UNIDAD DIDÁCTICA

9 SIMULACIÓN

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Esta Unidad didáctica se centra en las simulaciones. Una simulación imita el comportamiento de un sistema real, de cara a poder obtener datos y conclusiones, realizando un análisis de todos los escenarios posibles. Se van a ver las ventajas que aporta, las etapas de un proceso de simulación, así como ejemplos de aplicaciones prácticas.

En la segunda parte de la Unidad vamos a aprender a realizar una simulación. Para ello, lo primero será saber cómo generar números aleatorios. Se propone el método de los cuadrados medios. Estos números aleatorios serán necesarios para aquellos casos en los que se quieran recrear sistemas estocásticos, que dependen de funciones de probabilidad. A continuación se realizará un caso práctico de una simulación de un sistema de gestión de inventarios con punto de pedido.

Por último, se aprenderá cómo realizar una simulación de Montecarlo. Se basa en realizarla con ayuda de equipos informáticos que van a generar los números pseudoaleatorios. Hay que parametrizar el sistema que se quiere analizar en un *software* específico, en este caso, las hojas de cálculo. De esta forma, de una manera rápida y sencilla, se pueden realizar gran cantidad de simulaciones.

1. INTRODUCCIÓN A LA SIMULACIÓN

Una **simulación** imita el comportamiento de un sistema real, de cara a poder obtener datos y conclusiones, pudiendo realizar un análisis de todos los escenarios posibles.

Las **razones** más comunes para simular son las siguientes:

- Para predecir cuál va a ser el comportamiento del sistema en distintas circunstancias, tanto usuales como poco habituales.
- Ahorro de costes: no hay que poner en marcha un sistema real para poder ver los resultados posibles.
- Debido a que en ocasiones todavía no existe el sistema que hay que analizar y se quieren obtener datos sobre cuál sería su comportamiento en determinadas circunstancias.
- Para poder comparar dos o más sistemas y determinar en qué aspectos es mejor uno que el otro.

1.1. ETAPAS DE LA SIMULACIÓN

Las **etapas** de un proceso de simulación son las siguientes:

1. Descripción exhaustiva del sistema que se va a simular.
2. Fomulación del modelo: hay que parametrizar el modelo. Habrá que definir los distintos estados por los que se puede pasar, cuáles son los eventos que hacen que se pase de un estado a otro (transiciones entre estados) con las distribuciones de probabilidad asociadas y cuál va a ser el generador de números aleatorios. En esta fase será interesante contar con un diagrama de los distintos estados que se pueden presentar.
3. Programación del modelo de simulación mediante la ayuda de un *software* de simulación o de un *software* ad hoc creado específicamente.
4. Validación del modelo mediante un plan de pruebas. Hay que comprobar que la simulación que se va a realizar se basa en un modelo correcto.

5. Ejecutar la simulación.
6. Estudio y análisis de los resultados obtenidos en la simulación.

1.2. TIPOS DE SIMULACIÓN

Los tipos de simulación se pueden diferenciar en función de cómo sean los eventos que van a tener lugar:

- **Eventos continuos.** Cuando las variables utilizadas en la simulación tienen una evolución continua en el tiempo. Por ejemplo, en un simulador de fórmula 1, si lo único que se quiere medir es la velocidad del automóvil, puede ser 234,55 km/h y unas milésimas después 234,56 km/h.
- **Eventos discretos.** Cuando las variables involucradas en la simulación evolucionan mediante valores discretos. Por ejemplo, en un almacén, si se quiere simular la cantidad de productos que están almacenados a lo largo del tiempo, estos irán variando dependiendo del tamaño de los palés que van entrando y saliendo. En un momento puede haber 900 productos, y en otro momento dado pasar a 860 productos. Este tipo de simulaciones son las usuales.
- **Eventos mixtos.** Cuando en la simulación están involucradas variables de los dos tipos mencionados anteriormente.

Los tipos de simulación en función de la aleatoriedad de los sucesos son:

- **Deterministas.** No existen variables aleatorias en la simulación.
- **Estocásticas.** Alguna variable utilizada en la simulación es aleatoria. Suele ser lo más habitual.

1.3. APLICACIONES DE LA SIMULACIÓN

Las simulaciones tienen innumerables aplicaciones tanto para la industria como para el mundo empresarial. A continuación se van a enumerar algunas de las más destacadas:

- Colas de espera.
- Políticas de mantenimiento de maquinaria.

- Seguimiento del servicio prestado por una empresa.
- Gestión de inventarios.
- Toma de decisiones empresariales.
- Planificación y programación de proyectos.
- Análisis de capacidad productiva de una instalación.
- Militares.
- Etcétera.

2. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Para poder realizar simulaciones, es necesario poder generar números aleatorios que sirvan para ir avanzando en la simulación en función de las probabilidades asociadas a los distintos eventos de la misma. Esta es la misión del **generador de números aleatorios**. De cara a realizar la simulación normalmente se necesitarán dígitos de dos cifras que se obtendrán a partir de números más grandes.

Existen diversos mecanismos para generar estos números aleatorios, pero uno de los más simples y utilizados es el **método de los cuadrados medios**. En este método se parte de un número de cuatro cifras, llamado **semilla**, y se le eleva al cuadrado. Las cuatro cifras centrales del número obtenido serán el siguiente número que se elevará al cuadrado, y así sucesivamente. Luego, los números generados se agruparán de dos en dos y serán los números aleatorios que se utilizarán en la simulación.

Para seleccionar las cuatro cifras centrales, siempre se dejará el mismo número de cifras, o mayor, en el lado derecho que en el lado izquierdo del número.

A continuación se verá un ejemplo, en el que la semilla es 2854:

Número	Cuadrado
2854	8**1453**16
1453	2**1112**09
1112	1**2365**44
2365	5**5932**25
5932	35**1886**24

Número	Cuadrado
1886	3**5569**96
5569	31**0137**61
0137	**1876**9
1876	3**5193**76
5193	26**9672**49

Por tanto, los números aleatorios para la simulación serán:

14-53-11-12-23-65-59-32-18-86-55-69-01-37-18-76-51-93-96-72

A los números generados a partir de un generador se les suele denominar **pseudoaleatorios**, ya que se pueden conocer cuáles van a ser a partir de la semilla.

3. REALIZACIÓN DE UNA SIMULACIÓN

A continuación se va a realizar detalladamente una simulación simplificada de la gestión de inventarios de un almacén, en la que se pretende medir el *stock* medio que se tiene, así como las unidades que se entregan con retraso por no tener *stock* suficiente.

Nuestro almacén de distribución cuenta con un inventario inicial de 100 unidades. Los clientes demandan nuestros productos diariamente, pero no de una manera uniforme, sino siguiendo la siguiente tasa de probabilidad:

Demanda diaria	Probabilidad
20	15 %
30	25 %
40	35 %
50	25 %

Se tiene un proveedor que suministra las cantidades necesarias del producto en lotes de 200 unidades. El tiempo de suministro del proveedor no es constante y varía según los datos de la siguiente tabla:

Tiempo de suministro (días)	Probabilidad
1	15 %
2	40 %
3	35 %
4	10 %

No hay recepciones programadas previstas.

El modelo de gestión de inventarios que se sigue es del **punto de pedido**, es decir se marca una cantidad y, en cuanto el *stock* disponible llega o baja de la misma cantidad, se solicita un pedido al proveedor.

EJEMPLO 1

Se va a realizar para 30 días, analizando dos situaciones distintas del punto de pedido.

PUNTO DE PEDIDO = 75 UNIDADES

Lo no servido un día por falta de *stock* se acumula para el día siguiente. Las semillas que se van a tomar para generar los números aleatorios son las siguientes:

- Semilla demanda diaria: 9451.
- Semilla tiempo de suministro: 7781.

Lo primero que hay que hacer será asignar a cada probabilidad un rango de valores proporcional. Para la demanda diaria:

Demanda diaria inventario	Probabilidad	Rango
20	0,15	00 a 14
30	0,25	15 a 39
40	0,35	40 a 74
50	0,25	75 a 99

Para el tiempo de suministro:

Tiempo de suministro (días)	Probabilidad	Rango
1	0,15	00 a 14
2	0,40	15 a 54
3	0,35	55 a 89
4	0,10	90 a 99

.../...

.../...

Ahora se van a obtener los números aleatorios a partir de las semillas respectivas:

Demanda diaria

Número aleatorio	Cuadrado
9451	89**3214**01
3214	10**3297**96
3297	10**8702**09
8702	75**7248**04
7248	52**5335**04
5335	28**4622**25
4622	21**3628**84
3628	13**1623**84
1623	2**6341**29
6341	40**2082**81
2082	4**3347**24
3347	11**2024**09
2024	4**0965**76
0965	9**3122**5
3122	9**7468**84

Tiempo de suministro

Número aleatorio	Cuadrado
7781	60**5439**61
5439	29**5827**21
5827	33**9539**29
9539	90**9925**21
9925	98**5056**25
5056	25**5631**36
5631	31**7081**61
7081	50**1405**61

Por tanto, agrupándolos de dos en dos, se tendrán los siguientes números, excluyendo la semilla:

- **Demanda diaria:** 32-14-32-97-87- 02-72-48-53-35-46-22-36-28-16-23-63-41-20-82-33-47-20-24-09-65-31-22-74-68.
- **Tiempo de suministro:** 54-39-58-27-95-39-99-25-50-56-56-31-70-81-14-05.

.../...

.../...

Siendo TS el tiempo de suministro (en días), quedaría:

Día	Inventario inicial	Recep. prog.	N.º aleat.	Demanda diaria	Inventario final	¿Pedido?	N.º aleat.	TS	Día llegada	Retraso
1	100	0	32	30	70	Sí	54	2	3	
2	70	0	14	20	50	No				
3	50	200	32	30	220	No				
4	220	0	97	50	170	No				
5	170	0	87	50	120	No				
6	120	0	02	20	100	No				
7	100	0	72	40	60	Sí	39	2	9	
8	60	0	48	40	20	No				
9	20	200	53	40	180	No				
10	180	0	35	30	150	No				
11	150	0	46	40	110	No				
12	110	0	22	30	80	No				
13	80	0	36	30	50	Sí	58	3	16	
14	50	0	28	30	20	No				
15	20	0	16	30	– 10	No				10
16	– 10	200	23	30	160	No				
17	160	0	63	40	120	No				
18	120	0	41	40	80	No				
19	80	0	20	30	50	Sí	27	2	21	
20	50	0	82	50	0	No				
21	0	200	33	30	170	No				
22	170	0	47	40	130	No				
23	130	0	20	30	100	No				
24	100	0	24	30	70	Sí	95	4	28	
25	70	0	09	20	50	No				
26	50	0	65	40	10	No				
27	10	0	31	30	– 20	No				20
28	– 20	200	22	30	150	No				
29	150	0	74	40	110	No				
30	110	0	68	40	70	Sí	39	2	32	
***Stock* medio**	**89**								**Total**	**30**

.../...

.../...

Explicación de la simulación

- **Día 1:**

  Inventario final = Inventario inicial (100) + Recepciones programadas del proveedor (0) – Demanda diaria (30) = 70

  La demanda diaria (30) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (32). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 15 y 39 le corresponde una demanda diaria de 30.

  Para decidir si se solicita un pedido, el inventario final debe ser menor o igual al punto de pedido (75). Como en este caso es 70, y no hay ninguna recepción programada, se va a solicitar el pedido del tamaño del lote de 200 unidades. Para obtener cuándo va a llegar, se va a obtener el tiempo de suministro en función del número aleatorio que le toca (54). Como está en el rango de 15 a 54, el tiempo de suministro será de 2 días. Por tanto, el día previsto de llegada = día actual (1) + tiempo de suministro (2) = 3.

- **Día 2.** El inventario inicial es igual al inventario final del día anterior (70).

  Inventario final = Inventario inicial (70) + Recepciones programadas del proveedor (0) – Demanda diaria (20) = 50

  La demanda diaria (20) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (14). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 00 y 14 le corresponde una demanda diaria de 20.

  Como se está a la espera de recibir un pedido, no se solicita otro.

- **Día 3.** El inventario inicial es igual al inventario final del día anterior (50).

  Inventario final = Inventario inicial (50) + Recepciones programadas del proveedor (200) – Demanda diaria (30) = 220

  La demanda diaria (30) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (32). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 15 y 39 le corresponde una demanda diaria de 30.

  Para decidir si se solicita un pedido, el inventario final debe ser menor o igual al punto de pedido (75). Como en este caso es 220, no se va a solicitar.

  Y así sucesivamente para el resto de días.

El resultado obtenido para un punto de pedido de 75 unidades es de un *stock* medio de 89 unidades y de 30 unidades entregadas un día tarde.

.../...

.../...

PUNTO DE PEDIDO = 125 UNIDADES

Lo no servido un día por falta de *stock* se acumula para el día siguiente. Las semillas que se van a tomar para generar los números aleatorios son las siguientes:

- Semilla demanda diaria: 5618.
- Semilla tiempo de suministro: 2786.

Demanda diaria

Número aleatorio	Cuadrado
5618	31561924
5619	31573161
5731	32844361
8443	71284249
2842	8076964
0769	591361
9136	83466496
4664	21752896
7528	56670784
6707	44983849
9838	96786244
7862	61811044
8110	65772100
7721	59613841
6138	37675044

Tiempo de suministro

Número aleatorio	Cuadrado
2786	7761796
7617	58018689
0186	34596
3459	11964681
9646	93045316
0453	205209
0520	270400
7040	49561600
5616	31539456

Por tanto, agrupándolos de dos en dos, se tendrán los siguientes números, excluyendo la semilla:

- **Demanda diaria:** 56-19-57-31-84-43-28-42-07-69-91-36-46-64-75-28-67-07-98-38-78-62-81-10-77-21-61-38-67-50.
- **Tiempo de suministro:** 76-17-01-86-34-59-96-46-04-53-05-20-70-40-56-16-53-94.

.../...

.../...

Siendo TS el tiempo de suministro (en días), quedaría:

Día	Inventario inicial	Recep. prog.	N.º aleat.	Demanda diaria	Inventario final	¿Pedido?	N.º aleat.	TS	Día llegada	Retraso
1	100	0	56	40	60	Sí	76	3	4	
2	60	0	19	30	30	No				
3	30	0	57	40	– 10	No				10
4	– 10	200	31	30	160	No				
5	160	0	84	50	110	Sí	17	2	7	
6	110	0	43	40	70	No				
7	70	200	28	30	240	No				
8	240	0	42	40	200	No				
9	200	0	07	20	180	No				
10	180	0	69	40	140	No				
11	140	0	91	50	90	Sí	1	1	12	
12	90	200	36	30	260	No				
13	260	0	46	40	220	No				
14	220	0	64	40	180	No				
15	180	0	75	50	130	No				
16	130	0	28	30	100	Sí	86	3	19	
17	100	0	67	40	60	No				
18	60	0	07	20	40	No				
19	40	200	98	50	190	No				
20	190	0	38	30	160	No				
21	160	0	78	50	110	Sí	34	2	23	
22	110	0	62	40	70	No				
23	70	200	81	50	220	No				
24	220	0	10	20	200	No				
25	200	0	77	50	150	No				
26	150	0	21	30	120	Sí	59	3	29	
27	120	0	61	40	80	No				
28	80	0	38	30	50	No				
29	50	200	67	40	210	No				
30	210	0	50	40	170	No				
***Stock* medio**	**130,7**								**Total**	**10**

.../...

.../...

Explicación de la simulación

- **Día 1**

  Inventario final = Inventario inicial (100) + Recepciones programadas del proveedor (0) – Demanda diaria (40) = 60

  La demanda diaria (40) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (56). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 40 y 74 le corresponde una demanda diaria de 40.

  Para decidir si se solicita un pedido, el inventario final debe ser menor o igual al punto de pedido (125). Como en este caso es 60, y no hay ninguna recepción programada, se va a solicitar el pedido del tamaño del lote de 200 unidades. Para obtener cuándo va a llegar, se va a calcular el tiempo de suministro en función del número aleatorio que le toca (76). Como está en el rango de 55 a 89, el tiempo de suministro será de 3 días. Por tanto, el día previsto de llegada = día actual (1) + Tiempo de suministro (3) = 4.

- **Día 2.** El inventario inicial es igual al inventario final del día anterior (60).

  Inventario final = Inventario inicial (60) + Recepciones programadas del proveedor (0) – Demanda diaria (30) = 30

  La demanda diaria (30) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (19). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 15 y 39 le corresponde una demanda diaria de 30.

  Como se está a la espera de recibir un pedido, no se solicita otro.

- **Día 3.** El inventario inicial es igual al inventario final del día anterior (30).

  Inventario final = Inventario inicial (30) + Recepciones programadas del proveedor (0) – Demanda diaria (40) = – 10

  Realmente el *stock* es 0 y hay 10 unidades que no se sirven al cliente. Se acumulan para el siguiente día.

  La demanda diaria (40) se ha obtenido a partir de su número aleatorio (57). Se ha comprobado en la tabla de rango de números asignados. Como está en el rango entre 40 y 74 le corresponde una demanda diaria de 40.

  Como se está a la espera de recibir un pedido, no se solicita otro.

  Y así sucesivamente para el resto de días.

El resultado obtenido para un punto de pedido de 125 unidades es de un *stock* medio de 130,7 unidades y de 10 unidades entregadas un día tarde.

Se podrían hacer tantas simulaciones como se quisieran hasta determinar cuál es la opción que más interesa.

4. SIMULACIÓN DE MONTECARLO

Una **simulación de Montecarlo** es un método sencillo de realizar una simulación con ayuda de equipos informáticos que van a generar los números pseudoaleatorios. Hay que parametrizar el sistema que se quiere analizar en un *software* específico, en este caso las hojas de cálculo. Se verá que mediante fórmulas se puede lograr tener los resultados de múltiples simulaciones en un tiempo realmente corto.

EJEMPLO 2

Se va a realizar la simulación de lanzar dos dados, como ocurre en los casinos, y en función de lo que sumen se tendrá un pago distinto. Los pagos vienen dados por la siguiente tabla:

Suma	Pago
2	10
3	10
4	0
5	0
6	– 10
7	– 10
8	– 10
9	0
10	0
11	10
12	10

Se quiere realizar una simulación con 10 lanzamientos dobles.

Solución

La generación de los números aleatorios en la hoja de cálculo permite definir con mucha mayor exactitud los rangos. Se supone que todos los números tienen igual probabilidad de salir en cada lanzamiento, por tanto, se van a asignar los siguientes rangos de números aleatorios a cada tirada:

.../...

.../...

Figura 1. **Rango de números aleatorios**

M	N	O
Rango números aleatorios		
Mínimo	**Máximo**	**Número**
0	0,16666667	1
0,16666667	0,33333333	2
0,33333333	0,5	3
0,5	0,66666667	4
0,66666667	0,83333333	5
0,83333333	1	6

Los valores que aparecen están redondeados a 8 decimales, pero, realmente, la hoja de cálculo guarda internamente más decimales.

Se van a generar aleatoriamente dos números para cada lanzamiento doble: uno para el dado 1 y otro para el dado 2. Se hace mediante la función ALEATORIO().

Figura 2. **Generación de números aleatorios**


ALEATORIO | =ALEATORIO()

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**SIMULACIÓN 1**							
2	**Lanz.**	**Nº aleatorio 1**	**Dado 1**	**Nº aleatorio 2**	**Dado 2**	**Suma**	**Pago lanz**	**Pago total**
3		=ALEATORIO()	ALEATORIO()					
4	2							
5	3							
6	4							
7	5							
8	6							
9	7							
10	8							
11	9							
12	10							
13								

.../...

.../...

En función del número aleatorio 1, se obtiene automáticamente el valor del dado 1 en esa tirada. Se ha realizado mediante una función condicional que comprueba entre qué dos números está comprendido y le asigna el valor a la tirada. Por ejemplo, para la celda C3 será:

=SI(B3>$N$7;$O$8;SI(B3>$N$6;$O$7;SI(B3>$N$5;$O$6;SI(B3>$N$4;$O$5;SI(B3>$N$3;$O$4;$O$3)))))

De idéntica manera se realiza para el lanzamiento 2 de cada tirada.

Figura 3. **Asignación de valor del dado lanzado**

C3 | =SI(B3>$N$7;$O$8;SI(B3>$N$6;$O$7;SI(B3>$N$5;$O$6;SI(B3>$N$4;$O$5;SI(B3>$N$3;$O$4;$O$3)))))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	SIMULACIÓN 1									Lanzamiento			Rango números aleatorios		
2	Lanz.	Nº aleatorio 1	Dado 1	Nº aleatorio 2	Dado 2	Suma	Pago lanz	Pago total		Número	Pago		Mínimo	Máximo	Número
3	1	0,3629210583	3	0,0435427283						2	10		0	0,16666667	1
4	2	0,894367708		0,8887425078						3	10		0,16666667	0,33333333	2
5	3	0,8328541127		0,6216060017						4	0		0,33333333	0,5	3
6	4	0,4047746608		0,7692836151						5	0		0,5	0,66666667	4
7	5	0,7828874879		0,1494303244						6	-10		0,66666667	0,83333333	5
8	6	0,0640352224		0,860822845						7	-10		0,83333333	1	6
9	7	0,9099812247		0,9118320551						8	-10				
10	8	0,2151017269		0,1442804096						9	0				
11	9	0,4674503079		0,8570829232						10	0				
12	10	0,947685156		0,8336140647						11	10				
13										12	10				

Una vez que se tienen los valores de cada tirada, se suman en la columna F. En la columna G, correspondiente al pago del lanzamiento, se va a comprobar automáticamente para el valor de la suma cuál es el pago correspondiente. Por ejemplo, para la celda C3, utilizando la función BUSCARV, será:

=BUSCARV(F3;$J$3:$K$13;2;FALSO())

Figura 4. **Pago del lanzamiento**

G3 | =BUSCARV(F3;$J$3:$K$13;2;FALSO())

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	SIMULACIÓN 1									Lanzamiento			Rango números aleatorios		
2	Lanz.	Nº aleatorio 1	Dado 1	Nº aleatorio 2	Dado 2	Suma	Pago lanz	Pago total		Número	Pago		Mínimo	Máximo	Número
3	1	0,3629210583	3	0,0435427283	1	4	0	0		2	10		0	0,16666667	1
4	2	0,894367708	6	0,8887425078	6	12				3	10		0,16666667	0,33333333	2
5	3	0,8328541127	5	0,6216060017	4	9				4	0		0,33333333	0,5	3
6	4	0,4047746608	3	0,7692836151	5	8				5	0		0,5	0,66666667	4
7	5	0,7828874879	5	0,1494303244	1	6				6	-10		0,66666667	0,83333333	5
8	6	0,0640352224	1	0,860822845	6	7				7	-10		0,83333333	1	6
9	7	0,9099812247	6	0,9118320551	6	12				8	-10				
10	8	0,2151017269	2	0,1442804096	1	3				9	0				
11	9	0,4674503079	3	0,8570829232	6	9				10	0				
12	10	0,947685156	6	0,8336140647	6	12				11	10				
13										12	10				

.../...

.../...

Por último, se obtendrá el pago total, que es el que se ha ido acumulando en las sucesivas tiradas.

Figura 5. **Pago acumulado**

H4 =H3+G4

SIMULACIÓN 1							
Lanz.	Nº aleatorio 1	Dado 1	Nº aleatorio 2	Dado 2	Suma	Pago lanz	Pago total
1	0,3629210583	3	0,0435427283	1	4	0	0
2	0,894367708	6	0,8887425078	6	12	10	10
3	0,8328541127	5	0,6216060017	4	9	0	10
4	0,4047746608	3	0,7692836151	5	8	-10	0
5	0,7828874879	5	0,1494303244	1	6	-10	-10
6	0,0640352224	1	0,860822845	6	7	-10	-20
7	0,9099812247	6	0,9118320551	6	12	10	-10
8	0,2151017269	2	0,1442804096	1	3	10	0
9	0,4674503079	3	0,8570829232	6	9	0	0
10	0,947685156	6	0,8336140647	6	12	10	10

Lanzamiento	
Número	Pago
2	10
3	10
4	0
5	0
6	-10
7	-10
8	-10
9	0
10	0
11	10
12	10

Rango números aleatorios		
Mínimo	Máximo	Número
0	0,16666667	1
0,16666667	0,33333333	2
0,33333333	0,5	3
0,5	0,66666667	4
0,66666667	0,83333333	5
0,83333333	1	6

Siguiendo estos mismos pasos se volverá a realizar la simulación tantas veces como se haya establecido. Por ejemplo, una segunda simulación daría como resultado:

Figura 6. **Segunda simulación**

SIMULACIÓN 2							
Lanz.	Nº aleatorio 1	Dado 1	Nº aleatorio 2	Dado 2	Suma	Pago lanz	Pago total
1	0,3560237077	3	0,0444035479	1	4	0	0
2	0,9204462077	6	0,185654838	2	8	-10	-10
3	0,2965727856	2	0,7265401812	5	7	-10	-20
4	0,7167409029	5	0,0469393026	1	6	-10	-30
5	0,4964419445	3	0,9045594421	6	9	0	-30
6	0,5173290371	4	0,4977327087	3	7	-10	-40
7	0,218093116	2	0,3207327521	2	4	0	-40
8	0,2214812924	2	0,1167401802	1	3	10	-30
9	0,1555675941	1	0,0325612845	1	2	10	-20
10	0,8737918636	6	0,6864962276	5	11	10	-10

.../...

.../...

Para las 10 simulaciones programadas se tendrá el siguiente resultado, obteniendo el valor promedio:

Figura 7. **Resultado 10 simulaciones**

C40 =PROMEDIO(C30:C39)

	A	B	C	D
28				
29		**Simulación**	**Pago**	
30		1	10	
31		2	-10	
32		3	-20	
33		4	0	
34		5	-10	
35		6	0	
36		7	-20	
37		8	0	
38		9	-10	
39		10	10	
40		**Media**	**-5**	
41				

Se puede decir, en función de las simulaciones, que de media se perderán 5 euros, por lo que no interesaría jugar.

CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- Eventos continuos.
- Eventos discretos.
- Eventos mixtos.
- Formulación del modelo.
- Generador de números aleatorios.
- Método de los cuadrados medios.
- Semilla.
- Simulación.
- Simulación de Montecarlo.
- Simulación determinista.
- Simulación estocástica.
- Validación del modelo.

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de la siguiente actividad de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

Enunciado

Simulación de proyectos. Se quieren realizar dos simulaciones para saber cuál sería el tiempo medio de realización de un proyecto que se basa en completar tres tareas siguiendo el siguiente orden: tarea 1 → tarea 2 → tarea 3.

Se conocen las probabilidades asociadas a las duraciones de cada una de las tareas individualmente:

Duración tarea 1 (días)	Probabilidad
8	5 %
9	15 %
10	35 %
11	40 %
12	5 %

Duración tarea 2 (días)	Probabilidad
3	10 %
4	25 %
5	50 %
6	15 %

Duración tarea 3 (días)	Probabilidad
7	15 %
8	25 %
9	35 %
10	25 %

Cada simulación será para 20 proyectos, obteniéndose la duración media, máxima y mínima.

Las semillas que hay que utilizar para la primera simulación serán:

- Tarea 1: 7825.
- Tarea 2: 9547.
- Tarea 3: 3853.

Las semillas que hay que utilizar para la segunda simulación serán:

- Tarea 1: 4927.
- Tarea 2: 6381.
- Tarea 3: 1973.

Solución

La asignación de rangos de números asociados a la duración de cada una de las tareas será la siguiente:

Duración tarea 1 (días)	Prob.	Rango
8	0,05	00 a 04
9	0,15	05 a 19
10	0,35	20 a 54
11	0,40	55 a 94
12	0,05	95 a 99

Duración tarea 2 (días)	Prob.	Rango
3	0,10	00 a 09
4	0,25	10 a 34
5	0,50	35 a 84
6	0,15	85 a 99

Duración tarea 3 (días)	Prob.	Rango
7	0,15	00 a 14
8	0,25	15 a 39
9	0,35	40 a 74
10	0,25	75 a 99

Simulación 1. Los números aleatorios a partir de las respectivas semillas serán:

Tarea 1

Número aleatorio	Cuadrado
7825	61**2306**25
2306	5**3176**36
3176	10**0869**76
0869	7**5516**1
5516	30**4262**56
4262	18**1646**44
1646	2**7093**16
7093	50**3106**49
3106	9**6472**36
6472	41**8867**84
8867	78**6236**89

Tarea 2

Número aleatorio	Cuadrado
9547	91**1452**09
1452	2**1083**04
1083	1**1728**89
1728	2**9859**84
9859	97**1998**81
1998	3**9920**04
9920	98**4064**00
4064	16**5160**96
5160	26**6256**00
6256	39**1375**36
1375	1**8906**25

Tarea 3

Número aleatorio	Cuadrado
3853	14**8456**09
8456	71**5039**36
5039	25**3915**21
3915	15**3272**25
3272	10**7059**84
7059	49**8294**81
8294	68**7904**36
7904	62**4732**16
4732	22**3918**24
3918	15**3507**24
3507	12**2990**49

En base a estas tablas, los números aleatorios que hay que emplear para cada una de las tareas, excluyendo la semilla, serán:

- **Tarea 1:** 23-06-31-76-08-69-55-16-42-62-16-46-70-93-31-06-64-72-88-67-62-36.
- **Tarea 2:** 14-52-10-83-17-28-98-59-19-98-99-20-40-64-51-60-62-56-13-75-89-06.
- **Tarea 3:** 84-56-50-39-39-15-32-72-70-59-82-94-79-04-47-32-39-18-35-07-29-90.

Ahora se va a realizar la tabla donde se ejecutará la simulación. Para cada proyecto, se va a determinar la duración de cada una de las tareas a partir de los números aleatorios respectivos. La duración total del proyecto será la suma de las duraciones de las tres tareas.

Proyecto	Tarea 1		Tarea 2		Tarea 3		Proyecto
	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Duración
1	23	10	14	4	84	10	24
2	06	9	52	5	56	9	23
3	31	10	10	4	50	9	23
4	76	11	83	5	39	8	24
5	08	9	17	4	39	8	21
6	69	11	28	4	15	8	23
7	55	11	98	6	32	8	25
8	16	9	59	5	72	9	23
9	42	10	19	4	70	9	23
10	62	11	98	6	59	9	26
11	16	9	99	6	82	10	25
12	46	10	20	4	94	10	24
13	70	11	40	5	79	10	26
14	93	11	64	5	04	7	23
15	31	10	51	5	47	9	24
16	06	9	60	5	32	8	22

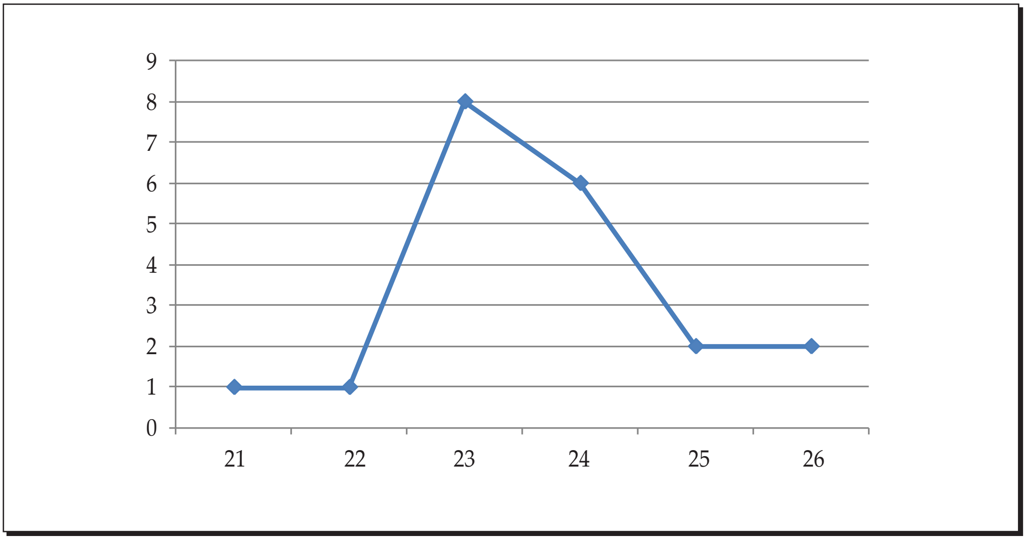
.../...

Proyecto	Tarea 1		Tarea 2		Tarea 3		Proyecto
	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Duración
.../...							
17	64	11	62	5	39	8	24
18	72	11	56	5	18	8	24
19	88	11	13	4	35	8	23
20	67	11	75	5	07	7	23
						Media	**23,7**
						Máximo	**26**
						Mínimo	**21**

Resumiendo, se tiene:

Duración (por días)					
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**
1	1	8	6	2	2

Figura 8. **Resultado primera simulación**



Simulación 2. Con las nuevas semillas, los números aleatorios serán:

Tarea 1

Número aleatorio	Cuadrado
4927	24275329
2753	7579009
5790	33524100
5241	27468081
4680	21902400
9024	81432576
4325	18705625
7056	49787136
7871	61952641
9526	90744676
7446	55442916

Tarea 2

Número aleatorio	Cuadrado
6381	40717161
7171	51423241
4232	17909824
9098	82773604
7736	59845696
8456	71503936
5039	25391521
3915	15327225
3272	10705984
7059	49829481
8294	68790436

Tarea 3

Número aleatorio	Cuadrado
1973	3892729
8927	79691329
6913	47789569
7895	62331025
3310	10956100
9561	91412721
4127	17032129
0321	103041
0304	92416
9241	85396081
3960	15681600

En función de estas tablas, los números aleatorios que hay que emplear para cada una de las tareas, excluyendo la semilla, serán:

- **Tarea 1:** 27-53-57-90-52-41-46-80-90-24-43-25-70-56-78-71-95-26-74-46-44-29.
- **Tarea 2:** 71-71-42-32-90-98-77-36-84-56-50-39-39-15-32-72-70-59-82-94-79-04.
- **Tarea 3:** 89-27-69-13-78-95-33-10-95-61-41-27-03-21-03-04-92-41-39-60-68-16.

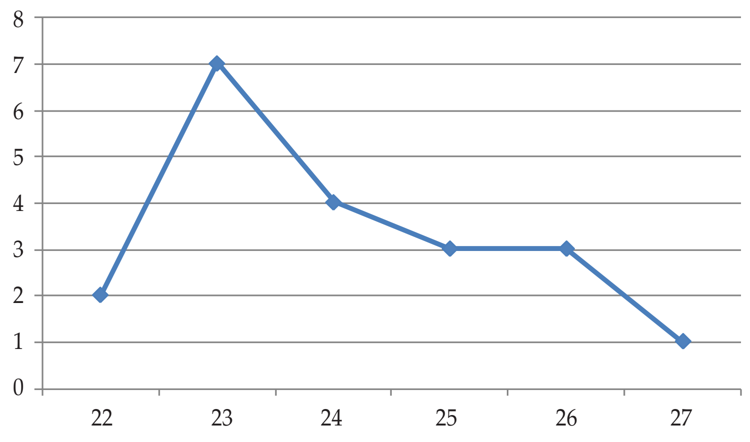
Ahora se va a realizar la tabla donde se ejecutará la simulación.

Proyecto	Tarea 1		Tarea 2		Tarea 3		Proyecto
	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Número aleatorio	Duración	Duración
1	27	10	71	5	89	10	25
2	53	10	71	5	27	8	23
3	57	11	42	5	69	9	25
4	90	11	32	4	13	7	22
5	52	10	90	6	78	10	26
6	41	10	98	6	95	10	26
7	46	10	77	5	33	8	23
8	80	11	36	5	10	7	23
9	90	11	84	5	95	10	26
10	24	10	56	5	61	9	24
11	43	10	50	5	41	9	24
12	25	10	39	5	27	8	23
13	70	11	39	5	03	7	23
14	56	11	15	4	21	8	23
15	78	11	32	4	03	7	22
16	71	11	72	5	04	7	23
17	95	12	70	5	92	10	27
18	26	10	59	5	41	9	24
19	74	11	82	5	39	8	24
20	46	10	94	6	60	9	25
						Media	**24,1**
						Máximo	**27**
						Mínimo	**22**

Resumiendo:

Duración (por días)					
22	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**
2	7	4	3	3	1

Figura 9. **Resultado segunda simulación**



EJERCICIOS VOLUNTARIOS

Tras el estudio de esta Unidad didáctica, el estudiante puede hacer, por su cuenta, una serie de ejercicios voluntarios, como los siguientes:

1. ¿Cuáles son las etapas típicas de un proceso de simulación?
2. ¿Qué tipos de simulaciones existen?
3. ¿En qué consiste la simulación de Montecarlo?
4. ¿Cómo se generan los números aleatorios por el método de los cuadrados medios?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

DAVIS, M.; AQUILANO, N. y CHASE, R.: *Administración de producción y operaciones*, Manufactura y servicios, Santa Fe de Bogotá, McGraw-Hill, 2000.

DOMÍNGUEZ MACHUCA, J. A. et ál: *Dirección de operaciones, aspectos tácticos y operativos en la producción y los servicios*, Madrid, McGraw-Hill, 1995.

HILLIER, F. S. y LIEBERMAN, G. J.: *Introducción a la investigación de operaciones*, McGraw-Hill, 2010.

TAHA, H. A.: *Investigación de operaciones*, México, Editorial Pearson, 2004.

Avanzada

BRONSON, R. y NAADIMUTHU, G.: *Schaum's outlines of theory and problems of operations research*, New York, McGraw-Hill, 1982.

GAITHER, N. y FRAZIER, G.: *Administración de producción y operaciones*, México, Thomson Editores, 2000.

RÍOS-INSUA, S.; MATEOS, A.; BIELZA, M.ª C. y JIMÉNEZ, A.: *Investigación operativa*, Centro de Estudios Ramón Areces, 1996.