

UNIDAD
DIDÁCTICA

5

TEORÍA DE COSTES

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

1. El concepto económico de coste
2. Los costes a corto plazo
 - 2.1. Caracterización de los costes a corto plazo
 - 2.2. La forma de las curvas de costes a corto plazo
3. Los costes a largo plazo
 - 3.1. Las rectas isocostes
 - 3.2. La minimización de los costes de producción
 - 3.3. La curva de coste total a largo plazo
 - 3.4. Las curvas de coste medio y marginal a largo plazo
 - 3.5. Las relaciones entre los costes a corto y a largo plazo
4. Apéndice

CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En la Unidad didáctica anterior estudiamos la teoría de la producción y analizamos las restricciones tecnológicas a las que se enfrentan las empresas recogidas en las funciones de producción. Esto nos permitió establecer las condiciones que debe cumplir la producción para que pueda considerarse eficiente desde un punto de vista técnico. Sin embargo, vimos también que existen varias maneras eficientes de obtener una determinada cantidad de un producto, y que cada una de ellas utiliza distintas combinaciones de factores de producción. La elección entre una de estas formas eficientes de producir un determinado nivel de producto dependerá de los precios de los factores de producción. A las empresas les interesa producir una determinada cantidad de un bien de una manera que sea no solo eficiente desde un punto de vista técnico, sino que también minimice el coste de obtención de ese nivel de producto.

Para caracterizar a las combinaciones de factores de producción minimizadoras de costes, debemos, en primer lugar, definir qué entendemos por costes. Para ello, estudiaremos el concepto de coste de los economistas, explicaremos cómo se define y cómo se mide e introduciremos la dimensión temporal, al diferenciar entre costes a corto plazo y costes a largo plazo.

Posteriormente, utilizaremos los conceptos de rendimientos de escala y de economías y deseconomías de escala para describir las formas de las curvas de costes a largo plazo. Finalmente, analizaremos la relación entre las curvas de costes a corto plazo y las curvas de costes a largo plazo.

1. EL CONCEPTO ECONÓMICO DE COSTE

Antes de analizar las relaciones que existen entre el producto obtenido en un proceso de producción y los costes en los que se incurrió para producirlo, debemos clarificar qué entendemos por **coste**. La visión de los economistas del coste se caracteriza por dos particularidades, la primera y principal es la utilización del coste de oportunidad y la segunda es la inclusión de los llamados costes explícitos y de los costes implícitos.

El concepto de **coste de oportunidad** nos dice que el coste de un factor de producción es igual a lo que se obtendría utilizando ese recurso en el mejor de sus usos alternativos. Es decir, el coste de oportunidad de un factor de producción es lo que se pierde por mantener al recurso en su uso actual y no dedicarlo al mejor de sus usos alternativos.

Los **costes explícitos**, por su parte, están compuestos por todos aquellos flujos monetarios, también denominados **flujos de caja**, destinados a la adquisición de factores de producción. Como ejemplo de costes explícitos podemos mencionar los salarios de los trabajadores, el coste de alquiler o de adquisición de maquinarias, las cantidades de dinero satisfechas para comprar materias primas, etc. Los **costes implícitos**, por su parte, son los derivados de la utilización de factores de producción por los que no hubo que realizar un pago monetario. Para comprender mejor la diferencia entre costes explícitos e implícitos, analicemos el ejemplo de una persona que decide abrir un pequeño bar. Los costes explícitos que debe soportar este individuo en su aventura empresarial son, por ejemplo, el alquiler del local, el dinero que paga por las maquinarias (cafetera y neveras básicamente), los sueldos del personal, los gastos en servicios como agua, luz, gas, etc. Los costes implícitos estarían representados por el sueldo que el propietario del bar deja de ganar, si trabajara como empleado en algún sitio, por estar al frente de su bar. Si el dueño del bar no tuviera perspectiva de encontrar un empleo alternativo si no trabajara en el bar, su coste de oportunidad sería cero, es decir, debido a que no ganaría ningún sueldo en otro trabajo, su coste de oportunidad no existe. Sin embargo, si el dueño del bar, en el caso de estar desempleado, pudiera cobrar un subsidio de desempleo, su coste de oportunidad estaría representado, entonces, por la cantidad de dinero que dejaría de percibir al mes por ese concepto. Esta visión de los costes nos permite explicar el comportamiento de algunas personas que, cobrando el subsidio de desempleo, rechazan ofertas laborales que no reportan un salario lo suficientemente grande. Lo que sucedería en estos casos es que el coste de oportunidad de aceptar ese trabajo, compuesto, básicamente, por el subsidio de desempleo que se dejaría de percibir, más los costes de desplazamiento, sería mayor que el futuro sueldo.

El concepto económico de coste difiere del concepto contable de coste. En primer lugar, el concepto contable de coste recoge solo los costes explícitos y, en segundo lugar, los contables no utilizan el concepto de coste de oportunidad. Si le pidiéramos a un contable que calculara el coste en el que incurre una persona al pasarse una hora jugando a una videoconsola, seguramente lo haría sumando el coste de la electricidad consumida a una parte proporcional del coste de compra de la videoconsola, correspondiente a una hora de uso de la misma. Un economista, por su parte, puesto frente a la misma tarea, calcularía el coste de pasar una hora jugando a la videoconsola sumando al coste de la electricidad el coste de oportunidad del uso de la videoconsola, que consiste en el dinero que se podría obtener alquilando la videoconsola durante una hora y, por último, el coste de oportunidad de la persona que pasa una hora jugando a la videoconsola, y que podría dedicar ese tiempo a trabajar o a estudiar. El tratamiento del capital da un ejemplo claro de la diferencia entre ambas concepciones, la contable y la económica. El capital se suele utilizar durante varios periodos. Desde un punto de vista contable, el coste del capital se puede atribuir

al ejercicio en el cual se efectuó la compra, o repartirlo, de acuerdo con alguna fórmula aceptada, entre todos los ejercicios en los que se espera sea la vida útil del mismo. Desde un punto de vista económico, el coste del capital será igual al coste de oportunidad del mismo en cada periodo. Así, por ejemplo, el alquiler que se podría obtener por la maquinaria sería el coste de oportunidad durante un periodo determinado. Esto nos lleva a otro tema, el de los llamados costes irreversibles. Si la maquinaria deja de tener utilidad porque, por ejemplo, se utilizaba para fabricar un producto que ya no tiene salida⁽¹⁾, desde un punto de vista contable esto se vería como un coste, igual a la pérdida total del valor residual de la maquinaria, mientras que, desde un punto de vista económico, el coste sería nulo, ya que el coste de oportunidad de la maquinaria es nulo, no tiene otro uso alternativo, se consideraría un coste irrecuperable.

2. LOS COSTES A CORTO PLAZO

2.1. CARACTERIZACIÓN DE LOS COSTES A CORTO PLAZO

Como hemos visto en la Unidad didáctica anterior, el corto plazo está caracterizado como aquel periodo de tiempo durante el cual algunos de los factores de producción permanecen fijos. En el caso de una empresa cuya función de producción tenga solo dos *inputs*, trabajo (L) y capital (K), el capital sería el factor fijo y el trabajo el variable. Pero, en la actividad real de las empresas, no solo el capital es un factor fijo, existen otros factores, que necesitan tiempo para poder modificarse, ejemplos de estos son los alquileres de locales y oficinas, los seguros contratados, los intereses de préstamos, etc.

El coste total de una empresa es igual a la suma de los costes en los que incurre para obtener una determinada cantidad de producto. Como veremos a continuación, el coste total de una empresa puede ser positivo incluso cuando la producción fuese nula.

El coste total (CT) de una empresa en el corto plazo es igual a la suma de dos tipos de costes. Por una parte el coste fijo (CF) y, por otra, el coste variable (CV).

El coste fijo es aquel coste que se mantiene constante independientemente del nivel de producción. Como hemos comentado con anterioridad, la diferencia entre el corto y el largo plazo se establece por la existencia de factores de producción que necesitan tiempo para ajustarse. Ese periodo de tiempo necesario para el ajuste es lo que determina la duración del corto plazo. En el largo plazo no existen costes fijos, el periodo de tiempo transcurrido es lo suficientemente grande como para que todos los factores se ajusten y, por tanto, todos los costes son variables.

El coste variable es aquel coste que varía cuando cambia el nivel de producción. En un modelo sencillo, como el anteriormente citado, el coste variable está compuesto por el coste del trabajo. Así, en este modelo, cada nivel de producción está asociado a un número de horas de trabajo necesarias para producirla, siendo el coste de esas horas de trabajo igual al coste variable.

La tabla 1 nos servirá para analizar el comportamiento de los diferentes costes de una empresa. Supongamos que la tabla se refiere a una empresa de limpieza de oficinas; el producto total se mide en oficinas limpiadas por hora. La función de producción de la empresa utiliza dos *inputs*, capital y trabajo. Las unidades de trabajo se miden en horas y su coste es de 10 euros, el capital se mide en horas y su coste también es de 10 euros.

⁽¹⁾ Por ejemplo, la maquinaria utilizada para fabricar un producto que ya no se comercializa por un cambio en las normas medioambientales, como sucedió con el cambio en los gases que llevan todos los aerosoles.

Tabla 1. Producto total y costes de una función de producción con el capital fijo

<i>PT</i>	<i>L</i>	<i>K</i>	<i>CT</i>	<i>CF</i>	<i>CV</i>	<i>CMg</i>	<i>CFMe</i>	<i>CVMe</i>	<i>CTMe</i>
0	0	4	40	40	–	–	–	–	–
1	1	4	50	40	10	10	40	10	50
2	1,8	4	58	40	18	8	20	9	29
3	2,5	4	65	40	25	7	13,33	8,33	21,66
4	3,2	4	72	40	32	7	10	8	18
5	4	4	80	40	40	8	8	8	16
6	4,9	4	89	40	49	9	6,66	8,16	14,83
7	6	4	100	40	60	11	5,71	8,57	14,28
8	7,4	4	114	40	74	14	5	9,25	14,25
9	9	4	130	40	90	16	4,44	10	14,44

La tabla 1 nos muestra los niveles de producto total (*PT*), que se obtienen con distintas combinaciones de capital y trabajo, junto a estos vemos el valor del coste total (*CT*), coste fijo (*CF*) y el coste variable (*CV*) asociados a esos niveles de producto. Además, nos encontramos con otros tipos de costes que explicamos a continuación.

El **coste marginal** es igual al incremento en el coste total que se produce al aumentar el producto en una unidad. Es decir:

$$CMg = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} \quad (1)$$

Donde *CMg* es el coste marginal, ΔCT es el incremento del *CT* debido a un incremento del producto total igual a ΔQ .

En el corto plazo, las variaciones del coste total se deben exclusivamente a variaciones en los costes variables, con lo que el coste marginal a corto plazo es igual al incremento en los costes variables que tiene lugar al incrementar la producción en una unidad. Esto lo podemos expresar como:

$$CMg = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CV}{\Delta Q} \quad (2)$$

En la Unidad didáctica 4 vimos cómo el producto marginal del trabajo es igual al incremento del producto derivado del aumento en una unidad del trabajo utilizado y que era igual a:

$$PMg_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \quad (3)$$

En el corto plazo, el incremento de los costes variables, en nuestro modelo con solo dos factores de producción, trabajo y capital, es debido a un incremento del trabajo, es decir, el aumento de los costes variables será debido a un aumento de los costes salariales.

El incremento en los costes salariales es igual a:

$$\Delta Q = \Delta LW \quad (4)$$

Ahora bien, si el $PMg_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, entonces:

$$\frac{\Delta L}{\Delta Q} = \frac{1}{PMg_L} \quad (5)$$

Con lo que:

$$CMg = \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{\Delta LW}{\Delta Q} = \frac{\Delta L}{\Delta Q} W = \frac{1}{PMg_L} W = \frac{W}{PMg_L} \quad (6)$$

La ecuación (6) nos dice que, en el corto plazo, existe una relación entre el CMg y el PMg_L . Dada una función de producción, cuando el PMg_L alcanza su valor máximo, el CMg alcanza su valor mínimo y viceversa.

El **coste fijo medio** es igual al coste fijo dividido por el número de unidades producidas. Es decir:

$$CFMe = \frac{CF}{Q} \quad (7)$$

El valor del coste fijo medio disminuye a medida que aumenta el nivel de producto obtenido. Esto es debido a que al aumentar el número de unidades producidas los costes fijos se reparten entre un mayor número de ellas y la parte de costes fijos que soporta cada una de las unidades producidas es menor.

El **coste variable medio** es igual al coste variable dividido por el número de unidades de producto obtenidas:

$$CVMe = \frac{CV}{Q} \quad (8)$$

También podemos relacionar el coste variable medio con el producto marginal del trabajo; para ello escribimos el coste variable medio de la siguiente manera:

$$CVMe = \frac{CV}{Q} = \frac{WL}{Q} \quad (9)$$

Como sabemos,

$$\frac{Q}{L} = PMe_L \quad (10)$$

Esto implica que,

$$CVMe = \frac{W}{PMe_L} \quad (11)$$

Esto nos indica que existe una relación entre el coste variable medio y el producto medio del trabajo. Cuando el producto medio del trabajo alcance su valor máximo el coste variable medio para ese nivel de producto se situará en su valor mínimo y viceversa.

El **coste total medio** resulta de dividir el coste total de producir una determinada cantidad de un bien por el número de unidades producidas. El coste total medio es igual a la suma del coste variable medio y del coste fijo medio:

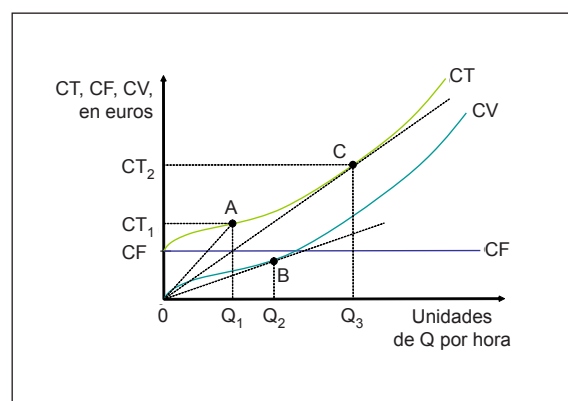
$$CTMe = CFMe + CVMe \quad (12)$$

2.2. LA FORMA DE LAS CURVAS DE COSTES A CORTO PLAZO

En la figura 1 encontramos representadas las curvas de coste total (CT), coste variable (CV) y coste fijo (CF) a corto plazo; a partir de ellas se pueden obtener las restantes curvas de costes: la de coste marginal, coste variable medio, coste fijo medio y coste total medio, todas ellas a corto plazo.

En esta figura se representan, en el eje horizontal, las unidades de producto obtenidas por hora, mientras que, en el eje vertical, encontramos el coste total, el coste fijo y el coste variable a corto plazo, todos ellos medidos en euros. A partir de la suma de la curva de coste fijo a corto plazo y la de coste variable a corto plazo, se obtiene la curva de coste total a corto plazo.

Figura 1. Curvas de coste total, coste variable y coste fijo a corto plazo



La curva de coste total a corto plazo nos permite obtener gráficamente, en primer lugar, la curva de coste total medio a corto plazo. Para cualquier nivel de producto, el coste total medio a corto plazo es igual a la pendiente de la recta que une el punto correspondiente al coste total de ese nivel de producción con el origen. Por ejemplo, en la figura 1, el coste total medio correspondiente al nivel de producto Q_1 es igual a la pendiente de la recta que une al punto A sobre la curva de coste total a corto plazo con el origen, la pendiente de dicha curva es igual a:

$$\frac{CT_1}{Q_1}$$

Es decir, el coste total a corto plazo correspondiente al nivel de producción Q_1 dividido por ese nivel de producto, es decir, el coste total medio a corto plazo.

El coste variable medio a corto plazo y el coste fijo medio se obtienen de la misma manera que el coste total medio. Para cualquier nivel de producto, el coste variable medio a corto plazo y el coste fijo medio son iguales a la pendiente de la recta que une el punto de la recta de costes correspondiente con el origen.

El coste marginal a corto plazo, correspondiente a un nivel de producto, es igual a la pendiente de las curvas de coste total a corto plazo y coste variable a corto plazo para ese nivel de producto. Para un nivel dado de producto, ambas curvas tienen la misma pendiente, ya que la diferencia entre ambas curvas es igual al coste fijo que se mantiene constante para cada nivel de producción.

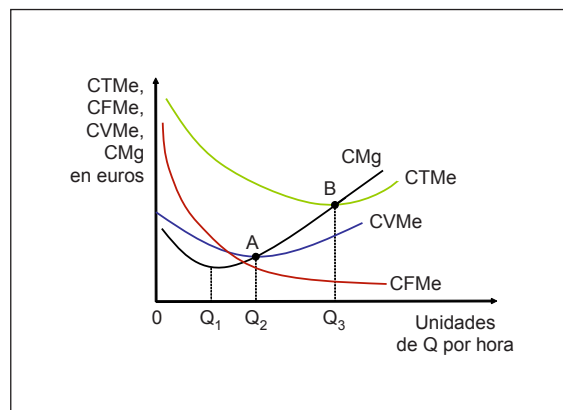
En el punto B de la curva de coste variable a corto plazo, correspondiente al nivel de producción Q_2 , coincide la pendiente de la curva de coste variable con la pendiente de la recta que une a ese punto con el origen, es decir, el coste marginal a corto plazo es igual al coste variable medio a corto plazo para dicho nivel de producto. Algo similar ocurre con en el punto C de la curva de coste total, correspondiente al nivel de producción Q_3 . Para dicha cantidad de producto, el coste total medio a corto plazo es igual al coste marginal.

A partir de las curvas de la figura 1 ya podemos deducir las formas de las curvas de coste variable medio, coste medio, coste fijo medio y coste marginal. Si observamos la curva de coste variable, vemos cómo las pendientes de las rectas que unen el origen con los puntos de la curva van disminuyendo hasta que llegan al punto B para, a partir de ese punto, comenzar a crecer. Como hemos dicho, el valor de esas pendientes es igual al coste variable medio para cada nivel de producción; en otras palabras, el valor del coste variable medio caerá hasta el nivel de producto Q_2 y luego comenzará a crecer. Lo mismo sucederá con el coste total medio, disminuirá hasta el nivel Q_3 de producto y luego comenzará a subir. El coste total medio es la suma del coste variable medio y el coste fijo medio, el coste fijo medio disminuirá su valor a medida que aumenta el volumen de producción, ya que el coste fijo se dividirá entre un valor cada vez más grande del producto. Cuando el nivel de producto es cercano a cero, el coste fijo medio tiende a infinito, ya que se divide el coste fijo por un valor cercano a cero. Este comportamiento del coste fijo hace que la distancia entre el coste total medio y el coste variable medio disminuya a medida que aumenta el nivel de producto, ya que el valor del coste fijo medio se hará cada vez más pequeño.

Finalmente, la forma de las curvas de coste total a corto plazo y de coste variable nos indican que la curva de coste marginal tendrá valores decrecientes, hasta que llega al nivel de producto Q_1 y luego comenzará a crecer, cortando a la curva de coste variable medio en el nivel Q_2 de producción y a la curva de coste total medio en el nivel Q_3 de producto. Recordemos que el valor que toma el coste marginal para cada nivel de producto es igual al valor que toma la pendiente de la función de coste total o de coste variable, para dicho nivel.

En la figura 2 vemos representadas las diversas curvas de costes medios en el corto plazo y la curva de coste marginal. La forma de las mismas responde a lo que esbozamos en el párrafo anterior. Daremos ahora una explicación a dichas formas. La forma de la curva de coste marginal está determinada, como queda recogido en la ecuación (6), por el comportamiento del producto marginal del trabajo. Como hemos visto en la Unidad didáctica 4, dada una cantidad fija de capital, sucesivas adiciones de unidades de trabajo hacen que la productividad marginal del trabajo aumente hasta un punto en el que comienza a disminuir. Debido a que el valor del

Figura 2. Curvas de coste total medio, coste marginal, coste variable medio y coste fijo medio



coste marginal, de acuerdo a la ecuación (6), está inversamente relacionado con el valor del producto marginal, ocurre que el valor del coste marginal disminuye hasta un punto en el que comienza a aumentar.

En el caso de la curva de coste variable medio, su forma también está determinada por los rendimientos marginales decrecientes del factor variable. En la ecuación (11) se especifica que el coste variable medio depende de manera inversa del producto medio del trabajo. Esto provoca que el coste variable medio disminuya y luego aumente. La curva de coste total medio reproduce el comportamiento de la curva de coste variable medio. La diferencia entre ambas curvas está dada por el valor del coste fijo medio. Como hemos mencionado anteriormente, este valor disminuye a medida que aumenta el nivel de producto, lo que hace que ambas curvas se aproximen.

Es importante señalar que, como se ve en la figura 2, está por debajo de la curva de coste variable medio cuando el coste variable disminuye, y por encima cuando el coste variable medio aumenta. Este comportamiento tiene la misma explicación que le dábamos al comportamiento similar que presentaban el producto marginal y el producto medio en la Unidad didáctica 4. Si el coste de producir una unidad adicional (el coste marginal) es inferior al coste medio de producción de las unidades anteriores, el aumento de la producción en una unidad provocará una disminución del coste medio. Tomando como ejemplo la tabla 1, vemos cómo para un nivel de producción de 3 unidades, el coste variable medio es igual a 8,33; en esa misma tabla, el coste marginal de producir la cuarta unidad es 7, y esto provoca que el coste medio de producir 4 unidades disminuya a 8. Lo contrario sucede cuando la curva de coste marginal está por encima de la curva de coste variable medio, un aumento del nivel de producción provocará un aumento del coste variable medio. Siguiendo con el ejemplo de la tabla 1, vemos que, cuando el nivel de producción es igual a 7, el coste variable medio toma un valor de 8,57. El coste marginal de producir una octava unidad es igual a 14, esto provoca que el coste variable medio para 8 unidades sea igual a 9,25, es decir, que aumente su valor.

La curva de coste total medio es igual a la suma de las curvas de coste variable medio y coste fijo medio. Como hemos comentado con anterioridad, el coste fijo medio disminuye su valor a medida que aumenta el nivel de producto, esto provoca que la curva de coste total medio siga las variaciones de la curva de coste variable medio, aunque las caídas en el valor del coste total medio en la parte de la curva con pendiente negativa sean más marcadas que las correspondientes a la curva de coste variable medio, esto es así ya que a las variaciones de esta última curva hay que sumar la caída de valor del coste fijo medio al aumentar el nivel de producto. En el tramo creciente de la curva de coste total medio, esta se aproxima a la curva de coste variable medio, ya que el valor del coste fijo medio es cada vez menor, y el valor del coste total medio se aproxima al del coste variable medio. Este comportamiento se puede observar en la tabla 1, cuando la producción aumenta de 2 a 3 unidades, el coste total medio pasa de 29 a 21,66, es decir, aproximadamente un 25 por 100 de caída, mientras que el coste variable medio pasa de 9 a 8,33, un 7,5 por 100 de disminución. En el caso contrario, vemos lo que sucede cuando se pasa de 8 a 9 unidades producidas, el coste total medio pasa de 14,25 a 14,44, un 1 por 100 de incremento, mientras que el coste variable medio pasa de 9,25 a 10, un 8 por 100 de aumento.

3. LOS COSTES A LARGO PLAZO

Como hemos visto en la Unidad didáctica 4, en el largo plazo no existen factores de producción fijos, las empresas pueden cambiar la cantidad y el tipo de los factores de producción utilizados.

Supongamos una empresa que hace un seguro médico a sus trabajadores. A principios del año contrata un seguro para una plantilla de, supongamos, 300 trabajadores. El seguro se paga al inicio del periodo, es un coste fijo durante un año. Si a la mitad del año la empresa decide despedir a la mitad de sus

trabajadores, sus costes salariales caerán, pero el coste del seguro permanecerá constante. Solo al finalizar el periodo y de cara al próximo ejercicio, podrá modificar la cantidad de seguros contratados. El seguro de salud actúa como un coste fijo en el periodo de un año, luego se transforma en un coste variable. El que para una empresa todos los factores de producción sean variables en el largo plazo, hace que no existan costes fijos en ese periodo de tiempo.

3.1. LAS RECTAS ISOCOSTES

Si suponemos una empresa con una función de producción que tiene como *inputs* el trabajo y el capital, el coste al que se enfrenta a la hora de producir un determinado nivel de producto es igual a la suma de los costes de las unidades de trabajo y de capital utilizadas para obtener ese nivel de producción.

Es decir:

$$C(q) = rK + wL \quad (13)$$

Donde:

$C(q)$ = El coste de producir una cantidad de producto q .

r = El coste de cada unidad de capital.

K = Las unidades utilizadas de capital.

w = La retribución de cada unidad de trabajo.

L = Las unidades de trabajo utilizadas.

A partir de esta ecuación podemos definir las llamadas **rectas isocostes**, es decir, rectas a lo largo de las cuales el coste de las diferentes combinaciones de capital y trabajo se mantiene constante.

Si reordenamos la ecuación (13) y la expresamos con la forma de una recta, nos queda:

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} L \quad (14)$$

Donde la pendiente de esta recta es igual al cociente de los precios de los factores de producción, $-w/r$. La expresión de la pendiente de la recta isocoste nos indica que, si reducimos en una unidad el capital utilizado, podemos aumentar en w/r unidades el trabajo empleado sin que por ello cambie el coste de producción. Es necesario remarcar que, a lo largo de una isocoste, lo que se mantiene constante es el coste de producción, como su nombre indica. Sin embargo, el nivel de producto que se obtiene con las diferentes combinaciones de factores de producción varía.

En la figura 3 presentamos un ejemplo de rectas isocostes. Para trazarlas hemos supuesto que el precio de cada unidad de capital es igual a 40 euros y el de cada unidad de trabajo es de 20 euros. La pendiente de cada isocuanta es, por tanto, $-1/2$. En esta figura trazamos tres rectas isocostes, para unos costes de 100, 200 y 400 euros. El corte de la rectas isocostes en el eje en el que se representa el capital se obtiene dividiendo el coste por el precio de cada unidad de capital, es decir, C/r ; este punto

correspondería a una combinación de factores en la que solo utilizaríamos capital. Lo mismo sucede en el caso del trabajo; el punto de corte de las isocostes con el eje donde se representa el trabajo es igual a C/w . En la figura 3 observamos, también, cómo a medida que nos alejamos del origen, el coste representado en la recta isocoste es mayor.

3.2. LA MINIMIZACIÓN DE LOS COSTES DE PRODUCCIÓN

En la Unidad didáctica 4, hemos introducido el concepto de isocuanta, el que, junto con el de las rectas isocostes nos permitirá encontrar la combinación de factores que minimizan el coste de producir una determinada cantidad de producto.

Si una empresa quiere minimizar su coste de producción para un determinado nivel de producto, se situará en la isocuanta correspondiente al nivel de producción deseado y elegirá aquella combinación de factores de producción que tenga el menor coste. Al igual que vimos en el caso de las curvas de indiferencia y las rectas presupuestaria, el punto de la isocuanta que minimiza el coste corresponderá a aquel en el cual la pendiente de la isocuanta sea igual a la pendiente de la isocoste. Es decir, en el punto en el que se minimiza el coste se tiene que cumplir que la relación marginal de sustitución técnica ($RMST$) de capital por trabajo sea igual a la pendiente de la isocoste:

$$RMST = - \frac{w}{r} \quad (15)$$

Si sabemos que,

$$RMST = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = - \frac{PMg_L}{PMg_K} \quad (16)$$

Entonces,

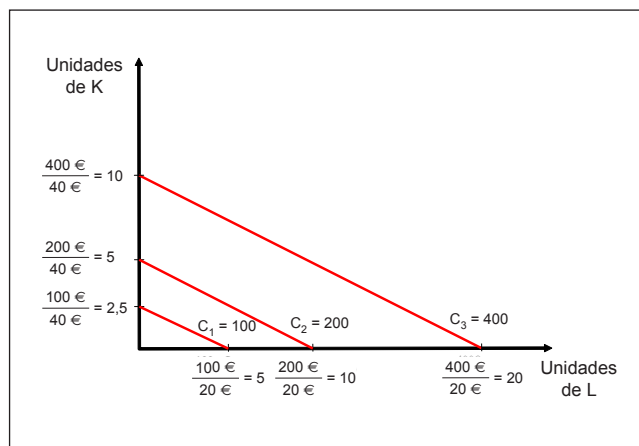
$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r} \quad (17)$$

Reordenando,

$$\frac{PMg_L}{w} = \frac{PMg_K}{r} \quad (18)$$

La ecuación (18) nos dice que, en el punto donde se minimizan los costes para un determinado nivel de producto, los productos marginales de los factores de producción, ponderados por sus respectivos precios, deben ser iguales. Los cocientes de los factores por sus precios nos indican la cantidad de pro-

Figura 3. Rectas isocostes



ducto adicional que se obtiene gastando una unidad monetaria más en dicho factor de producción. Si la cantidad de producto adicional que se obtiene por unidad monetaria gastada en los distintos factores de producción no es igual para todos ellos, podríamos aumentar la cantidad de producto obtenido, sin incrementar el coste, simplemente gastando menos en aquellos factores de producción para los cuales dicho cociente tenga un menor valor, es decir, aquellos factores de producción que nos proporcionen una menor cantidad de producto por unidad monetaria gastada en ellos, e invirtiendo más en aquellos factores con un cociente más elevado, seguiríamos redistribuyendo el dinero gastado en cada uno de los factores de producción hasta el punto en el cual, una unidad monetaria gastada en cualquiera de los factores de producción nos proporcionara el mismo producto adicional.

La figura 4 nos sirve de resumen de todo lo visto en este epígrafe. En ella vemos cómo el punto de la isocuanta $q_1 = 100$, que minimiza el coste de producir 100 unidades de producto, es el A , correspondiente a las cantidades L_1 y K_1 de trabajo y capital, respectivamente. No sucede lo mismo en otros puntos de la isocuanta como, por ejemplo, el B , ya que este se sitúa en una isocoste más alejada del origen, siendo, por tanto, su coste mayor. En el punto A se cumple:

$$RMST = - \frac{w}{r}$$

Es decir, que la pendiente de la isocoste es igual a la pendiente de la isocuanta.

3.3. LA CURVA DE COSTE TOTAL A LARGO PLAZO

Repitiendo la forma en la que encontramos la combinación de factores que minimizan el coste para un determinado nivel de producción, podemos encontrar las combinaciones de factores que minimizan los costes para distintos niveles de producción. La **senda de expansión** nos muestra las distintas combinaciones de factores que minimizan los costes para distintos niveles de producción.

En la figura 5 encontramos representada la senda de expansión, vemos cómo pasa por todas las combinaciones de los factores de producción que minimizan el coste de producir un determinado nivel de *output*. A partir de la senda de expansión podemos obtener la curva de costes totales a largo plazo. Esta curva nos indica el coste total en el que se incurre al producir distintos niveles de producto en el largo plazo, es decir, cuando todos los factores de producción son variables.

Figura 4. Coste mínimo para un determinado nivel de producto

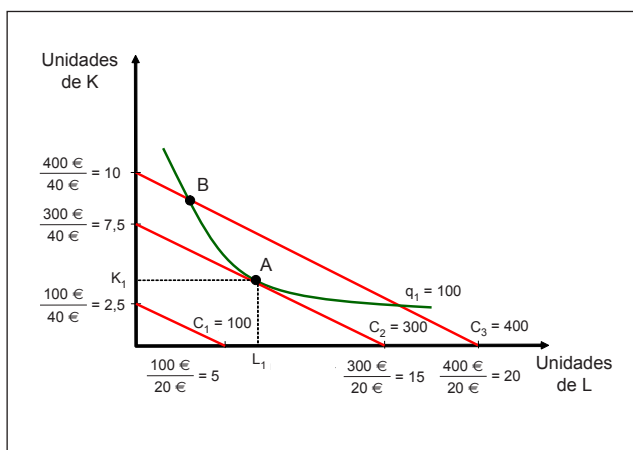
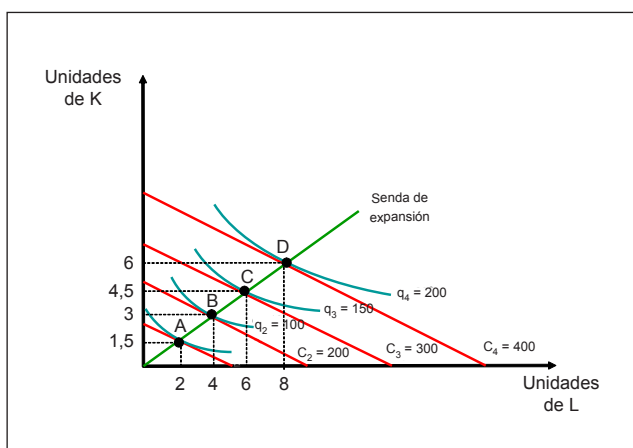


Figura 5. La senda de expansión



La tabla 2 recoge las distintas combinaciones de factores, tomadas de la figura 5, que minimizan el coste para distintos niveles de producto. En él vemos representadas las unidades de producto obtenido (Q), las unidades de capital empleadas (K), las unidades de trabajo (L), el coste del capital utilizado, que es igual al precio de cada unidad de capital (r) multiplicado por su número. También encontramos el coste del factor trabajo, igual a su precio unitario (w) por la cantidad utilizada del mismo, y, finalmente, el coste total para cada nivel de producción, obtenido sumando los correspondientes costes de ambos factores de producción.

Tabla 2. Combinaciones de factores que minimizan distintos niveles de producto

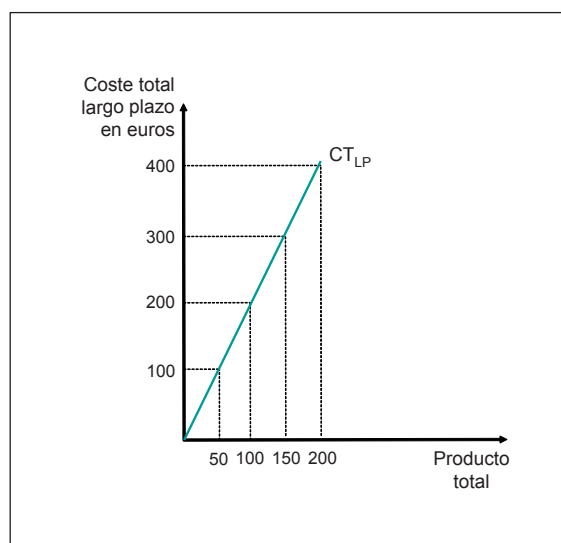
Q	K	L	rK	wL	Coste total
50	1,5	2	60	40	100
100	3	4	120	80	200
150	4,5	6	180	120	300
250	6	8	240	160	400

En la figura 6 nos encontramos con la curva de coste a largo plazo que se obtiene a partir de los datos contenidos en la tabla 2. En este caso concreto, la curva tiene una forma recta, ya que la función de producción implícita en nuestro ejemplo tiene rendimientos constantes de escala, es decir, ante un aumento de los factores de producción en una determinada proporción, el producto obtenido aumenta, también, en la misma proporción.

3.4. LAS CURVAS DE COSTE MEDIO Y MARGINAL A LARGO PLAZO

La forma de la curva de coste total a largo plazo determinará la forma que tomen las curvas de coste medio y marginal a largo plazo. En el epígrafe anterior tomamos como ejemplo una curva de costes totales a largo plazo que presentaba rendimientos constantes de escala y por ese motivo tenía la forma de una recta. En este epígrafe presentaremos como ejemplo una curva de coste total que presenta una forma distinta, como la recogida en la figura 7. En esta figura, nos encontramos con una curva de costes totales a largo plazo. A partir de ella, y como hicimos en el caso de la curva de costes totales a corto plazo, podemos obtener las curvas de coste medio y marginal a largo plazo. Como sucedía en el caso de la curva de costes totales a corto plazo, la pendiente de las rectas que unen el origen con cualquier punto de la curva de costes totales a largo plazo nos indica el coste medio para ese nivel de producción concreto. El coste marginal se obtiene mediante la pendiente de las rectas tangentes a la función de producción para cada nivel de producto.

Figura 6. Curva de coste a largo plazo



En la figura 7 observamos cómo las pendientes de las rectas que unen el origen con los distintos puntos de la curva de costes totales a largo plazo, las que nos indican los costes medios, van disminuyendo de valor hasta llegar al punto A , correspondiente a un nivel Q_1 de producto. A partir de ese punto las pendientes de dichas rectas comienzan a aumentar de valor.

Un comportamiento similar se observa con las pendientes de las tangentes a la curva de coste total a largo plazo. A medida que aumentamos el nivel de producto la pendiente de las tangentes a la función de coste total van disminuyendo, hasta que llegan al punto A y comienzan a crecer de nuevo. En el punto A coinciden el valor del coste marginal y el valor del coste medio.

En la figura 8 encontramos representadas las curvas de costes medios y marginales a largo plazo. Para explicar la forma de estas curvas debemos tener presente que, en el largo plazo, todos los factores de producción son variables, se puede alterar la cantidad de todos los factores de producción y no solo eso, también la proporción que existe entre ellos. En el corto plazo, la existencia de distintos tipos de rendimientos marginales de los factores productivos es lo que da forma a la función de producción. En el largo plazo cobran relevancia, por una parte, los **rendimientos de escala**, en el caso de que la proporción entre los factores de producción se mantenga constante y las llamadas **economías de escala** cuando la proporción entre los factores de producción varía.

En la Unidad didáctica 4 ya hemos hablado de los rendimientos de escala, ahora nos centraremos en las economías de escala. En el largo plazo, la empresa no solo tiene la capacidad de alterar la cantidad de todos los factores productivos que utiliza, sino que, también, puede alterar la proporción en la que utiliza esos factores. Cuando, para obtener una mayor cantidad de producto, se aumenta la cantidad de los factores de producción utilizados, pero manteniendo la misma proporción entre ellos, la senda de expansión toma la forma de una recta. En el caso de que se altere la proporción en la que se utilizan los factores, a medida que se aumenta el nivel de producto la senda de expansión deja de tener forma de una recta y entran en juego las economías de escala. Decimos que una función de costes presenta **economías de escala** cuando al aumentar el nivel de producto disminuye el coste medio. Por otra parte, decimos que una función de costes presenta **deseconomías de escala** cuando al aumentar el nivel de producción aumentan, también, los costes medios.

Figura 7. Curva de coste a largo plazo

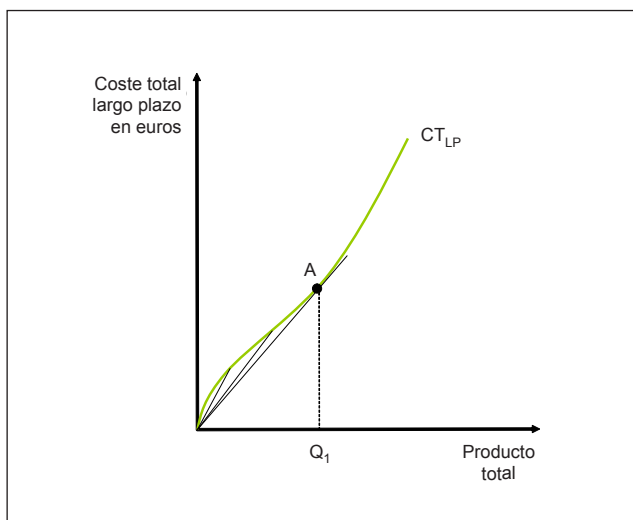
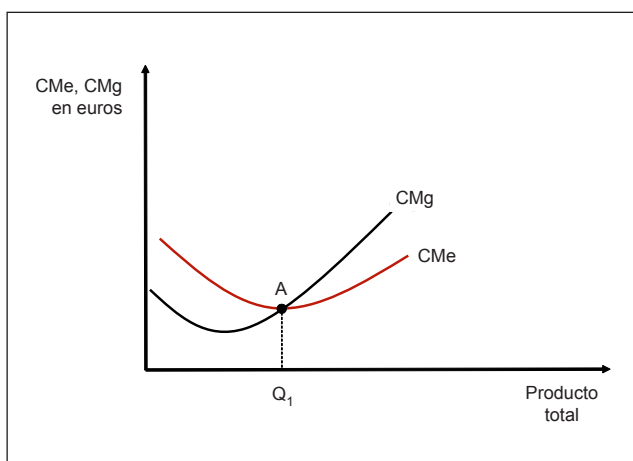


Figura 8. Curvas de costes medios y marginales a largo plazo



3.5. LAS RELACIONES ENTRE LOS COSTES A CORTO Y A LARGO PLAZO

Hemos supuesto que, en el corto plazo, el capital se mantenía constante. Para cada nivel inicial de capital obtendremos unas curvas de coste total, coste marginal y coste medio a corto plazo determinadas. En el largo plazo, al poder variarse la cuantía del capital empleado, la empresa elegirá aquella combinación de factores de producción cuyo coste sea menor para un nivel de producto dado. Es como si una empresa en el corto plazo se viera obligada a utilizar la fábrica que tiene en ese momento, pero que, en el largo plazo pudiera modificar el tamaño de la misma, aumentándolo o disminuyéndolo de manera que minimiza el coste de producir una determinada cantidad de producto.

En la figura 9 vemos representadas tres curvas de costes totales a corto plazo, y una curva de costes totales a largo plazo. Hemos representado solo tres curvas de costes totales a corto plazo, pero, en realidad, cada punto de la curva de costes totales a largo es tangente a una curva de costes totales a corto. En este caso, estamos representando una curva de costes con rendimientos constantes a escala, lo que se traduce en que la curva de costes totales a largo tiene forma de una recta. Cada una de las curvas de costes totales a corto plazo son tangentes a la curva de costes totales a largo plazo, en su punto mínimo. Es decir, en ese punto, cada una de las curvas de costes totales a corto tiene la combinación óptima de factores de producción que permiten minimizar el coste de producir una determinada cantidad de producto. La curva de costes totales a corto plazo 1, dado su nivel de capital, minimiza el coste de producción para un nivel de producto igual a Q_1 . Si un empresario, cuya estructura de costes responde a la de esa curva, se encuentra produciendo en el nivel Q_1 , no necesitará cambiar el tamaño de la fábrica en el futuro para seguir produciendo ese nivel de producto, ya está minimizando los costes de producción dada la tecnología existente y los precios de los factores.

A partir de las curvas de costes totales de la figura 9 podemos obtener las curvas de costes medios y marginales de la figura 10. Vemos que, al estar trabajando con rendimientos constantes de escala, la

Figura 9. Curvas de costes totales a corto y largo plazo en el caso de rendimientos constantes de escala

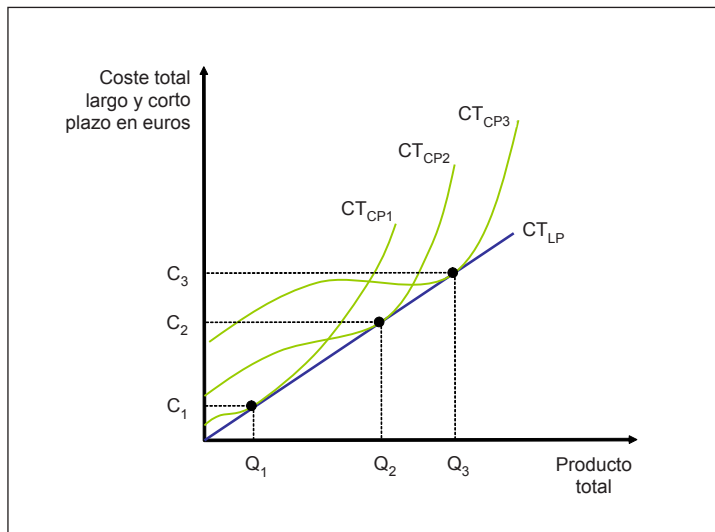
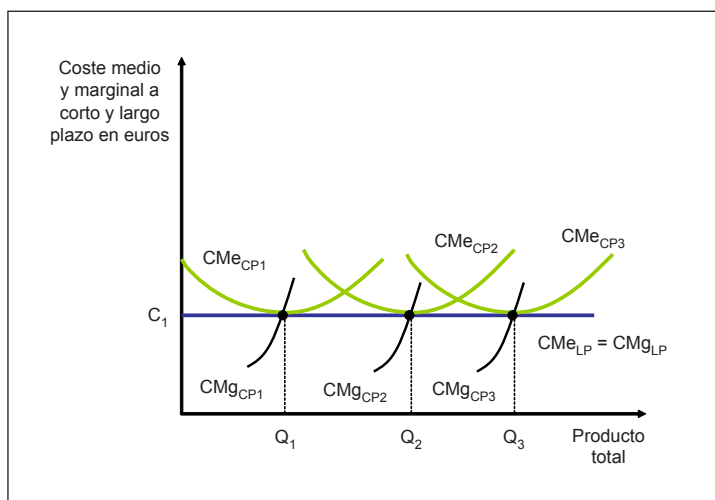


Figura 10. Curvas de costes medios y marginales a corto y largo plazo en el caso de rendimientos constantes de escala



curva de coste medio a largo plazo es una recta, en este caso con un valor C_1 , al igual que la curva de coste marginal. Es decir, cuando estamos frente a rendimientos constantes de escala, las curvas de coste medio a largo plazo y coste marginal coinciden y son una recta. Para cada nivel de capital, tenemos una curva de coste medio a corto plazo.

Como vemos, el punto mínimo de cada una de estas curvas coincide con la curva de coste medio a largo plazo, es decir, la curva de coste medio a largo plazo actúa como la envolvente de las curvas de costes medios a corto plazo. Por el punto mínimo de las curvas de costes medios a corto plazo pasa la curva de coste marginal a corto plazo correspondiente.

En la figura 11 recogemos ahora el caso de una curva de costes totales a largo plazo con economías y deseconomías de escala. En este caso, dicha función deja de ser una recta para presentar dos partes diferenciadas; una, que llega hasta el nivel de producción Q_2 que presenta economías de escala y otra, a partir de ese nivel de producto con deseconomías de escala. En este caso, al igual que en la figura 9, la curva de costes totales también es la envolvente de las curvas de costes totales a corto plazo.

Figura 11. Curvas de costes totales a corto y largo plazo con economías y deseconomías de escala

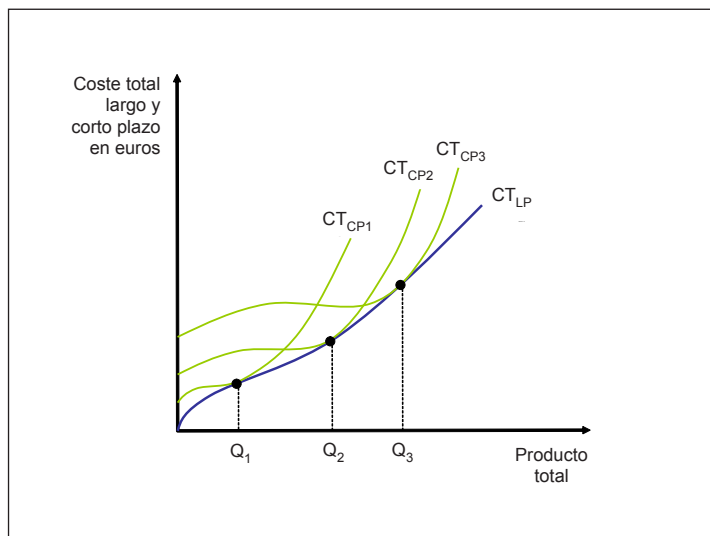
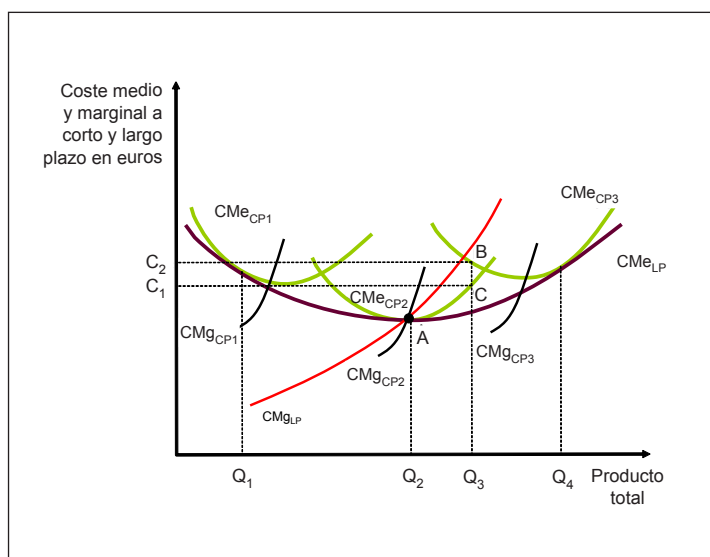


Figura 12. Curvas de costes medio y marginal a corto y largo plazo con economías y deseconomías de escala



A partir de la figura 11, obtenemos la figura 12. En este caso vemos representados tres tamaños de fábricas, una pequeña, la correspondiente a la curva de coste medio a corto plazo 1, la de tamaño medio que corresponde a la curva 2 y la de tamaño grande que corresponde a la curva de costes medios a corto plazo 3. En esta figura también se ve representada la curva de costes marginales a largo plazo, que a semejanza de lo que lo hacen las curvas de costes marginales a corto plazo, corta a la curva de costes medios a largo plazo en su punto mínimo. Es interesante detenernos en el nivel de producción Q_3 . Si solo tenemos la elección de producir ese nivel de producto con dos tamaños de fábricas, las correspondientes a las curvas de costes medios a corto plazo 2 y 3, la elección acertada será producir con la empresa de tamaño medio en un punto como el C, con un coste igual a C_1 . Es decir, preferiríamos producir en la parte de rendimientos marginales decrecientes de una planta menor a producir en la parte de rendimientos marginales crecientes de una planta de mayor tamaño.

4. APÉNDICE

En esta sección obtendremos la función de costes a partir de una función de producción de tipo Cobb-Douglas.

El coste de producir una cierta cantidad de producto está determinada por el precio y la cantidad de factores de producción utilizados en la misma. Así:

$$C(q) = wL + rK \quad (19)$$

El problema de minimizar el coste para producir un determinado nivel de producto, se puede plantear como:

$$\min C(q) = wL + rK \quad (20)$$

$$\text{s.a. } F(K, L) = Q \quad (21)$$

Dada una función de producción del tipo:

$$F(K, L) = AK^\alpha L^\beta \quad (22)$$

En esta función de producción los parámetros α y β representan la elasticidad del producto con respecto al trabajo y al capital. Es decir, si $\alpha = 0,2$, esto implica que un aumento de un 1 por 100 en la cantidad utilizada del capital provocará un incremento del 0,2 por 100 en el producto obtenido.

El lagrangiano queda de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = wL + rK - \lambda (AK^\alpha L^\beta - q) \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda (\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \lambda (\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = AK^\alpha L^\beta - q = 0 \quad (26)$$

A partir de las ecuaciones (24) y (25):

$$\lambda = \frac{w}{\beta AK^\alpha L^{\beta-1}} = \frac{r}{\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta} \quad (27)$$

Despejando:

$$w (\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = r (\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) \quad (28)$$

De donde:

$$\frac{L}{K} = \frac{r\beta}{w\alpha} \quad (29)$$

$$L = \frac{r\beta}{w\alpha} K \quad (30)$$

Si reemplazamos la ecuación (30) en la (26):

$$Ak^\alpha \left(\frac{r\beta}{w\alpha} K \right)^\beta - q = 0 \quad (31)$$

$$Ak^\alpha \left(\frac{r\beta}{w\alpha} K \right)^\beta = q \quad (32)$$

$$Ak^{\alpha+\beta} \left(\frac{r\beta}{w\alpha} \right)^\beta = q \quad (33)$$

$$K^{\alpha+\beta} = \frac{q}{A} \left(\frac{w\alpha}{r\beta} \right)^\beta \quad (34)$$

$$K = \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{(\alpha+\beta)}} \left(\frac{w\alpha}{r\beta} \right)^{\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}} \quad (35)$$

La expresión (35) nos da la cantidad de capital que minimiza los costes para un determinado nivel de producto.

Para obtener la cantidad de trabajo que minimiza los costes para ese nivel de producto vamos a la ecuación (30) y, reemplazando el valor del capital por el obtenido en la ecuación (35), nos encontramos con:

$$L = \frac{r\beta}{w\alpha} \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{(\alpha+\beta)}} \left(\frac{w\alpha}{r\beta} \right)^{\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}} \quad (36)$$

$$L = \left[\begin{array}{cc} \left(1 - \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} \right) & \left(\frac{\beta}{(\alpha+\beta)} - 1 \right) \\ r\beta & w\alpha \end{array} \right] \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{(\alpha+\beta)}} \quad (37)$$

$$L = \left(\frac{r\beta}{w\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (38)$$

Sustituyendo en la ecuación (19) los valores del capital y el trabajo obtenidos en las ecuaciones (35) y (38), conseguimos la función de coste de la empresa que nos muestra el coste mínimo para producir un determinado nivel de producto:

$$C = w \left[\left(\frac{r\beta}{w\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right] + r \left[\left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w\alpha}{r\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \quad (39)$$

$$C = w^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} r^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[\left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left(\frac{q}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (40)$$



CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- Según el concepto de **coste de oportunidad**, el coste de un factor de producción es igual a lo que se obtendría utilizando ese recurso en el mejor de sus usos alternativos.
- Los **costes explícitos** están compuestos por todos aquellos flujos monetarios destinados a la adquisición de factores de producción.
- Los **costes implícitos** son los derivados de la utilización de factores de producción por los que no hubo que realizar un pago monetario.
- El **coste total** de una empresa en el corto plazo es igual a la suma de dos tipos de costes. Por una parte, el coste fijo y, por otra, el coste variable.
- El **coste fijo** es aquel coste que se mantiene constante independientemente del nivel de producción. En el largo plazo no existen costes fijos, el periodo de tiempo transcurrido es lo suficientemente grande como para que todos los factores se ajusten y, por tanto, todos los costes son variables.
- El **coste variable** es aquel coste que varía cuando cambia el nivel de producción.
- El **coste marginal** es igual al incremento en el coste total que se produce al aumentar el producto en una unidad.
- El **coste fijo medio** es igual al coste fijo dividido por el número de unidades producidas. El valor del coste fijo medio disminuye a medida que aumenta el nivel de producto obtenido.
- El **coste variable medio** es igual al coste variable dividido por el número de unidades de producto obtenidas. Existe una relación entre el coste variable medio y el producto medio del trabajo. Cuando el producto medio del trabajo alcanza su valor máximo, el coste variable medio para ese nivel de producto se sitúa en su valor mínimo y viceversa.
- El **coste total medio** resulta de dividir el coste total de producir una determinada cantidad de un bien por el número de unidades producidas. El coste total medio es igual a la suma del coste variable medio y del coste fijo medio.
- Las **rectas isocostes** son rectas a lo largo de las cuales el coste de las diferentes combinaciones de capital y trabajo se mantiene constante. La pendiente de esta recta es igual al cociente de los precios de los factores de producción.

Si una empresa quiere minimizar su coste de producción para un determinado nivel de producto, se situará en un punto en el cual la *RMST* de capital por trabajo sea igual a la pendiente de la isocoste. En el punto donde se minimizan los costes para un determinado nivel de producto, los productos marginales de los factores de producción, ponderados por sus respectivos precios, deben ser iguales.

- La **senda de expansión** nos muestra las distintas combinaciones de factores que minimizan los costes.
- Una función de costes presenta **economías de escala** cuando al aumentar el nivel de producto disminuye el coste medio. Por otra parte, decimos que una función de costes presenta **deseconomías de escala** cuando al aumentar el nivel de producción aumentan, también, los costes medios.

La curva de coste medio a largo plazo actúa como la envolvente de las curvas de costes medios a corto plazo. La curva de costes totales a largo plazo también es la envolvente de la curva de costes a corto plazo.

Cuando estamos frente a rendimientos constantes de escala, las curvas de coste medio a largo plazo y coste marginal coinciden y son una recta. En el caso de que existan economías y deseconomías de escala, la función deja de ser una recta y toma la forma de una curva.



ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de las siguientes actividades de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

Enunciado 1

El Gobierno de una ciudad quiere instaurar una tasa que cubra el coste de la gestión de los residuos urbanos. Tiene dos alternativas sobre la mesa; en primer lugar, una tasa que grabe a las empresas, y que tenga una cuantía fija, independientemente del volumen de producción. La segunda opción es una tasa que grabe cada unidad producida.

¿Qué efectos tendrían ambas tasas sobre los costes de las empresas?

Enunciado 2

Una empresa que fabrica decodificadores para la televisión terrestre de pago se enfrenta a un súbito aumento de la demanda de su producto. Represente en un gráfico la senda de expansión a corto y largo plazo de dicha empresa.

Enunciado 3

Dadas las siguientes funciones de producción:

- a) $Q = F(K, L) = 3K^{0,5} L^{0,6}$.
- b) $Q = F(K, L) = 2\sqrt{K^3/L}$.
- c) $Q = F(K, L) = 5K + 2L$.

¿Qué tipo de rendimientos de escala presentan?

Enunciado 4

Dada la siguiente función de producción, $Q = F(K, L) = 4K^{0,5} L^{0,5}$, y para un precio de la unidad de trabajo, $w = 10$, y de cada unidad de capital, $r = 20$. Encuentre la combinación de trabajo y capital que minimiza el coste de producir 50 unidades de producto.

Enunciado 5

Explique, desde un punto de vista de los costes, por qué, en épocas de crisis como la actual, aumenta la matriculación de alumnos en los másteres y doctorados.

Solución 1

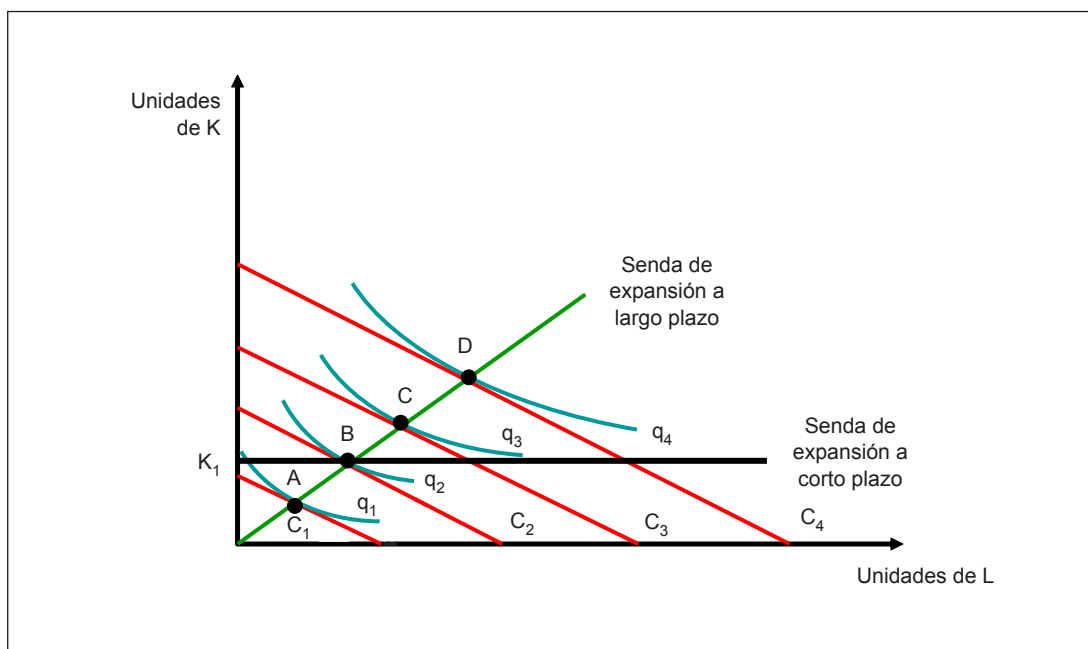
Una tasa fija, cuya cuantía sea independiente del volumen producido, afectará exclusivamente a los costes fijos de la empresa. Como consecuencia de la introducción de la tasa, los costes fijos de la empresa se verán incrementados en la cuantía de la tasa, manteniéndose sus costes variables sin cambios.

Por el contrario, una tasa que grabe cada unidad producida provocará cambios en los costes variables de las empresas manteniéndose constantes los costes fijos. La tasa provocará un aumento de los costes marginales, los costes medios y los costes variables medios.

Solución 2

En el corto plazo el capital funciona como factor de producción fijo. Si suponemos un nivel de capital igual a K_1 , podemos representar las sendas de expansión a corto y largo plazo como:

Figura 13. Sendas de expansión a corto y largo plazo



Solución 3

Las dos primeras funciones son de tipo Cobb-Douglas, es decir, del tipo $F(K, L) = AK^\alpha L^\beta$. Estas funciones presentan rendimientos constantes de escala si, $\alpha + \beta = 1$; rendimientos crecientes si $\alpha + \beta > 1$ y decrecientes si $\alpha + \beta < 1$.

La función a) presenta, por tanto, rendimientos crecientes de escala, mientras que la b) presenta rendimientos decrecientes.

En el caso de la función del apartado c) se cumple que:

$$F(mK, mL) = 5mk + 2mL = m(5K + 2L) = mF(K, L)$$

Con lo que presenta rendimientos constantes de escala.

Solución 4

Para averiguar la combinación de factores de producción que minimizan el coste de producir 50 unidades de producto, utilizaremos la propiedad que dice que, en el punto en el que se minimizan los costes de producción, se cumple que:

$$\frac{PMg_L}{w} = \frac{PMg_K}{r} \quad (1)$$

En primer lugar, averiguaremos la expresión de la productividad marginal del trabajo y del capital.

$$PMg_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = 2K^{0,5} L^{-0,5} \quad (2)$$

$$PMg_K = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = 2K^{-0,5} L^{0,5} \quad (3)$$

Reordenando la ecuación (1):

$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r} \quad (4)$$

Reemplazando por sus valores:

$$\frac{K}{L} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

Para un nivel de producto igual a 50 unidades, la función de producción toma la forma:

$$50 = 4K^{0,5} L^{0,5} \quad (6)$$

Reemplazando por el valor de K obtenido en la ecuación (5):

$$50 = 4 \left(\frac{1}{2} \right)^{0,5} L \quad (7)$$

$$L = 17,68 \quad (8)$$

$$K = 8,84 \quad (9)$$

Solución 5

Desde un punto de vista de los costes, en épocas de crisis los estudiantes aumentan su matriculación en másteres y doctorados, retrasando su incorporación al mercado laboral, porque mientras la parte de los costes de acudir a un máster que se podrían encuadrar dentro de los llamados costes contables, es decir, los derivados de matrícula, manutención, etc., se mantienen constantes, el coste económico de prolongar los años de formación disminuye, ya que el coste de oportunidad de pasar un par de años más estudiando cae al ser mucho más improbable conseguir un empleo al finalizar los estudios.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

PERLOFF, J.: *Microeconomía*, 3.^a ed., Madrid: Pearson, 2004, capítulo 7.

PYNDICK, R. y RUBINFELD, D.: *Microeconomía*, 7.^a ed., Madrid: Prentice-Hall, 2009, capítulo 7.

Avanzada

NICHOLSON, W.: *Teoría microeconómica*, 8.^a ed., Madrid: Thompson, 2002, capítulo 12.

PASHIGIAN, P.: *Teoría de los precios y aplicaciones*, Madrid: McGraw-Hill, 1997, capítulo 6.