Unidad 9. Dinámica de Fluidos.

Regímenes de corriente. Línea, hilo y tubo de corriente

Es muy importante el estudio del movimiento de un fluido tanto en el interior de un contorno (como puede ser una tubería, o un canal) o alrededor de un contorno (como un barco, el ala de avión, etc) es

Nos ayudará a resolver problemas técnicos en multitud de proyectos poniendo como ejemplos el estudio de oleoductos, en redes de distribución de agua, conductos de los sistemas de calefacción y refrigeración, sistemas para la lubricación y engrase de las máquinas, flujo del agua y del vapor en centrales térmicas y nucleares, resistencia al movimiento de vehículos de calle y de competición, de los aviones, barcos, etc.

Lo primero y quizás más importante es saber diferenciar entre los posibles regímenes de corriente en un fluido para poder saber que solución aplicar al problema

a) Corriente permanente y corriente variable.

Permanente si en cualquier punto del espacio por donde circula el fluido no varían con el tiempo las características de éste (aunque varíen de un punto a otro). En particular su velocidad y su presión. Ejemplo: corriente de agua en un canal de hormigón de pendiente uniforme.

Variable si sucede lo contrario. Ejemplo 1: vaciado de un depósito por un orificio de, fondo, Fig. 5-1: la velocidad V de salida por el orificio disminuye a medida que disminuye H al irse vaciando el depósito.

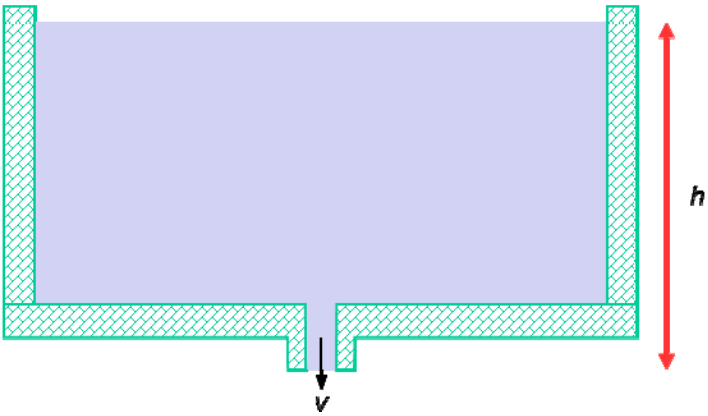

Figura 9. 1. Vaciado de un depósito con un orificio en el fondo.

b) Corriente uniforme y no uniforme.

Uniforme si en cualquier sección transversal a la corriente la velocidad en puntos homólogos es igual en magnitud y dirección, aunque dentro de una misma sección transversal varíe de un punto a otro. Ejemplo 2: flujo de un fluido en un tubo de diámetro constante.

No uniforme en caso contrario. Ejemplo: en el cono divergente a la salida de una bomba la velocidad disminuye a medida que la sección aumenta (como en un difusor). Está claro que tanto el régimen uniforme como el no uniforme pueden ser permanentes o variables; Ejemplo 3: si el caudal en los ejemplos primero y segundo no varía, el régimen será permanente; pero si varía, el régimen será variable.

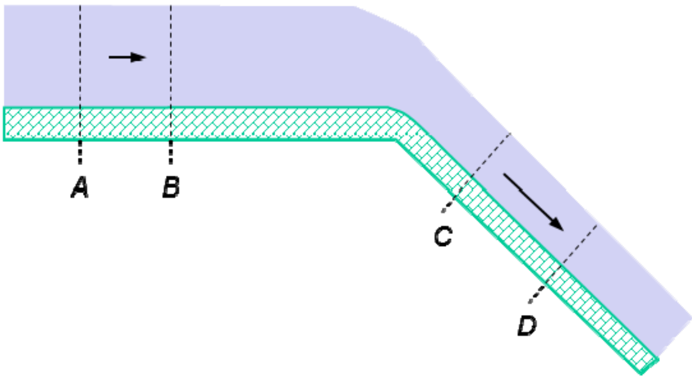

Figura 9. 2. Corriente en un canal. En los tramos AB y CD la corriente es uniforme y en el tramo BC no uniforme

Imaginemos que tenemos un canal para transporte de agua como se muestra en la Figura 9. 2, en la transición del canal, la corriente es uniforme en los tramos AB y CD y no uniforme en el tramo BC (ya que es la zona de transición). Si aguas arriba de A hay una compuerta que permite variar el caudal del canal; durante las maniobras en la compuerta, en los tramos AB y CD será uniforme y variable, y en el tramo BC no uniforme y variable, y una vez terminada la maniobra en la compuerta será, uniforme y permanente y no uniforme y permanente, respectivamente.

c) Corriente laminar y turbulenta.

Laminar si es perfectamente ordenada de manera que el fluido se mueve en láminas paralelas

Turbulenta, en caso contrario, como el agua en un canal de gran pendiente. El que se de uno u otro régimen depende del influjo de la viscosidad (o del número de Reynolds que se estudiará más adelante).

Esta definición de corriente laminar y turbulenta es un avance por ahora. Una definición más precisa de ambos regímenes de corriente se dará en capítulos posteriores. Es muy importante la diferenciación entre ambos regímenes

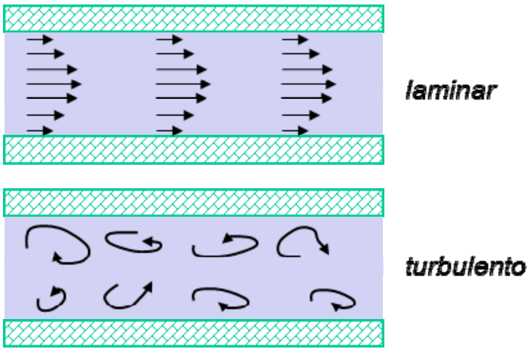

Figura 9. 3. Flujo laminar y turbulento

El camino que recorre una partícula de fluido en su movimiento se llama trayectoria de la partícula. En régimen permanente la trayectoria coincide con la llamada línea de corriente, que es la curva tangente a los vectores de velocidad la cada punto (véase la Figura 9. 4). En régimen permanente las velocidades en los puntos 1, 2, 3, etc. serán siempre v_1, v_2, v_3; etc. y la partícula que pasa por 1 seguirá la trayectoria 1-2-3-4 que coincidirá con la línea de corriente. En régimen variable las líneas de corriente varían de un instante a otro (varían con el tiempo).

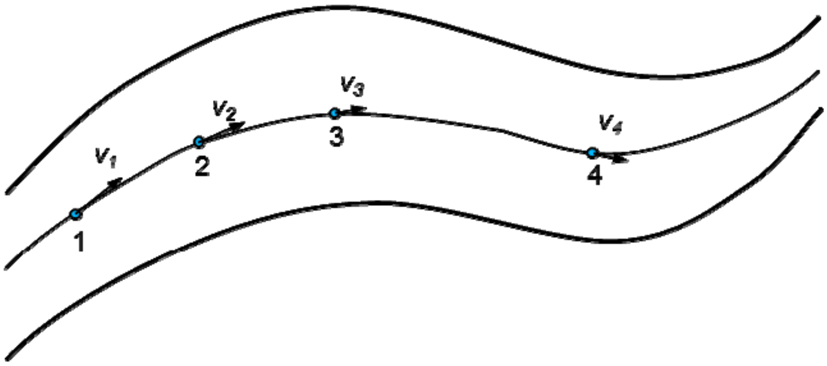

Figura 9. 4. Tubo de corriente

Las líneas de corriente sirven para la representación gráfica de los flujos llamados bidimensionales, que pueden representarse fácilmente en un plano porque la velocidad no tiene componente normal al plano del dibujo, y la configuración de corriente en todos los planos paralelos al del dibujo es Idéntica. Por cada punto de la corriente pasa una línea de corriente. Por tanto, si se trazaran todas las líneas de corriente no se distinguiría ninguna y si se trazaran demasiadas el dibujo sería confuso. Por eso se trazan solo unas cuantas; pero de forma que entre cada dos líneas consecutivas circule el mismo caudal, ΔQ.

Tubo de corriente, es un tubo imaginario o real cuya pared lateral está formada por líneas de corriente (Figura 9. 4 y Figura 9. 5). Así en una tubería de agua de 250 mm un tubo de corriente puede ser un cilindro circular imaginario de 100 mm y concéntrico con el eje de la tubería, o también la tubería misma de 250 mm, que por definición de línea de corriente está formada también por líneas de corriente (la velocidad del fluido en la tubería es tangente a la tubería; de lo contrario el líquido se despegaría de la tubería o se saldría de la misma).

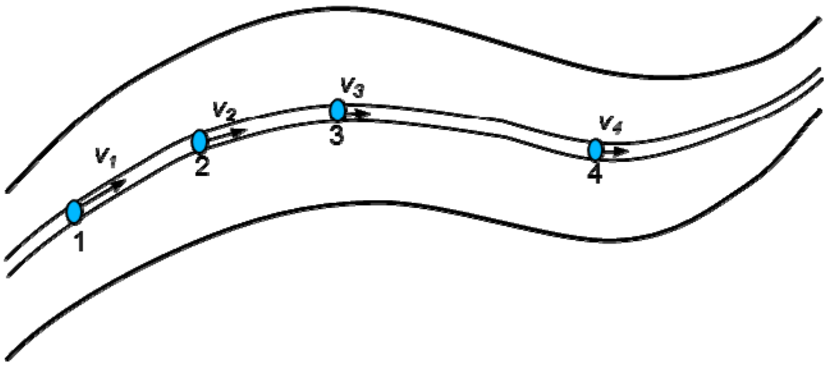

Figura 9. 5. Tubo de corriente e hilo de corriente

Definición de caudal

Caudal Q es la cantidad de fluido por unidad de tiempo que pasa a través de una sección transversal a la corriente. Normalmente se identifica con el flujo volumétrico o volumen que pasa por un área dada en la unidad de tiempo. Menos frecuentemente, se identifica con el flujo másico o masa que pasa por un área dada en la unidad de tiempo.

Así, por ejemplo, el caudal volumétrico en una tubería de agua serían los litros por hora que circulan a través de un plano transversal a la tubería

Ecuación de dimensiones: $[Q] = [L]^3[T]^{-1}$

Unidad en el sistema internacional: $\frac{m^3}{s}$

y el caudal másico los kilogramos por hora que circulan a través de un plano transversal a la tubería.

Ecuación de dimensiones: $[G] = [M][T]^{-1}$

Unidad en el sistema internacional: $\dfrac{kg}{s}$

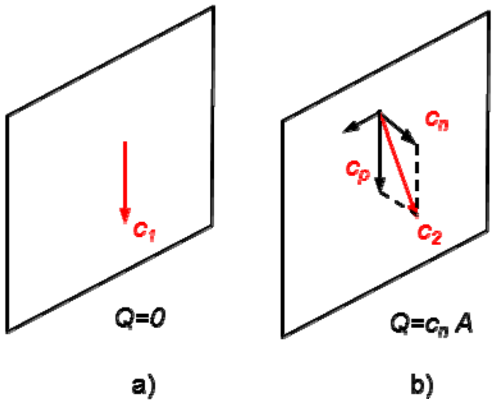

Figura 9. 6. Caudal a través de una superficie con distintas componentes de velocidad.

Si la velocidad de la corriente c es paralela a la superficie A (vertical como en la Figura 9. 6 a o también inclinada, pero paralela a la superficie) el caudal que la atraviesa es nulo. Si la velocidad c tiene cualquier otra dirección (Figura 9. 6 b), descomponiendo c según tres ejes, dos paralelos a la superficie y el tercero normal a la misma, solo la componente normal c_n produce caudal.

Si la superficie a través de la cual se calcula el caudal es finita es evidente que dirección de la velocidad puede variar de un punto a otro de la misma, y, además la superficie puede no ser plana. Llamando *dA* al elemento infinitesimal de área, siendo c_n la componente de la velocidad normal a ese elemento se tendrá:

$$dQ = c_n dA \tag{9.1}$$

e integrando para obtener el caudal será

$$\boxed{Q = \int c_n dA} \tag{9.2}$$

Si llamamos $\overline{c}$ (o también v) a la velocidad media normal a la sección A, a partir de la ecuación (9.2) se deduce que:

$$Q = c_n A = v\,A \tag{9.3}$$

Siendo la velocidad media:

$$\boxed{\overline{c} = \frac{\int c_n dA}{A} = \frac{Q}{A}} \tag{9.4}$$

Así, por ejemplo, en una tubería circular de diámetro D:

(velocidad media en una tubería)
$$\boxed{\overline{c} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{4Q}{\pi D^2}} \tag{9.5}$$

Por tanto, los caudales se pueden calcular con las expresiones siguientes:

- el caudal volumétrico será $Q = A\,v$
- el caudal másico será $G = \rho\,Q = \rho\,A\,v$

donde *A* es el área de la sección, *ρ* y *v* es la velocidad del fluido.

Ecuación de continuidad

Imaginemos una tubería con dos secciones distintas como la representada en la (Fig. 5-5):

Si entre ambas secciones se dan las siguientes condiciones

- no entra ni sale fluido de la tubería
- el es régimen permanece permanente y estacionario,
- no se crea ni se destruye masa

entonces la **masa** de fluido que pasa por la primera sección es igual a fluye por la segunda sección para un tiempo dado (el caudal másico). Lo podríamos expresar de la siguiente forma

$$G_1 = G_2 \tag{9.6}$$

y como sabemos que la masa es $G = \rho A c$ podríamos expresarlo como

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \tag{9.7}$$

Esta expresión es válida para todos los fluidos y la podríamos expresar como

$$\rho A v = cte \tag{9.8}$$

Recordemos que el caudal *másico* es constante en cualquier fluido da igual que sea compresible como incompresible. Sin embargo el caudal *volumétrico* que atraviesa una sección transversal no tiene por qué ser constante para fluidos compresibles, ya que puede haber variaciones de densidad del fluido.

Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli

Como ya conocemos, la ley de conservación de la energía establece que la energía no puede ser creada ni destruida, solo se transforma de un tipo en otro. Pues bien en conducciones de tuberías cuando el fluido fluye se produce conversiones entra distintas formas de energía y es necesario considerar tres formas de energía:

Energía de Flujo (llamada también energía de presión o trabajo de flujo), que representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de una cierta sección en contra de la presión p.

$$E_F = P \tag{9.9}$$

Energía Potencial, y que es debida a su elevación, la energía potencial del elemento de fluido con respecto a algún nivel de referencia está dada por:

$$E_p = \rho \, g \, z \tag{9.10}$$

Energía Cinética que es debida a la velocidad que lleva el elemento de fluido considerado. La energía cinética del elemento de fluido es:

$$E_c = \frac{m \, v^2}{2} \tag{9.11}$$

la cantidad total de energía que posee el elemento de fluido será la suma de las tres energías anteriores y que además es constante por tanto será

$$E_F + E_p + E_c = p + \rho \, g \, z + \frac{\rho \, v^2}{2} = cte \tag{9.12}$$

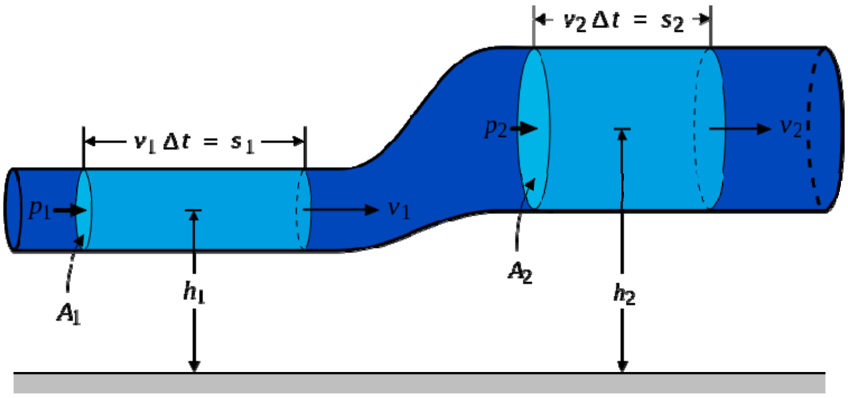

Figura 9. 7. Flujo de un fluido a través de dos secciones A_1 y A_2.

y si ahora consideramos un elemento de fluido que pasa por las secciones 1 y 2 de la Figura 9. 7 podemos obtener una expresión que nos relaciones las distintas expresiones de energía de ambas secciones, por tanto nos quedará

$$\boxed{p_1 + \rho\, g\, z_1 + \frac{\rho\, v_1^2}{2} = p_2 + \rho\, g\, z_2 + \frac{\rho\, v_2^2}{2}} \qquad (9.13)$$

que es similar a la tercera forma de la ecuación fundamental de la hidrostática del fluido incompresible pero introduciendo el término de velocidad.

De igual forma que se obtuvieron las tres formas de la ecuación fundamental de la hidrostática se puede hacer de forma similar y se obtienen ecuaciones análogas de la ecuación de Bernoulli que serian las siguientes.

Dividiendo la ecuación (9.13) por la densidad obtenemos

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho} + g\, z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g\, z_2 + \frac{v_2^2}{2}} \qquad (9.14)$$

y si en la ecuación se divide todos los términos por la constante g nos quedará

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}} \qquad (9.15)$$

Lo mejor es memorizar una de ellas y aplicar siempre la misma expresión, ya que las tres son equivalentes.

Ecuación de Bernoulli para el fluido real

En un fluido real la viscosidad, que es el rozamiento entre capas del fluido, origina un rozamiento tanto del fluido con el contorno, (tubería, canal, ...) así como de las propias partículas de fluido entre sí. De esta forma la ecuación de Bernoulli que hemos obtenido no se cumple al tener pérdidas energéticas por fricción. Lo que es lógico es que sigue cumpliendo el principio de la conservación de la energía. Es decir, además de las tres clases de energía enumeradas y estudiadas podemos incluir la energía de fricción, que no es una energía distinta de las que se han enumerado anteriormente, la fricción provoca tan solo una variación del estado térmico del fluido. En el fluido real la variación de energía interna no sería cero.

Como ya se mencionado, seguimos suponiendo que el fluido se comporta como incompresible, la energía interna se transforma en calor, y se tiene que producir un aumento de la temperatura del fluido y/o del medio exterior. Esta fricción en la mecánica de fluidos incompresibles no es aprovechable, y en este sentido la llamaremos energía perdida, o bien expresada en forma de altura, altura perdida H_r.

Este tema de perdida de energía se verá más detenidamente en temas posteriores, aunque adelantamos la ecuación de Bernoulli expresada en alturas quedará de la forma

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{v_1^{\,2}}{2g} - H_{r(1-2)} = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{v_2^{\,2}}{2g}} \qquad (9.16)$$

Ecuación de Bernoulli generalizada

Si la corriente atraviesa una o varias máquinas que suministran energía (llamadas bombas) provoca que aumente su energía, y que expresada en forma de alturas la llamaremos (+H_b). De la misma forma, si una o varias máquinas que disminuyen su energía (llamadas turbinas) se produce una disminución de energía que expresada en forma de alturas la llamaremos (-H_t)

Normalmente, en hidráulica se suele utilizar las energías en forma de alturas (pero se podría convertir para usar otras expresiones con g y ρ, como se ha hecho anteriormente) y tendríamos la ecuación siguiente:

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{v_1^{\,2}}{2g} - H_{r(1-2)} + H_b - H_t = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{v_2^{\,2}}{2g}} \qquad (9.17)$$

Una vez que ya hemos obtenido la expresión más general de ecuación de Bernoulli vamos a ver algunos ejemplos de aplicaciones prácticas de esta expresió,n algunas de las cuales tienen un gran interés pues se utilizan como aparatos de medida.

Teorema de Torricelli

El teorema de Torricelli es una aplicación del principio de Bernoulli y estudia el flujo de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad. A partir del teorema de Torricelli se puede calcular el caudal de salida de un líquido por un orificio. "La velocidad de un líquido en una vasija abierta, por un orificio, es la que tendría un cuerpo cualquiera, cayendo libremente en el vacío desde el nivel del líquido hasta el centro de gravedad del orificio".

Otra forma de verlo es que la velocidad de vaciado (o de llenado) de un estanque depende solamente de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida donde se encuentra ubicado el orificio de descarga. Así, entre los puntos 1 y 2.

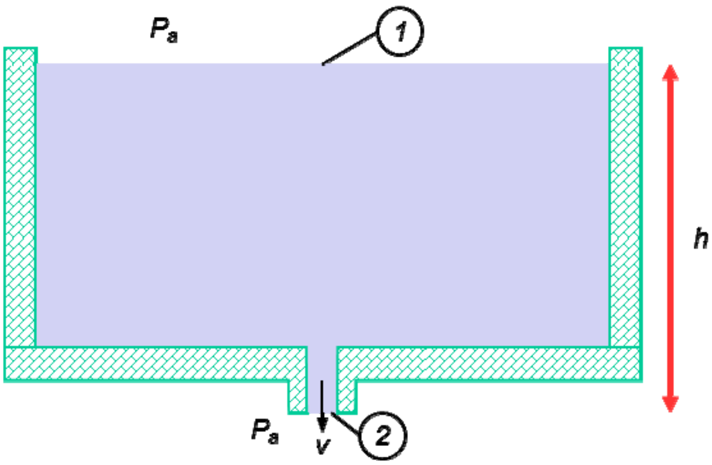

Figura 9. 8. Salida por orificio

$$\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

y sustituyendo valores

$$\frac{p_a}{\rho\, g} + h + 0 = \frac{p_a}{\rho\, g} + 0 + \frac{v_2^{\ 2}}{2g}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} \qquad (9.18)$$

La velocidad:

- será igual que la que adquiriría una partícula de fluido al caer libremente desde la altura h
- es independiente del peso específico del fluido, tendrán la misma velocidad el agua y mercurio
- Es la velocidad teórica de salida en condiciones ideales (fricción nula).

El frasco de Mariotte

Si S es la sección del orificio, el caudal volumétrico Q, es decir el volumen de fluido que sale por el orificio en la unidad de tiempo no es constante. Si queremos producir un gasto constante podemos emplear el denominado frasco de Mariotte

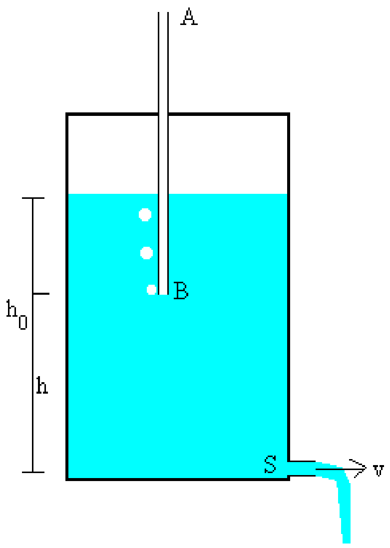

Figura 9. 9

Consiste en un frasco lleno de fluido hasta una altura h_0, que está cerrado por un tapón atravesado por un tubo cuyo extremo inferior está sumergido en el líquido. El fluido sale del frasco por un orificio practicado en el fondo del recipiente. En el extremo B la presión es la atmosférica ya que está entrando aire por el tubo, a medida que sale el líquido por el orificio. Si h es la distancia entre el extremo del tubo y el orificio, la velocidad de salida del fluido corresponderá no a la altura h_0 desde el orificio a la superficie libre de fluido en el frasco, sino a la altura al extremo del tubo.

Dado que h permanece constante en tanto que el nivel de líquido esté por encima de B, la velocidad del fluido y por tanto, el gasto se mantendrán constantes. Cuando la altura de fluido en el frasco h_0 es menor que h, la velocidad de salida v del fluido deja de ser constante. La velocidad de salida v puede modificarse introduciendo más o menos el tubo AB en el frasco.

Tubo de Pitot

Si cogemos la expresión de la ecuación de Bernoulli

$$p_1 + \rho\, g\, z_1 + \frac{\rho\, v_1^{\,2}}{2} = p_2 + \rho\, g\, z_2 + \frac{\rho\, v_2^{\,2}}{2}$$

Las presiones de estancamiento y dinámica se producen cuando se convierte la energía cinética de un fluido que circula en un aumento de presión a medida que el fluido llega al reposo

El término p de la ecuación anterior corresponde a la presión termodinámica real del fluido a medida que éste fluye. Para medirla un espectador tendría que desplazarse junto al fluido, es decir quedar estático con respecto al fluido en movimiento, razón por la cual dicho término se denomina presión estática.

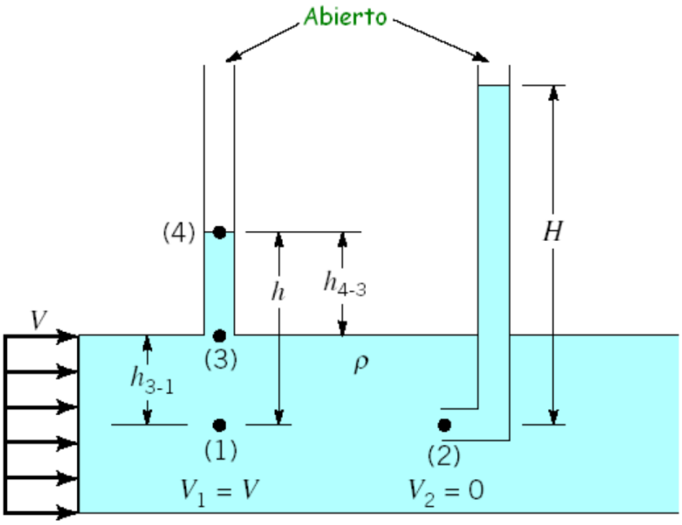

Figura 9. 10.

Otra forma de medir la presión estática sería perforando un orificio en una superficie plana y ajustando un piezómetro mediante la ubicación en el punto 3 tal como se muestra en la Figura 9. 10. La presión en (1) del fluido en movimiento es $p_1 = p_3 + \rho g h_{3-1}$, es la misma que si el fluido estuviera estático.

Ya sabemos que la presión en el punto 3 es $p_3 = p_o + \rho g h_{4-3}$

Por lo tanto $p_{13} = \rho g h$

El término $\rho\, g\, z$ se llama presión hidrostática y representa el cambio de presión posible debido a variaciones de energía potencial del fluido como resultado de cambios de elevación.

El término $\frac{\rho\, v^2}{2}$ se llama presión dinámica. Se puede observar en la figura en el punto (2) en el cual v_2=0, se llama punto de estancamiento y si se aplica la ecuación de Bernoulli entre los puntos (1) y (2) se tiene que:

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}$$

Por lo tanto, la presión en el punto de estancamiento es mayor que p_1 (la presión estática), en una cantidad $\frac{\rho v_1^2}{2}$ (la presión dinámica)

Sobre todo cuerpo estacionario colocado en un fluido en movimiento existe un punto de estancamiento. Algunos fluidos circulan sobre y algunos circulan bajo el objeto. La línea divisorias de denomina línea de corriente de estancamiento y termina en el punto de estancamiento sobre el cuerpo.

Figura 9. 11. Punto de estancamiento

Si se ignoran los efectos de elevación, la presión de estancamiento, $p+\frac{\rho v^2}{2}$, es la mayor presión obtenible a lo largo de una línea de corriente dada. Representa la conversión de toda la energía cinética en un aumento de presión.

Si se conoce la presión estática y de estancamiento de un fluido, se puede calcular su velocidad que es principio en el cual se basa el Tubo de Pitot,

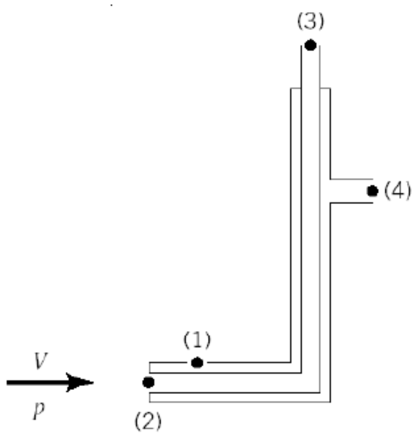

Figura 9. 12. Tubo de Pitot

Tal como se muestra en la figura, dos tubos concéntricos están conectados a dos manómetros o a un manómetro diferencial, de modo que se puede calcular la diferencia p_3-p_4.

El tubo central mide la presión de estancamiento en su punta abierta. Si los cambios de elevación son insignificantes,

$$p_3 = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

Donde ρ y v son las presión y velocidad del fluido corriente arriba del punto (2)

El tubo exterior tiene varios orificios pequeños a una distancia apropiada de la punta, de modo que mide la presión estática. Si la diferencia de elevación entre (1) y (4) es insignificante, entonces p_4=p_1=p. Al reemplazarla en la ecuación anterior y ordenando, se obtiene:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2(p_3 - p_4)}{\rho}} \qquad (9.19)$$

Medición del caudal

Una forma eficiente de medir el caudal a través de una tubería es poniendo una restricción en el interior de la tubería y medir la diferencia de presión entre la sección (1) corriente arriba (de baja velocidad y alta presión) y la sección (2) corriente abajo (de alta velocidad y baja presión).

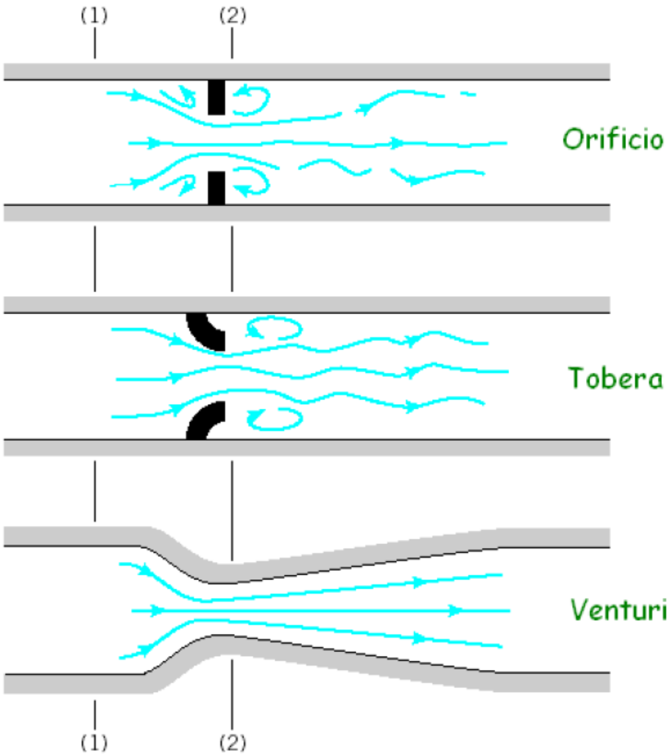

Figura 9. 13. Dispositivos para medir el caudal

Si se supone que el flujo es horizontal, estable, no viscoso e incompresible entre los puntos (1) y (2), la ecuación de Bernoulli se convierte en:

$$p_1 + \frac{\rho\, v_1^{\,2}}{2} = p_2 + \frac{\rho\, v_2^{\,2}}{2}$$

Si los perfiles de velocidad son uniformes entre las secciones (1) y (2), la ecuación de continuidad puede escribirse como

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Combinando estas dos ecuaciones se obtiene el caudal teórico:

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]}}$$