UNIDAD DIDÁCTICA

4 TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

1. La función de producción
2. La producción a corto y a largo plazo
    - 2.1. La producción a corto plazo
        - 2.1.1. El producto total
        - 2.1.2. La productividad media del trabajo
        - 2.1.3. La productividad marginal del trabajo
        - 2.1.4. Las relaciones entre las curvas de producto medio y producto marginal
        - 2.1.5. La ley de los rendimientos marginales decrecientes
    - 2.2. La producción a largo plazo
        - 2.2.1. Las isocuantas
        - 2.2.2. La relación marginal de sustitución técnica
        - 2.2.3. Ejemplos de isocuantas
        - 2.2.4. Los rendimientos de escala
        - 2.2.5. El progreso técnico

CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En las Unidades didácticas anteriores hemos estudiado el comportamiento de los consumidores, así como los determinantes de la demanda de bienes y servicios. En esta Unidad didáctica comenzamos con el análisis de las empresas, en particular, de la teoría de la producción. Presentaremos las restricciones tecnológicas a las que se enfrentan las empresas a la hora de decidir qué bienes y servicios producir y en qué cantidad. Comenzaremos por describir las llamadas funciones de producción, que recogen la relación entre factores de producción y producto final. Posteriormente, introduciremos la dimensión temporal al diferenciar el comportamiento de la producción en el corto y el largo plazo. Se necesita más tiempo para ajustar algunos factores de producción que para hacerlo con otros. El corto plazo será aquel periodo de tiempo en el cual, al menos uno de los factores no es fijo. El largo plazo es aquel periodo de tiempo lo suficientemente largo como para que todos los factores puedan ajustarse. A continuación introduciremos los conceptos de producto total, medio y marginal, lo que nos permitirá pasar a estudiar los rendimientos marginales de los factores y los rendimientos de escala de la producción.

Analizaremos, también, un concepto similar al de las curvas de indiferencia, las llamadas isocuantas, curvas que recogen las distintas combinaciones de factores de producción que nos permiten obtener, de una manera eficiente, una misma cantidad de producto. Asociado con estas curvas veremos el concepto de relación marginal de sustitución técnica. Finalmente, terminaremos con el concepto de rendimientos de escala, relacionado con la eficiencia del tamaño de una empresa y con ejemplos de algunas de las funciones de producción más comunes.

1. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

Durante el proceso de producción, las empresas transforman los factores de producción, también llamados *inputs*, en productos. Los factores de producción pueden dividirse en tres grandes grupos, trabajo, capital y materias primas, cada una de estas categorías puede, a su vez, subdividirse en subcategorías.

El **trabajo** comprende los servicios proporcionados por los trabajadores. El trabajo puede ser cualificado, cuando es suministrado por trabajadores con una determinada formación (como, por ejemplo, el suministrado por torneros, arquitectos, médicos, etc.) o no cualificado, como el provisto por trabajadores con poca o ninguna cualificación (como los peones de albañil, los camareros, los barrenderos, etc.). El **capital** está constituido por los factores productivos de larga duración, como son edificios, maquinarias, la tierra, etc. Las **materias primas** son todos aquellos bienes que la empresa transforma en su proceso de producción, como por ejemplo, cereales, madera o petróleo(1).

Los productos que se obtienen del proceso de producción de una empresa pueden ser tanto bienes como servicios. Por lo que hemos visto hasta ahora, el esquema de funcionamiento de una empresa es el siguiente: combina factores de producción dentro de su proceso productivo, y los transforma en productos.

La **función de producción** indica la máxima cantidad de producto que se puede obtener para una determinada combinación de factores de producción. Para un determinado estado de la tecnología, que incluye todos los conocimientos relevantes sobre los métodos de producción (por ejemplo, las propiedades de las materias primas, las técnicas de gestión de maquinarias, personal, *stock*, etc.), la función de producción nos muestra todas las distintas formas de combinar los insumos productivos para obtener una cantidad de un determinado producto. Por ejemplo, podemos construir un kilómetro de carretera utilizando distintas combinaciones de capital, trabajo y materias primas. En países como la India, donde la mano de obra es abundante y barata y el capital escaso y caro, el método de producción de la carretera se basará en la utilización intensiva de mano de obra con poca maquinaria. En los países donde la mano de obra es cara, se utilizará una alta proporción de capital (grandes máquinas que aplanan el terreno, a la vez que vierten la capa asfáltica) y muy poca mano de obra.

Podemos, pues, visualizar a la función de producción como una especie de recetario, que nos muestra distintas combinaciones de ingredientes para hacer pasteles. La función de producción muestra solo las combinaciones eficientes desde un punto de vista técnico, es decir, aquellas que, para una determinada cantidad de insumos productivos, maximizan el producto obtenido, dada la tecnología actual.

Podemos representar una función de producción de la siguiente manera:

$$Q = f\ (K, L) \qquad \textbf{(1)}$$

Donde Q es la cantidad de producto obtenida, que es función del capital (K) y del trabajo (L). Para simplificar, hemos supuesto que la producción depende solo de dos factores, el capital y el trabajo, de-

(1) Dentro del apartado «materias primas» podemos englobar no solo a aquellos *inputs* (a los que se puede denominar como **primarios**) que han sufrido poca o ninguna transformación durante su proceso de obtención (como, por ejemplo, la madera, pese a que ha sido necesario cortar el árbol, transportarlo, etc.) sino también, aquellos *inputs* (que podemos denominar **secundarios**), que ya han pasado por un proceso de producción, siendo el producto final de ese proceso, pero que serán utilizados por otros procesos para obtener un nuevo producto (por ejemplo, el aceite de oliva, que es utilizado en la repostería).

jando de lado las materias primas. Podemos medir el capital por el número de horas de utilización de maquinaria, o por el número de máquinas, indistintamente. De la misma manera, el trabajo puede medirse por el número de trabajadores, o por el número de horas trabajadas.

2. LA PRODUCCIÓN A CORTO Y A LARGO PLAZO

Además de los factores que hemos mencionado, el tiempo juega un papel primordial en la planificación de la empresa. Se necesita más tiempo para ajustar algunos factores de la producción que para hacerlo con otros (generalmente, el trabajo es el factor que se ajusta más rápido y el capital el que necesita más tiempo). Cuando hablamos de la producción, la definición que se entiende por corto y por largo plazo queda determinada por el tiempo que tarda una empresa para ajustar sus factores productivos. Así, el corto plazo será aquel periodo de tiempo en el cual al menos uno de los factores de producción no se puede alterar (no se tiene tiempo suficiente). En el corto plazo, por lo menos uno de los factores de producción es fijo.

El largo plazo es aquel periodo de tiempo lo suficientemente extenso como para que todos los factores puedan ajustarse, es decir, en el largo plazo todos los factores son variables, no hay factores fijos.

El periodo de tiempo que se considere corto o largo plazo para una empresa dependerá de la actividad que desarrolle la misma. En una empresa de mensajería, donde el trabajo es el principal factor de producción, el tiempo necesario para ajustar todos los factores de producción (trabajo y capital), ante cambios en la demanda, será mucho menor que en el caso de una empresa que, por ejemplo, suministra energía eléctrica a partir de una central nuclear. En el caso de la mensajería, si aumenta la cantidad de paquetes a repartir, la empresa tendrá que contratar más trabajadores y comprar más vehículos. En el caso de una central nuclear, si la demanda de electricidad aumentara por encima de la capacidad de la planta, solo quedaría la solución de construir otra central, obviamente, se tardaría mucho más en construir una nueva central que en comprar nuevas motocicletas o en alquilar un nuevo local.

2.1. LA PRODUCCIÓN A CORTO PLAZO

Para explicar el comportamiento de la producción en el corto plazo, comencemos suponiendo que estamos analizando una empresa cuya función de producción utiliza solo dos *inputs*, trabajo (L) y capital (K). Tomemos como ejemplo una empresa que se dedica a estampar camisetas.

En el corto plazo, el capital es un factor fijo, mientras que consideramos que el trabajo es un factor variable. Este supuesto tiene su lógica, ya que, en condiciones normales, le sería difícil a una empresa, en el corto plazo, instalar nueva maquinaria, en cambio le sería mucho más fácil contratar nuevos trabajadores o despedir a los existentes. En nuestro ejemplo, ante un aumento en la demanda de camisetas, la empresa puede, rápidamente, habilitar un turno nocturno y así utilizar la maquinaria en unas horas en las que no estaba siendo utilizada. En cambio, la instalación de maquinaria nueva requeriría mucho más tiempo, sería necesario decidir qué máquina es la más conveniente, conseguir financiación para la misma, encontrar un espacio para la nueva maquinaria, esperar a que llegue del extranjero si es una maquinaria importada, que los trabajadores aprendan a usarla si la maquinaria no es similar a las que ya se tienen, etc.

La tabla 1 nos muestra un ejemplo de los valores que toma una función de producción, cuando cambia uno de sus factores de producción (el trabajo) manteniéndose constante el otro (el capital). La tabla, también, recoge distintas magnitudes, como el producto total, el producto medio y el producto marginal, que a continuación pasaremos a explicar.

Tabla 1. **Producto total, producto medio y producto marginal de una función de producción con el capital fijo**

$\bar{K}$	L	PT_L	PMe_L	PMg_L
4	0	0		
4	1	9	9	9
4	2	23	11,5	14
4	3	39	13	16
4	4	52	13	13
4	5	60	12	8
4	6	66	11	6
4	7	68	9,7	2
4	8	69	8,6	1
4	9	69	7,6	0
4	10	68	6,8	– 1

2.1.1. El producto total

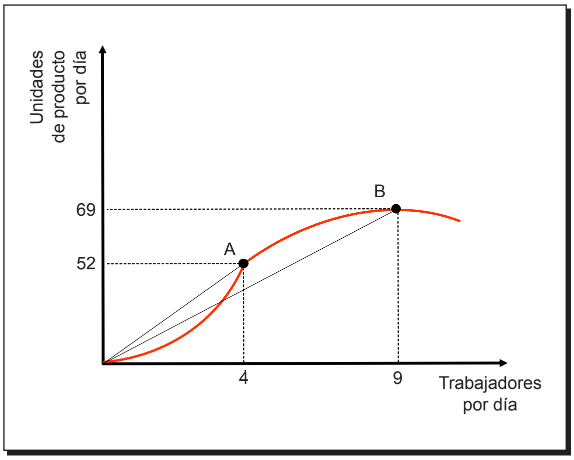
La tabla 1 muestra la relación entre el producto obtenido y las distintas combinaciones de factores de producción, para una función de producción dada. En este caso, vemos cómo el capital se mantiene constante en un nivel igual a 4 máquinas. Esto nos indica que estamos en el corto plazo. Si observamos con detenimiento la tabla, vemos cómo el producto total (PT_L) aumenta a medida que aumenta el número de trabajadores (L), manteniéndose constante el capital ($\bar{K}$), para disminuir al final, cuando se pasa de 9 a 10 trabajadores. Vemos, también, cómo, cuando el número de trabajadores es igual a 0, el producto total es nulo; esto nos indica que se necesitan ambos factores de producción para obtener el producto. El producto máximo, que se puede obtener con 4 unidades de capital, es 69 unidades y se consigue sumando al capital, 8 o 9 unidades de trabajo. A partir de ese punto, la incorporación de unidades adicionales de trabajo provocará una disminución del producto total.

La función del **producto total** del trabajo, también llamada de **productividad total** del trabajo, muestra la relación entre el factor variable, en nuestro ejemplo el trabajo, y el producto total obtenido:

$$PT_L = f\ (L, \bar{K}) \qquad \textbf{(2)}$$

La figura 1 muestra cómo se incrementa el producto total a medida que aumentamos el número de trabajadores, manteniéndose constantes las unidades de capital. Vemos que, cuando llegamos a la novena unidad de trabajo incorporada, el

Figura 1. **Curva de producto total del trabajo y la productividad media**



producto total no solo no aumenta, sino que comienza a disminuir. Es decir, a partir de una cierta cantidad del factor variable (en nuestro ejemplo, el trabajo), ulteriores adiciones del mismo pueden tener como resultado una disminución del producto total. Un ejemplo nos ayudará a comprender este último punto. Supongamos que estamos analizando el caso de una cuadrilla de trabajadores que está cavando una zanja para la canalización de gas. La cuadrilla, inicialmente, está compuesta por 2 trabajadores, que, como capital, poseen 2 palas y 2 cubos. Al comienzo del trabajo, los 2 trabajadores llenan los cubos y ellos mismos los sacan de la zanja y depositan la tierra en un lugar distante unos metros. Si la dirección de la empresa decide mandar más operarios a la excavación (sin enviar, a la vez, más palas ni cubos), la productividad total aumentará. Al principio, el incremento será notable, ya que algunos trabajadores podrán dedicarse a las palas y otros a cargar los cubos. A medida que más trabajadores se incorporan a la tarea (sin que aumenten las palas y los cubos), empezarán a molestarse unos a otros y, eventualmente, la productividad total disminuirá. En el ejemplo de la tabla 1, contratar más de 9 trabajadores provocará una disminución en el producto total.

A partir de la función de productividad total, podemos obtener dos funciones adicionales, la de productividad media y la de productividad marginal.

2.1.2. La productividad media del trabajo

La **productividad media del trabajo**, PMe_L, mide el producto obtenido por trabajador empleado. La función de productividad media del trabajo se puede expresar como:

$$PMe_L = \frac{PT_L \ (L, \bar{K})}{L} \qquad \textbf{(3)}$$

Esta medida es la que se utiliza cuando, por ejemplo, se compara la producción por trabajador de diferentes fábricas de automóviles[1]. Gráficamente, la productividad media del trabajo es igual a la pendiente de una línea trazada desde el origen hasta un punto de la función de producto total. En la figura 1, vemos dos líneas que unen los puntos *A* y *B* de la curva de producto total, con el origen. La pendiente de ambas líneas nos indica el producto medio por trabajador en cada uno de dichos puntos. Como vemos, la pendiente de la línea que une el punto *B* con el origen es menor que la que une el punto *A* con el origen. Esto implica que el producto medio por trabajador en el punto *B* es menor que el producto medio por trabajador en el *A*. El producto medio por trabajador en el punto *B*, caracterizado por 9 trabajadores que obtienen 69 unidades de producto, es 7,6. Mientras que el producto medio por trabajador en el punto *A*, caracterizado por el empleo de 4 trabajadores para obtener 52 unidades de producto, es 13.

2.1.3. La productividad marginal del trabajo

La **productividad marginal del trabajo**, PM_gL, es igual al cambio en el producto total producido como consecuencia de la incorporación de una unidad adicional del factor trabajo. Si suponemos que trabajamos con unidades discretas, entonces:

$$PMg_L = \frac{\Delta PT_L}{\Delta L} = \frac{\Delta PT_L \ (L, \bar{K})}{\Delta L} \qquad \textbf{(4)}$$

[1] Según datos de ANFAC (la Asociación Nacional de Fabricantes de Automóviles), en el periodo que va de 1991 a 2001, la productividad media por trabajador se duplicó en España, pasando de 22 automóviles por trabajador al año, en 1991, a 40,2 automóviles por trabajador en 2001.

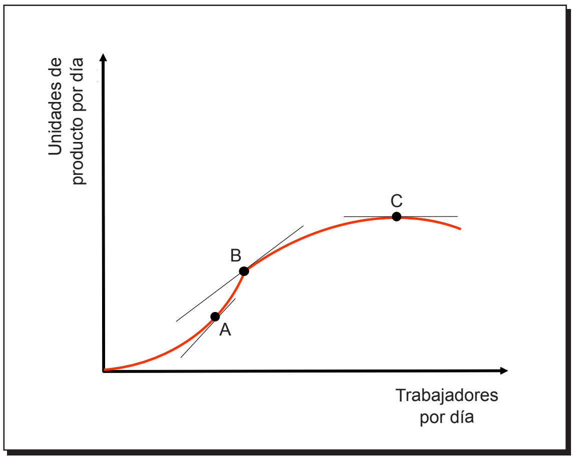
Donde ΔL es el cambio en el número de trabajadores, medido en unidades discretas, que da lugar a un cambio en el producto total (manteniéndose constante el capital), medido también en unidades discretas y cuya notación es $\Delta PT_L\ (L, \bar{K})$.

Si utilizáramos unidades de trabajo continuas, entonces la fórmula quedaría como:

$$PMg_L = \frac{dPT_L\,(L, \bar{K})}{dL} \tag{5}$$

donde el producto marginal es igual a la pendiente de la función de producto total en un punto cualquiera de la misma. Véase la figura 2.

Figura 2. **La productividad marginal a partir de la curva de producto total del trabajo**

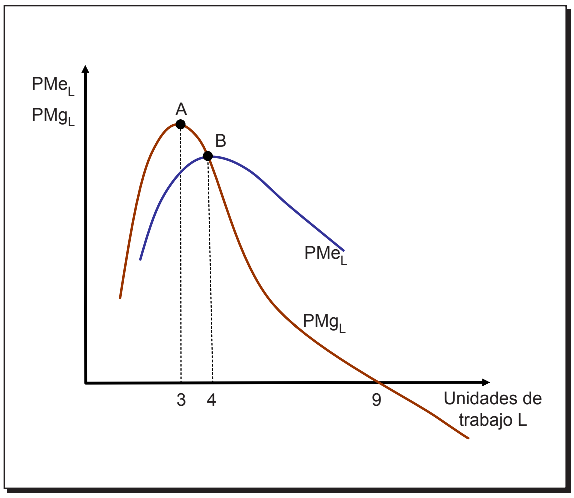


A partir de la curva de producto total del trabajo, podemos averiguar cuál es la productividad marginal del trabajo en cualquier punto de la misma, simplemente midiendo la pendiente de la recta tangente a la curva del producto total en ese punto. En la figura 2 se representan tres rectas tangentes a la curva de producto total, en los puntos *A*, *B* y *C*. Si seguimos dicha secuencia de puntos vemos que al principio la pendiente de las tangentes aumenta, para luego disminuir. Es decir, a medida que vamos de *A* a *C*, el producto marginal del trabajo aumenta y luego disminuye. Si volvemos la vista atrás, a la tabla 1, vemos que esto es también lo que sucede, al principio, a medida que aumentamos la adición del factor variable el trabajo: el producto marginal aumenta, para luego disminuir. Siguiendo el ejemplo de los obreros y la zanja, podemos decir que, en el caso en que tengamos una determinada cantidad del factor fijo, y comencemos a agregar unidades del factor variable, trabajo, la productividad marginal del factor variable crecerá a un ritmo creciente, hasta que se llega a la combinación óptima, desde el punto de vista técnico, entre capital y trabajo, es decir, entre el factor variable y el fijo. En el ejemplo anterior, si tenemos 2 palas, 2 cubos, y solo 2 trabajadores, podemos suponer que el gran salto de productividad se dará hasta el punto en que tengamos 2 trabajadores adicionales que se encarguen de los cubos. Si, una vez que tenemos un trabajador por cada pala y cada cubo, contratamos más trabajadores, la productividad seguirá creciendo, a ritmo positivo, pero no a un ritmo tan fuerte como antes. Podemos pensar que los trabajadores adicionales formarán una fila para pasarse los cubos unos a otros y reducir el tiempo de vaciado de la tierra, o que harán turnos para reemplazar a los que cavan, y mantener de esa manera la velocidad. Todo esto, claro, hasta el punto en el que, la gran cantidad de trabajadores, en el mismo sector de trabajo comience a provocar que se molesten unos a otros.

2.1.4. Las relaciones entre las curvas de producto medio y producto marginal

Como mencionamos anteriormente, a partir de la curva de producto total podemos obtener las curvas de producto medio y producto marginal del trabajo. En la figura 3 vemos representadas ambas curvas; en el eje horizontal se recogen las unidades de trabajo, medidas en número de trabajadores; en el eje vertical, el producto medio y el producto marginal medidos en unidades de producto por trabajador. La curva de producto marginal de esta figura tiene una parte positiva y una parte negativa, es decir, una parte en la cual el producto marginal es positivo y otra en la que el producto marginal es negativo. Siempre que el producto marginal sea positivo, eso significará que la adición de un trabajador a la producción incrementará el producto total. Si el producto marginal del trabajo fuera negativo, esto implicaría que el último trabajador incorporado, o la última unidad de trabajo incorporada, no solo no aporta nada al producto total, sino que provoca que este disminuya. Un empresario racional nunca contrataría trabajadores cuyo producto marginal sea negativo. Si tomamos los datos de la figura 3, podemos decir que un empresario racional, de acuerdo con esta curva de producto marginal, nunca contrataría más de 9 trabajadores, ya que el décimo trabajador disminuiría su producto total.

Figura 3. **La relación entre las curvas de producto medio y producto marginal**



Además, en la figura 3 podemos observar que cuando el producto marginal crece, el producto medio también lo hace, y que cuando el producto marginal decrece el producto medio también decrece (salvo en el tramo 3 a 4). El motivo de este comportamiento es muy fácil de ver y lo haremos con un ejemplo. Supongamos que un estudiante está matriculado en una asignatura cuya nota final será el resultado de promediar la nota obtenida en 4 exámenes parciales, que se realizarán a lo largo del año. La primera nota que obtiene es un 4, con lo que, si no hubiera más parciales, su nota final sería 4. En el segundo parcial, obtiene un 6, su «producto marginal» correspondiente a ese parcial es un 6, la nota media resultante de promediar la nota del primero y segundo parcial es un 5. Como vemos, la última nota que hemos obtenido es mayor que la anterior (equivalente a que el producto marginal sea creciente) y la nota media (el producto medio) también ha crecido. Supongamos ahora, que en el tercer parcial obtiene una nota de 8, esto equivale a decir que la nota marginal (el producto marginal) es ahora 8, la nota media sube a 6 como resultado de promediar los tres parciales. Ambas notas, la marginal y la media, siguen creciendo. Finalmente, si en el último parcial la nota es un 2, nos encontramos con que la nota marginal ha caído y que la nota final (el promedio de los 4 parciales) también, siendo ahora igual a 5. Es decir, cuando la nota marginal, la última nota (el producto marginal) disminuye, la nota promedio (el producto medio) también disminuye.

En la figura 3 observamos que el producto marginal es mayor que el producto medio cuando el producto marginal crece y, por el contrario, el producto marginal es menor que el producto medio cuando el producto marginal cae. La explicación de esto es muy clara: el producto marginal es el que «tira» del producto medio, tanto hacia arriba, como hacia abajo. Recordemos el ejemplo de los parciales, la nota de un parcial que sea superior a la nota media hace que la media aumente, y viceversa. Debido a este modo de comportarse del producto marginal y el producto medio, la curva de producto marginal corta a la curva de producto medio en aquel punto en el que el producto medio llega a su máximo valor.

2.1.5. La ley de los rendimientos marginales decrecientes

En la tabla 1 y en las figuras 1, 2 y 3 vemos cómo, a medida que aumentamos la cantidad de trabajo, manteniéndose el capital constante, el producto marginal del trabajo primero aumenta su valor y luego comienza a disminuir. Esta es una regularidad, que ha sido observada ya hace mucho tiempo por los economistas clásicos (finales del siglo XVIII, principios del XIX) y que se ha formulado bajo el nombre de **ley de los rendimientos marginales decrecientes**. Esta ley nos dice que, si se aumenta la utilización de un factor de producción, manteniéndose la tecnología y la cantidad de los otros factores productivos constantes, entonces, los incrementos que se obtienen en la producción llegará un momento en el cual serán cada vez menores.

En la figura 3 vemos cómo el producto marginal crece hasta que se llega a 3 unidades de trabajo, y luego comienza a disminuir, si bien continúa siendo positivo, hasta alcanzar las 9 unidades de trabajo. A partir de 3 trabajadores, cada nuevo trabajador incorporado a la producción, manteniéndose todo lo demás constante, incrementará el producto total en una cantidad cada vez menor, hasta que se llegue al noveno trabajador, el cual, en nuestro ejemplo, no aportará nada al producto total. Dicho de otra manera, entre los 3 y los 9 trabajadores empleados, existen rendimientos marginales decrecientes del factor trabajo.

2.2. LA PRODUCCIÓN A LARGO PLAZO

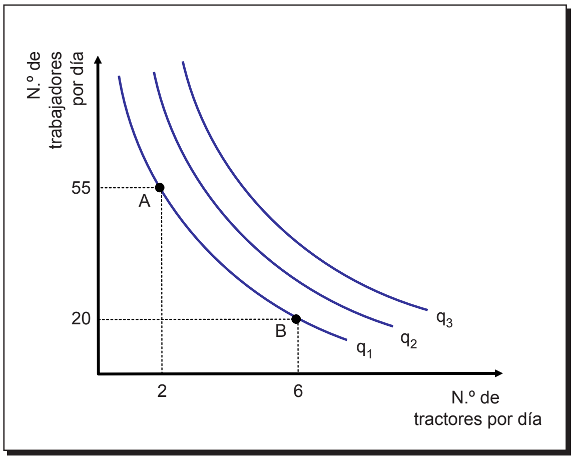
Al principio de esta Unidad didáctica planteamos que el largo plazo es aquel periodo de tiempo lo suficientemente largo como para que todos los factores de producción sean variables. Esto posibilita que las empresas puedan combinar los factores de producción de distintas maneras para producir un mismo nivel de *output.* Una explotación lechera puede obtener los mismos litros de leche al día utilizando una ordeñadora mecánica o contratando a varios trabajadores que ordeñen las vacas. Al igual que en el caso de las curvas de indiferencia los individuos podían sustituir un bien por otro, de acuerdo a la relación marginal de sustitución, y mantenerse en la misma curva de indiferencia, las empresas pueden sustituir un factor de producción por otro, y obtener el mismo nivel de producto.

2.2.1. Las isocuantas

Llamamos **isocuantas** a las curvas que recogen las distintas combinaciones de factores de producción que nos permiten obtener, de una manera eficiente, una misma cantidad de producto.

Todas las combinaciones de factores de producción que encontramos en una isocuanta son eficientes, en el sentido de que, cada combinación produce la máxima cantidad posible de *outputs* para esa cantidad de *inputs*. La figura 4 representa parte de la familia de isocuantas de una explotación agrícola. Existen diversas formas de cultivar los terrenos de la explotación. La combinación correspondiente al punto *A* utilizará 55 trabajadores y 2 tractores, mientras que la combinación correspondiente al punto *B* utilizará 20 trabajadores y 6 tractores. Ambas combinaciones son eficientes desde un punto de vista técnico, y producirán la misma cantidad q_1 de producto. La elección de una u otra forma de producir esa cantidad de producto dependerá de los costes de los factores de producción. En la Unidad didáctica siguiente analizaremos este punto.

Figura 4. **Conjunto de isocuantas**



Las isocuantas tienen una forma y unas propiedades similares a las de las curvas de indiferencia. Las propiedades de las isocuantas son:

- Cuanto más alejada del origen se encuentre una isocuanta mayor será el nivel de producto que representa. Si la producción es eficiente, al agregar una unidad más de un factor productivo esto se traducirá en un aumento del producto. Si esto no sucediera, estaríamos desperdiciando esa unidad adicional de *input* sin obtener ningún incremento del producto a cambio. En la figura 4 esto se traduce en que $q_3 > q_2 > q_1$.

- Las isocuantas no pueden cortarse. Si las isocuantas se cortaran, se incumpliría el principio de que las isocuantas recogen solo combinaciones eficientes de factores de producción. Si con una combinación determinada de trabajo y capital se pudieran obtener dos niveles de producción, uno de dichos niveles estaría siendo obtenido de una manera ineficiente, es decir, se estaría produciendo menos de lo que se podría producir con la utilización de esa cantidad de factores.

  En la figura 5 vemos cómo la combinación de 40 trabajadores y 4 tractores al día puede obtener dos niveles de producto, 100 y 150 unidades. Esta manera de obtener 100 unidades es ineficiente, no tendría ningún sentido que produjera 100 unidades, pudiendo obtener 150 unidades con la misma cantidad de factores productivos.

Figura 5. **Las isocuantas no pueden cortarse**

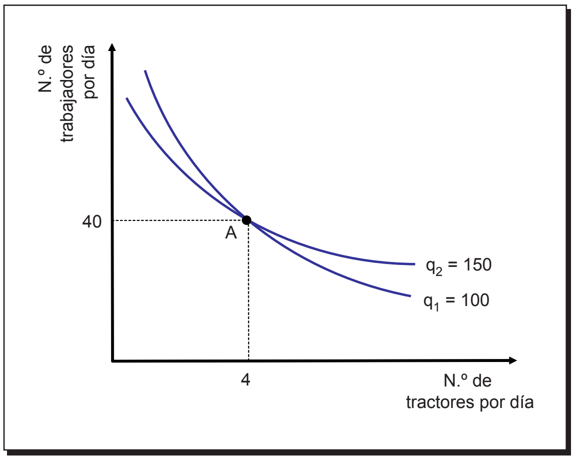
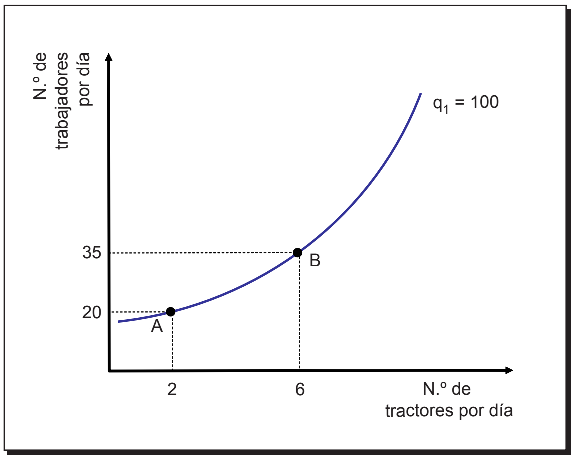


Figura 6. **Las isocuantas no pueden tener pendiente positiva**



- Las isocuantas tienen pendiente negativa. Al igual que sucedía con el caso de las curvas de indiferencia, si una isocuanta tuviera pendiente positiva eso implicaría que una misma cantidad de producto podría obtenerse usando una cantidad mayor o menor de los mismos factores de producción. Nuevamente, no sería eficiente que una empresa obtuviera un nivel de producto con más factores de producción de los que le son estrictamente necesarios. La figura 6 nos muestra dos combinaciones de factores de producción que pueden obtener la misma cantidad de producto. Ningún empresario racional elegiría la combinación *B*, no sería eficiente.

2.2.2. La relación marginal de sustitución técnica

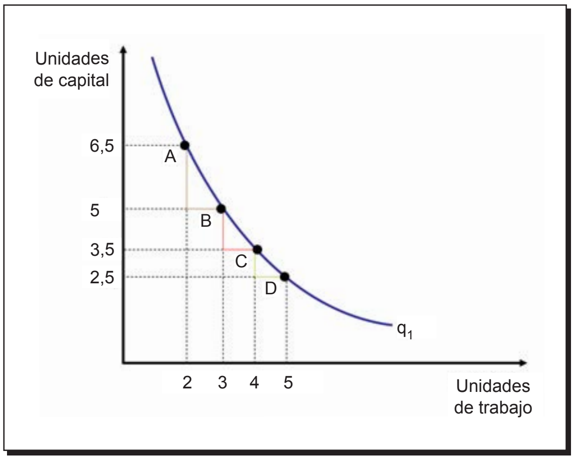
Como hemos visto hasta ahora, a lo largo de una isocuanta se puede sustituir un factor de producción por otro manteniéndose constante el nivel de producto obtenido. La **relación marginal de sustitución técnica** (*RMST*) mide la tasa de sustitución de un factor de producción por otro a lo largo de una isocuanta. Gráficamente, la *RMST*, en un punto de una isocuanta, queda recogida por la pendiente de la isocuanta en dicho punto.

La fórmula de la *RMST,* en el caso de una función de producción que utiliza dos *inputs*, trabajo y capital, es[1]:

$$RMST = \left. \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{q=cte} \tag{6}$$

La fórmula anterior nos indica que la *RMST* es igual a la relación entre la variación del capital y la variación del trabajo, manteniéndose la producción constante.

Figura 7. **La relación marginal de sustitución técnica**



En la figura 7 vemos cómo la *RMST* varía a lo largo de la isocuanta. Así, cuando se pasa del punto *A* al punto *B*, la *RMST* es igual a –1,5, cuando se pasa del punto *C* al *D*, la *RMST* pasa a tener un valor de –1. Esto nos indica que pasamos de un factor más intensivo en capital, como el *A* (el capital es el factor «abundante» en este punto) a un punto como el *D*, más intensivo en la utilización de trabajo. La *RMST* disminuye su valor absoluto a medida que descendemos por la isocuanta. Cuando se pasa de la combinación de *inputs A* a la *B*, la empresa puede disminuir su capital en 1,5 unidades, con tal de que incorpore un trabajador nuevo. En el paso de *C* a *D*, un aumento de un trabajador solo puede verse acompañado de una disminución de una unidad en el capital, si se quiere mantener el mismo nivel de producción. Esto se explica porque comparando el punto *A* con el *D*, vemos cómo el capital se ha vuelto un factor más escaso, mientras que el trabajo se ha vuelto más abundante, en términos relativos. Cuanto menos capital tiene una empresa, más difícil le resulta reemplazarlo por trabajo. Pongamos el ejemplo de unos obreros que están levantando una acera. Al principio tenemos 2 obreros con 2 martillos neumáticos, la empresa podría reemplazar a los 2 obreros con dos martillos, por 10 obreros con picos, manteniendo el ritmo de la obra. Sin embargo, el intercambio entre capital y trabajo tiene un límite si queremos mantener el nivel de producción. En un caso extremo podemos decir que los obreros necesitan cierto capital, como son los picos, para levantar las aceras.

La *RMST* se puede expresar también en términos de las productividades marginales de los factores de producción.

Como hemos visto, en el caso de una función de producción con dos factores de producción, capital y trabajo, la *RMST* nos indica cuántas unidades de trabajo se tendrían que aumentar para mantener el nivel de producción constante, si se disminuye en una unidad el capital. En la figura 7, cuando se pasa del punto *A* al *B*, la *RMST* toma un valor de –1,5; esto indica que podemos disminuir el capital en 1,5 unidades, manteniéndonos en la misma isocuanta, siempre que se aumente en una unidad el trabajo. Esto se puede plantear de otra manera diciendo que la productividad del trabajo es 1,5 veces la productividad del capital, una unidad de trabajo aporta al producto total lo mismo que 1,5 unidades de capital.

[1] Esta es la fórmula utilizada en el caso de cambios discretos. Para obtener la *RMST* en un punto de una isocuanta utilizamos la siguiente fórmula:

$$RMST = \frac{dK}{dL}$$

Podemos deducir la relación entre la *RMST* y las productividades marginales, partiendo de una función de producción,

$$Q = f\ (K, L) \tag{7}$$

Si se mantiene constante el capital y permitimos que varíe el trabajo, el cambio asociado en el producto total será igual a:

$$\Delta PT_L \cong PMg_L\ \Delta L \tag{8}$$

Donde ΔPT_L es el cambio en el producto total debido a cambios en el número de trabajadores, PMg_L es el producto marginal del trabajo y ΔL es el cambio en el número de trabajadores.

En el caso de que lo que se mantenga constante sea el número de trabajadores, el cambio en el producto total asociado a cambios en la cantidad de capital es igual a:

$$\Delta PT_K \cong PMg_K\ \Delta K \tag{9}$$

Donde ΔPT_K es el cambio en el producto total debido a cambios en la cantidad de capital, PMg_K es el producto marginal del capital y ΔK es el cambio en la cantidad de capital.

Cuando consideramos distintos puntos de una isocuanta, tanto el capital como el trabajo varían simultáneamente, manteniéndose el producto total constante. Es decir:

$$\Delta PT \cong \Delta PT_L + \Delta PT_K = 0 \tag{10}$$

Reemplazando:

$$PMg_L\ \Delta L + PMg_K\ \Delta K = 0 \tag{11}$$

Reordenando:

$$RMST = \frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{PMg_L}{PMg_K} \tag{12}$$

La expresión anterior nos dice que, cuanto menor sea la productividad marginal del capital, mayor será la *RMST*. Es decir, se podrá renunciar a una mayor cantidad de capital con tal de aumentar en una unidad la cantidad de trabajo empleado, manteniéndose el nivel de producción constante. Cuantas más unidades de capital empleemos, menor será su productividad marginal y, por tanto, mayor su *RMST* con respecto al trabajo. En la figura 7 vemos cómo, cuando se pasa del punto *A* (6,5 unidades de capital, 2 unidades de trabajo) al punto *B*, la *RMST* toma un valor de absoluto de 1,5. En cambio, cuando pasamos del punto *C* (3,5 unidades de capital, 4 unidades de trabajo) al punto *D*, la *RMST* tiene un valor absoluto de 1. El punto *A* tiene una intensidad de utilización del capital mayor que la del *C*, por tanto la productividad marginal del capital es menor en *A* que en *C*, y por tanto, la *RMST* es mayor en *A* que en *C*.

2.2.3. Ejemplos de isocuantas

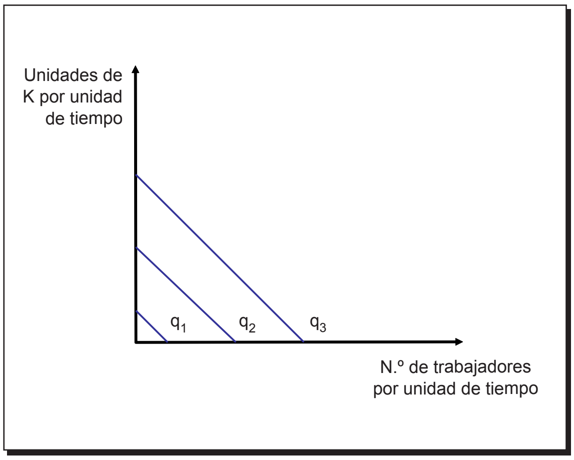
Veremos, ahora, la forma de algunas isocuantas que corresponden a funciones de producción comunes. La forma que tome la isocuanta refleja el grado de sustitución que existe entre los factores productivos en la función de producción correspondiente.

En primer lugar, analizaremos el caso de las funciones de producción lineales. Estas funciones adoptan la siguiente forma:

$$Q = f\ (K, L) = \alpha K + \beta L \qquad \textbf{(13)}$$

En la figura 8 encontramos una representación de una familia de isocuantas correspondientes a este tipo de funciones de producción. Como vemos, existe una sustitución perfecta entre ambos factores. La pendiente de las isocuantas es constante e igual a $-\beta/\alpha$. Podríamos tomar como ejemplo de este tipo de funciones el caso de las máquinas expendedoras de billetes de metro y los trabajadores. Si suponemos que una máquina realiza el trabajo de un vendedor humano de billetes, la *RMST* toma el valor de 1, a lo largo de toda la isocuanta. Como veremos en próximas Unidades didácticas, en estos casos, la elección de uno u otro factor de producción depende de sus precios relativos.

Figura 8. **Función de producción lineal**

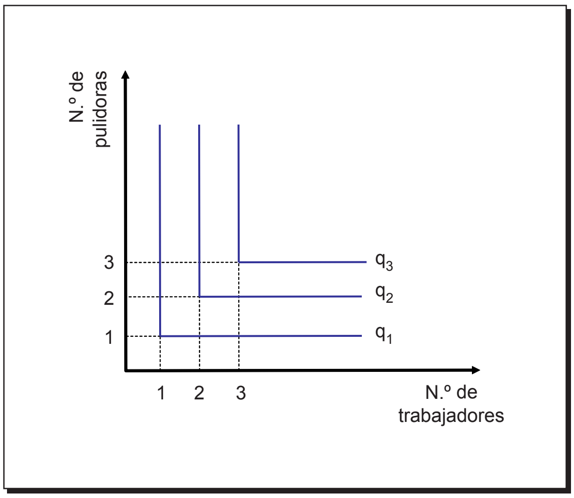


Las llamadas funciones de producción de proporciones fijas tienen la siguiente forma funcional:

$$Q = mín = (\alpha K + \beta L) \qquad \textbf{(14)}$$

Donde *mín* significa que el valor del producto estará determinado por el menor de los dos valores entre paréntesis. Este tipo de funciones, de las que ya tuvimos ejemplos cuando hablamos de los bienes complementarios perfectos, implican que los factores de producción tienen que combinarse en una proporción determinada para obtener el producto. Un ejemplo sería el constituido por una pulidora de suelo y su operario. Cada operario puede operar solo una pulidora y cada pulidora necesita un operario. Si se tuviesen 2 pulidoras y un solo operario, el producto obtenido sería igual al que conseguiríamos con solo una máquina y un trabajador. Una pulidora estaría en exceso, no se utilizaría[1]. La figura 9 nos muestra un ejemplo de este tipo de función.

Figura 9. **Función de producción de proporciones fijas**



Para concluir, mencionaremos la función de producción de tipo Cobb-Douglas, cuya función de producción es del tipo:

$$Q = f\ (K, L) = AK^{\alpha}\ L^{\beta} \qquad \textbf{(15)}$$

(1) Debemos tener presente que la proporción en la que se combinan los factores no tiene por qué ser de uno a uno. Por ejemplo, un avión comercial necesita, para funcionar, dos pilotos y la tripulación de cabina.

Donde A, α y β son constantes positivas. También hemos visto esta forma funcional al trabajar con funciones de utilidad. Las isocuantas de esta función tienen una forma convexa, como las recogidas en la figura 4.

2.2.4. Los rendimientos de escala

Como hemos dicho, en el largo plazo las empresas pueden cambiar las cantidades que utilizan de todos sus factores productivos. En este punto analizaremos cómo responde el producto total de las empresas cuando estas cambian todos sus factores productivos en la misma proporción.

Para las empresas es muy interesante conocer los efectos que los cambios en el tamaño de sus explotaciones pueden tener sobre su volumen de producción.

Ante una variación proporcional de los factores de producción, los efectos sobre el producto total son de tres tipos. Decimos que una empresa tiene **rendimientos crecientes de escala** cuando al aumentar los factores de producción en una determinada proporción, el producto obtenido aumenta en una proporción superior[1]. Es decir:

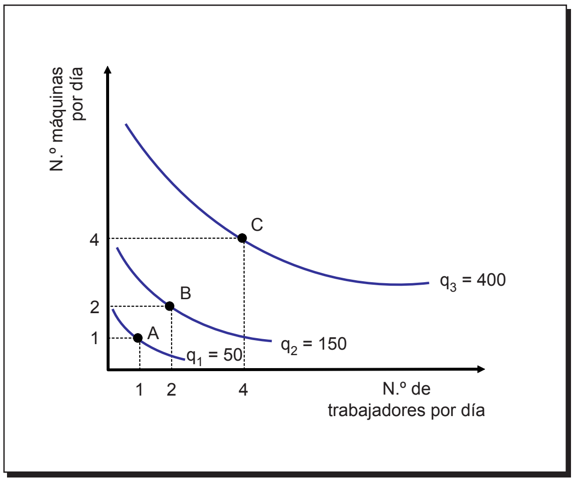
$$f\ (mK,\ mL)\ >\ mf\ (K,\ L) \qquad \textbf{(16)}$$

Donde m es la proporción de aumento. Si una empresa decide triplicar la cantidad utilizada de sus factores de producción, entonces $m = 3$ y estamos frente a una función de producción con rendimientos crecientes de escala, entonces:

$$f\ (3K,\ 3L)\ >\ 3f\ (K,\ L) \qquad \textbf{(17)}$$

Esta ecuación nos dice que el producto obtenido triplicando los factores de producción es superior al triple del producto original.

Figura 10. **Rendimientos crecientes de escala**



En la figura 10 vemos representadas las isocuantas correspondientes a una función de producción que presenta rendimientos crecientes de escala. Vemos cómo, al pasar del punto A al B, se dobla la cantidad utilizada de los factores de producción y esto da como resultado que la producción representada por la isocuanta de valor 50 pase a la isocuanta de valor 150. Esto significa que el incremento del producto obtenido fue superior en términos porcentuales al incremento de los factores de producción que le dio origen. Desde otro punto de vista, una función de producción con rendimientos crecientes de escala implica que las empresas que tengan un tamaño mayor utilizarán una menor cantidad de *inputs* por unidad de producto obtenido que aquellas empresas más pequeñas. Cuando existe este tipo de rendimientos las empresas grandes serán más productivas que las pequeñas.

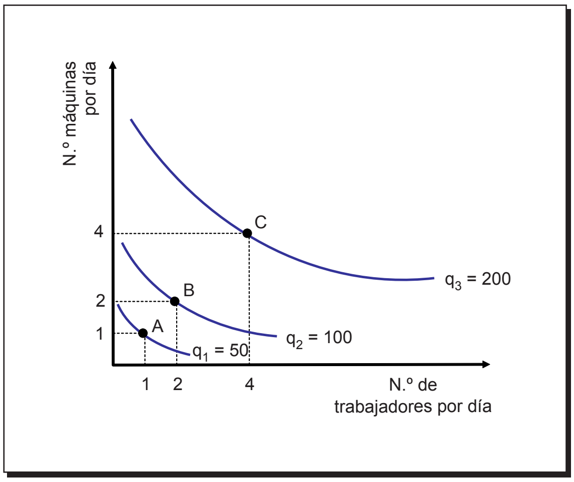
(1) La función de producción Cobb-Douglas cuando $\alpha + \beta > 1$ es un ejemplo de función de producción con rendimientos crecientes de escala. Esto lo podemos ver fácilmente. En el caso de una función de este tipo, nos encontramos con que $f\ (mK, mL) = A\ (mK)^{\alpha}\ (mL)^{\beta} = m^{\alpha+\beta}\ f\ (K, L)$. Si $\alpha + \beta = 1$, estaríamos frente a una función con rendimientos constantes de escala y si $\alpha + \beta < 1$, con rendimientos decrecientes de escala.

Una empresa tiene **rendimientos constantes de escala** cuando al aumentar en una determinada proporción los factores productivos el producto aumenta en la misma proporción. Es decir:

$$f\ (mK,\ mL)\ =\ mf\ (K,\ L) \qquad \textbf{(18)}$$

La figura 11 nos muestra un ejemplo de rendimientos constantes de escala; vemos cómo, cuando se pasa de *B* a *C*, al duplicar los factores de producción, se duplica el producto, se pasa de un producto de 100 a 200. En el caso de los rendimientos constantes de escala, la productividad de las fábricas grandes y pequeñas será la misma[1].

Figura 11. **Rendimientos constantes de escala**

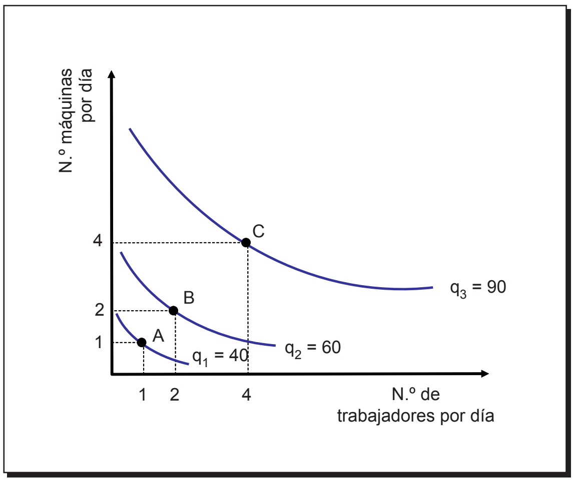


Finalmente, una función de producción tiene **rendimientos decrecientes de escala** cuando al aumentar los factores de producción en una determinada proporción, el producto aumenta en una proporción inferior. Esto se puede expresar como:

$$f\ (mK,\ mL)\ <\ mf\ (K,\ L) \qquad \textbf{(19)}$$

En la figura 12 encontramos un ejemplo de rendimientos decrecientes de escala, al aumentar los factores de producción un 100 por 100; al pasar de *A* a *B*, el producto solo se incrementa un 50 por 100. En el caso de los rendimientos decrecientes de escala, las fábricas pequeñas son más productivas que las grandes. Necesitan menos unidades de *inputs* por unidad de producto obtenido que las grandes.

Figura 12. **Rendimientos decrecientes de escala**



2.2.5. El progreso técnico

Hasta ahora, hemos supuesto que en el proceso de producción las empresas utilizan la mejor tecnología existente en ese momento. Sin embargo, las técnicas de producción mejoran con el tiempo. En este epígrafe incorporaremos estas consideraciones en el planteamiento de la función de producción. Decimos que existe **progreso técnico** cuando se producen mejoras en la tecnología que permiten obtener la misma cantidad de producto con una menor cantidad de factores de producción, o bien, producir una mayor cantidad de producto para una misma cantidad de factores de producción.

[1] Las funciones lineales son un ejemplo de rendimientos constantes de escala.

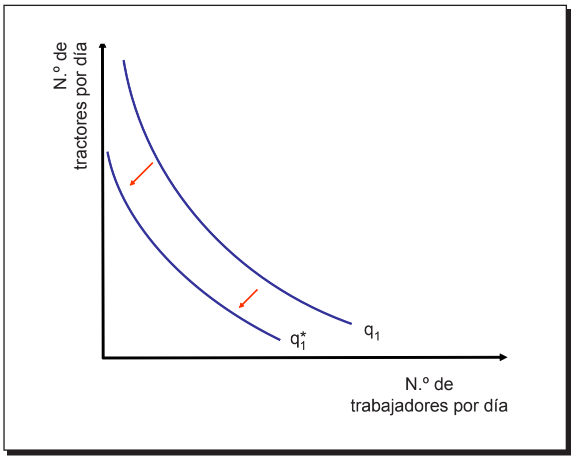
La figura 13 nos muestra el efecto del progreso técnico sobre las isocuantas; debido a que se necesita menos cantidad de factores productivos para producir la misma cantidad de producto, las isocuantas se desplazan hacia el origen. Así, en la figura vemos cómo la isocuanta correspondiente a la cantidad de producto q_1 se desplaza hacia el origen, siendo su nueva posición la indicada por la isocuanta $q*_1$.

Podemos reflejar el progreso técnico en formas funcionales del tipo:

$$Q = A(t) \; f \; (K, L) \tag{20}$$

Donde el término *A (t)* recoge todos los elementos que influyen en el producto total y que no son la cantidad de trabajo o capital utilizados. Como vemos, este término *A* depende del tiempo, es decir, cambia con el paso del tiempo. Por ejemplo, si en el periodo uno el valor de *A (t)* es 6 y en el periodo dos su valor pasa a ser 9, esto implica que, con la misma cantidad de factores productivos, en el periodo dos podremos obtener un 50 por 100 más de producto final.

Figura 13. **Progreso técnico**



El progreso técnico puede deberse a mejoras técnicas o a mejoras organizativas. Pongamos el ejemplo de un lavadero de coches; la introducción de aspiradoras y máquinas de lavado hace que se puedan lavar muchos más coches por hora que hace unos años cuando se hacía todo a mano. Si además de la introducción de esas mejoras técnicas se organiza a los trabajadores de manera tal que cada uno realice una tarea específica, se podrá ganar también más eficiencia, y aumentar aún más el número de coches que se limpian en una hora.

Existen diversos tipos de progreso técnico. Decimos que un progreso técnico es **ahorrador de trabajo** cuando tiene como consecuencia la utilización de menos unidades de trabajo por unidad de capital para un determinado nivel de *output*, o lo que es lo mismo, que se obtengan más unidades de *output* para la misma cantidad de trabajo por unidad de capital. Por su parte, un progreso técnico **ahorrador de capital** es aquel que hace que se necesiten menos unidades de capital por unidad de trabajo para obtener el mismo nivel de producto, o, dicho de otra manera, que permita obtener una mayor cantidad de producto con la misma cantidad de capital por unidad de trabajo. Finalmente, un progreso técnico **neutro** es aquel en el que se mantiene la proporción entre trabajo y capital, y permite producir una mayor cantidad de producto para una misma cantidad de factores de producción.

CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- Durante el proceso de producción, las empresas transforman los factores de producción, también llamados *inputs*, en productos. Los factores de producción pueden dividirse en tres grandes grupos: **trabajo**, **capital** y **materias primas**, cada una de estas categorías puede, a su vez, subdividirse en subcategorías.

  – El **trabajo** comprende los servicios proporcionados por los trabajadores. El trabajo puede ser cualificado o no cualificado.

  – El **capital** está constituido por los factores productivos de larga duración, como son edificios, maquinarias, la tierra, etc.

  – Las **materias primas** son todos aquellos bienes que la empresa transforma en su proceso de producción.

  Los productos que se obtienen del proceso de producción de una empresa pueden ser tanto bienes como servicios.

- La **función de producción** indica la máxima cantidad de producto que se puede obtener para una determinada combinación de factores de producción.

  – Cuando hablamos de la producción, el **corto plazo** será aquel periodo de tiempo en el cual al menos uno de los factores de producción no se puede alterar.

  – El **largo plazo** es aquel periodo de tiempo lo suficientemente largo como para que todos los factores puedan ajustarse, es decir, en el largo plazo todos los factores son variables, no hay factores fijos.

- La función del **producto total** del trabajo, también llamada de **productividad total** del trabajo, muestra la relación entre el factor variable, en nuestro ejemplo, el trabajo, y el producto total obtenido.
- La **productividad media del trabajo**, PMe_L, mide el producto obtenido por trabajador empleado.
- La **productividad marginal del trabajo**, PMg_L, es igual al cambio en el producto total producido como consecuencia de la incorporación de una unidad adicional del factor trabajo.
- La **ley de los rendimientos marginales decrecientes** postula que si se aumenta la utilización de un factor de producción, manteniéndose la tecnología y la cantidad de los otros factores productivos constantes, entonces, los incrementos que se obtienen en la producción llegará un momento en el cual serán cada vez menores.
- Llamamos **isocuantas** a las curvas que recogen las distintas combinaciones de factores de producción que nos permiten obtener, de una manera eficiente, una misma cantidad de producto. Las isocuantas tienen una forma y unas propiedades similares a las de las curvas de indiferencia. Las **propiedades de las isocuantas** son:

  – Cuanto más alejada del origen, mayor será el nivel de producción que representan.

  – Las isocuantas no pueden cortarse.

  – Las isocuantas tienen pendiente negativa.

- La **relación marginal de sustitución técnica** (*RMST*) mide la tasa de sustitución de un factor de producción por otro a lo largo de una isocuanta.
- Decimos que una empresa tiene **rendimientos crecientes de escala** cuando al aumentar los factores de producción en un determinado porcentaje, el producto obtenido aumenta en un porcentaje superior.
- Una empresa tiene **rendimientos constantes de escala** cuando al aumentar en una determinada proporción los factores productivos, el producto aumenta en la misma proporción.
- Finalmente, una función de producción tiene **rendimientos decrecientes de escala** cuando al aumentar los factores de producción en una determinada proporción, el producto aumenta en una proporción inferior.
- Existe **progreso técnico** cuando se producen mejoras en la tecnología que permiten obtener la misma cantidad de producto con una menor cantidad de factores de producción. Existen diversos tipos de progreso técnico. Decimos que un progreso técnico es **ahorrador de trabajo** cuando tiene como consecuencia la utilización de menos unidades de trabajo por unidad de capital para un determinado nivel de *output*. Por su parte, un progreso técnico **ahorrador de capital** es aquel que hace que se necesiten menos unidades de capital por unidad de trabajo. Finalmente, un progreso técnico **neutro** es aquel en el que se mantiene la proporción entre trabajo y capital y permite producir una mayor cantidad de producto para una misma cantidad de factores de producción.

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de las siguientes actividades de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

Enunciado 1

Dada la siguiente tabla, para una función de producción $Q = f\ (K, L)$, donde K es el capital y L el trabajo, complete las casillas vacías de la tabla 2:

Tabla 2

K	L	PT_L	PMe_L	PMg_L
2	0	0	–	–
2	1	6	6	6
2	2	18	9	
2	3		11	
2	4			11

Enunciado 2

Dada la función de producción $Q = f\ (K, L) = K^{2/3}\ L^{3/2}$, ¿qué tipos de rendimientos de escala presenta?

Enunciado 3

Dados dos puntos de una isocuanta, en uno de ellos, que llamaremos *A*, la productividad marginal del trabajo es 5 y la del capital es 3. En el otro punto, que llamaremos *B*, la productividad marginal del trabajo es 1 y la del capital es 4.

a) Encuentre la *RMST* en ambos puntos.

b) ¿En cuál de estos puntos la función de producción es más intensiva en la utilización de capital?

Enunciado 4

Dada una función de producción del tipo $Q = f\ (K, L) = K^{1/2}\ L^{2/3}$, encuentre la expresión del producto medio y marginal de ambos factores.

Enunciado 5

Suponga una función de producción del tipo $Q = f\ (K, L) = 3K + 2L$. Encuentre la expresión de las isocuantas correspondientes al nivel de producción 10 y 30. Represéntelas gráficamente.

Sumario

Solución 1

Tabla 3

K	L	PT_L	PMe_L	PMg_L
2	0	0	–	–
2	1	6	6	6
2	2	18	9	**12**
2	3	**33**	11	**15**
2	4	**44**	**11**	11

Solución 2

Como es una función de tipo Cobb-Douglas, y $\alpha + \beta > 1$, presenta rendimientos crecientes de escala.

Solución 3

a) En el punto A:

$$RMST = -\frac{PMg_L}{PMg_K} = -\frac{5}{3}$$

En el punto B:

$$RMST = -\frac{PMg_L}{PMg_K} = -\frac{1}{4}$$

b) El punto A es más intensivo en la utilización de capital, ya que:

$$|RMST_A| > |RMST_B|$$

Solución 4

$$PMe_L = \frac{K^{1/2} \; L^{2/3}}{L} = \frac{K^{1/2}}{L^{1/3}}$$

$$PMe_L = \frac{K^{1/2} \; L^{2/3}}{L} = \frac{K^{1/2}}{L^{1/3}}$$

$$PMe_K = \frac{K^{1/2}\ L^{2/3}}{K} = \frac{L^{2/3}}{K^{1/2}}$$

$$PMg_L = \frac{\partial\,(K^{1/2}\ L^{2/3})}{\partial L} = \frac{2}{3}\ \frac{K^{1/2}}{L^{1/3}}$$

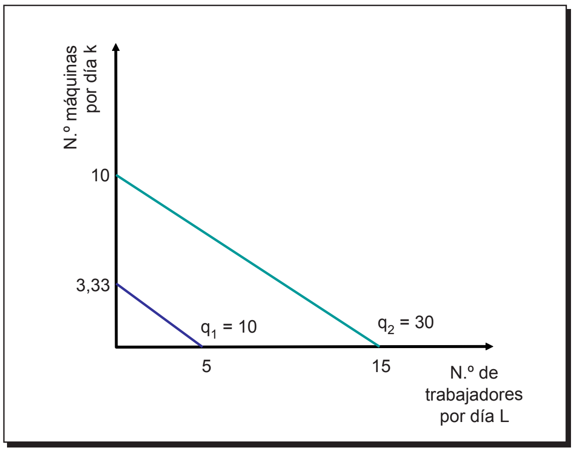
$$PMg_K = \frac{\partial\,(K^{1/2}\ L^{2/3})}{\partial K} = \frac{1}{2}\ \frac{L^{2/3}}{K^{1/2}}$$

Solución 5

Las isocuantas tendrían las siguientes ecuaciones: para un nivel de producto 10, sería igual a $10 = 3K + 2L$, es decir, una recta con pendiente igual a – 2/3. Si representamos el capital en el eje vertical, el corte de la recta con dicho eje será en el punto 3,33. Cortará el eje horizontal en el valor 5.

De la misma manera, se averigua que para el caso de 30 unidades de producto la pendiente es la misma, y los puntos de corte son: para K igual a 10 y para L igual a 15.

Figura 14. **Isocuantas**



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

PERLOFF, J.: *Microeconomía*, 3.ª ed., Madrid: Pearson, 2004, capítulo 6.

PYNDICK, R. y RUBINFELD, D.: *Microeconomía*, 7.ª ed., Madrid: Prentice-Hall, 2009, capítulo 5.

Avanzada

NICHOLSON, W.: *Teoría microeconómica,* 8.ª ed., Madrid: Thompson, 2002, capítulo 11.

PASHIGIAN, P.: *Teoría de los precios y aplicaciones*, Madrid: McGraw-Hill, 1997, capítulo 5.