culombios por segundo, que en el sistema internacional se llaman «amperios» (A). Una corriente de 1 A es cuando a través de una superficie pasa una carga de 1 C cada segundo.

$$[A] = \frac{[C]}{[s]}$$

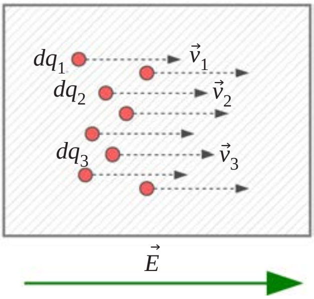
Es una magnitud escalar, y, aunque muchas veces se dibuje con una flecha, esta flecha solo nos indica hacia qué lado circula la corriente, pero no es un vector.

Por convenio histórico, la corriente eléctrica mide el paso de las cargas positivas. Como veremos, cuando se dibuja en un circuito, apunta en la dirección en la que se mueven estas cargas positivas. Es histórico porque cuando se definió el concepto de «corriente» aún no se sabía que casi siempre la corriente era portada por electrones. Por este motivo, la corriente va en el sentido contrario al que se mueven los electrones. La corriente eléctrica también se llama habitualmente «intensidad eléctrica» (I) y mide exactamente lo mismo. Al igual que la carga era la magnitud estrella en las unidades de electrostática, la corriente es una de las magnitudes estrella en el análisis de circuitos, y, en cierta forma, como veremos más adelante, en el análisis del campo magnético.

2.3. DENSIDAD DE CORRIENTE

Aunque entender el concepto de «corriente eléctrica» es más o menos sencillo, en realidad, la corriente eléctrica es un concepto que solo se puede usar cuando la corriente está confinada, recluida, en el interior de conductores. Sé que hemos dicho que para el análisis de circuitos la corriente eléctrica es una de las magnitudes básicas, pero es importante entender de dónde viene la corriente y, por lo tanto, el concepto de «densidad de corriente».

Volvamos a nuestro ejemplo anterior: acabamos de conectar nuestro hilo conductor a las dos esferas cargadas, cada una de ellas a un potencial diferente. Ya hemos visto que aparece, al menos de manera temporal, un campo eléctrico en el interior del hilo y que, a su vez, este campo arrastra a los electrones a toda velocidad en dirección contraria al campo. Me he tomado la libertad de dibujar este momento en la figura de la derecha.



Si observamos la figura, veremos que no he dibujado los electrones, sino los diferenciales de carga. Y es que un electrón es tan pequeño como para que en un diferencial de carga haya un número ingente de ellos. También he dibujado a los *dq* moviéndose según *E* y no al contrario, que es como se mueven los electrones. Lo he hecho simplemente por el convenio histórico de que la corriente es el sentido de movimiento de las cargas positivas. ¿Y qué más da? Si un pequeño millón de electrones se mueven hacia la izquierda en el papel, es como si un millón de pequeñas cargas positivas se moviesen hacia la derecha, ¿verdad?

Volvamos de nuevo a la figura. En este dibujo tenemos un montón de pequeños diferenciales de carga moviéndose hacia la derecha a una velocidad $\vec{v}$. Con este ejemplo podemos presentar un nuevo concepto: la densidad de corriente.

> Definimos la **densidad de corriente** como el vector o campo vectorial que nos indica, en cada punto, cuánta carga se mueve y en qué dirección lo hace:
>
> $$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$$

¡Atención! El vector $\vec{v}$ es la velocidad instantánea a la que se mueve la densidad de carga.

> **Importante.** A diferencia de la corriente, la densidad de corriente es una magnitud vectorial, ya que las cargas se mueven en un sentido y dirección.

En la mayor parte de los casos, la densidad de corriente es un valor medio del movimiento de las cargas, ya que, normalmente, las cargas se mueven en direcciones ligeramente distintas, aunque, en media, se mueven hacia un mismo lugar; algo así como:

$$\langle \vec{J} \rangle = \rho \, \langle \vec{v} \rangle$$

Donde $\langle \rangle$ indica valor medio de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{J}$.

La densidad de corriente J tiene unidades de culombio por metro cuadrado y por segundo, es decir, de amperios por metro cuadrado, ya que:

$$[J] = \frac{[C]}{[m^3]} \frac{[m]}{[s]} = \frac{[C]}{[m^2]\,[s]} = \frac{[A]}{[m^2]}$$

2.4. RELACIÓN ENTRE LA CORRIENTE Y LA DENSIDAD DE CORRIENTE

Si sabemos cómo es la densidad de corriente a través de un conductor, calcular la corriente a través de cualquier superficie solo requiere calcular el flujo del vector J a través de esa superficie.

En realidad, podríamos hacer un símil: imagina la densidad de corriente como el agua fluyendo en un río o en una tubería. En cada punto del fluido hay un valor de velocidad y hay una densidad de material. Si queremos calcular el caudal que atraviesa una superficie, solo tenemos que calcular el flujo de este campo a través de una superficie y así sabremos cuánta agua atraviesa la superficie.

Con este razonamiento, tenemos la relación que hay entre J e I (densidad de corriente y corriente):

$$I = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds}$$

Un caso particular y muy sencillo de calcular es el de un hilo conductor. Un hilo conductor es un pequeño cilindro metálico cuyo radio es muy pequeño. Por este motivo, podemos suponer que la densidad de corriente J es, en esencia, constante a lo largo de toda la sección del cilindro. La siguiente figura muestra un hilo conductor con la densidad de corriente (más o menos) dibujada en su interior y la superficie transversal del cilindro:

Al ser el módulo densidad de corriente constante a lo largo de toda la superficie y su dirección paralela al vector perpendicular a esa superficie, la integral para calcular la corriente se vuelve muy sencilla y queda así:

$$I = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds} = |\vec{J}|\, S$$

Donde *S* es el área de la sección transversal del cilindro.

2.5. LA DENSIDAD DE CORRIENTE SUPERFICIAL

Nos podríamos imaginar que, si existe la densidad de corriente *J* cuando las cargas son volumétricas (es decir, tenemos una distribución de carga en volumen), también van a poder existir las densidades de corriente cuando tengo una densidad de carga superficial.

En este caso, la corriente se suele denotar como:

$$\vec{J}_s \quad \text{o} \quad \vec{k}$$

Y si tenemos una densidad de corriente moviéndose con una velocidad, la densidad de corriente será:

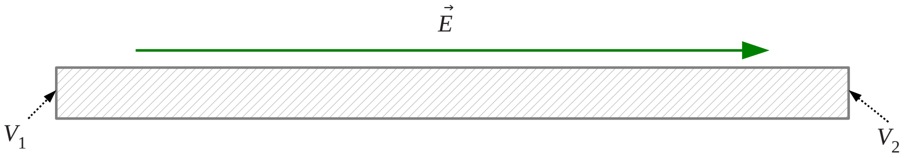
$$\vec{J}_s = \vec{k} = \rho_s \vec{v} = \sigma \vec{v}$$

Si queremos calcular la corriente que atraviesa una línea determinada en una superficie, hay que hacer una integral un poco especial, pero que no vamos a plantear aquí.

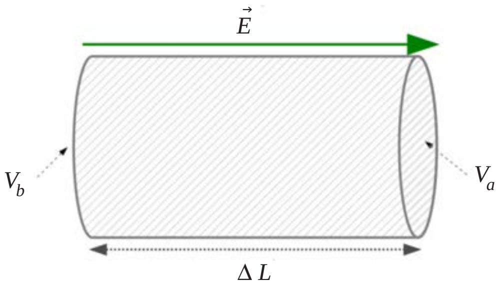
3. LEY DE OHM

3.1. MOVIMIENTO DE LAS CARGAS DENTRO DE UN CONDUCTOR: CONDUCCIÓN

Volvamos de nuevo a nuestro problema inicial con el que definimos el concepto de «corriente eléctrica»:



En este problema vimos que teníamos un conductor que, en un momento dado, era sometido a una diferencia de potencial entre sus extremos como la de la figura superior. Aquí debajo tenemos dibujado un pequeño tramo de este hilo conductor. Vamos a usarlo para hacernos una mejor idea de lo que pasa en su interior:



La longitud de este tramo de conductor es tan pequeña que podemos suponer que el campo eléctrico en su interior es constante a lo largo de todo el trozo. Puesto que sabemos la diferencia de potencial entre ambos extremos, podemos calcular el campo eléctrico en su interior de forma precisa. Así:

$$|\vec{E}| = \frac{V_b - V_a}{\Delta L} [V/m]$$

Las cargas en un conductor metálico (aunque este razonamiento no pierde generalidad si, en lugar de ser un metal, el conductor es de otro tipo) son básicamente los electrones libres que hay en su interior. ¿Qué le pasaba a una carga eléctrica en el interior de un campo? Pues que sentía una fuerza. Si la carga es un electrón, la fuerza será:

$$\vec{F}_e = q_e \vec{E}$$

Además de una carga q_e, los electrones también tienen una masa m_e. Uno podría pensar que, puesto que el electrón sufre una fuerza, sufrirá también una aceleración según la segunda ley de Newton. Así:

$$\vec{a}_e = \frac{\vec{V}_e}{m_e} = \frac{q_e \vec{E}}{m_e}$$

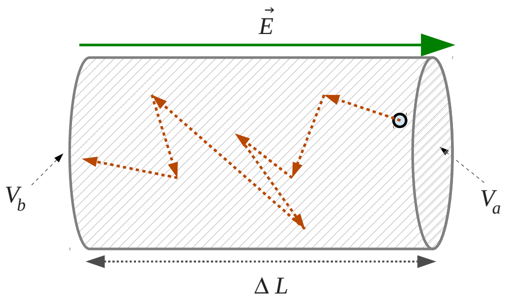
Si esto es cierto, entonces tenemos que los electrones son acelerados y, por tanto, su velocidad se va incrementando según:

$$\vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{a}_e t$$

Si esta conclusión fuese cierta, sería catastrófica. La corriente, como acabamos de discutir, es proporcional a la velocidad de la densidad de carga, y, si la carga se acelera, significa que la corriente aumenta con el tiempo; cada vez más corriente para un campo constante.

En realidad no ocurre así. La velocidad de los electrones y, por tanto, la corriente no aumentan con el tiempo. En realidad esto sería cierto si el electrón estuviera en el vacío, pero el electrón está metido en una estructura cristalina que es el metal, y esta estructura tiene átomos y otros electrones que no están libres, sino ligados a los átomos del metal.

Al principio, nuestro electrón empieza a moverse de forma acelerada, pero, antes de avanzar mucho, es repelido por algún otro electrón ligado o su dirección es modificada por algún átomo metálico. Algo parecido a esta figura:



De forma aproximada, el electrón, en lugar de seguir un movimiento rectilíneo acelerado, va zigzagueando, como puede, por el metal. Con cada choque pierde energía cinética y, en realidad, en lugar de ir acelerándose, se mantiene a una velocidad promedio constante y proporcional al campo eléctrico.

Por este motivo, podemos decir que, de forma microscópica, el electrón se mueve, en media, hacia delante a velocidad constante con una expresión similar a:

$$\langle \vec{v} \rangle = \mu_e \cdot \vec{E} \qquad \text{o simplemente} \qquad \vec{v} = \mu_e \cdot \vec{E}$$

A la constante μ_e se la llama «movilidad electrónica» y mide la velocidad media a la que se mueven los electrones dentro de un metal determinado cuando el metal es sometido a un campo eléctrico. Esta ecuación nos resume lo siguiente: en el interior de un conductor, la carga eléctrica, los electrones, en general, se mueven con una velocidad media constante y proporcional a la intensidad del campo eléctrico.

3.2. DEDUCCIÓN DE LA LEY DE OHM

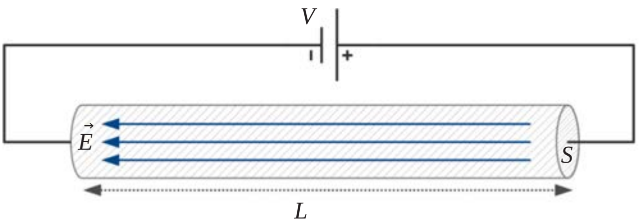
Acabamos de descubrir cómo se mueve la carga en el interior del conductor sometido a un campo eléctrico. Cuando definimos la densidad de corriente, dijimos que la podíamos escribir en términos de la densidad de carga y la velocidad de la misma así:

$$|\vec{J}| = \rho\, |\vec{v}|$$

Si juntamos esta expresión con la del movimiento de la carga en el conductor, podemos escribir la densidad de corriente, en módulo, como:

$$|\vec{J}| = |\rho_e|\; \mu_e\, |\vec{E}|$$

Supongamos que tenemos un conductor de sección constante S y de longitud L, como en esta figura:



Si sometemos al conductor a una diferencia de potencial *V* entre sus extremos, de forma más o menos razonable podemos deducir que el módulo del campo en el interior del conductor será:

$$|\vec{E}| = \frac{V}{L}$$

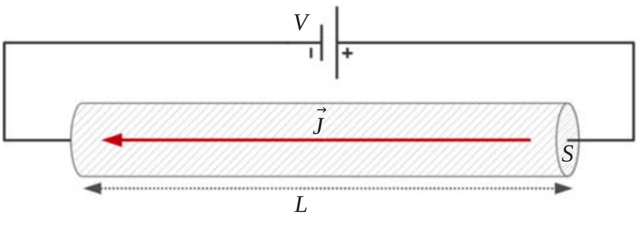
Y, con este campo, nos vamos a encontrar un montón de electrones moviéndose en dirección contraria al campo eléctrico con una velocidad media:

$$|\vec{v}| = \mu_e \frac{V}{L}$$

Lo que nos genera una densidad de corriente en el sentido contrario del movimiento de los electrones que, expresada en módulo, vale:

$$|\vec{J}| = |\rho_e| \; \mu_e \, |\vec{E}| = |\rho_e| \; \mu_e \frac{V}{L}$$

¿Por qué la corriente sigue el sentido contrario al movimiento de los electrones? Hay que recordar una cosa: la corriente, por convenio, sigue el sentido del movimiento de las cargas positivas. Como los electrones son cargas negativas, si los electrones se mueven hacia la derecha, la corriente se mueve hacia la izquierda, como en este dibujo:



Ahora ya estamos en disposición de calcular la corriente total, la intensidad de corriente, que circula por el conductor. La sección del hilo tiene valor *S* y es constante. La densidad de corriente se mueve perpendicular a la sección del hilo. Por tanto, la corriente total, que es el flujo de la densidad de corriente, se puede calcular así:

$$I = J \cdot S$$

Si sustituimos por el valor que calculamos antes de la densidad de corriente, tendremos:

$$I = |\rho_e| \; \mu_e \frac{S}{L} V$$

Por el momento vamos a llamar resistencia al valor:

$$R = \frac{L}{|\rho_e| \; \mu_e \, S}$$

Acabamos de deducir, pasito a pasito, la ley de Ohm, que dice así:

> La intensidad que atraviesa un conductor es proporcional a la diferencia de potencial entre sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia eléctrica.

Expresado matemáticamente:

$$I = \frac{V}{R}$$

También podemos leer la ley de Ohm de otra manera:

> En un conductor por el que circula una corriente *I* aparece una diferencia de potencial entre sus extremos proporcional a la corriente eléctrica y a la resistencia del conductor.

Matemáticamente: $V = I \cdot R$.

3.3. RESISTENCIA Y RESISTIVIDAD DE UN CONDUCTOR

Acabamos de decir que la corriente y la diferencia de potencial en un conductor están relacionados por medio de un valor llamado «resistencia»:

$$V = R \cdot I$$

Y que la resistencia es:

$$R = \frac{L}{|\rho_e|\, \mu_e\, S}$$

Este valor, el valor de la resistencia, depende de tres factores:

- **Longitud del conductor.** Cuanto más largo es el hilo conductor, más resistencia presenta.
- **Sección del conductor.** Cuanto más sección tiene un hilo conductor, menos resistencia presenta.
- **Resistividad.** Es un valor que depende de cada material conductor.

$$\rho_m = \frac{1}{|\rho_e|\, \mu_e}$$

Nota. Te recuerdo que ρ_e es la densidad de carga de la nube electrónica. Es una pena que tenga el mismo símbolo que la resistividad.

Según estos parámetros, podemos escribir la resistencia de un conductor así:

$$R = \rho_m \frac{L}{S}$$

La resistencia tiene unidades de voltios entre amperios (V/A) y se mide en ohmios (ohm, Ω). Una resistencia de 1 Ω es aquella que, cuando es puesta a 1 V de diferencia de potencial, circula 1 A a través de ella. Por tanto, la resistividad se mide en:

$$\left[\frac{\Omega \cdot m^2}{m}\right] = [\Omega \cdot m]$$

Para que tengas una idea, la siguiente tabla muestra la resistividad de algunos materiales conductores habituales medida a 20 ºC.

Material	Resistividad (medida a 20 °C)	Material	Resistividad (medida a 20 °C)
Plata	$1.59 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$	Hierro	$9.71 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$
Cobre	$1.71 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$	Grafito	$60 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$
Oro	$2.35 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$		

3.3.1. Variación de la resistencia con la temperatura

La resistividad, en realidad, depende de la temperatura del material. Si lo pensamos bien, es lógico: cuanto mayor es la temperatura de un material, mayor es la vibración microscópica de su red cristalina. Y, si la red vibra mucho, significa que los átomos y electrones internos están más agitados y, por tanto, es más fácil que nuestros electrones en movimiento choquen con la red. Y, si chocan más, van más despacio, y la corriente es menor y la resistencia mayor. En general, la resistividad de un material es una función compleja de la temperatura que podemos representar así:

$$\rho_m = f(T)$$

Como siempre que tenemos una función compleja, podemos hacer un desarrollo en serie de potencias (desarrollo de Taylor) alrededor de un punto de temperatura:

$$\rho_m = f(T) = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0) + \alpha_2(T - T_0)^2 + \ldots)$$

Realmente, los coeficientes de los términos de orden superior al primer orden son muy pequeños. Por lo tanto, una recta es una buena aproximación a la variación de la resistividad en función de la temperatura:

$$\rho = f(T) \simeq \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

Por supuesto, el coeficiente α depende del material. Para los conductores habituales está en el entorno de $4 \cdot 10^{-3}$ ºC^{-1}, lo que significa que la resistividad varía alrededor de un 4‰ cada grado centígrado, o un 4% cada 10 grados centígrados.

3.4. MATERIALES LINEALES Y MATERIALES NO LINEALES

Toda la deducción que hemos hecho, y que hemos dicho que era válida para materiales conductores, nos ha llevado a la expresión matemática de la ley de Ohm, que es así:

$$V = R \cdot I$$

Es decir, existe una relación lineal entre la corriente y la tensión.

En realidad, la mayor parte de los materiales metálicos se comportan así, y, por tanto, se dice que son materiales lineales (hablando, por supuesto, de su comportamiento eléctrico). Así, nos encontraremos con metales que son excelentes conductores, como la plata, y con metales que son malos conductores, como el acero inoxidable. Pero, en todo caso, existe una relación de proporcionalidad, una relación lineal entre corriente y tensión. Por otra parte, hay otro tipo de materiales, como los semiconductores, que veremos más adelante, que no siguen una relación lineal entre la corriente que los atraviesa y la diferencia de potencial o tensión eléctrica en sus extremos.

4. LEY DE JOULE: POTENCIA DISIPADA EN UN CONDUCTOR

4.1. LA EXPERIENCIA DE JOULE

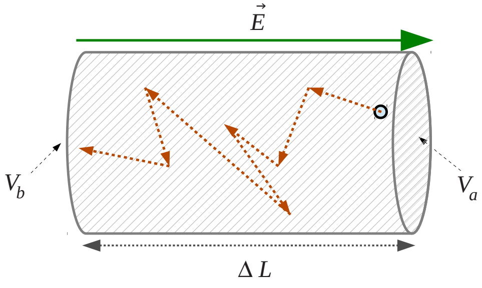
Joule se dedicó mucho tiempo a experimentar con la energía eléctrica. En particular, se dedicó a medir la energía que se disipaba en diferentes tipos de conductores eléctricos en función de su resistencia y de la corriente que los atravesaba. Una de sus conclusiones fue la que llamamos «ley de Joule», y que dice así:

> La energía que se disipa cada segundo en un metal, la potencia disipada, es proporcional a la resistencia y al cuadrado de la intensidad.

Matemáticamente: $P_R = R \cdot I^2\ [W]$.

4.2. EL CONDUCTOR SE CALIENTA

¿Por qué ocurre esto? ¿Qué fenómeno físico hace que, al atravesar una corriente un metal, este disipe energía? Volvamos al experimento en el que calculamos la ley de Ohm. Aquí está de nuevo el dibujo de aquel experimento mental:



Al fijarnos en la figura recordamos que los electrones en el interior del metal, al ser sometidos a la diferencia de potencial *V*, y, por tanto, al campo eléctrico *E* que aparece, empiezan a acelerarse. En cuanto cogen velocidad, enseguida chocan con un átomo o electrón del metal y pierden parte de su velocidad, para después volver a comenzar el proceso. Cada vez que los electrones se frenan al chocar con la red, pierden su energía cinética y se la ceden a la red cristalina.

La única forma que tiene la red de deshacerse de esta energía que le ceden las cargas es poniéndose a vibrar, ya que la red está sólidamente fija. Un incremento de vibración microscópica en la red es lo mismo que decir que sube la temperatura del conductor.

Por lo tanto, cuando hacemos circular una corriente por un metal, este se calienta, disipando, liberando una cantidad de energía, convirtiendo la energía eléctrica en energía térmica.

4.3. DEDUCCIÓN DE LA LEY DE JOULE

En particular sabemos que una carga *q* que va de un potencial *A* a un potencial *B* gana o pierde una energía electrostática que es:

$$\Delta U = q \cdot \Delta V$$

O escrito de otra manera:

$$U = q \cdot V$$

Ahora, podemos tomar derivadas con respecto al tiempo en ambas partes de la igualdad:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot V = I \cdot V$$

Como la derivada de la energía con respecto al tiempo es la potencia, tenemos que:

$$P = I \cdot V$$

Es decir, la potencia disipada por una corriente que se mueve entre una diferencia de potencial es igual al producto del valor de la corriente por la tensión (o diferencia de potencial).

Al analizar esta corriente en un conductor, se cumple la ley de Ohm; por tanto:

$$V = R \cdot I$$

Si sustituimos en la expresión de la potencia, tendremos:

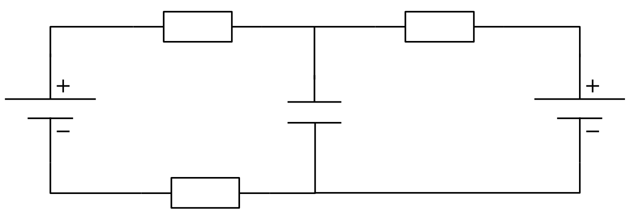
$$P = R \cdot I^2 \qquad \text{o} \qquad P = \frac{V^2}{R}$$

Y esta es la expresión de la ley de Joule.

En realidad todos estamos muy familiarizados con la ley de Joule de una u otra forma. Estoy seguro de que alguna vez habrás visto una placa vitrocerámica al rojo cuando se calienta su resistencia o que habrás utilizado un secador que calienta el aire usando el mismo principio físico.

5. CIRCUITOS ELÉCTRICOS Y COMPONENTES DE LOS CIRCUITOS

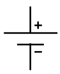
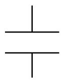
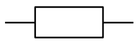
¿Sabrías interpretar la siguiente figura?:



Estoy seguro de que identificas alguno de los elementos, como, por ejemplo, el condensador que hay en el medio o las fuentes de tensión que hay a ambos extremos.

La figura que hemos dibujado anteriormente es un circuito eléctrico. En realidad, es un esquema de un circuito eléctrico, aunque, en general, hablamos de ambas cosas como si fueran lo mismo. En particular es un esquema de un circuito eléctrico lineal de parámetros concentrados. Posteriormente hablaremos más sobre esto.

En el circuito eléctrico que acabamos de dibujar, podemos identificar cuatro tipos de elementos diferentes:

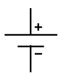
Fuentes de tensión	Condensadores	Resistencias	Cables o hilos conductores
			

En realidad, como veremos más adelante, en un circuito, además de estos elementos, nos podemos encontrar con otros más. Por el momento, vamos a ver más en detalle estos elementos.

5.1. COMPONENTES DE LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

5.1.1. Fuentes de tensión

Dibujadas normalmente así:



> Las **fuentes de tensión** continua son unos dispositivos que mantienen entre sus bornes, entre sus conectores, una diferencia de potencial constante en el tiempo (o al menos a muy largo plazo).

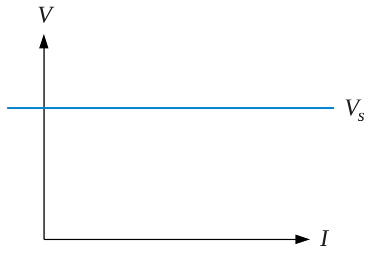
También se las llama «baterías», y todo el mundo las conoce o al menos alguna vez ha usado alguna: las pilas normales, las alcalinas, las baterías de los móviles o las del coche son fuentes de tensión más o menos buenas.

En realidad, son un elemento ideal, ya que la tensión que mantienen en los bornes no depende de la corriente que las atraviesa; por ello:

$$V = V_s$$

5.1.1.1. *Relación tensión/corriente (I-V) de una fuente de tensión*

Esta expresión no es una función de la corriente y, por tanto, su gráfica de *I-V* será:



A una fuente de tensión también se la suele llamar en la literatura clásica «fuerza electromotriz» (*f. e. m.*), pero es un término que particularmente no me gusta y que está en desuso en la industria.

5.1.1.2. *Potencia en una fuente de tensión*

Las fuentes de tensión son generadores de potencia de un circuito, aunque también pueden disipar potencia. Como te habrás imaginado, si una batería es una fuente de tensión, al descargarse, va aportando energía que se consume en otras partes del circuito, que, como veremos, será en las resistencias.

La potencia que entrega una fuente de tensión es:

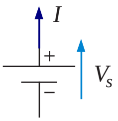
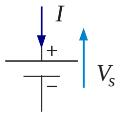
$$P_s = I \cdot V_s$$

I es la corriente que la atraviesa, y V_s, la tensión de la fuente.

Si tensión y corriente van en el mismo sentido, entonces la fuente genera potencia. Si la corriente va al contrario de la tensión de la fuente, la propia fuente está disipando potencia, y, por convenio, la potencia disipada por una fuente es:

$$P_s = -I \cdot V_s$$

Fíjate en las siguientes figuras:

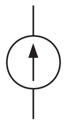
Generando potencia	Disipando o consumiendo potencia
 $P_s = I \cdot V_s$	 $P_s = -\,I \cdot V_s$

Una fuente genera potencia, entrega potencia al circuito, cuando su tensión y la corriente que sale de ella van en el mismo sentido. Cuando van en sentido contrario, como en el dibujo de la derecha, la fuente, en lugar de generar potencia en el circuito, la consume. Salvo en casos muy particulares, en la realidad, las fuentes se colocan en los circuitos solo para generar potencia. ¿Cuáles son esos casos en los que las fuentes se ponen en un circuito para disipar o absorber energía en lugar de generarla? Casi siempre será en los problemas teóricos, la mayor parte de las veces. También, cuando la fuente es recargable, como una batería de móvil, o cuando puede actuar como motor eléctrico o como generador.

Finalmente, ¿de qué depende que la corriente en una fuente de tensión vaya en el mismo sentido o en el sentido contrario que la tensión que genera la propia fuente? Depende del resto del circuito. Más adelante veremos cómo resolver un circuito, pero, para que te hagas una idea, va a depender de si hay más fuentes en el circuito o de cómo estén colocados otros componentes.

5.1.2. Fuentes de corriente

Dibujadas normalmente así:

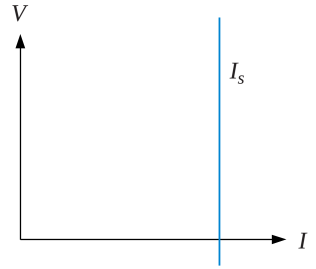


> Las **fuentes de corriente** continua son unos dispositivos que, de manera un poco misteriosa de momento, fuerzan a su través una corriente constante en el tiempo (o al menos a muy largo plazo).

Son dispositivos ideales y no se pueden construir en realidad. No estamos muy familiarizados con ellas, pero se usan mucho a la hora de modelar dispositivos reales.

5.1.2.1. Relación tensión/corriente (I-V) de una fuente de corriente

Como decíamos, la corriente que la atraviesa no depende de la tensión que haya entre sus bornes, y, por tanto, $I = I_0$ no es una función de la tensión, y su gráfica de *I-V* será:



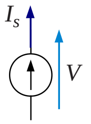
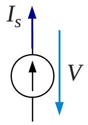
5.1.2.2. Potencia en una fuente de tensión

Al igual que las fuentes de tensión (o pilas o baterías), **las fuentes de corriente son generadores de potencia de un circuito eléctrico**. De la misma manera que vimos antes, una fuente de corriente genera una potencia que es igual al producto de la corriente que genera y la tensión que aparece entre sus extremos. Así:

$$P_s = V \cdot I_s$$

Si la corriente y la tensión van en el mismo sentido, como en las fuentes de tensión, la fuente de corriente genera potencia. Si van en sentido contrario, la absorbe o disipa.

Fíjate en las siguientes figuras:

Generando potencia	Disipando o consumiendo potencia
 $P_s = V \cdot I_s$	 $P_s = -V \cdot I_s$

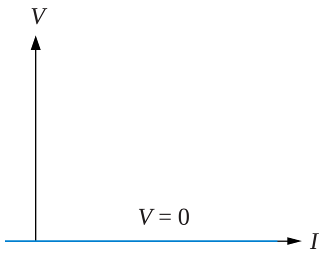
5.1.3. Cables o hilos conductores (o pistas eléctricas o conexiones)

Dibujados normalmente así:

Los **cables** o **hilos conductores** se usan, en un esquema de un circuito, para interconectar otros componentes, como fuentes o resistencias. Son una idealización de un conductor, ya que asumimos que no tienen resistencia ($R = 0$).

5.1.3.1. Relación tensión/corriente (I-V) de un hilo de un circuito

En ellos, la diferencia de potencial siempre será 0. No importa cuánta corriente los atraviese. Por tanto, su gráfica *I-V* será:



¡Atención! De nuevo, es una idealización. En la realidad, los cables conductores, por muy buenos que sean, ya sabemos que tienen una mínima resistividad y, por tanto, una resistencia diferente de 0. Pero, como veremos en el siguiente apartado, podemos suponerla despreciable.

5.1.3.2. Potencia en un hilo de interconexión

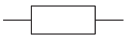
¿Qué pasa con la potencia en estos componentes? Puesto que estamos asumiendo que su resistencia es 0 y, por lo tanto, la tensión V en ellos también lo es, la potencia será:

$$P = I \cdot V = R \cdot I^2 = 0 \ [W]$$

Es decir, no disipan (ni generan) ninguna potencia.

5.1.4. Resistencias

Dibujadas normalmente así:

 o a veces 

> Una **resistencia** es un componente diseñado, como diseñamos los condensadores, para tener, como su propio nombre indica, un valor de resistencia controlado.

Resistencia

En la imagen podemos ver una resistencia, ya un poco antigua. Como ves, esta resistencia tiene un cuerpo central donde hay un material de una resistividad elevada, de tal forma que tiene un valor *R* conocido y, en general, elevado. Los dos bornes metálicos a los extremos de la resistencia son dos pequeños conductores que sirven para conectar la resistencia a otros elementos del circuito o a otros cables. Podemos suponer que la resistencia de los bornes es muy inferior y, por tanto, despreciable, como en el caso de los componentes que vimos antes, los cables.

Fuente: Oomlout, Creative Commons-Share Alike. Disponible en https://commons.wikimedia.org/wiki/File:1.5_ohm_5%25_axial_resistor.jpg.

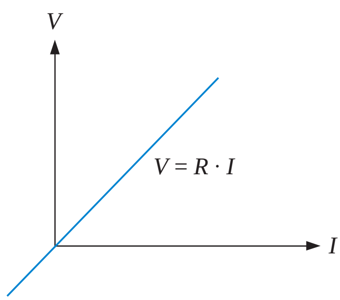
Es decir, suponemos que son pequeños componentes eléctricos que se fabrican de tal forma que tengan una *R* conocida.

5.1.4.1. *Relación tensión/corriente (I-V) de una resistencia*

Ya sabemos que la expresión que relaciona la tensión y la corriente en la resistencia nos viene dada por la ley de Ohm, y es:

$$V = I \cdot R$$

Por tanto, la tensión es una función de la corriente (o viceversa) y la gráfica *I-V* será la siguiente:



En muchas ocasiones es interesante usar el inverso de la resistencia, al que se le da el nombre de «conductancia», y que matemáticamente es:

$$G = \frac{1}{R}$$

Sus unidades son de amperios por voltio, también llamados «siemens», «Ω^{-1}» o «mho».

5.1.4.2. Potencia en una resistencia

Bombilla incandescente

Ya conocemos cuál es la potencia que se disipa en una resistencia, y es que las resistencias siguen la ley de Joule. Por tanto, la potencia que disipa una resistencia es:

$$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \; [W]$$

Conocemos un tipo de resistencia diseñada para disipar potencia de una forma muy particular: la bombilla incandescente. La bombilla es una resistencia un poco particular, ya que está diseñada de tal forma que una gran parte de la potencia que se disipa por la ley de Joule se usa para calentar un filamento de tungsteno a una muy alta temperatura. Al estar a tan alta temperatura, el tungsteno se pone a brillar emitiendo luz y mucho calor. Si una bombilla está diseñada para trabajar a 24 V y es de 10 W, ¿cuál es su resistencia? ¿Qué corriente la atraviesa?:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow 10 = \frac{24^2}{R} \rightarrow R = 57.6\ \Omega \qquad I = \frac{V}{R} \rightarrow \frac{24}{57.6} \simeq 0.417\ [A]$$

5.1.5. Otros componentes

En realidad también los condensadores (y las bobinas que veremos más adelante) son componentes diseñados para ser usados en circuitos. Ahora mismo, cuando la corriente es continua, es decir, cuando la tensión y la corriente del circuito no varían con el tiempo, no son de gran interés.

¿Por qué es así? Pues veamos. ¿Recuerdas qué había en el interior de un condensador? Vacío o un dieléctrico, es decir, un aislante. Por tanto, a través del condensador no puede pasar la corriente continua. Como recordamos, el condensador se rige según la expresión:

$$Q = C \cdot V$$

Ya que la corriente la definimos como:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

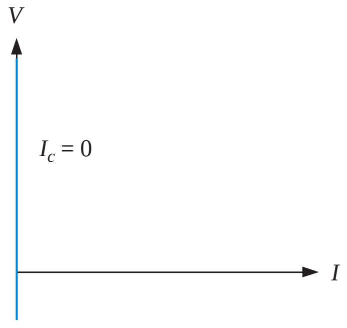
Si derivamos a ambos lados de la ley del condensador, tendremos:

$$I = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$$

Como acabamos de decir, *V* es constante, ya que estamos en circuitos de corriente continua. Y la derivada de una constante es 0, o lo que es lo mismo:

$$I = C \cdot \frac{dV}{dt} = 0$$

Un condensador, como acabamos de ver, en continua, no permite que pase corriente a través de él y, por tanto, es equivalente a desconectarlo del circuito. Su gráfica *I*-*V* en continua es:

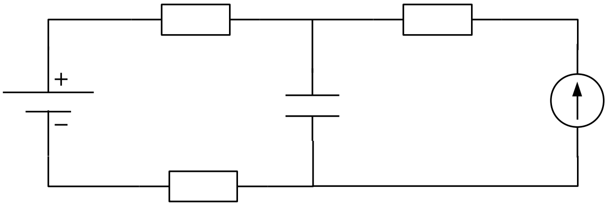


En la siguiente unidad veremos otros componentes, las bobinas, que tienen un comportamiento dual.

Sumario

5.2. CIRCUITO ELÉCTRICO DE PARÁMETROS CONCENTRADOS

Un circuito eléctrico de parámetros concentrados no es más que un conjunto de estos componentes conectados entre ellos, como en esta figura:



¿Por qué decimos de «parámetros concentrados»? Simplemente porque asumimos que las fuentes y las resistencias están localizadas en componentes individuales y porque no están distribuidas a lo largo de cables u otros elementos y, por lo tanto, no varían con la posición en el circuito.

6. POTENCIA EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS EN CORRIENTE CONTINUA

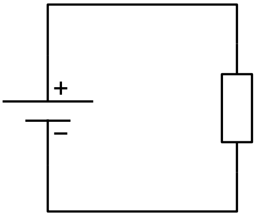
En el apartado anterior acabamos de ver cómo la potencia de un circuito la generan las fuentes (de corriente o tensión) y cómo las resistencias son las que, en general, disipan la potencia generada. Por otra parte, sabemos que la potencia no es más que la energía generada en una unidad de tiempo y que, además, la energía se conserva, es decir, la energía generada ha de ser igual a la energía consumida. Podemos, por tanto, escribir la ecuación de conservación de energía en circuitos eléctricos de la siguiente forma:

$$\Sigma\, P_s^i = \Sigma\, R_i \cdot I_i^2$$

Esta expresión se puede leer así:

> La suma de la potencia generada (o disipada) por todas las fuentes del circuito (de tensión o corriente) es igual a la potencia disipada por todas las resistencias del circuito.

Si lo pensamos bien, tiene mucho sentido. Imaginemos un circuito muy sencillo, compuesto por una pila y una bombilla (que ya sabemos que es una resistencia). Este es el tipo de circuitos que ya podemos resolver con las herramientas que tenemos:

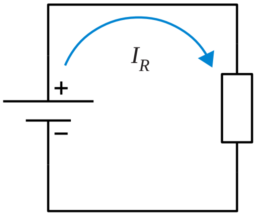


$V_s = 10\ V$
$R = 5\ \Omega$

¿Cuál es la corriente que circula por la resistencia? Sabemos la tensión V a la que está sometida, que son 10 V, y, por eso, aplicando la ley de Ohm, tenemos que:

$$I_R = \frac{10}{5} = 2\ A$$

Vamos a calcular la potencia que genera la fuente y la que consume la resistencia:



Si nos fijamos en la figura, la corriente que atraviesa la resistencia es la misma que sale de la fuente, y, por tanto, podemos calcular ambos valores:

$$P_s = V_s \cdot I = 10 \cdot 2 = 20\ w \qquad \text{y} \qquad P_R = R \cdot I^2 = 5 \cdot 2^2 = 20\ w$$

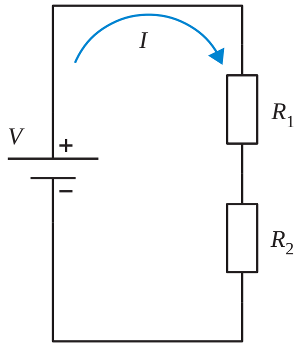
Como era de esperar, la potencia generada por la fuente es la misma que la que se consume en la bombilla, y es que, si la fuente generase más potencia, ¿quién la estaría consumiendo? O si la resistencia estuviera consumiendo más potencia, ¿quién la estaría generando?

7. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

Al igual que en la unidad anterior vimos cómo se podían asociar condensadores y calcular un condensador equivalente, también es posible calcular la resistencia equivalente que tiene una asociación de resistencias. De nuevo, existen dos asociaciones de resistencias simples que podremos generalizar: la asociación en serie y en paralelo.

7.1. ASOCIACIÓN DE DOS RESISTENCIAS EN SERIE

En el siguiente circuito elemental hemos asociado dos resistencias en serie:



> Dos resistencias están en serie si una está conectada con la siguiente por uno de sus bornes y a nada más.

En esta asociación, la corriente I que va a circular por ambas resistencias es la misma. Si aplicamos la ley de Ohm a ambas resistencias, tenemos que:

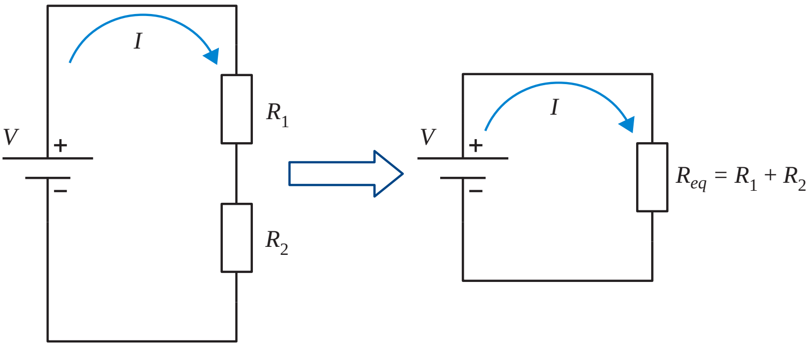
$$V_{R_1} = I \cdot V_{R_1} \qquad \text{y} \qquad V_{R_2} = I \cdot V_{R_2}$$

Como la tensión total es la de la fuente, tenemos, por otra parte, que:

$$V = V_{R_1} + V_{R_2} = I \cdot (R_1 + R_2)$$

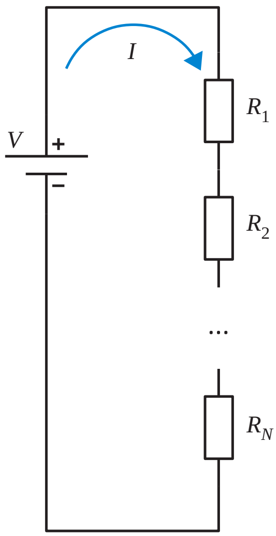
Si nos fijamos en esta expresión, nos damos cuenta de que es como la ley de Ohm, en la que la resistencia equivalente R_{eq} es la suma de las dos resistencias; por tanto:

$$V = I \cdot R_{eq} \qquad \text{con} \qquad R_{eq} = R_1 + R_2$$



7.2. ASOCIACIÓN DE *N* RESISTENCIAS EN SERIE

En lugar de tener tan solo dos resistencias asociadas en serie, podemos tener N resistencias, una detrás de otra, asociadas en serie. Así:

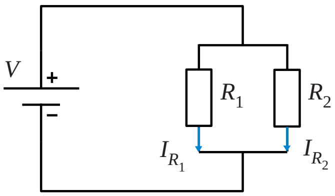


En este caso, puesto que la corriente que las atraviesa a todas es la misma, podemos generalizar el razonamiento que seguimos en el apartado anterior y calcular el valor de la resistencia equivalente a las N resistencias:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

7.3. ASOCIACIÓN DE DOS RESISTENCIAS EN PARALELO

Fíjate en el siguiente circuito elemental en el que hemos asociado dos resistencias en paralelo:



Dos resistencias están conectadas en paralelo cuando los bornes de una están conectados a los de la otra, uno a uno.

En este caso, ambas resistencias están sometidas a la misma tensión V de la fuente, pero, por cada una de ellas, circula una corriente diferente. Así:

$$I_{R_1} = \frac{V}{R_1} \qquad \text{e} \qquad I_{R_2} = \frac{V}{R_2}$$

La corriente total será la suma de ambas; por tanto:

$$I = I_{R_1} + I_{R_2} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

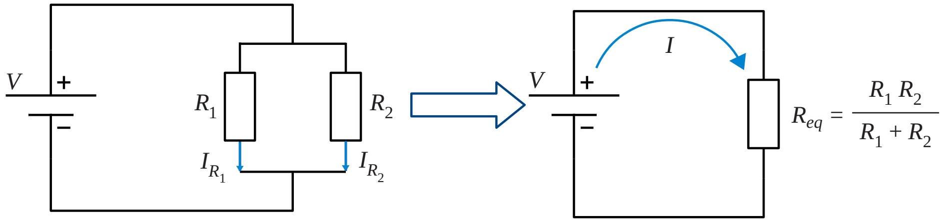
De nuevo, esta expresión es equivalente a la ley de Ohm de una resistencia equivalente. Así:

$$V = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \cdot I \qquad R_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

7.3.1. Regla del producto partido por la suma

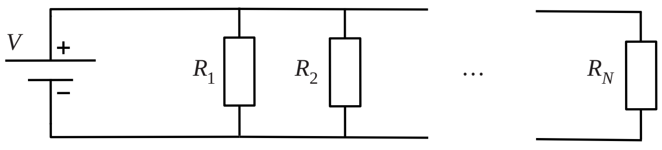
Si solo tenemos dos resistencias en paralelo, podemos recordar la regla nemotécnica del «producto partido por suma». Así, cuando tengamos dos resistencias asociadas en paralelo, la resistencia equivalente será el producto de ambas resistencias partido por su suma:

$$R_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



7.4. ASOCIACIÓN DE *N* RESISTENCIAS EN PARALELO

En lugar de tener tan solo dos resistencias asociadas en serie, podemos tener *N* resistencias, una junto a otra, asociadas en paralelo. Así:



En este caso, todas las resistencias comparten la misma tensión *V* de la fuente y, siguiendo el mismo razonamiento del apartado anterior, podemos escribir la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \rightarrow R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

7.4.1. *N* resistencias iguales en paralelo

Si las *N* resistencias que tenemos asociadas en paralelo son todas iguales, se simplifica la expresión anterior, y la resistencia equivalente será:

$$R_{eq} = \frac{R}{N}$$

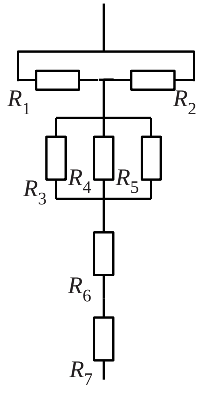
7.5. COMPARACIÓN CON LA ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES

¡Atención! Date cuenta de que las resistencias funcionan exactamente al contrario que los condensadores. Si echas la vista atrás, recordarás que los condensadores en paralelo se suman y los condensadores en serie cumplen la regla de «producto partido por suma», mientras que, como acabamos de ver, dos resistencias en serie se suman, pero, en paralelo, cumplen la regla de «producto partido por suma».

7.6. ASOCIACIONES COMPLEJAS

¿Y qué ocurre cuando tenemos más resistencias asociadas de formas complejas, **entre dos terminales**? Si tenemos resistencias asociadas en formas mezcladas y hemos de calcular la resistencia equivalente entre dos terminales, hay que ir poco a poco: para ello tenemos que ir calculando los valores de resistencias equivalentes de las asociaciones elementales que encontremos en el circuito.

Pongamos un ejemplo (en la figura de la derecha) en el que todas las resistencias, por simplificar las cuentas, valen 1 Ω:



$$R = 1\ \Omega\ \forall\ R_i$$

¿Cuál es la resistencia equivalente entre ambos extremos de la asociación? Tenemos que ir poco a poco calculando las resistencias que están asociadas de forma elemental. Podemos hacer los siguientes pasos:

- Asociar R_6 y $R_7 \rightarrow R_a = 2\ \Omega$.

- Asociar R_1 y R_2. Si te fijas bien, aunque están dibujadas de una forma poco habitual, ambas resistencias están en paralelo. Así:

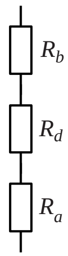
$$R_b = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}\ \Omega$$

- Asociar R_3, R_4 y R_5, que están en paralelo. Como las tres tienen el mismo valor y están en paralelo, la resistencia equivalente es:

$$R_d = \frac{R}{N} = \frac{1}{3}\ \Omega$$

Una vez que hemos seguido estos pasos, nos encontramos con un circuito como el de la figura, y cuya resistencia equivalente es bastante sencilla de calcular:

$$R_{eq} = R_a + R_d + R_c = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{17}{6}\ \Omega$$



8. RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS-LEYES DE KIRCHHOFF

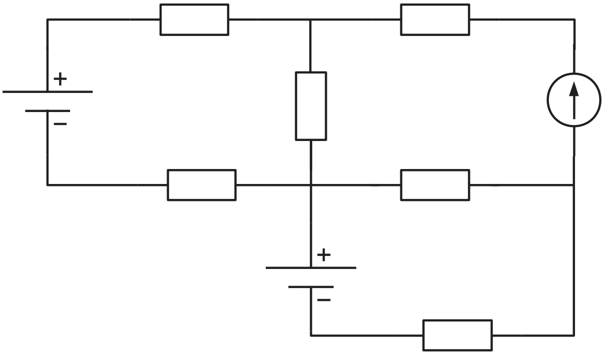
Ahora que ya conocemos los componentes básicos de un circuito, es el momento de aprender a resolver circuitos un poco más complejos.

> Cuando hablamos de **resolver un circuito** nos referimos a calcular la tensión y corriente en todos los elementos del mismo, o al menos en alguno de ellos que sean de especial interés para nuestro problema.

Antes de entrar a analizar técnicas de resolución de circuitos, vamos a ver unas cuantas definiciones y leyes que nos van a ser necesarias para resolver circuitos.

8.1. TOPOLOGÍA DE UN CIRCUITO: NUDOS, RAMAS Y MALLAS

Hemos visto ya varios dibujos o esquemas de circuitos eléctricos en esta unidad, pero no nos hemos referido a ellos aún de una manera formal y, para poder avanzar, es necesario hacerlo. Fíjate en el siguiente circuito:

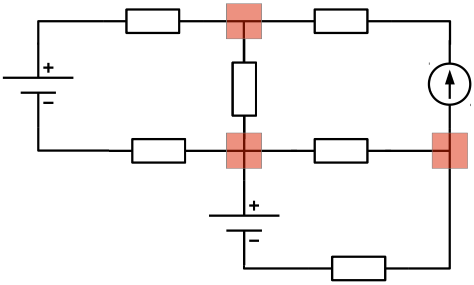


Este es un circuito con cierta complejidad y que vamos a usar para establecer algunas definiciones e identificarlas fácilmente sobre él.

8.1.1. Nudo

> Se llama **nudo** de un circuito a un lugar del circuito donde confluyen tres o más conductores.

En nuestro circuito podemos ver que hay tres nudos. En la siguiente figura están todos ellos recuadrados:

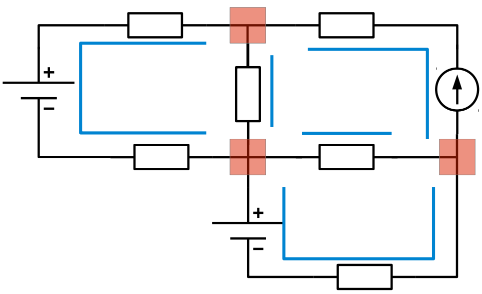


A veces es tentador pensar que un nudo es una esquina del circuito, como la esquina superior derecha del dibujo, pero si revisamos la definición de nudo otra vez veremos que han de confluir tres o más hilos conductores en ese punto. En la esquina superior derecha solo confluyen dos hilos.

8.1.2. Rama

Se llama **rama de un circuito** a una asociación de elementos en serie entre dos nudos.

Una rama puede tener uno o más elementos. En nuestro circuito, tenemos cinco ramas que están resaltadas en el siguiente dibujo:

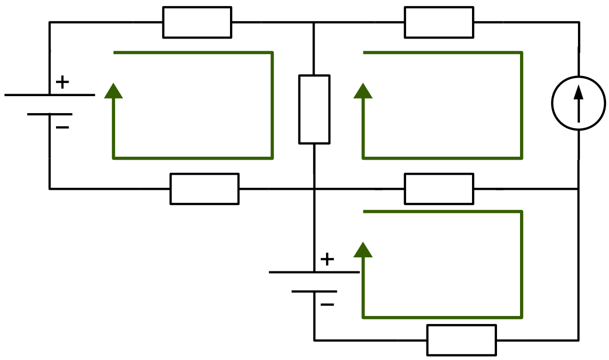


8.1.3. Malla

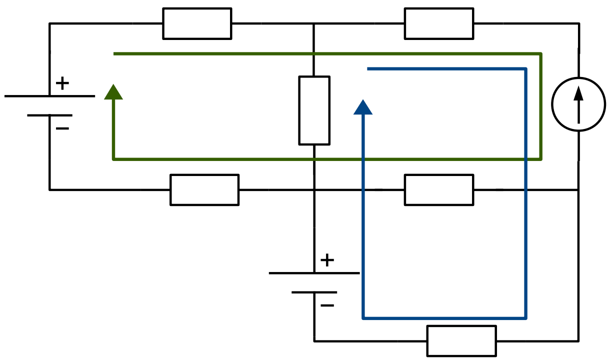
Una **malla**, en sentido general, es un conjunto de ramas conectadas entre sí y que forman un circuito cerrado.

Hay mallas sencillas y mallas complejas. Una malla sencilla es una malla que no contiene otras ramas en su interior. Como veremos, son muy útiles a la hora de resolver circuitos.

En nuestro circuito tenemos tres mallas sencillas. En este dibujo hemos señalado las mallas sencillas:



Por supuesto, en este circuito hay más mallas, pero ya no son sencillas, ya que, como veremos, tienen alguna otra rama en su interior. En este dibujo hemos señalado un par de mallas de este tipo:



8.2. LEYES DE KIRCHHOFF

Las leyes que enunció Kirchhoff nos van a permitir resolver los circuitos eléctricos lineales más allá de la ley de Ohm. Estas leyes, como veremos, no son más que una aplicación de dos fundamentos que ya conocemos: la ley de conservación de la carga y que el campo eléctrico es conservativo.

8.2.1. Primera ley de Kirchhoff: ley de los nudos o de las corrientes

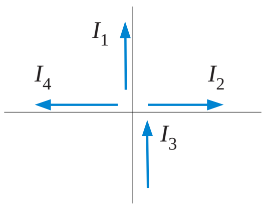
Esta ley dice así:

La suma de todas las corrientes que confluyen **en un nudo**, con sus signos, es siempre 0.

Matemáticamente: $\Sigma I_i = 0$ en un nudo.

Importante. Como dice el enunciado de la misma, las corrientes tienen un signo o sentido. Podemos elegir el signo de una corriente de forma arbitraria, pero el criterio ha de ser el mismo para todas las corrientes en ese nudo. Habitualmente se suele dar el signo positivo a las corrientes que entran a un nudo, y el negativo, a las que salen.

Fíjate en este nudo:



Si asumimos que las corrientes están bien dibujadas, entonces, tenemos que:

$$I_3 - I_1 - I_2 - I_4 = 0$$

Haciendo uso del criterio que vimos antes, hemos puesto signo negativo a las corrientes que salen del nudo y signo positivo a las que entran. ¿De dónde surge esta ley? De la ley de conservación de la carga. Como sabemos, la corriente es la carga que atraviesa una superficie por la unidad de tiempo. Por lo tanto, en un nudo, las corrientes miden la cantidad de carga que entra y sale de ese nudo cada segundo. Un nudo no puede crear carga, no puede hacer desaparecer carga y ni siquiera puede almacenarla. Entonces, lo único que puede ocurrir es que la carga que entra sea igual a la que sale. Dicho de otra manera: las corrientes que entran son iguales a las corrientes que salen; o en su forma original: la suma de corrientes con su signo, en un nudo, es 0.

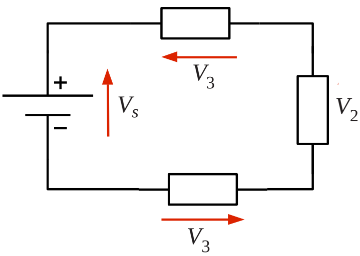
8.2.2. Segunda ley de Kirchhoff: ley de las mallas o de las tensiones

Esta ley dice así:

> La suma de tensiones (diferencias de potencial) en los componentes a lo largo de una malla cerrada, con sus signos, es siempre 0.

Matemáticamente: $\sum V_i = 0$ en una malla.

Fíjate en la siguiente malla de un circuito, dibujado a la derecha.



Si te fijas, la tensión que genera el generador habrá de ser igual a la suma de las tensiones en las resistencias. Si les ponemos signo a cada una de ellas:

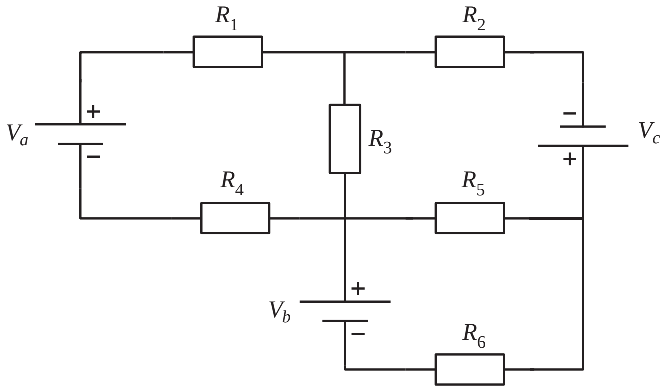
$$V_s - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

Al igual que nos pasaba en el caso de un nudo, podemos elegir el criterio de positivo o negativo para cada tensión como queramos, pero, si decidimos que una tensión en un sentido es positiva, todas las tensiones que sigan ese mismo sentido de la malla habrán de serlo.

Esta ley está basada en otro principio del campo eléctrico: el campo es conservativo. Por ello, la diferencia de potencial a lo largo de cualquier camino cerrado debe ser 0.

8.3. APLICACIÓN DE LAS LEYES DE KIRCHHOFF PARA RESOLVER UN CIRCUITO

Asumamos que tenemos un circuito como el de la figura, y que queremos calcular la corriente en cada rama y la tensión en cada componente. Eso es lo que se llama «resolver completamente el circuito».



$V_a = 10\ V$

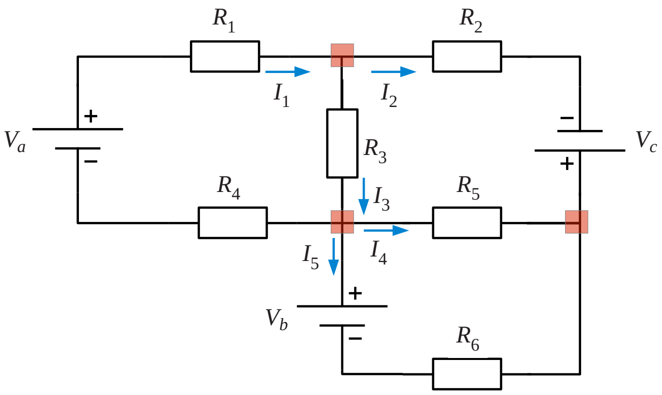
$V_b = 3\ V$

$V_c = 5\ V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 2\ \Omega$

$R_4 = R_5 = R_6 = 4\ \Omega$

Dado este circuito, lo que tenemos que hacer es identificar nudos y ramas, tal cual está resaltado en la siguiente figura:



En el circuito solo hay cinco ramas diferentes y, por tanto, solo puede haber cinco corrientes de rama distintas. Estas cinco corrientes de rama están numeradas en el dibujo.

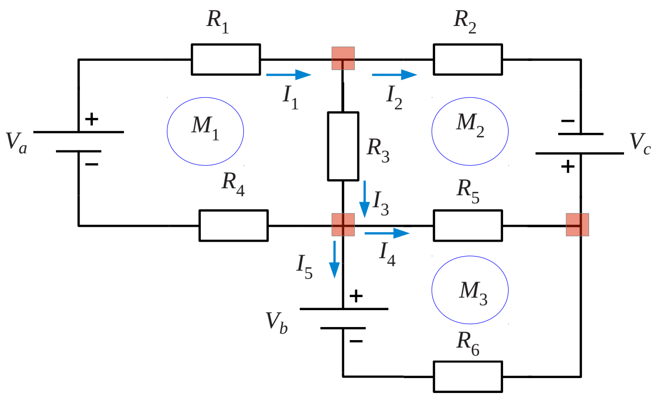
En realidad, ahora mismo no podemos saber si la corriente I_3, por ejemplo, entra en realidad al nudo o sale de él, pero no importa. Cuando calculemos I_3, si sale positiva, es que hemos acertado en nuestra suposición, y si sale negativa, es que en realidad salía del nudo. Esto mismo le pasa a todas las corrientes del circuito, ya que yo he elegido sentidos arbitrarios para las corrientes.

Lo siguiente que tenemos que hacer es aplicar las ley de los nudos de Kirchhoff a los nudos de corriente. Si el circuito tiene N nudos, con hacerlo a $N-1$ nudos es suficiente, puesto que, si lo aplicamos a todos, nos encontraremos que una de las ecuaciones que sale es linealmente dependiente de las otras. Yo he elegido el nudo de arriba y el del medio:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 - I_1 = 0$$

Tenemos cinco incógnitas, las cinco corrientes de rama, y solo tres ecuaciones. Necesitamos más ecuaciones. Para ello aplicamos a continuación la ley de Kirchhoff de las mallas. Yo voy a elegir las tres mallas sencillas que se ven en el circuito:

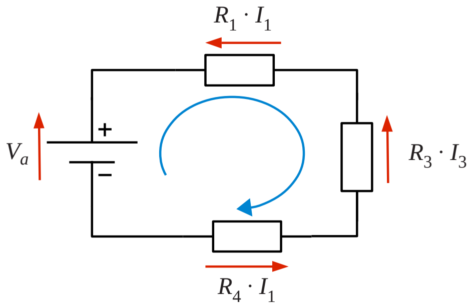


Aplicamos la ley de las tensiones a nuestras mallas. Empezamos por M_1. Para ello designamos el sentido positivo de la malla. Habitualmente, yo suelo elegir el sentido horario. Con este criterio, las tensiones que van en ese sentido se suman y las que van en el contrario se restan.

Las tensiones que van en el sentido positivo en esta M_1 son:

$$V_a - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_1 = 0$$

¿Por qué es así? Fíjate que he elegido el sentido horario para la malla, por lo tanto, las tensiones quedan como en la siguiente figura y las que van a favor suman y las que van en contra restan. La tensión en una resistencia, como ya hemos visto anteriormente, va en contra de la corriente que la atraviesa.



Repetimos el procedimiento para las otras dos mallas:

$$V_c + R_5 \cdot I_4 + R_3 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = 0$$
$$V_b - R_5 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_5 = 0$$

Y acabamos con un sistema de ecuaciones como el que sigue:

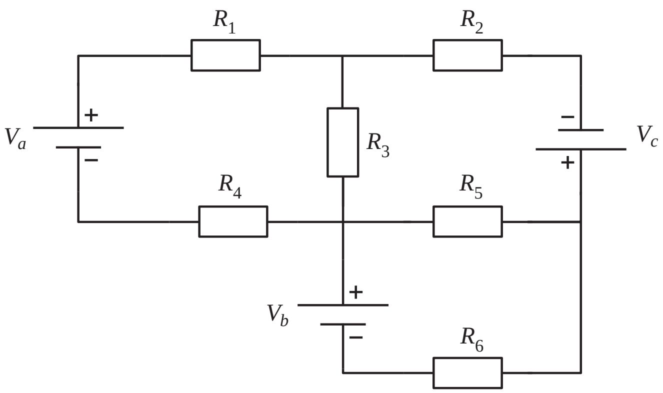
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$I_3 - I_4 - I_5 - I_1 = 0$$
$$V_a - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_1 = 0$$
$$V_c + R_5 \cdot I_4 + R_3 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = 0$$
$$V_b - R_5 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_5 = 0$$

Solo tenemos que despejar las cinco corrientes y podremos calcular las tensiones en cada componente.

8.4. MÉTODO DE LAS MALLAS

Si has seguido el problema anterior hasta aquí, te habrás dado cuenta de que, a nada que se complique un poco un circuito, su número de ramas crece mucho y, por lo tanto, el número de corrientes que hay que calcular también. Esto nos lleva a un sistema de ecuaciones muy grande y resolver el circuito se vuelve mucho más difícil.

Existe un método simplificado para resolver circuitos (existen más en realidad) que es muy sencillo: el método de las corrientes de malla o «método de las mallas». Este método se basa en analizar visualmente un circuito y buscar qué mallas simples existen. Luego, a cada malla se le asigna una corriente ficticia o corriente de malla, y se plantea la ecuación de la malla. Vamos a verlo paso por paso para nuestro ejemplo anterior (este método solo sirve para circuitos en los que no haya fuentes de corriente):



$V_a = 10\ V$

$V_b = 3\ V$

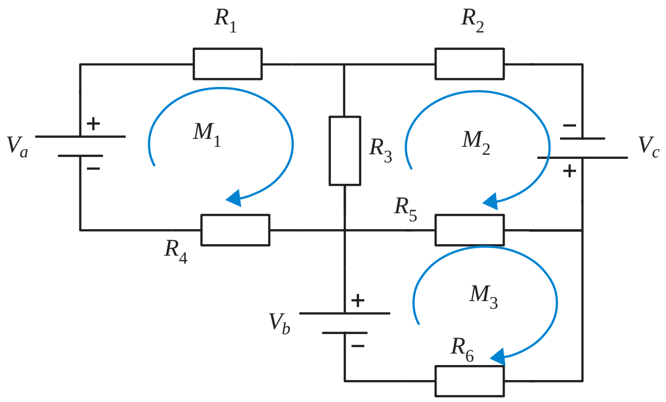
$V_c = 5\ V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 2\ \Omega$

$R_4 = R_5 = R_6 = 4\ \Omega$

Paso 1. Identificación de las mallas

En primer lugar, identificamos las mallas simples o independientes que existen en el circuito. En este caso son tres como las siguientes:

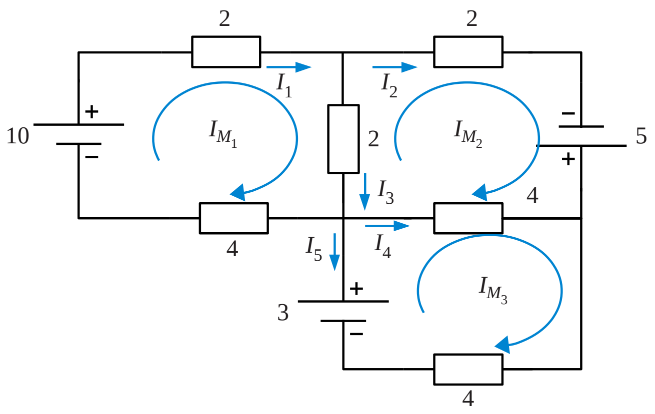


Paso 2. Corrientes de malla

A cada una de las mallas que hemos identificado le asignamos una corriente de malla. Estas corrientes son corrientes ficticias, en el sentido de que pueden no existir en el circuito, aunque muchas veces coinciden con alguna corriente de rama.

En la siguiente figura está dibujado el circuito con las corrientes ficticias de malla (I_{M_1}, I_{M_2}, I_{M_3}) y las corrientes reales de rama (I_1, …, I_5).

Si te fijas en la corriente de malla I_{M_1}, verás que coincide en dirección y sentido con I_1, pero ¿qué pasa, por ejemplo, con la corriente I_2? Esta corriente de rama, una corriente real que existe en el circuito, la podríamos calcular si conocemos I_{M_1} y I_{M_2}, ya que, si nos fijamos en el circuito y vemos cómo hemos dibujado cada corriente, nos damos cuenta de que $I_3 = I_{M_1} - I_{M_3}$.



Paso 3. Ecuaciones de las mallas

En el paso anterior ya has visto que con el método de las mallas se trata de calcular cada una de las corrientes ficticias de malla y luego buscar la relación con las corrientes reales de cada rama. Ahora vamos a plantear las ecuaciones que nos permitan calcular las corrientes ficticias de cada malla y luego, en el siguiente paso, calcularemos las corrientes de rama, las de verdad.

Cada una de las mallas tiene una ecuación que podemos calcular usando la segunda ley de Kirchhoff. Vamos, en primer lugar, con la malla 1, que tiene:

- Una fuente que tiene su tensión a favor de la malla.
- Una resistencia de valor 2 por la que circula solamente la corriente de malla 1.
- Una resistencia de valor 2 por la que circula la corriente de malla 1 a favor y la corriente de malla 2 en contra.
- Una resistencia de valor 4 por la que circula solamente la corriente de malla 1.

Para la primera malla, tenemos:

$$10 - 2\,I_{M_1} - 2(I_{M_1} - I_{M_2}) - 4\,I_{M_1} = 0$$

Repetimos para las mallas 2 y 3:

$$5 - 4\,(I_{M_2} - I_{M_3}) - 2\,(I_{M_2} - I_{M_1}) - 2\,I_{M_2} = 0$$
$$3 - 4\,(I_{M_3} - I_{M_2}) - 4\,(I_{M_3}) = 0$$

Podemos reescribir las ecuaciones dejando a un lado los generadores y al otro las resistencias y agrupando las corrientes para que quede más sencillo:

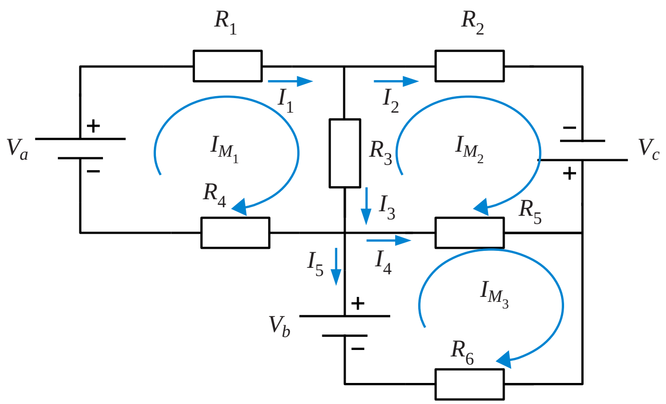
$$\begin{aligned} 8\,I_{M_1} - 2\,I_{M_2} &= 10 \\ -2\,I_{M_1} + 8\,I_{M_2} - 4\,I_{M_3} &= 5 \\ -4\,I_{M_2} + 8\,I_{M_3} &= 3 \end{aligned} \quad \text{o en forma matricial} \quad \begin{pmatrix} 8 & -2 & 0 \\ -2 & 8 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{M_1} \\ I_{M_2} \\ I_{M_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ya solo tenemos que resolver el sistema de ecuaciones lineales y obtener las corrientes de malla:

$$I_{M_1} = 1.659\,A \qquad I_{M_2} = 1.636\,A \qquad I_{M_3} = 1.193\,A$$

Paso 4. Corrientes de las ramas

Para obtener las corrientes de cada rama tendremos que fijarnos en el dibujo que teníamos:



Por lo tanto:

$$I_1 = I_{M_1} = 1.659\ A$$
$$I_2 = I_{M_2} = 1.636\ A$$
$$I_3 = I_{M_1} - I_{M_2} = 0.023\ A$$
$$I_4 = I_{M_3} - I_{M_2} = -\,0.443\ A$$
$$I_5 = -\,I_{M_3} = -\,1.193\ A$$

¿Qué significan los signos negativos en las corrientes 4 y 5? Significan que, en realidad, estas corrientes iban en el sentido contrario al que las dibujamos.

Y con esto está el circuito resuelto. Ahora, fácilmente podemos calcular algunos otros parámetros del circuito, como, por ejemplo:

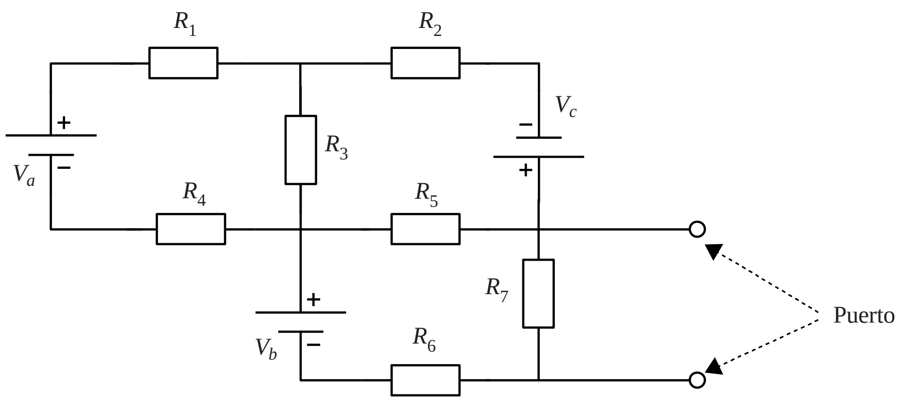
- **Tensión en la resistencia R_3.** Aplicamos la ley de Ohm a la resistencia y a la corriente que la atraviesa y $V_3 = I_3 \cdot R_3 = 0.046\ V$.
- **Potencia disipada por R_6.** Necesitamos saber la corriente que atraviesa la resistencia, que, en nuestro dibujo, es I_5 y, por tanto, $P_6 = R_6 \cdot I_5^2 = 4 \cdot 1.193^2 =$ $= 5.69\ W$.
- **¿El generador V_b genera potencia o la disipa?** Sabemos que si la corriente que lo atraviesa va en el mismo sentido que la tensión, la genera. Por la fuente V_b, la corriente que atraviesa es I_5, que habíamos dibujado en contra de la tensión V_b, pero, como no salió de signo negativo, la corriente tiene el mismo sentido que la tensión en el generador y, por tanto, esta fuente genera potencia.

Importante

- En un circuito que no tiene fuentes dependientes, la matriz es siempre una matriz simétrica con respecto a la diagonal principal.
- Los elementos en la diagonal principal son siempre la suma de las resistencias de cada una de las mallas elementales.
- Los elementos fuera de la diagonal principal son la suma de las resistencias que comparten esas dos mallas con signo negativo, si las corrientes van en sentido contrario, o con signo positivo, si las corrientes van en el mismo sentido.
- El método no vale para resolver circuitos con fuentes de corriente.

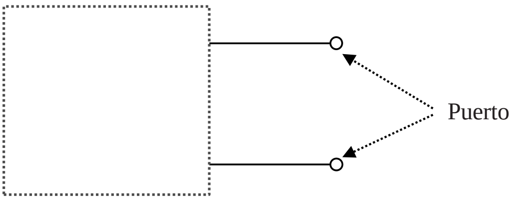
9. EQUIVALENTES DE UN PUERTO: THÉVENIN Y NORTON

En muchas ocasiones nos encontramos con que un circuito que diseñamos (o que nos viene ya diseñado) se conecta al mundo mediante un puerto. ¿Qué entendemos por «puerto» en este contexto? Un puerto son dos terminales, como en esta figura:



Pues bien, a mí me surge una pregunta: como vamos a conectar al mundo ese circuito usando solamente esos dos terminales que he etiquetado como puerto, ¿es posible simplificar este circuito de tal forma que no tengamos que estudiarlo como un todo complejo cada vez que lo conectemos a otro circuito?

Seguro que te imaginas que la respuesta es sí, y así es. Lo que vamos a buscar es un circuito equivalente que nos permita analizar este circuito complejo como una especie de caja negra. Así:



Si conseguimos, como decíamos, encontrar un circuito equivalente mucho más sencillo, habremos simplificado la tarea de analizar nuestro circuito cuando lo conectemos al mundo, ya que no habrá que analizar todo el detalle interno cada vez.

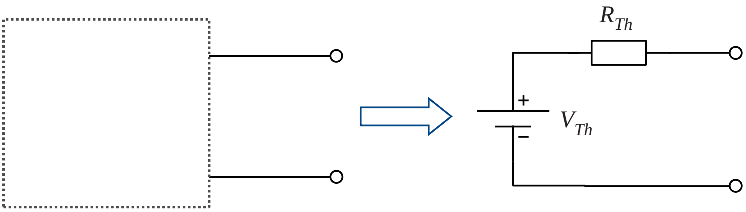
9.1. TEOREMA DE THÉVENIN

El teorema de Thévenin (y luego veremos el de Norton) aplicado a los circuitos en corriente continua dice así:

> Todo circuito lineal en corriente continua, cuando se conecta al exterior a través de dos terminales (o puerto), tiene un equivalente circuital compuesto por una fuente de tensión y una resistencia en serie.

Lo que quiere decir en realidad es que, si tenemos un circuito compuesto por elementos lineales y lo analizamos desde un puerto del mismo, desde dos terminales del circuito, da igual lo complejo que sea; lo vamos a poder simplificar a una fuente de tensión y una resistencia en serie.

Normalmente, a la tensión de la fuente se la llama «tensión Thévenin» y a la resistencia serie se la llama «resistencia Thévenin». Podemos decir que, si nuestra caja negra contiene un circuito lineal, entonces, podemos sustituirlo por algo así:



Aunque ya lo hemos dicho antes, lo repetiré otra vez. Este teorema es muy potente: si encontramos una forma de calcular la tensión y la resistencia de Thévenin, podremos conectar nuestro circuito a otros circuitos mucho más complejos de forma muy simplificada.

Al circuito formado por la fuente de tensión de Thévenin y la resistencia de Thévenin se le llama «equivalente de Thévenin».

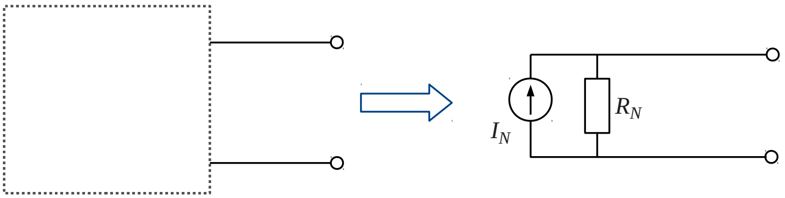
9.2. TEOREMA DE NORTON

Hay otra versión de este mismo teorema que se llama «teorema de Norton».

En realidad, el teorema de Norton y el de Thévenin son muy similares, y, salvo casos muy complejos, siempre se tiende a usar el de Thévenin. ¿Qué dice el teorema de Norton?

> Todo circuito lineal en corriente continua, cuando se conecta al exterior a través de dos terminales (o puerto), tiene un equivalente circuital compuesto por una fuente de corriente y una resistencia en paralelo.

De una forma equivalente al teorema de Thévenin, lo que quiere decir, en realidad, es que, si tenemos un circuito compuesto por elementos lineales y lo analizamos desde un puerto del mismo, desde dos terminales del circuito, da igual lo complejo que sea; lo vamos a poder simplificar a una fuente de corriente y a una resistencia conectadas en paralelo. Algo así:



Al circuito formado por la fuente de corriente de Norton y la resistencia de Norton se le llama «equivalente de Norton».

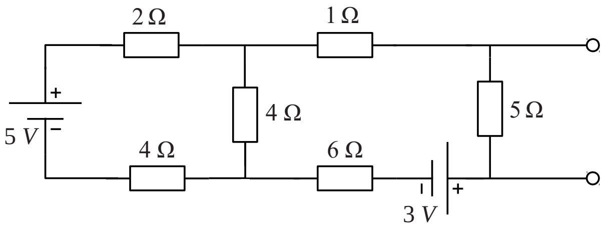
Podemos hacer una reflexión interesante: si puedo convertir cualquier circuito en un equivalente de Thévenin, y, además, puedo convertir este mismo circuito en un equivalente de Norton, ¿puedo convertir un equivalente de Thévenin en un equivalente de Norton, y viceversa? Así es. Un equivalente de Thévenin no deja de ser un circuito lineal susceptible de ser convertido, por el teorema de Norton, en un equivalente Norton, ¿verdad? Pues lo mismo, pero al revés, con la otra transformación.

9.3. CÁLCULO DEL EQUIVALENTE DE THÉVENIN

El cálculo del equivalente de Thévenin en un puerto de un circuito lineal consiste en calcular la tensión y la resistencia que forman el circuito equivalente (V_{Th} y R_{Th}). En realidad, es un método muy sencillo, que tiene dos pasos:

1. **Cálculo de la tensión de Thévenin.** Para ello dejamos los terminales en circuito abierto y calculamos la tensión que aparece en estos terminales. Esa tensión será la tensión de Thévenin.
2. **Cálculo de la resistencia de Thévenin.** Cortocircuitamos todos los generadores de tensión de la red, dejamos en circuito abierto los generadores de corriente y calculamos la resistencia equivalente que se ve entre los dos terminales.

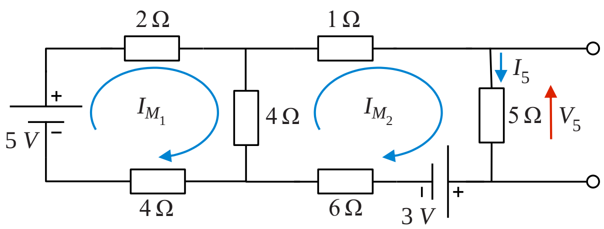
Vamos a calcular un equivalente de Thévenin usando un ejemplo. En la siguiente figura hay un circuito en el que se ha señalado un puerto donde calcular el equivalente:



9.3.1. Cálculo de la tensión de Thévenin

En el primer paso, tenemos que calcular la tensión de Thévenin y, para ello, tenemos que resolver el circuito calculando la tensión que hay entre los dos terminales del puerto o, lo que es lo mismo, en la resistencia de 5 Ω a la salida del circuito. En este caso no tenemos que resolver todo el circuito completo. Con poder calcular la corriente que circula por la resistencia de la derecha será suficiente.

Para ello, voy a usar el método de las mallas con las siguientes corrientes de malla:



En la figura he marcado las dos mallas con sus corrientes ficticias y, además, la corriente que me interesa, la I_5. Una vez calculemos I_5, calcular la tensión en la resistencia será tan sencillo como $V_5 = 5 \cdot I_5$.

Las ecuaciones de las mallas son:

$$5 = 2 \cdot I_{M_1} + 4 \cdot I_{M_1} + 4 \cdot I_{M_1} - 4 \cdot I_{M_2} \quad \rightarrow \quad 10 \cdot I_{M_1} - 4 \cdot I_{M_2} = 5$$

$$-3 = 5 \cdot I_{M_2} + 6 \cdot I_{M_2} + 4 \cdot I_{M_2} + 1 \cdot I_{M_2} - 4 \cdot I_{M_1} \quad \rightarrow -4 \cdot I_{M_1} + 16 \cdot I_{M_2} = -3$$

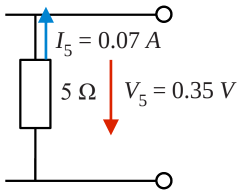
También, de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{M_1} \\ I_{M_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

En realidad, para calcular la corriente I_5 me vale con calcular I_{M_2}, ya que, por la rama donde está la resistencia que me interesa, solo circula la corriente de malla. Despejamos I_{M_2}:

$$I_{M_2} \simeq -0.07\ A$$

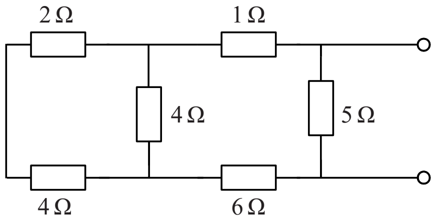
¡Atención! Nos ha dado una corriente negativa, lo que significa que, en realidad, la corriente I_5 fluye hacia arriba y la tensión de Thévenin, como veremos, será hacia abajo (o tendrá signo negativo). Así:



Con esto, ya tenemos la tensión de Thévenin calculada.

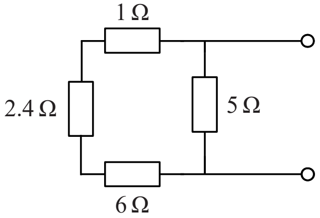
9.3.2. Cálculo de la resistencia de Thévenin

Vamos ahora con el segundo paso: calcular la resistencia equivalente. Para ello, cortocircuitamos todas las fuentes de tensión (y dejamos en circuito abierto las de corriente, que no hay en este caso) y calculamos la resistencia equivalente:



En realidad, esta resistencia equivalente es fácil de calcular. Yendo de izquierda a derecha:

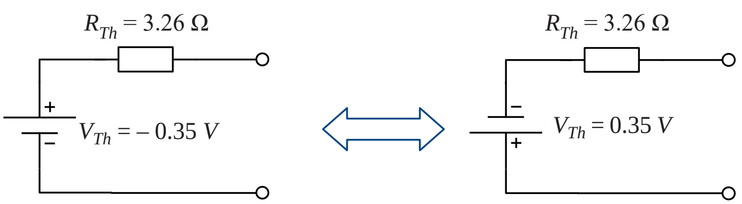
- Tenemos la resistencia de 2 Ω y 4 Ω en serie: 6 Ω.
- Ahora tenemos la resistencia de 6 Ω y de 4 Ω en paralelo: 2.4 Ω. Nos queda esta figura:



- En esta figura tenemos las resistencias de 1, 2.4 y 6 Ω en serie: 9.4 Ω.
- Y, por último, la resistencia equivalente de 9.4 Ω en paralelo con la de 5 Ω:

$$R_{eq} \simeq 3.26\ \Omega$$

Y, con esto, ya tenemos nuestro circuito equivalente de Thévenin, que dibujamos:



He dibujado el circuito habitual de Thévenin con el valor de tensión negativa y un circuito con la fuente de tensión dada la vuelta, pero de tensión positiva. Ambas cosas son idénticas y significan lo mismo.

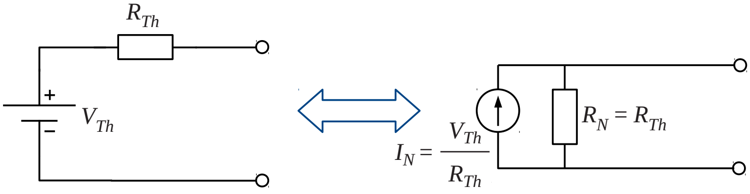
9.4. CÁLCULO DEL EQUIVALENTE DE NORTON

Y, si me lo piden, ¿cómo calculo el equivalente de Norton? En realidad, calcular el equivalente de Norton tiene su propio método. Por si tienes curiosidad, es el siguiente:

- **Paso 1.** Cortocircuitamos los terminales donde estamos calculando el equivalente y calculamos la corriente que circula por ese nuevo cable que une ambos terminales. Esa es la corriente de Norton.
- **Paso 2.** Calculamos la resistencia equivalente usando el mismo método que en el equivalente de Thévenin.

En realidad, si ya hemos calculado el equivalente de Thévenin, podemos calcular el equivalente de Norton simplemente haciendo las siguientes equivalencias:

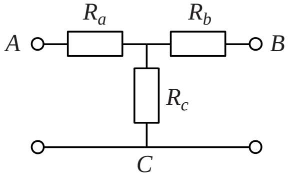
$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \qquad \text{y} \qquad R_N = R_{Th}$$



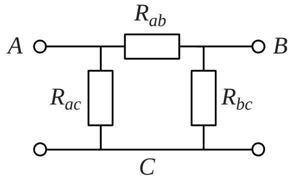
10. ECUACIONES DE KENNELLY

En algunas ocasiones nos encontraremos que hay determinadas disposiciones de tres resistencias que no están en serie ni en paralelo y que nos impiden agrupar asociaciones serie/paralelo para calcular la resistencia equivalente. Es lo que se llaman «disposiciones en estrella» y «en triángulo»; a veces, también llamadas en «T» o en «π».

Esta estructura es una asociación en T o en estrella:



Y esta estructura es una asociación en π o en triángulo:



Dada una estructura en T es posible calcular el equivalente en π, y viceversa. Para ello se usan las ecuaciones de Kennelly, que permiten hacer estas transformaciones.

10.1. TRANSFORMACIÓN TRIÁNGULO (π) A ESTRELLA (T)

Para transformar un triángulo en una estrella, usamos estas ecuaciones:

$$R_a = \frac{R_{ab}\, R_{ac}}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ac}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab}\, R_{bc}}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ac}}$$

$$R_c = \frac{R_{ac}\, R_{bc}}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ac}}$$

10.2. TRANSFORMACIÓN ESTRELLA (T) A TRIÁNGULO (π)

Para transformar un triángulo en una estrella, usamos estas ecuaciones:

$$R_{ab} = \frac{R_a\, R_b + R_a\, R_c + R_b\, R_c}{R_c}$$

$$R_{ac} = \frac{R_a\, R_b + R_a\, R_c + R_b\, R_c}{R_b}$$

$$R_{bc} = \frac{R_a\, R_b + R_a\, R_c + R_b\, R_c}{R_a}$$

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

Enunciado 1

Por un hilo conductor de radio 1 *mm* circula una densidad de corriente de valor:

$$|\vec{J}| = 3\ [A/m^2]$$

¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por el hilo?

Enunciado 2

Un metal tiene una densidad de electrones libres y una movilidad electrónica que valen:

$$\mu_e = 18.5\ [m^2/Vs] \qquad \rho_e = -\ 1.5 \cdot 10^3\ [C/m^3]$$

¿Cuánto vale la resistividad de este material?

Enunciado 3

¿Cuánto vale la resistencia de un hilo de 2 *m* de longitud y una sección de 0.3 mm^2 del material del enunciado anterior?

Enunciado 4

Una resistencia de 10 Ω está sometida a una diferencia de potencial de 10 *V*. Si queremos que la potencia disipada por la resistencia sea el doble, ¿cuánto hemos de aumentar la tensión?

Enunciado 5

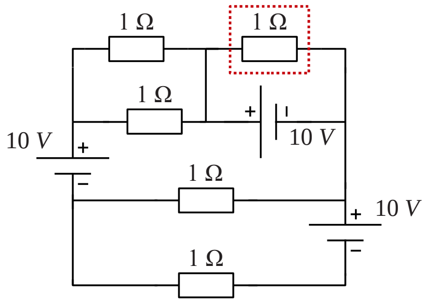
¿Qué valor de resistencia he de colocar en paralelo a otra de 120 Ω para obtener una resistencia de 60 Ω?

Enunciado 6

Dos resistencias conectadas en serie con una fuente de 10 *V* disipan, entre las dos, una potencia de 100 *W*. Si las dos resistencias tienen el mismo valor nominal, ¿cuál es ese valor?

Enunciado 7

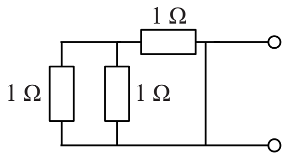
Fíjate en este circuito:



¿Cuánto vale la potencia disipada por la resistencia recuadrada?

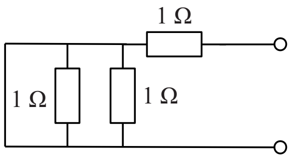
Enunciado 8

En el circuito de la siguiente figura, ¿cuánto vale la resistencia equivalente entre ambos terminales?:



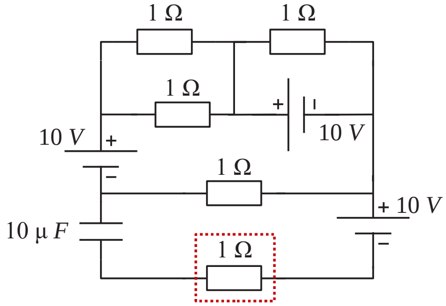
Enunciado 9

En el circuito de la siguiente figura, ¿cuánto vale la resistencia equivalente entre ambos terminales?:



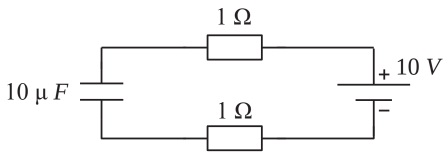
Enunciado 10

En el siguiente circuito, ¿cuánta potencia disipa la resistencia recuadrada?:



Enunciado 11

En el circuito siguiente, ¿cuánto vale la carga del condensador?:



Solución 1

$I = 3\,\pi \cdot 10^{-6}$ [A].

Solución 2

$$\rho_m = \frac{1}{\mu_e\,|\rho_e|} \simeq 3.6 \cdot 10^{-5} \ [\Omega\, m].$$

Solución 3

$$R = \rho_m \frac{L}{S} \simeq 240.2\ \Omega.$$

Solución 4

$\sqrt{2}$.

Solución 5

120 Ω.

Solución 6

0.5 Ω.

Solución 7

$$P_R = \frac{V^2}{R} = 100\ [W].$$

No es necesario resolver el circuito completo, ya que la resistencia está en paralelo con la fuente de tensión.

Solución 8

$R_{eq} = 0\ \Omega$.

Solución 9

$R_{eq} = 1\ \Omega$.

Solución 10

$P_R = 0\ [W]$.

Solución 11

$Q = C \cdot V = 100\ [\mu C]$.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

Magro Andrade, R.; Abad Toribio, L.; Serrano Pérez, M.; Velasco Fernández, A. I.; Sánchez Sánchez, S. y Tejedor de las Muelas, J. *Fundamentos de electricidad y magnetismo*. Madrid: García Maroto, 2009. 318 pp.

Avanzada

López Ferreras, F.; Maldonado Bascón, S. y Rosa Zurera, M. *Análisis de circuitos lineales*, 3.ª ed. Madrid: Ra-Ma, 2010. 763 pp.