EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES

Asignatura:	Álgebra / Ampliación F. Matemáticos / Álgebra y A. Vectorial.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad: Título de la actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC2) **Ejercicios Propuestos**

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas matemáticas de Álgebra necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito. Necesitará también los conocimientos adquiridos en unidades previas.
La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. No basta con dar sólo la solución. Si sólo se sumistra la solución el ejercicio correspondiente se calificará con un cero.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 1:

¿Son linealmente independientes los vectores del siguiente conjunto?

$$C = \{2x^3 - 4x^2 + 2x,\ 2x^3 - 3x^2 - 2x + 7,\ x^3 - 3x^2 - 2x + 2,\ -2x^2 + x - 5\}$$

PROBLEMA 2:

Encuentra una base del espacio columna y una para el espacio fila de A. Si esta matriz corresponde a una aplicación $Tx = Ax$ hallar una base para la imagen y otra para el núcleo. ¿Es la transformación inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ -3 & 2 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 3:

Sea en $\mathbb{R}^3$ las bases siguientes:

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$C = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Sea además en dicho espacio el vector $\mathbf{v} = (1, 2, -3)^T$. Calcular lo siguiente:
-La matriz de cambio de base que pasa de B a C.
-El vector de coordenadas de $\mathbf{v}$ en la base B. El vector de coordenadas de $\mathbf{v}$ en C usando la matriz de cambio de base y **comprobar los resultados**.

PROBLEMA 4:

Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una transformación definida por

$$f \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a + b + 3c - 4d \\ 6a + 4b + 8c - 10d \\ -8a - 6b - 14c + 18d \\ -7a - 5b - 11c + 14d \end{bmatrix}$$

Calcular su matriz asociada respecto a la base estándar o canónica, una base de su núcleo y una base de su imagen.

PROBLEMA 5:

Demostrar si el siguiente conjunto de vectores en $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ es linealmente independiente:

$$p_1(x) = 1 + 3x + 2x^2 \ , \ p_2(x) = 2 + 4x \ , \ p_3(x) = 3 + 6x - x^2.$$

Si es así formar la base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ siguiente:

$$C = \{p_1, p_2, p_3\}$$

Siendo la base canónica de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:

$$B = \{1, x, x^2\}$$

Sea en dicho espacio el vector $\mathbf{p}(x) = 2 + 6x + 8x^2$. Calcular el vector de coordenadas de $\mathbf{p}$ en la base C usando una matriz de cambio base y comprobar el resultado.

PROBLEMA 6:

Estudia si la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

es o no diagonalizable. En caso afirmativo:

a) Escribe explícitamente una matriz diagonal D y dos matrices P y P^{-1} tales que $D = P^{-1}AP$. Ordenar las entradas de D de menor a mayor según se lee de izquierda a derecha.

b) Calcular no explícitamente y sin usar fuerza bruta A^{5050}.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 7:

Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -1 & 3 \\ -10 & 3 & -6 \\ -10 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

Calcula los autovalores de A, sus autovectores correspondientes y argumentar por qué la matriz es o no es diagonalizable. En caso positivo hallar D, P, P^{-1} y la diagonalización. Ordenar los autovalores en D de menor a mayor en el sentido de lectura.

PROBLEMA 8:

Resuélvase el siguiente sistema incompatible por mínimos cuadrados:

$$\begin{aligned} x + 3y &= 1 \\ 3x + 4y &= 0 \\ x + 2y &= -8 \end{aligned}$$

PROBLEMA 9:

Calcula la descomposición QR de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nota importante: conservar los números en forma de raíces cuadradas y sus combinaciones y no explicitar sus valores en forma decimal. Si se da en forma decimal se calificará con un cero.

PROBLEMA 10:

Dada la matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

calcular los autovalores y autovectores. ¿Es diagonalizable? Obtener una conjunto de autovectores ortogonales a partir de los autovectores asociados. Escribe explícitamente una matriz diagonal D (con autovalores de menor a mayor leídos de izquierda a derecha) y dos matrices Q y Q^T tales que $D = Q^T A Q$. Es decir, realiza la diagonalización ortogonal de esa matriz simétrica.
Nota importante: no asustarse por las raíces cuadradas, conservar los números en función de esas raíces cuadradas y sus combinaciones y no explicitar sus valores en forma decimal. Si se da en forma decimal se calificará con un cero.

Nota: No olvidar leer la última página que viene a continuación.

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de valoración:
Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.
Se valorará la correcta solución de los ejercicios.
Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté **bien argumentada con los pasos que se han realizado**.
Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

Entrega y calificación:
Las soluciones a los ejercicios deberán aparecer en el mismo orden que sus enunciados.
La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual.
Nunca por correo electrónico. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega.
Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando, por este orden, nombre y apellidos del alumno, asignatura y la actividad, en la primera página del documento. El nombre del fichero estará compuesto por el nombre y primer apellido del alumno y AEC2.
La entrega de la tarea se hará **siempre** a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos doc, docx, excel o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. Muchas aplicaciones como Open Office o Libre Office (incluso Word) permiten volcar un documento en pdf.
Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de feedback al estudiante.
La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.