CAPÍTULO 3

Análisis de máquinas eléctricas. Máquina síncrona

Objetivos del capítulo

El objetivo de este capítulo es iniciar el estudio de las máquinas eléctricas rotativas, profundizando en el análisis de las máquinas síncronas. Estos equipos, funcionando como generadores de corriente alterna, son fundamentales para la generación de energía eléctrica, tanto en el sistema eléctrico como en las instalaciones distribuidas de menor potencia. El conocimiento de las principales características de la máquina síncrona es básico en las aplicaciones de la ingeniería industrial.

Los objetivos específicos de aprendizaje son:

- Conocer los principios básicos del funcionamiento de las máquinas rotativas, los componentes que las forman y su clasificación.
- Analizar las características constructivas propias de las máquinas síncronas.
- Identificar los modos de funcionamiento de la máquina síncrona como generador o motor.
- Analizar el comportamiento de la máquina síncrona en los diferentes modos de funcionamiento, resolviendo su circuito equivalente.
- Calcular la potencia de la máquina síncrona en función de sus parámetros característicos.

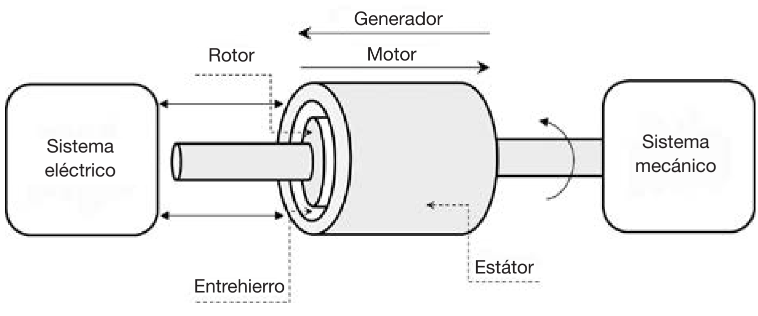
"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

1. Introducción

En este capítulo comenzamos el análisis de las máquinas rotativas: generadores y motores. Son dispositivos constituidos por circuitos eléctricos y magnéticos con componentes fijos y móviles, como se muestra en la figura 1. El *estátor* es el elemento fijo de la máquina, su forma suele ser cilíndrica y en su interior se ubica el *rotor*, que es el elemento móvil. El rotor va montado en un eje que descansa en dos cojinetes, que pueden estar ensamblados en elementos que apoyan en la bancada del motor o sujetos a la carcasa del estátor (figura 2). El espacio que hay entre el estátor y el rotor, necesario para que se produzca el movimiento de giro, es el *entrehierro*, que es donde se genera el campo magnético que constituye el medio de acoplamiento entre el sistema eléctrico y el sistema mecánico de la máquina.

El sistema eléctrico de la máquina rotativa está formado por devanados de cobre por los que circula la corriente (absorbida del sistema eléctrico exterior cuando funciona como motor o cedida al sistema eléctrico exterior cuando funciona como generador). Los devanados se ubican tanto en el estátor como en el rotor y pueden ser devanados inductores, que son los que crean el flujo magnético en el entrehierro, o devanados inducidos, que recogen las corrientes generadas por este flujo y las transmiten al exterior.

Figura 1. **Principales elementos de una máquina rotativa**



En la figura 3 se muestra una clasificación básica de las máquinas rotativas en función del tipo de energía empleada, es decir, si son motores o generadores. Dentro de las máquinas rotativas, las máquinas síncronas, que estudiaremos en este capítulo, tienen su principal aplicación como generadores de corriente alterna, es decir, alternadores, empleándose en las centrales térmicas, nucleares o de energías renovables para producir energía eléctrica mediante la transformación de la energía mecánica generada por estas fuentes. También forman parte de los grupos electrógenos para producir energía eléctrica a menor escala, acopladas a motores de combustión interna. Como se observa en el esquema de la figura 3, las máquinas síncronas pueden funcionar como motor, aunque no son los motores más empleados. Su uso como motor es interesante en aquellas aplicaciones en las que se necesita una velocidad de transmisión constante.

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Figura 2. **Elementos constructivos de una máquina rotativa**

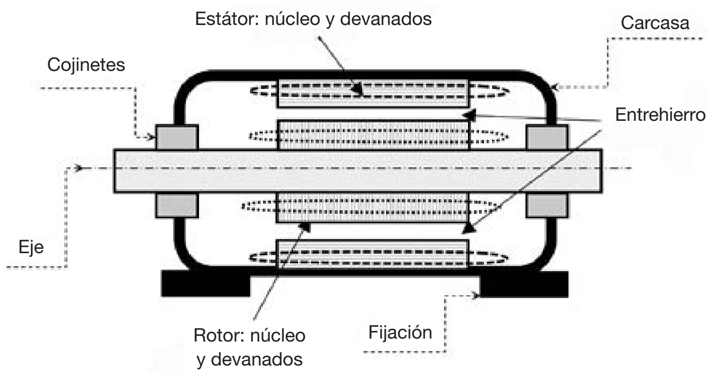
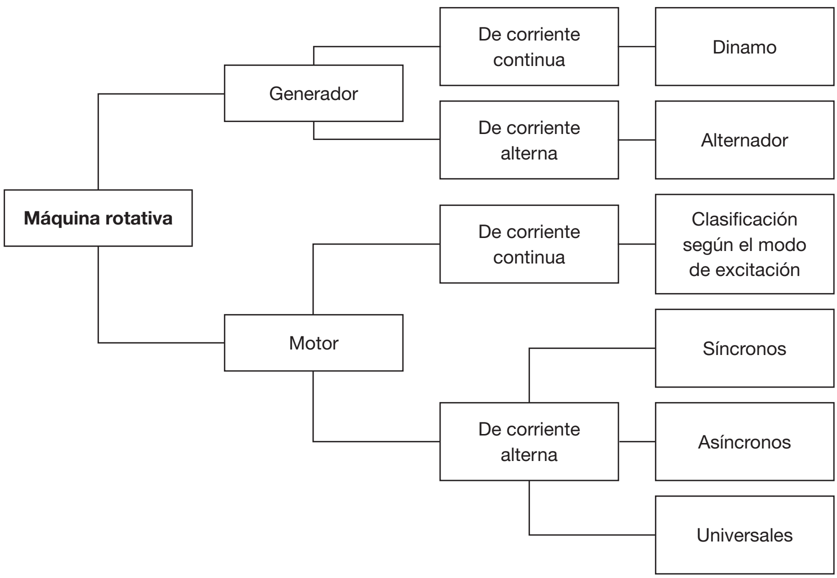


Figura 3. **Clasificación de las máquinas rotativas**



2. Características y aspectos constructivos de la máquina síncrona

Las *máquinas síncronas* son máquinas eléctricas cuya velocidad de rotación *n* está vinculada con la frecuencia de la red con la que trabaja y con el número de arrollamientos de

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

cada una de las fases, que se denominan *polos*. El número total de polos de una máquina síncrona es un número par, con polaridad alternativa para que las líneas de fuerza se distribuyan correctamente.

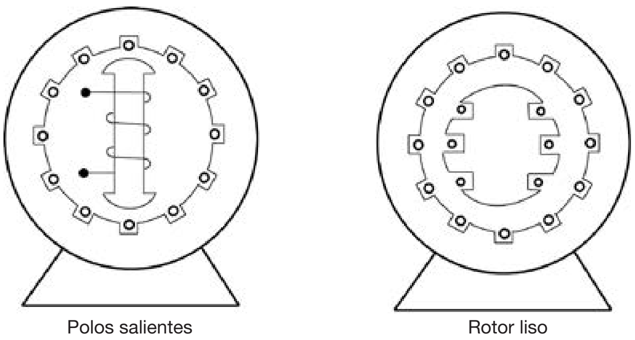
$$n = \frac{60f}{p} \tag{3.1}$$

Donde f es la frecuencia de la red en Hz y p es el número de pares de polos de la máquina.

Eléctricamente, las máquinas síncronas están formadas por un devanado inductor alimentado en corriente continua por el circuito de excitación y por un devanado inducido recorrido por la corriente alterna. Generalmente, el devanado inductor se aloja en el rotor y el inducido, en el estátor.

Constructivamente, en su configuración más común de generador, la máquina síncrona está formada por un estátor cilíndrico que alberga el devanado trifásico en el que se induce la corriente alterna trifásica, y por un rotor en el que se dispone una bobina alimentada por corriente continua que crea el campo magnético en la máquina. Según la forma constructiva del rotor, se pueden clasificar en máquinas de polos salientes o de rotor liso (figura 4). La diferencia entre ambos se basa en la disposición de la bobina de corriente continua, si se arrolla alrededor de los polos, se denomina de *polos salientes*, mientras que si la bobina se aloja en ranuras, se denomina de *rotor liso*. Esta última configuración constructiva es más robusta, por lo que es más adecuada si se desea obtener velocidades altas para una determinada frecuencia, por ejemplo, para generadores acoplados a turbinas de vapor o de gas. Cuando la turbina que genera la fuerza mecánica que alimenta al generador trabaja a velocidades bajas, como puede ser en una instalación hidráulica o eólica, se emplea la configuración de polos salientes.

Figura 4. **Esquema de la máquina síncrona**



El funcionamiento de la máquina como generador es el siguiente, el rotor gira debido a una acción externa producida, por ejemplo, por una turbina o un motor térmico. El rotor,

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

como se ha indicado, está formado por un devanado alimentado por corriente continua, el campo magnético creado por esta corriente de excitación gira solidariamente con el rotor, concatenando un flujo constante y produciendo una tensión inducida alterna en cada uno de los devanados del estátor. Si los devanados del estátor están distribuidos a una distancia de $2\pi/3$ entre ellos, se generarán tres tensiones alternas iguales desfasadas entre sí, es decir, una tensión alterna trifásica.

La tensión inducida en cada fase depende de la velocidad de rotación de la máquina, según la siguiente ecuación, analizada en detalle en el capítulo 1:

$$E_{inducida}(t) = N_e\ \omega\ \varnothing_m \text{ sen } \omega t \tag{3.2}$$

Donde N_e es el número de espiras equivalente de un devanado ficticio concentrado y diametral, que es el producto del número de espiras de la bobina de la fase N por el factor de devanado K, que tiene en cuenta que la bobina no es concentrada ni diametral, sino distribuida ($N_e = N \cdot K$).

La frecuencia de la tensión ω viene impuesta por la velocidad de giro del rotor n, teniendo en cuenta la ecuación 3.1 que caracteriza a este tipo de máquinas:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{p \cdot n}{60} \tag{3.3}$$

Si se quiere obtener una frecuencia concreta, por ejemplo, 50 Hz, en una determinada máquina, es decir, con un número de polos fijo, $2p$, se observa que solo existe una velocidad de giro posible, que es la que viene dada por la ecuación 3.1 y que se denomina *velocidad de sincronismo*.

3. Funcionamiento en carga de un generador síncrono

La f.e.m inducida en el estátor analizada en el epígrafe anterior se corresponde con el comportamiento del alternador funcionando en vacío, es decir, sin circular corriente por sus devanados. Esta tensión tiene un valor $\overline{E}$ y se denomina *tensión inducida*, interna o de vacío.

Cuando se conecta una carga trifásica equilibrada en bornes del estátor circula una corriente por sus devanados, por lo que la tensión en sus bornes $\overline{U}$ ya no coincide con la tensión medida en vacío, debido a que los devanados no son ideales y al fenómeno denominado *reacción de inducido*. Al conectar una carga al generador y producir la circulación de corriente por los devanados del inducido (estátor), esta corriente crea un campo magnético en el estátor que deforma el campo magnético generador en el rotor. La tensión de salida será la suma de la tensión inducida más la tensión provocada por la reacción del inducido, que dependerá del tipo de carga conectada al generador. Si la carga conectada es inductiva, es decir, consume potencia reactiva, el efecto de la reacción de inducido es la disminución del campo magnético y, por tanto, de las tensiones inducidas. Sin embargo, si la carga conectada es capacitiva, el efecto es el contrario, aumentando el campo y las tensiones.

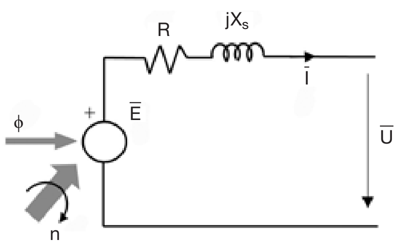
"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Para considerar todos estos fenómenos en el análisis de las máquinas síncronas, se define el circuito equivalente eléctrico que, al igual que en el caso de los transformadores, permite analizar su comportamiento en una instalación de manera sencilla.

3.1. Circuito equivalente y parámetros característicos

El circuito equivalente de un generador síncrono representa el circuito monofásico fase-neutro de una de las fases del generador (figura 5). Refleja el comportamiento del generador síncrono como fuente real de tensión, con una tensión interna o de vacío de valor $\overline{E}$ y una tensión de salida en bornes del alternador de valor $\overline{U}$. La diferencia entre ambas se debe a la caída de tensión en las resistencias de los devanados del estátor, modeladas mediante la resistencia *R*, a los fenómenos de dispersión del flujo, modelados por una reactancia X_ϕ y a la tensión provocada por la reacción del inducido. Para considerar estos dos últimos fenómenos se define una reactancia, denominada *reactancia síncrona* X_S, que modela conjuntamente el efecto de dispersión del flujo y la tensión provocada por la reacción de inducido, que tiene el siguiente valor:

Figura 5. **Circuito equivalente del generador síncrono**



$$\overline{E}_{reac\ ind} = -j\,X_i\,\overline{I} \tag{3.4}$$

Donde X_i es la reactancia de inducido y el signo menos se introduce para tener en cuenta que una carga inductiva disminuye la tensión.

La reactancia síncrona se define como la suma de ambos fenómenos ($X_\phi + X_i$). Se denomina *impedancia síncrona* Z_S al conjunto de la resistencia de pérdidas en los devanados y la reactancia síncrona.

Aplicando la segunda Ley de Kirchhoff, el análisis del circuito equivalente del generador síncrono es el siguiente:

$$\overline{U} = \overline{E} - (R + jX_s) \cdot \overline{I} \tag{3.5}$$

Y tomando la tensión de salida como origen de fases para facilitar el análisis, podemos escribir la ecuación anterior del siguiente modo:

$$U\angle 0 = E\angle \delta - (R + jX_s) \cdot I\angle -\varphi \tag{3.6}$$

Donde es importante resaltar que el ángulo formado entre la tensión de vacío ($\overline{E}$) y la tensión de salida en bornes del alternador ($\overline{U}$) se denota como δ y se denomina *ángulo de*

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

potencia. El ángulo de desfase entre la intensidad ($\bar{I}$) y la tensión de salida dependerá de la impedancia de la carga, siendo cos φ el factor de potencia que no se debe confundir con el ángulo de potencia.

Otro parámetro característico que define el funcionamiento del alternador es la *regulación de tensión* ε, que se define como la caída de tensión relativa respecto a la tensión de salida:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U} \cdot 100\ (\%) \tag{3.7}$$

EJEMPLO 1

Un alternador trifásico conectado en estrella tiene una potencia de 1.000 kVA y una tensión de salida de 4.600 V. Si su impedancia síncrona es 2 + *j*20 Ω/fase, calcular la regulación a plena carga para un factor de potencia de 0,8.

Con los datos de potencia aparente trifásica y tensión de salida, calculamos la corriente a plena carga del alternador:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}\,U} = \frac{1.000.000}{\sqrt{3} \cdot 4.600} = 125{,}5\ A$$

Resolviendo el circuito equivalente de la figura 5, podemos calcular la tensión interna del alternador *E*, para distintos valores de factor de potencia, o lo que es lo mismo, para distintos valores de φ:

$$U \angle 0 = E \angle \delta - (R + jK_s) \cdot I \angle -\varphi$$

Despejando y sustituyendo los datos numéricos del enunciado:

$$E \angle \delta = \frac{4.600}{\sqrt{3}} \angle 0^o + (2 + j20) \cdot 125{,}5 \angle -36{,}86^o$$

Donde se ha tomado el valor de fase de *U* porque se resuelve el circuito monofásico equivalente y acos(0,8) = 36,86º. Operando:

$$E \angle \delta = 2.655{,}8 \angle 0^o + 20{,}09 \angle 84{,}28^o \cdot 125{,}5 \angle -36{,}86^o = 2.655{,}8 \angle 0^o + 2.521{,}29 \angle 47{,}42^o =$$
$$= 2.655{,}8 + 1.705{,}95 + j1.856{,}5 = 4.740{,}4 \angle 23{,}05^o\ V$$

Que corresponde a una tensión de línea de módulo:

$$E_{linea} = \sqrt{3}\,E_{fase} = 8.210{,}61\ V$$

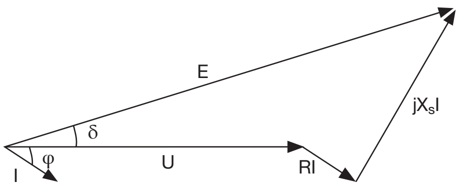
Y la regulación será:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U} \cdot 100 = \frac{8.210{,}61 - 4.600}{4.600} \cdot 100 = 78{,}5\%$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

4. Funcionamiento del generador conectado al sistema eléctrico

Figura 6. **Diagrama fasorial del circuito equivalente del generador síncrono**



El modo más habitual de funcionamiento de un generador síncrono trifásico es conectado al sistema eléctrico, al que se acoplan centenares de generadores que alimentan a millones de cargas. El generador constituirá una pequeña parte del sistema, por lo que se puede considerar que la red a la que se conecta tiene una potencia infinita en comparación con la potencia del generador. La característica de la red de potencia infinita es que mantiene constante la frecuencia y la tensión, independientemente de la intensidad del generador conectado, ya que el resto de los equipos acoplados a la red impiden que varíen estos parámetros. Por tanto, la tensión de salida en bornes del alternador conectado a la red de potencia infinita será constante. La maniobra de conexión del generador a la red eléctrica se denomina sincronización y se tiene que realizar cuando las tensiones de la máquina coincidan fase a fase con las de la red, lo que se consigue actuando sobre la velocidad de giro de la máquina y sobre la corriente de excitación. En la figura 6 se muestra el diagrama fasorial del circuito equivalente del alternador (ecuación 3.6).

Considerando la caída de tensión óhmica en los devanados (*RI*), despreciable en comparación con la caída de tensión en la reactancia síncrona ($X_S\, I$), se determina la relación entre el ángulo de potencia y el factor de potencia:

$$IX_s \cos \varphi = E \operatorname{sen} \delta \qquad (3.8)$$

Como la potencia activa trifásica generada por la máquina síncrona es la potencia suministrada a la carga trifásica conectada, su expresión es la siguiente:

$$P = 3UI \cos \varphi \qquad (3.9)$$

Combinando las ecuaciones 3.8 y 3.9, la potencia de la máquina se puede escribir como se indica a continuación:

$$P = 3U \frac{E \operatorname{sen} \delta}{X_s} \qquad (3.10)$$

Donde *U* y *E* son los valores de fase de las tensiones, y *P* es el valor de la potencia activa trifásica generada. Análogamente podemos deducir la expresión de la potencia reactiva generada por el alternador:

$$Q = 3UI \operatorname{sen} \varphi = 3U \frac{E \cos \delta - U}{X_s} \qquad (3.11)$$

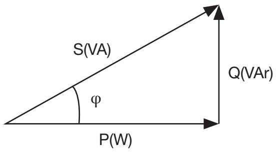
"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

De las ecuaciones 3.10 y 3.11 se deduce que hay un máximo de potencia activa generada que se produce cuando el ángulo de potencia es 90º. Para este valor de δ, la potencia reactiva es negativa, es decir, es el sistema el que suministra la potencia reactiva que consume el generador. También se observa que se puede determinar el valor de δ para que la potencia reactiva sea nula, valor que depende del valor de *E* para una tensión de salida constante.

EJEMPLO 2

Un generador síncrono se conecta en estrella a una red de potencia infinita de tensión 13,8 kV y genera, en condiciones normales de carga, una potencia activa de 10 MW y una potencia reactiva de 5 MVAr. Si su reactancia síncrona es *j*10 Ω, determinar el ángulo de potencia y el factor de potencia.

El factor de potencia se puede obtener de la relación entre la potencia activa y la reactiva:



$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{5}{10} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 26{,}56^{o}$$

Con lo que cos φ = 0,894.

Para determinar el ángulo de potencia es necesario conocer el valor de la tensión interna, por lo que resolvemos el circuito equivalente del generador:

$$E \angle \delta = U \angle 0 + (jK_s) \cdot I \angle -\varphi = \frac{13.800}{\sqrt{3}} \angle 0^{o} + (j10) \cdot 467{,}75 \angle -26{,}56^{o}$$

Donde:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}\,U} = \frac{11.180 \cdot 10^{3}}{\sqrt{3} \cdot 13.800} = 467{,}75 \text{ A}$$

$$S = \sqrt{(10 \cdot 10^{6})^{2} + (5 \cdot 10^{6})^{2}} = 11.180 \cdot 10^{3} \text{ VA}$$

$$E \angle \delta = 7.967{,}4 \angle 0^{o} + 10 \angle 90^{o} \cdot 467{,}75 \angle -26{,}56^{o} = 7.967{,}4 \angle 0^{o} + 4.677{,}5 \angle 63{,}44^{o} =$$

$$= 7.967{,}4 + 2.091{,}47 + j4.183{,}86 = 10.894{,}29 \angle 22{,}6^{o} \text{ V}$$

Luego el ángulo de potencia δ es 22,6º.

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

5. La máquina síncrona como motor

Cuando la máquina síncrona funciona como motor, es necesario alimentar el devanado trifásico del estátor para producir un campo magnético giratorio. Este campo magnético produce un par en el rotor, cuando se alimenta de corriente continua, que hace que el rotor gire a la misma velocidad que el campo, por eso se denomina *motor síncrono*. El par generado T dependerá de la potencia mecánica P_m y de la velocidad de rotación ω_s, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$T = \frac{P_m}{\omega_s} \tag{3.12}$$

Donde T se mide en Nm, P_m, en W y ω_s, en rad/s.

EJEMPLO 3

Se alimenta un motor síncrono de dos polos con una tensión de 380 V y una frecuencia de 50 Hz. Si la potencia mecánica necesaria es de 10 kW, determinar la velocidad síncrona del motor y el par entregado por el motor.

La velocidad síncrona del motor vendrá dada por la frecuencia de la red y el número de pares de polos:

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3.000 \text{ rpm}$$

Por otro lado, el par entregado por el motor será:

$$T = \frac{P_m}{\omega_s} = \frac{10.000}{\dfrac{3.000 \cdot 2\pi}{60}} = 31{,}8 \text{ Nm}$$

Donde la relación entre n y ω_s es:

$$\omega_s = 2\pi f = 2\pi \frac{n \cdot p}{60}$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Conceptos básicos

- Las máquinas eléctricas rotativas son dispositivos que pueden trabajar como generador o como motor. Están formadas por una parte móvil, el rotor, que gira dentro de una parte fija, el estátor, generando un campo magnético en el espacio que hay entre ambos. Para generar este campo magnético es necesario que circule una corriente eléctrica a través de los devanados del rotor (devanados inductores), mientras que para canalizar la corriente producida es necesario la disposición de devanados en el estátor (devanados inducidos).
- Dentro de las máquinas rotativas, las máquinas síncronas se caracterizan por su velocidad constante, denominada velocidad de sincronismo, que depende de la frecuencia de la red con la que trabajan y de sus características constructivas (número de polos). El uso más común de este tipo de máquinas es como generador de corriente alterna.
- El análisis del comportamiento de un generador en una instalación eléctrica se realiza a través del circuito equivalente de la máquina síncrona que modela, mediante resistencias y reactancias, las pérdidas en los devanados, tanto por efecto Joule como por dispersión de flujo, y el fenómeno de la disminución o aumento de la tensión cuando trabaja en carga.
- Uno de los parámetros más importantes para determinar el funcionamiento de un generador síncrono es la regulación de la carga, que indica la variación relativa de la tensión inducida respecto a la tensión de salida. Cuando el generador se conecta a la red eléctrica, se puede suponer que la tensión de salida es constante.
- El ángulo de potencia es el ángulo de desfase entre la tensión de salida y la tensión inducida, cuando ambas tensiones están desfasadas 90º la potencia activa generada es máxima.

Actividades de autocomprobación

1 Un alternador trifásico tiene una reactancia síncrona de $j5\ \Omega$ y está conectado en estrella a una red de potencia infinita de tensión 6.600 V. La excitación es tal que la f.e.m inducida en vacío es de 6.000 V.

Determinar:

1. La potencia activa máxima que podrá suministrar la máquina en estas condiciones sin que exista pérdida de estabilidad.
2. La corriente de inducido y el factor de potencia de la carga.

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Solución

1. **La potencia activa máxima que podrá suministrar la máquina en estas condiciones sin que exista pérdida de estabilidad.**

Los valores de fase de la tensión y de la f.e.m inducida son:

$$U = \frac{6.600}{\sqrt{3}} = 3.810{,}5 \text{ V} \qquad E = \frac{6.000}{\sqrt{3}} = 3.464{,}1 \text{ V}$$

La expresión de la potencia activa en función del ángulo de potencia:

$$P = 3U \frac{E \text{ sen } \delta}{X_s}$$

Esta expresión será máxima si sen δ = 1, es decir, δ = 90º, por tanto:

$$P_{max} = 3U \frac{E}{X_s}\ 3 \cdot 3.810{,}5 \frac{3.464{,}1}{5} = 7.920 \text{ kW}$$

2. **La corriente de inducido y el factor de potencia de la carga.**

Para calcular la corriente de inducido, resolvemos el circuito equivalente del generador síncrono:

$$E \angle \delta = U \angle 0 + (jX_s) \cdot I \angle -\varphi$$

$$3.463{,}1 \angle 90^{o} = 3.810{,}5 \angle 0^{o} + j5 \cdot (I \cos(-\varphi) + jI \text{ sen } (-\varphi)) =$$

$$= 3.810{,}5 \angle 0^{o} - 5I \text{ sen } (-\varphi) + j5I \cos(-\varphi)$$

En la ecuación anterior tenemos que calcular *I* y φ y lo podemos hacer igualando las partes reales por un lado y las imaginarias por otro.

Es decir, la ecuación queda:

$$j3.464{,}1 = 3.810{,}5 - 5I \text{ sen } (-\varphi) + j5I \cos(-\varphi)$$

Y se puede dividir en las dos siguientes:

$$3.810{,}5 - 5I \text{ sen } (-\varphi) = 0 \quad \Rightarrow \quad I \text{ sen } (-\varphi) = 762{,}1$$

$$j3.464{,}1 = j5I \cos(-\varphi) \quad \Rightarrow \quad I \cos(-\varphi) = 692{,}8 \qquad (*)$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Dividiendo ambas expresiones:

$$\tan(-\varphi) = \frac{762{,}1}{692{,}8} = 1{,}1 \quad \Rightarrow \quad -\varphi = \operatorname{atan}(1{,}1) = 47{,}7^{\circ}$$

y el factor de potencia cos φ = cos (− 47,7) = 0,673.

Despejando en (*) podemos hallar la intensidad:

$$I = 1.029{,}4 \text{ A}$$

Comprobamos otro modo de calcular la potencia activa:

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi = \sqrt{3}\cdot 6.600\cdot 1.029{,}4\cdot 0{,}673 = 7.919{,}6 \text{ W}$$

2 Un alternador trifásico conectado en estrella tiene una resistencia de inducido despreciable y una reactancia síncrona de 30 Ω/fase. Está acoplado a una red de potencia infinita de 11 kV y desarrolla 4.000 kVA con factor de potencia unidad. Si se aumenta la f.e.m. en un 20 %, permaneciendo constante la entrada de potencia a la máquina motriz, determinar el nuevo factor de potencia con el que trabajará la máquina y la potencia aparente que suministra.

Solución

Calculamos la corriente que suministra el alternador a la red:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{4.000.000}{\sqrt{3}\cdot 11.000} = 209{,}9 \text{ A}$$

Aplicando la ecuación del circuito equivalente, determinamos la f.e.m inicial para un cos(φ) = 1, φ = 0º.

$$E\angle\delta = \frac{11.000}{\sqrt{3}}\angle 0^{\circ} + j30\cdot 209{,}9\angle 0^{\circ} = 6.350{,}8\angle 0^{\circ} + 6.297\angle 90^{\circ} = 8.943{,}4\angle 44{,}7^{\circ} \text{ V}$$

El módulo de la nueva f.e.m inducida será:

$$E' = 1{,}2\cdot 8.943{,}4 = 10.732{,}08 \text{ V}$$

Como la entrada de potencia a la máquina permanece constante, inicialmente:

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi = \sqrt{3}\cdot 11.000\cdot 209{,}9\cdot 1 \approx 4.000 \text{ kW}$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

La potencia activa de la máquina también se puede expresar como:

$$P = 3U \frac{E \operatorname{sen} \delta}{X_s} \qquad 4.000.000 = 3 \cdot 6.350{,}8 \frac{10.732{,}08 \operatorname{sen} \delta}{50}$$

De donde:

$$\operatorname{sen} \delta = 0{,}586 \text{ y } \delta = 35{,}9^o$$

Resolviendo el circuito equivalente para la nueva f.e.m, podemos determinar la intensidad y el ángulo φ.

$$E \angle \delta = U \angle 0 + (jX_s) \cdot I \angle -\varphi$$

$$10.732{,}08 \angle 35{,}9^o = 6.350{,}8 \angle 0^o + j30 \cdot (I \cos(-\varphi) + jI \operatorname{sen}(-\varphi))$$

$$8.693{,}43 + j6.292{,}9 = 6.350{,}8 - 30I \operatorname{sen}(-\varphi) + j\, 30I \cos(-\varphi)$$

Igualando partes reales e imaginarias:

$$-2.342{,}63 - 30I \operatorname{sen}(-\varphi) \Rightarrow I \operatorname{sen}(-\varphi) = -78{,}08$$

$$j6.292{,}9 = j30I \cos(-\varphi) \Rightarrow I \cos(-\varphi) = 209{,}76 \qquad (*)$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\tan(-\varphi) = -0{,}372 \quad \Rightarrow \quad -\varphi = -20{,}4^o$$

y el factor de potencia $\cos \varphi = 0{,}937$.

Despejando en (*) podemos hallar la intensidad:

$$I = 223{,}7 \text{ A}$$

La nueva potencia aparente es:

$$S = \sqrt{3}UI = \sqrt{3} \cdot 11.000 \cdot 223{,}7 = 4.262 \text{ kVA}$$

3 Un alternador trifásico conectado en estrella a una red de potencia infinita de 11 kV tiene una resistencia de inducido despreciable y una reactancia síncrona de 10 Ω/fase. Si alimenta a una carga con un factor de potencia 0,673 (inductivo), siendo el ángulo de carga $\delta = 10^o$, calcular:

1. El valor de línea de la f.e.m
2. La potencia activa suministrada a la red

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Solución

1. El valor de línea de la f.e.m.

Consideramos la tensión *U* en el origen de fases y calculamos su valor de fase:

$$U = \frac{11.000}{\sqrt{3}} = 6.350{,}85 \text{ V}$$

Para calcular la f.e.m, resolvemos el circuito equivalente:

$$E \angle \delta = U \angle 0 + (R + jX_s) \cdot I \angle - \varphi$$

Donde:

$\delta = 10^{o}$
$R = 10\ \Omega$
$X_s = 0$
$\varphi = \text{acos}(0{,}673) = 47{,}7^{o}$

Sustituyendo:

$$E \angle 10^{o} = 6.350{,}85 \angle 0^{o} + j10 \cdot I \angle - 47{,}7^{o} = 6.350{,}85 + 10 \cdot I \cdot 0{,}74 + j10 \cdot I \cdot 0{,}673$$
$$E \cos 10 + jE \text{ sen } 10 = 6.350{,}85 + 10 \cdot I \cdot 0{,}74 + j10 \cdot I \cdot 0{,}673$$

Igualando partes reales e imaginarias en la ecuación anterior, obtenemos:

$$0{,}9848 \cdot E = 6.350{,}85 + 10 \cdot I \cdot 0{,}74$$
$$j0{,}1736 \cdot E = j10 \cdot I \cdot 0{,}673$$

De la segunda ecuación obtenemos que:

$$E = 38{,}75 \cdot I$$

Sustituyendo en la primera y despejando:

$$0{,}9848 \cdot (38{,}75 \cdot I) = 6.350{,}85 + 10 \cdot I \cdot 0{,}74 \quad \Rightarrow \quad I = 206{,}4 \text{ A}$$
$$E = 38{,}75 \cdot 206{,}4 \approx 8.000 \text{ V}$$

Y la f.e.m de línea será:

$$E = \sqrt{3} \cdot 8.000 \text{ V} = 13.856 \text{ V}$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

2. La potencia activa suministrada a la red.

La potencia activa que suministra a la red el alternador es:

$$P = \sqrt{3}UI \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 11.000 \cdot 206{,}4 \cdot 0{,}673 = 2.646{,}5 \text{ kW}$$

4 Un alternador trifásico tiene una impedancia síncrona de $0+j10\ \Omega$/fase y está conectado a una red de potencia infinita de 11.000 V, suministrando una corriente de 220 A, con un factor de potencia unidad. Sin modificar la entrada de potencia a la máquina motriz, se aumenta la f.e.m un 25%. Determinar:

1. La intensidad del inducido al aumentar la f.e.m y el factor de potencia en esas condiciones.
2. La potencia activa máxima que podrá ceder la máquina a la red con el nuevo valor de f.e.m.

Solución

1. La intensidad del inducido al aumentar la f.e.m y el factor de potencia en esas condiciones.

En primer lugar, calculamos el valor de la tensión E en el funcionamiento normal:

$$E \angle \delta = U \angle 0 + (R + jX_s) \cdot I \angle -\varphi$$

Con $\cos(\varphi) = 1$, luego $\varphi = 0^o$.

$$E \angle \delta = \frac{11.000}{\sqrt{3}} \angle 0^o + j10 \cdot 200 \angle 0^o = 6.350{,}85 + j2.200 = 6.721{,}10 \angle\ 19{,}10^o \text{ V}$$

Si se aumenta la f.e.m un 25% , el valor en módulo será:

$$E = 1{,}25 \cdot 6.721{,}10 = 8.401{,}37 \text{ V}$$

Planteando de nuevo la ecuación del circuito equivalente:

$$8.401{,}37 \angle \delta = \frac{11.000}{\sqrt{3}} \angle 0^o + j10 \cdot I \angle -\varphi$$

Donde faltan los datos de δ, I, φ . Para determinar δ, conocemos que la potencia de la máquina permanece constante, la potencia inicial es:

$$P = \sqrt{3}UI \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 11.000 \cdot 220 \cdot 1 = 4.191{,}56 \text{ kW}$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Y como la potencia se puede expresar mediante:

$$P = 3U\frac{E \operatorname{sen}\delta}{X_s} = 3 \cdot 6.350{,}85\frac{8.401{,}37}{10}\operatorname{sen}\delta = 4.191{,}56 \text{ kW}$$

Despejando δ =15,18º.

El resto de incógnitas las determinamos igualando las partes reales e imaginarias de la siguiente ecuación:

$$8.401{,}37 \angle 15{,}18 = \frac{11.000}{\sqrt{3}} \angle 0 + j10 \cdot I \angle -\varphi$$

$$8.108{,}22 + j2.199{,}92 = 6.350{,}85 - 10I \operatorname{sen}(-\varphi) + j10I\cos(-\varphi)$$

Igualando partes reales e imaginarias:

$$\begin{aligned} 8.108{,}22 &= 6.350{,}85 - 10I \operatorname{sen}(-\varphi) &&\Rightarrow I \operatorname{sen}(-\varphi) = -175{,}837 \\ j2.199{,}92 &= j10I\cos(-\varphi) &&\Rightarrow I\cos(-\varphi) = 219{,}992 \qquad (*) \end{aligned}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\tan(-\varphi) = -0{,}799 \quad \Rightarrow \quad -38{,}63^{o}$$

y el factor de potencia cos φ = 0,781.

Resolviendo en (*):

$$I = 281{,}556 \text{ A}$$

2. La potencia activa máxima que podrá ceder la máquina a la red con el nuevo valor de f.e.m.

La potencia máxima se dará para sen δ = 1 luego,

$$P = 3U\frac{E \operatorname{sen}\delta}{X_s} = 3 \cdot 6.350{,}85\frac{8.401{,}37}{10} \approx 16 \text{ MW}$$

5 Un generador síncrono trifásico de 6.600 V conectado en estrella tiene una impedancia síncrona de 0,4 + 6*j* Ω/fase. Calcular la regulación de la máquina cuando suministra una potencia de 1.000 kW a la tensión indicada, con un factor de potencia 0,866 inductivo.

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Solución

La regulación interna de un generador síncrono viene dada por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U} \cdot 100$$

Resolviendo el circuito equivalente, se puede calcular la tensión interna del alternador *E*:

$$E \llcorner \delta = U \llcorner 0 + (R + jX_s) \cdot I \llcorner -\varphi$$

Donde

$$U = \frac{6.600}{\sqrt{3}} = 3.810{,}5 \text{ V} \quad \text{y} \quad \varphi = \text{acos}(0{,}866) = 30^{o}$$

Conociendo la potencia activa se puede determinar la intensidad:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos\varphi} = \frac{1.000.000}{\sqrt{3} \cdot 6.600 \cdot 0{,}866} = 101{,}13 \text{ A}$$

Luego,

$$E \llcorner \delta = U \llcorner 0 + (R + jX_s) \cdot I \llcorner -\varphi = 3.810{,}5 \llcorner 0^{o} + 6{,}01 \llcorner 86{,}18^{o} \cdot 101{,}13 \llcorner -30^{o}$$

Donde la impedancia síncrona 0,4 + 6*j* Ω/fase se ha transformado a la forma módulo y argumento.

Operando:

$$E \llcorner \delta = 3.810{,}5 + 607{,}8 \llcorner 56{,}18^{o} = 3{,}810{,}5 + 338{,}3 + j504{,}9 =$$
$$= 4.148{,}7 + j504{,}9 = 4.179{,}4 \llcorner 6{,}88^{o} \text{ V}$$

Y el valor de línea:

$$E = \sqrt{3} \cdot 4.179{,}4 \text{ V} = 7.238{,}9 \text{ V}$$

Luego, la regulación de la máquina será:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U} \cdot 100 = \frac{7.238{,}9 - 6.600}{6.600} \cdot 100 = 9{,}68 \ \%$$

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

Bibliografía

Fraile Ardanuy, J. y Fraile Mora, J. (2005). *Problemas de máquinas eléctricas*. McGraw-Hill España.

Fraile Mora, J. (2008). *Máquinas eléctricas*. McGraw-Hill España.

Guirado Torres, R., Asensi Orosa, R., Jurado Melguizo, F. y Carpio Ibáñez, J. (2006). *Tecnología eléctrica.* McGraw-Hill.

Wagemakers, A. y Escribano F. J. (2018). *Introducción a la teoría de circuitos y máquinas eléctricas.* Dextra.

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".

"Todos los derechos reservados. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta Unidad sólo puede ser realizada con la autorización de la Universidad a Distancia de Madrid, UDIMA, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 47)".