

Mecánica de Fluidos

Quinta edición

Frank M. White

University of Rhode Island

Equipo de Traducción:

Marcos Vera Coello
Miguel Hermanns Navarro
Rafael Gómez Blanco
Óscar Flores Arias

Revisor Técnico:

Amable Liñán Martínez

Dept. de Motopropulsión y Termofluidodinámica
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos
Universidad Politécnica de Madrid



MADRID • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MÉXICO
NUEVA YORK • PANAMÁ • SAN JUAN • SANTAFÉ DE BOGOTÁ • SANTIAGO • SÃO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • PARÍS
SAN FRANCISCO • SIDNEY • SINGAPUR • ST. LOUIS • TOKIO • TORONTO

MECÁNICA DE FLUIDOS. Quinta edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.

DERECHOS RESERVADOS © 2004, respecto a la quinta edición en español, por McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U.

Edificio Valrealty, 1.ª planta
Basauri, 17
28023 Aravaca (Madrid)

Traducido de la quinta edición en inglés de

FLUID MECHANICS

Copyright © 2003, por McGraw-Hill, Inc.

ISBN: 0-07-240217-2

ISBN: 84-481-4076-1

Depósito legal: M.

Editora de la edición en español: Silvia Figueras

Asistente editorial: Amelia Nieva

Diseño de cubierta: CD-FORM

Compuesto en: Fernández Ciudad, S.L.

Impreso en:

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

El autor

Frank M. White es Profesor Emérito de Ingeniería Mecánica y Oceánica en la Universidad de Rhode Island. Estudió en el Instituto Tecnológico de Georgia (*Georgia Tech*) y en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (*M.I.T.*). En 1966 colaboró en la creación del departamento de ingeniería oceánica de la Universidad de Rhode Island, el primero de este tipo en EE.UU. Conocido principalmente como profesor y escritor, ha recibido ocho premios de docencia y ha escrito cuatro libros de texto sobre mecánica de fluidos y transferencia de calor.

Desde 1979 hasta 1990 fue editor jefe de la revista *ASME Journal of Fluids Engineering* y después, entre 1991 y 1997, fue director del Consejo de Editores y del Comité de Publicaciones de la ASME (*American Society of Mechanical Engineers*). Es miembro de la ASME y en 1991 recibió el premio ASME de Ingeniería de Fluidos. Vive con su mujer, Jeanne, en Narragansett, Rhode Island.

A Jeanne

Contenido

Prólogo xi

Prólogo a la edición española xiv

CAPÍTULO 1

Introducción 3

- 1.1. Notas preliminares 3
- 1.2. Concepto de fluido 4
- 1.3. El fluido como medio continuo 5
- 1.4. Dimensiones y unidades 6
- 1.5. Propiedades del campo de velocidades 13
- 1.6. Propiedades termodinámicas de un fluido 15
- 1.7. Viscosidad y otras propiedades secundarias 22
- 1.8. Técnicas básicas de análisis de los flujos 36
- 1.9. Descripción del flujo: líneas de corriente, sendas y líneas de traza 37
- 1.10. El resolutor de ecuaciones de ingeniería 42
- 1.11. Incertidumbre de los datos experimentales 43
- 1.12. El examen de fundamentos de ingeniería (FE) 44
- 1.13. Técnicas de resolución de problemas 45
- 1.14. Historia y perspectiva de la mecánica de fluidos 45
 - Problemas 46
 - Problemas del examen de fundamentos de ingeniería 54
 - Problemas extensos 54
 - Referencias 57

CAPÍTULO 2

Distribución de presiones de un fluido 59

- 2.1. Presión y gradiente de presión 59
- 2.2. Equilibrio de una partícula fluida 61
- 2.3. Distribución de presiones en hidrostática 63
- 2.4. Aplicación a la medida de presiones 69
- 2.5. Fuerzas hidrostáticas sobre superficies planas 73
- 2.6. Fuerzas hidrostáticas sobre superficies curvas 79
- 2.7. Fuerzas hidrostáticas en fluidos estratificados 82
- 2.8. Flotación y estabilidad 84
- 2.9. Distribución de presiones en movimiento como sólido rígido 90
- 2.10. Medida de la presión 98
 - Resumen 102
 - Problemas 102
 - Problemas conceptuales 123

- Problemas del examen de fundamentos de ingeniería 124
- Problemas extensos 124
- Proyectos de diseño 126
- Referencias 127

CAPÍTULO 3

Relaciones integrales para un volumen de control 129

- 3.1. Leyes básicas de la mecánica de fluidos 129
- 3.2. Teorema del transporte de Reynolds 133
- 3.3. Conservación de la masa 141
- 3.4. Conservación de la cantidad de movimiento 148
- 3.5. Teorema del momento cinético 161
- 3.6. Ecuación de la energía 166
- 3.7. Flujo sin fricción: la ecuación de Bernoulli 177
- Resumen 185
- Problemas 186
- Problemas conceptuales 213
- Problemas del examen de fundamentos de ingeniería 213
- Problemas extensos 214
- Problemas de diseño 215
- Referencias 216

CAPÍTULO 4

Relaciones diferenciales para una partícula fluida 219

- 4.1. El campo de aceleraciones de un fluido 219
- 4.2. La ecuación diferencial de conservación de la masa 221
- 4.3. La ecuación de la cantidad de movimiento en forma diferencial 227
- 4.4. La ecuación diferencial del momento cinético 234
- 4.5. La ecuación diferencial de la energía 235
- 4.6. Condiciones de contorno para las ecuaciones básicas 238
- 4.7. La función de corriente 243
- 4.8. Vorticidad e irrotacionalidad 251
- 4.9. Flujos irrotacionales no viscosos 253
- 4.10. Algunos flujos potenciales planos ilustrativos 258
- 4.11. Algunos flujos viscosos incompresibles ilustrativos 263
- Resumen 272
- Problemas 272
- Problemas conceptuales 282

Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	282
Problemas extensos	283
Referencias	284

CAPÍTULO 5**Análisis dimensional y semejanza 287**

5.1.	Introducción	287
5.2.	El principio de homogeneidad dimensional	290
5.3.	El teorema Pi	295
5.4.	Adimensionalización de las ecuaciones básicas	301
5.5.	La modelización y sus dificultades	310
	Resumen	320
	Problemas	320
	Problemas conceptuales	328
	Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	329
	Problemas extensos	329
	Proyectos de diseño	330
	Referencias	331

CAPÍTULO 6**Flujo viscoso en conductos 335**

6.1.	Regímenes en función del número de Reynolds	335
6.2.	Flujos internos y flujos externos	340
6.3.	Pérdida de carga; el coeficiente de fricción	342
6.4.	Flujo laminar completamente desarrollado en conductos circulares	344
6.5.	Modelización de la turbulencia	347
6.6.	Flujo turbulento en conductos circulares	353
6.7.	Tres tipos de problemas sobre flujo en tubos	360
6.8.	Flujo en conductos no circulares	366
6.9.	Pérdidas localizadas en sistemas de tuberías	376
6.10.	Sistemas de tuberías	384
6.11.	Experimentación de flujos en conductos: actuaciones de un difusor	390
6.12.	Medidores en fluidos	395
	Resumen	414
	Problemas	414
	Problemas conceptuales	431
	Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	431
	Problemas extensos	432
	Proyectos de diseño	434
	Referencias	434

CAPÍTULO 7**Flujo alrededor de cuerpos 437**

7.1.	Efectos geométricos y del número de Reynolds	437
7.2.	Métodos integrales en la teoría de la capa límite	440
7.3.	Las ecuaciones de capa límite	444
7.4.	Capa límite sobre una placa plana	446
7.5.	Capa límite con gradiente de presión	455
7.6.	Experimentación en flujos externos	461

Resumen	487
Problemas	487
Problemas conceptuales	500
Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	500
Problemas extensos	501
Proyectos de diseño	502
Referencias	502

CAPÍTULO 8**Flujo potencial y mecánica de fluidos computacional 505**

8.1.	Introducción y repaso	505
8.2.	Soluciones elementales en flujos planos	508
8.3.	Superposición de soluciones de flujos planos	510
8.4.	Flujos planos alrededor de cuerpos cerrados	516
8.5.	Otros flujos potenciales planos	525
8.6.	Imágenes	530
8.7.	Teoría de perfiles	532
8.8.	Flujo potencial axilsimétrico	543
8.9.	Análisis numérico	549
	Resumen	563
	Problemas	563
	Problemas conceptuales	574
	Problemas extensos	574
	Proyectos de diseño	576
	Referencias	576

CAPÍTULO 9**Flujo compresible 579**

9.1.	Introducción	579
9.2.	La velocidad del sonido	583
9.3.	Flujo estacionario adiabático e isentrópico	586
9.4.	Flujo isentrópico con cambios de área	591
9.5.	La onda de choque normal	599
9.6.	Operación de toberas convergentes y divergentes	606
9.7.	Flujo compresible en conductos con fricción	611
9.8.	Flujo en conductos sin fricción y con adición de calor	623
9.9.	Flujo supersónico bidimensional	627
9.10.	Ondas de expansión de Prandtl-Meyer	637
	Resumen	650
	Problemas	650
	Problemas conceptuales	663
	Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	663
	Problemas extensos	664
	Proyectos de diseño	665
	Referencias	666

CAPÍTULO 10**Flujo en canales abiertos 669**

10.1.	Introducción	669
10.2.	Movimiento uniforme: la fórmula de Chézy	674
10.3.	Canales eficientes para movimiento uniforme	680

10.4.	Energía específica; calado crítico	682
10.5.	El resalto hidráulico	689
10.6.	Movimiento gradualmente variado	694
10.7.	Control y medida de caudales mediante vertederos	701
	Resumen	708
	Problemas	709
	Problemas conceptuales	720
	Problemas del examen de fundamentos de ingeniería	720
	Problemas extensos	720
	Proyectos de diseño	721
	Referencias	722

CAPÍTULO 11

Turbomáquinas 725

11.1.	Introducción y clasificación	725
11.2.	La bomba centrífuga	728
11.3.	Curvas características de bombas y reglas de semejanza	734
11.4.	Bombas helicocentrífugas y axiales: la velocidad específica	743

11.5.	Acoplamiento de bombas a una red	751
11.6.	Turbinas	756
	Resumen	769
	Problemas	769
	Problemas conceptuales	780
	Problemas extensos	780
	Proyecto de diseño	782
	Referencias	782

Apéndice A Propiedades físicas de los fluidos 785

Apéndice B Tablas para flujos compresibles 791

Apéndice C Factores de conversión 807

Apéndice D Ecuaciones de movimiento en coordenadas cilíndricas 811

Solución de problemas seleccionados 813

Índice 821

Prólogo

ENFOQUE GENERAL

En la quinta edición del libro *Mecánica de Fluidos* se ha añadido y suprimido material con respecto a ediciones anteriores, aunque la filosofía del libro se mantiene intacta. La estructura básica, compuesta por once capítulos y apéndices, sigue igual. Se siguen discutiendo los tres métodos: integral, diferencial y experimental. Se han añadido nuevos problemas, y se han modificado muchos de los problemas y ejemplos de trabajo. Se ha mantenido el estilo informal, orientado a los estudiantes, y se han añadido bastantes fotografías y figuras nuevas.

HERRAMIENTAS DE APRENDIZAJE

El número de problemas continúa aumentando: de los 1089 de la primera edición se ha pasado a 1169 en la segunda, 1392 en la tercera, 1500 en la cuarta y 1650 en esta quinta edición. La mayor parte de ellos son los problemas estándar de final de capítulo, clasificados por temas. También hay problemas conceptuales, problemas tipo test del Examen de Fundamentos de Ingeniería, problemas extensos y proyectos de diseño. En el apéndice se recogen las respuestas a los problemas seleccionados (los de numeración par).

Los problemas de ejemplo del texto principal han sido reestructurados de nuevo, siguiendo la secuencia de pasos indicada en la Sección 1.13, con el objetivo de proporcionar una estrategia uniforme de resolución de problemas a los estudiantes.

CAMBIOS DE CONTENIDO

Hay varias modificaciones en cada capítulo. El Capítulo 1 se ha reducido considerablemente, trasladando los temas más avanzados a capítulos posteriores. Por su gran importancia, se han añadido nuevas discusiones y nuevas figuras relativas a la visualización de flujos.

El Capítulo 2 contiene material nuevo sobre transductores de presión.

El Capítulo 3 introduce una lista de sugerencias específicas para tratar las dificultades de la ecuación de cantidad de movimiento. La ecuación de Bernoulli sigue incluyéndose al final en lugar de tratarse en un nuevo capítulo. Se hace énfasis en las numerosas restricciones a las que está sometida la ecuación de Bernoulli, que con frecuencia utilizan de forma incorrecta tanto los estudiantes como los ingenieros graduados.

El Capítulo 4 incluye ahora el análisis del flujo laminar de Poiseuille en conductos, como un ejemplo de solución exacta de las ecuaciones de Navier-Stokes. Este tema se vuelve a tratar brevemente en el Capítulo 6. Si no está de acuerdo con este orden, se pueden omitir las Secciones 4.10 y 4.11 y tratarlas entonces.

El Capítulo 5 contiene ahora una sección completa donde se discute cómo elegir las variables dimensionalmente independientes adecuadas para el análisis dimensional. Decidiendo en primer lugar cómo se escalan y cómo se presentan los datos, la ambigüedad desaparece o al menos se reduce.

En el Capítulo 6 se ha añadido una nueva sección sobre las pérdidas de carga y el coeficiente de fricción. El flujo laminar y turbulento en tuberías se estudia de forma separada para aumentar la claridad. Los modelos de turbulencia se incluyen ahora en una nueva sección. Se han añadido nuevos datos sobre pérdidas localizadas, y se discuten nuevos medidores de caudal. Los medidores de orificio y tobera incluyen ahora un factor de corrección por compresibilidad.

El Capítulo 7 contiene nuevas discusiones sobre Mecánica de Fluidos Computacional (CFD, *Computational Fluid Mechanics*) y más detalles sobre la aproximación de capa límite. Se ha añadido una nueva sección sobre movimientos lentos.

El Capítulo 8, salvo por la adición de nuevos problemas y referencias, queda prácticamente igual. Creo que se trata del tratamiento más extenso del flujo potencial en un libro para estudiantes no graduados.

En el Capítulo 9 se discuten con mayor detalle los flujos de Fanno y Rayleigh y se presentan algunas de las nuevas tendencias en aeronáutica, tanto subsónicas como supersónicas.

El Capítulo 10 contiene más discusiones sobre el número de Froude y ha mejorado el tratamiento de las soluciones compuestas de movimientos gradualmente variados gracias al Profesor Bruce E. LaRock, de la Universidad de California, Davis. Se ha añadido un esquema sencillo de diferencias finitas para movimientos variados que resulta útil cuando las mediciones del campo fluido son escasas. También se ha introducido el concepto de vertedero compuesto.

El Capítulo 11 está prácticamente inalterado, excepto por las mejoras y las correcciones introducidas por el Profesor Gordon Holloway, de la Universidad de New Brunswick.

MATERIAL SUPLEMENTARIO

La página web en inglés del libro, <http://www.mhhe.com/white5>, contiene una Guía de Estudio para el Estudiante (*Student Study Guide*), preparada por el Profesor Jerry Dunn, de la Universidad Tecnológica de Texas, que proporciona una revisión concisa de los principales temas tratados en un primer curso; versiones interactivas de los problemas del Examen de Fundamentos de Ingeniería (FE, *Fundamentals of Engineering*) incluidos en el texto, preparados por el Profesor Edward Anderson, de la Universidad Tecnológica de Texas, que pueden servir para preparar el examen o como autoevaluación; un enlace a la página web de EES; y versiones PowerPoint de todas las figuras del texto.

AGRADECIMIENTOS

Como de costumbre, hay tanta gente que ha colaborado en la elaboración de este libro que me es imposible recordarlos y enumerarlos a todos. Agradezco las numerosas sugerencias y mejoras realizadas durante la escritura del libro por Gordon Holloway, de la Universidad de New Brunswick. Todas las revisiones, junto con el material adicional, incluyendo el Manual de Soluciones, fueron revisados y corregidos por mi colega Elizabeth J. Kenyon. Muchos otros colaboradores realizaron numerosas sugerencias y correcciones, proporcionaron material para el libro y me dieron ánimos para seguir adelante: Alex Smits, Universidad de Princeton; Ray Taghavi, Universidad de Kansas; Ganesh Raman, Instituto Tecnológico de Illinois; Phil Combs, B. D. Fuller y Wayne Stroupe, *U.S. Army Waterways Experiment Station*; John Cimbala, Universidad del Estado de Pennsylvania; Sheldon Green, Universidad de la Columbia Británica; Nikos J. Mourtos, Universidad del Estado de San José; Jacques Lewalle, Universidad de Syracuse; Richard McCuen, Universidad de Maryland; Andris Skattebo, *Scandpower A/S*; Bruce E. LaRock, Universidad de California, Davis; Sandra Barrette y Joan Zimmer, *Badger Meter, Inc.*; Dean Mohan, *PCB Piezotronics*; Andrei Smirnov e Ismail Celik, Universidad de West Virginia; Fernando Tavares de Pinho, *CEFT-Transport Phenomena Research Centre*, Portugal; S. Y. Son, Ken Kihm y J. C. Han, Universidad de Texas A&M; Ethan Lipman, Universidad de California, Davis; Deborah Pence, Universidad del Estado de Oregon; Debendra K. Das, Universidad de Alaska, Fairbanks; John Gay y Nick Galante, *U.S. Navy*; Dimitre Karamanev, Universidad de Western Ontario; Jay M. Khodadadi, Universidad de Auburn; John Foss, Universidad del Estado de Michigan; William Palm y Raymond Wright, Universidad de Rhode Island; Haecheon Choi, Universidad Nacional de Seoul, Korea; Lee Jay Fingersh, *National Renewable Energy Laboratory*; John Sheridan, Universidad de Monash; Jason Reese, Universidad de Londres; Samuel S. Sih, *Walla Walla College*; Chihyung Wen, Universidad de Da-Yeh, Taiwan; Tim Gourlay, *Australian Maritime College*; Azer Yalin, Universidad del Estado de Colorado; Donald E. Richards, Instituto Rose-Hulman; Bob Oakberg, Universidad del Estado de Montana; Brian James Savilonis, Instituto Politécnico de Worcester; Ryoichi S. Amano, Ph.D., Universidad de Wisconsin-Milwaukee; James D. McBrayer, P.E., D.Sc., Universidad de Florida Central; Don L. Boyer, Universidad del Estado de Arizona; Savas Yavuzkurt, Universidad del Estado de Pennsylvania; Abdul I. Barakat, Universidad de California, Davis; James A. Liburdy, Universidad del Estado de Oregon; Clement Kleinstreuer, Universidad del Estado de Carolina del Norte, Raleigh; Robert G. Oakberg, Uni-

versidad del Estado de Montana. También han colaborado en la revisión: Dr. John W. Nicklow, P.E., P.H., Universidad del Sur de Illinois, Carbondale; Gary Tatterson, Universidad del Estado de North Carolina A&T; Anthony J. McHugh, Universidad de Illinois; Soyoung Cha, Universidad de Illinois-Chicago; Donald Carlucci, Instituto de Tecnología Stevens; Darrell W. Pepper, Ph.D., Universidad de Nevada, Las Vegas; y Farhan H. Chowdhury, Universidad de Ingeniería y Tecnología de Bangladesh.

Como viene siendo habitual, la colaboración del personal de McGraw-Hill fue de enorme ayuda. Quiero dar las gracias a Jonathan Plant, Amy Hill, Regina Brooks, Rory Stein, Jill Peter, Brenda Ernzen, Rick Noel, Beverly Steuer, Meg McDonald, David Tietz, Denise Keller, Lauren Timmer y Stephanie Lange. Finalmente, quiero agradecer, como siempre, el apoyo y los ánimos constantes de mi mujer y mi familia.

Prólogo a la edición española

Me complace prologar esta traducción española del libro de Frank M. White, *Fluid Mechanics*, que a mi juicio representa una introducción excelente a la Mecánica de Fluidos. Cubre muy eficazmente y con el rigor suficiente una gran variedad de temas de interés práctico, sin requerir por parte del alumno un gran nivel de conocimientos matemáticos o físicos de partida.

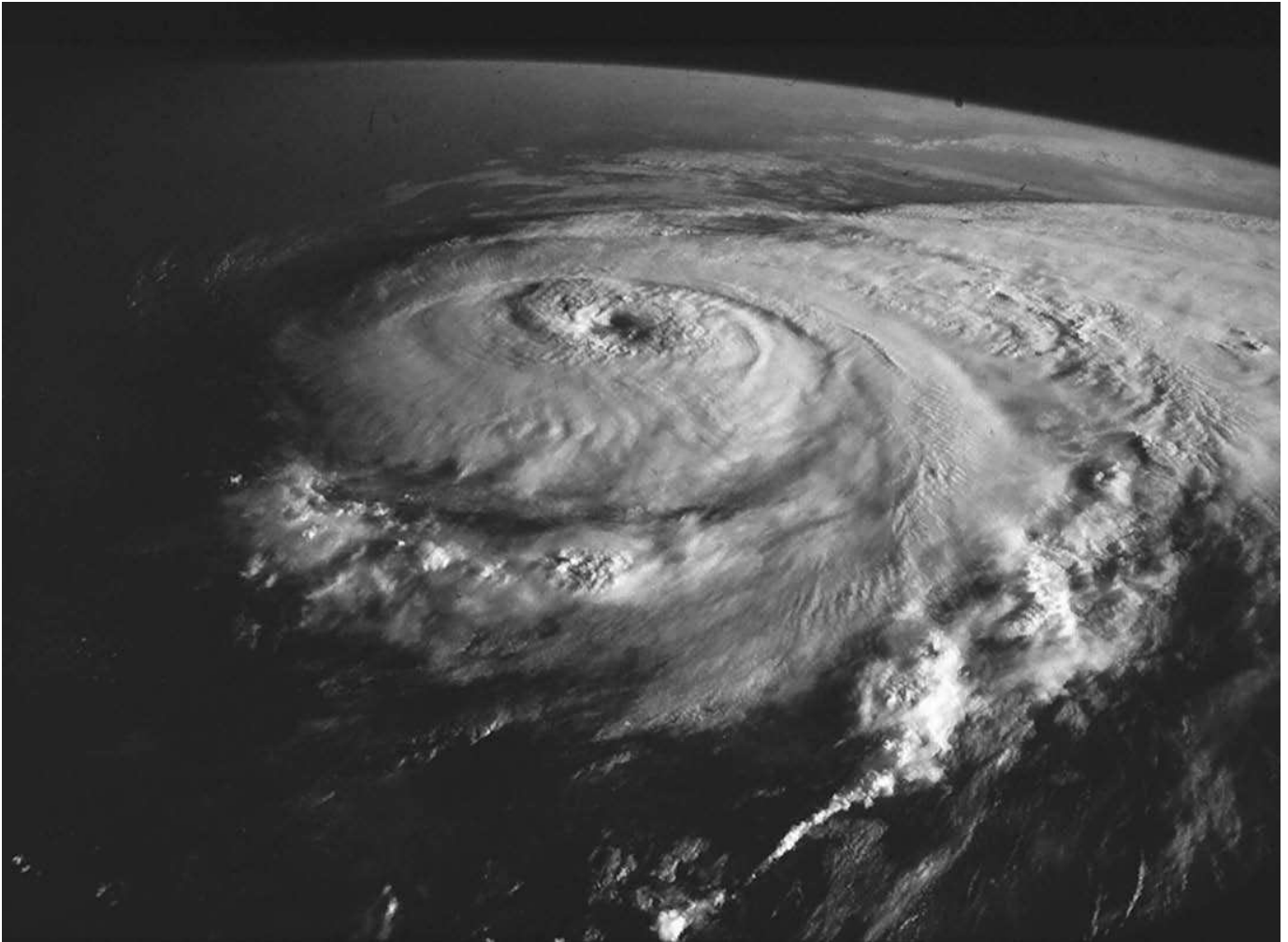
Quisiera resaltar el papel que los numerosos ejercicios de este libro juegan para complementar la exposición de la Mecánica de Fluidos dada en el texto principal. El autor ha conseguido, mediante una cuidadosa selección de los ejercicios, ofrecer al alumno la posibilidad de aprovechar el trabajo que la realización de los ejercicios representa, no sólo para mejorar su comprensión de los temas desarrollados en el texto, sino también para ampliar sus conocimientos y su sentido físico del movimiento de los fluidos y de las aplicaciones prácticas de estos conocimientos. Tanto instructores como alumnos deben ser conscientes de la magnífica oportunidad que este texto les ofrece de hacer más eficaz su labor.

Dado que no existe uniformidad en la nomenclatura en español para los distintos conceptos de Mecánica de Fluidos, los traductores, cuyo profundo conocimiento de la Mecánica de Fluidos me consta, se han visto frecuentemente obligados a hacer una elección entre las varias posibilidades, a sabiendas de que el resultado no puede satisfacer a todos. (Quizá sea especialmente llamativa la elección de tensor de esfuerzos en lugar de la alternativa de tensor de tensiones.) En todo caso los traductores han tratado de hacer aparecer en el texto o en el índice la nomenclatura alternativa.

Teniendo en cuenta que en su actividad profesional los futuros ingenieros tendrán, casi inevitablemente, necesidad de utilizar unidades inglesas, se ha mantenido sensiblemente la proporción en que las unidades inglesas y las métricas aparecían en los ejemplos y ejercicios del texto original.

Amable Liñán

Mecánica de fluidos



Huracán Elena en el Golfo de México. A diferencia de la mayor parte de las aplicaciones ingenieriles de la Mecánica de Fluidos a pequeña escala, la dinámica de los huracanes está dominada por la aceleración de Coriolis debida a la rotación de la tierra, que los hace girar en sentido contrario a las agujas del reloj en el hemisferio norte. En el presente capítulo se discuten las propiedades físicas y las condiciones de contorno que gobiernan los flujos como estos. (Por cortesía de NASA/Color-Pic Inc-E.R. Degginger/Color-Pic Inc.)

Capítulo 1

Introducción

1.1. NOTAS PRELIMINARES

La Mecánica de Fluidos se ocupa del estudio de los fluidos en movimiento (*fluidodinámica*) o en reposo (*fluidoestática*). Tanto los líquidos como los gases son considerados fluidos, y el número de aplicaciones de la Mecánica de Fluidos es enorme: respiración, flujo sanguíneo, natación, ventiladores, turbinas, aviones, barcos, ríos, molinos de viento, tuberías, misiles, icebergs, motores, filtros, chorros y aspersores, por mencionar algunas. Bien pensado, casi todas las cosas que existen en este planeta o son un fluido o se mueven inmersas o cerca de un fluido.

Como ciencia, está basada en un compromiso adecuado entre teoría y experimentación. Por ser la Mecánica de Fluidos una rama de la mecánica, dispone de un conjunto de leyes de conservación bien documentadas y es posible, por tanto, un tratamiento teórico riguroso. Sin embargo, la teoría es a veces frustrante, porque se refiere principalmente a ciertas situaciones idealizadas que pueden no ser válidas en los casos prácticos. Los dos obstáculos mayores para el tratamiento teórico son la geometría y la viscosidad. La teoría general del movimiento de los fluidos (Capítulo 4) es demasiado difícil para permitir abordar configuraciones geométricas arbitrarias, de modo que la mayor parte de los libros de texto se concentran en placas planas, conductos circulares y otras geometrías sencillas. También es posible aplicar métodos numéricos a geometrías arbitrarias, y actualmente existen libros especializados que explican las aproximaciones y los métodos de la *Mecánica de Fluidos Computacional* (CFD, *Computational Fluid Dynamics*) [1, 2, 29].¹ Este libro presentará muchos resultados teóricos, teniendo siempre presente sus limitaciones.

El segundo obstáculo para la teoría es la acción de la viscosidad, que puede ser despreciada solamente en algunos flujos idealizados (Capítulo 8). En primer lugar, la viscosidad aumenta la dificultad de las ecuaciones básicas, aunque la aproximación de capa límite, hallada por Ludwig Prandtl en 1904 (Capítulo 7), ha simplificado enormemente el análisis de los flujos viscosos. En segundo lugar, la viscosidad afecta a la estabilidad de todos los flujos, lo que salvo a velocidades muy pequeñas da lugar a un fenómeno desordenado y aleatorio llamado *turbulencia*. La teoría de los flujos turbulentos es rudimentaria y descansa principalmente sobre la experimentación (Capítulo 6), aunque es muy útil para estimaciones ingenieriles. Los libros de texto suelen presentar algoritmos digitales para analizar los flujos turbulentos [32], pero estos métodos no son exactos, sino simples modelos basados en suposiciones empíricas sobre la media temporal del campo de esfuerzos turbulentos.

Así pues, existe una teoría para estudiar el flujo de los fluidos, pero en todos los casos debe tener soporte experimental. A menudo, los datos experimentales son la fuente principal de información sobre determinados flujos, como es el caso de la resistencia y la sustentación de cuerpos (Capítulo 7). Afortunadamente, la Mecánica de Fluidos es visualizable, existe buena instrumentación [4, 5, 35] y el uso del análisis dimensional y modelos a escala (Capítulo 5) está muy extendido. De este modo, la experimentación proporciona un complemento natural y sencillo a la teoría. Se debe tener en cuenta que teoría y experimentación van de la mano en todos los estudios de Mecánica de Fluidos.

¹ Las referencias numeradas aparecen al final de cada capítulo.

1.2. CONCEPTO DE FLUIDO

Desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos, la materia sólo puede presentarse en dos estados: sólido y fluido. La diferencia entre ambos es perfectamente obvia para el lego y es un ejercicio interesante preguntar a alguien que explique esta diferencia en palabras. La distinción técnica radica en la reacción de ambos a un esfuerzo tangencial o cortante. *Un sólido puede resistir un esfuerzo cortante con una deformación estática; un fluido, no.* Cualquier esfuerzo cortante aplicado a un fluido, no importa cuán pequeño sea, provocará el movimiento del fluido. Éste se mueve y se deforma continuamente mientras se siga aplicando el esfuerzo cortante. Como corolario, podemos decir que un fluido en reposo debe estar en un estado de esfuerzo cortante nulo; estado que se denomina a menudo condición hidrostática de esfuerzos en análisis estructural. En esta condición, el círculo de Mohr se reduce a un punto y no hay esfuerzo cortante en ningún plano que corte al elemento en cuestión.

Dada la definición de fluido, cualquier lego sabe que existen dos clases de fluidos, *líquidos y gases*. De nuevo, la distinción es técnica y concierne al efecto de las fuerzas cohesivas. Un líquido, al estar compuesto por agrupaciones de moléculas muy cercanas con enormes fuerzas cohesivas, tiende a conservar su volumen y formará una superficie libre en un campo gravitatorio si no está limitado por arriba. Los flujos con superficie libre están dominados por efectos gravitatorios y se estudian en los Capítulos 5 y 10. Como las moléculas de gas están muy separadas entre sí, con fuerzas cohesivas despreciables, un gas es libre de expandirse hasta que encuentre paredes que lo confinan. Un gas no tiene volumen definido y por sí mismo, sin confinamiento, forma una atmósfera que es esencialmente hidrostática. El comportamiento hidrostático de líquidos y gases se muestra en el Capítulo 2. Los gases no forman superficies libres y en los flujos gaseosos raramente influyen otros efectos gravitatorios distintos de los de flotabilidad.

La Figura 1.1 muestra un bloque sólido apoyado sobre un plano rígido y deformado por su propio peso. El sólido adquiere una deflexión estática, marcada exageradamente con una línea a trazos, resistiendo esfuerzos cortantes² sin fluir. El diagrama de equilibrio del elemento A del lateral del bloque muestra un esfuerzo cortante a lo largo del plano cortado a un ángulo θ . Como las paredes del bloque no están sometidas a esfuerzos, el elemento A tiene esfuerzo nulo a la derecha y a la izquierda y esfuerzo de compresión $\sigma = -p$ arriba y abajo. El círculo de Mohr no se reduce a un punto y no hay esfuerzo cortante nulo en el bloque.

Contrariamente, el líquido y el gas en reposo de la Figura 1.1 necesitan paredes para eliminar el esfuerzo cortante. Las paredes ejercen una compresión $-p$ y el círculo de Mohr se reduce a un punto con esfuerzo cortante nulo en todas partes, o sea, está en la condición hidrostática. El líquido mantiene su volumen y forma una superficie libre sin llenar completamente el recipiente. Si se quitan las paredes, se crea esfuerzo cortante y el líquido se derrama. Si el recipiente se inclina, también aparece esfuerzo cortante, se forman ondas y la superficie adopta una posición horizontal, desbordándose llegado el caso. Mientras tanto, el gas se expande fuera del recipiente, llenando todo el espacio disponible. El elemento A, en el gas, también está en la condición hidrostática y ejerce una compresión $-p$ sobre la pared.

En la discusión anterior se puede distinguir claramente entre sólidos, líquidos y gases. La mayor parte de los problemas ingenieriles de la Mecánica de Fluidos se refieren a estos casos claros, por ejemplo, los líquidos comunes como agua, aceite, mercurio, gasolina y alcohol y a los gases comunes como aire, helio, hidrógeno y vapor de agua en el rango de temperaturas y presiones normales. Sin embargo, existen muchos casos límites sobre los que se debe advertir. Algunas sustancias, aparentemente «sólidas» como asfalto y grafito, resisten esfuerzos cortantes durante breves periodos, pero realmente se deforman y presentan comportamiento de fluido en periodos de tiempo largos. Otras sustancias, particularmente coloides y mezclas espesas, resisten pequeñas cortaduras, pero «se rompen» a elevados esfuerzos cortantes y fluyen como fluidos. Hay libros de texto especializados dedicados al estudio general de la deformación y el flujo, campo denominado *reología* [6]. Por otra parte, los líquidos y gases pueden coexistir en mezclas bifásicas, tales como vapor-agua o agua con burbujas de aire. Algunos libros de texto presentan el análisis de estos *flujos bifásicos* [7]. Finalmente, hay situaciones en que la diferencia entre líquido y gas se difumina. Esto ocurre a temperaturas y presiones por encima del llamado *punto crítico* de la sustancia, donde sólo existe una fase semejante al gas. A medida que la presión aumenta muy por encima del punto crítico, la sustancia gaseosa se hace tan densa que parece líquido y las aproximaciones termodinámicas usuales, como la ley de los gases perfectos, dejan de ser fiables. La temperatura y presión críticas del agua son $T_c = 647 \text{ K}$ y $p_c = 219 \text{ atm}^3$, de manera que los problemas típicos con agua o vapor están por debajo de dicho punto. El aire, por ser una mezcla de gases, no tiene punto crítico propio, pero su principal componente, el nitrógeno, tiene $T_c = 126 \text{ K}$ y $p_c = 34 \text{ atm}$. Por ello, en los pro-

² Utilizamos el término esfuerzo análogo al de tensión, es decir, con significado de fuerza por unidad de superficie ($N. del T.$).

³ Una atmósfera equivale a $101.300 \text{ Pa} = 2116 \text{ lbf/ft}^2$.

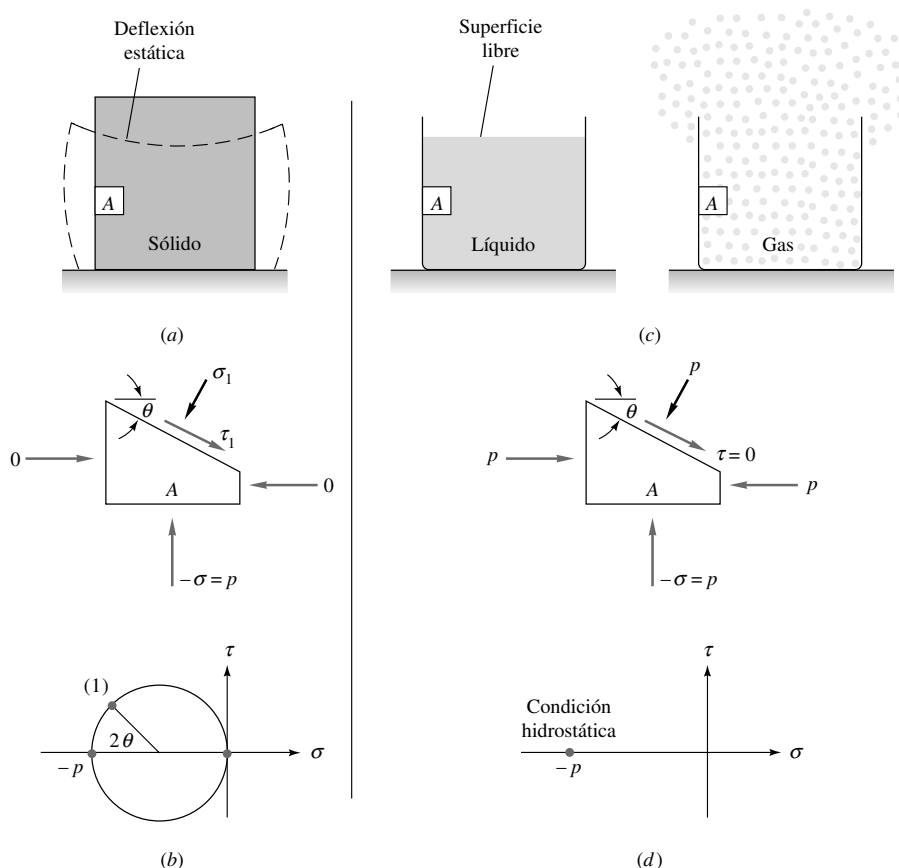


Figura 1.1. Un sólido en equilibrio puede soportar esfuerzo cortante. (a) Deflexión estática del sólido; (b) equilibrio y círculo de Mohr del elemento A del sólido. Un fluido no puede. (c) Se necesitan paredes de contención; (d) equilibrio y círculo de Mohr para el elemento A del fluido.

blemas típicos, con altas temperaturas y bajas presiones comparadas con su punto crítico, el aire se comporta claramente como un gas. Este libro tratará solamente sobre líquidos y gases identificables como tales, y los casos límites citados anteriormente quedan fuera de nuestro objetivo.

1.3. EL FLUIDO COMO MEDIO CONTINUO

Hemos utilizado ya términos técnicos tales como *presión* y *densidad del fluido* sin una discusión rigurosa de su definición. Sabemos que los fluidos son agregaciones de moléculas, muy separadas en los gases y próximas en los líquidos. La distancia entre las moléculas es mucho mayor que el diámetro molecular. Las moléculas no están fijas en una red, sino que se mueven libremente. Por ello, la densidad, o masa por unidad de volumen, no tiene un significado preciso, pues el número de moléculas en el interior de un volumen cualquiera cambia continuamente. Este efecto pierde importancia si la unidad de volumen es mucho mayor que el cubo del espaciado molecular, ya que el número de moléculas contenidas permanecerá prácticamente constante a pesar del considerable intercambio a través de su contorno. Si la unidad de volumen escogida es demasiado grande, puede haber una variación notable en la distribución global de partículas. Esta situación está ilustrada en la Figura 1.2, donde la «densidad» calculada a partir de la masa molecular δm de un volumen dado δV , aparece en función del volumen escogido. Hay un volumen límite δV^* por debajo del cual las variaciones moleculares pueden ser importantes y por encima del cual las variaciones macroscópicas también lo pueden ser. La densidad ρ de un fluido se define de modo óptimo como

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \infty} \frac{\delta m}{\delta V} \quad (1.1)$$

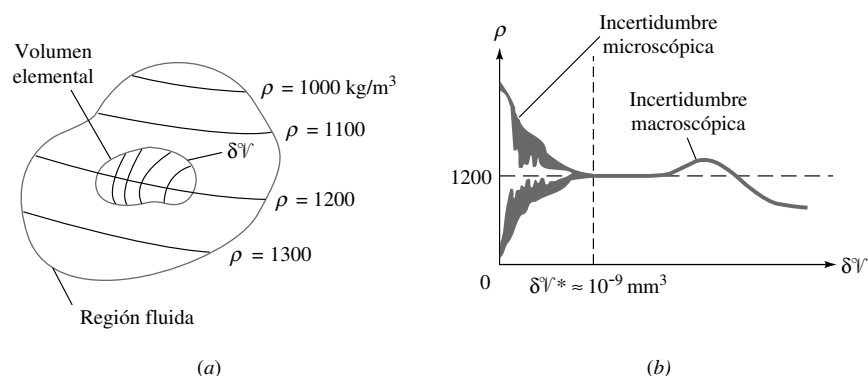


Figura 1.2. Definición de la densidad del fluido como medio continuo: (a) volumen elemental en una región fluida de densidad variable; (b) densidad calculada en función del tamaño del volumen elemental.

El volumen límite δV^* es alrededor de 10^{-9} mm^3 para todos los líquidos y gases a presión atmosférica. Por ejemplo, 10^{-9} mm^3 de aire en condiciones normales contienen aproximadamente 3×10^7 moléculas, lo cual es suficiente para definir una densidad prácticamente constante de acuerdo con la Ecuación (1.1). La mayor parte de los problemas ingenieriles están relacionados con dimensiones físicas mucho mayores que este volumen límite, de modo que la densidad es esencialmente una función puntual y las propiedades del fluido pueden considerarse como variables continuas en el espacio, como se esquematiza en la Figura 1.2a. Un fluido de este tipo se denomina *medio continuo*, lo cual significa que la variación de sus propiedades es tan suave que se puede utilizar el cálculo diferencial para analizarlo. En todos los estudios incluidos en este libro consideraremos válida esta premisa. También en este sentido hay casos límite para gases a tan bajas presiones que su espaciado molecular y su camino libre medio⁴ son comparables, o mayores, que el tamaño del sistema. Esto obliga a abandonar la aproximación de medio continuo en favor de la teoría molecular del flujo de gases enrarecidos [8]. En principio, todos los problemas de Mecánica de Fluidos pueden ser abordados desde el punto de vista molecular, pero no lo haremos aquí. Se debe resaltar que el uso del cálculo diferencial no prejuzga la posibilidad de saltos discontinuos en las propiedades fluidas a través de superficies libres o de ondas de choque en fluidos compresibles (Capítulo 9). Nuestros cálculos deben ser suficientemente flexibles para poder trabajar con condiciones de contorno discontinuas.

1.4. DIMENSIONES Y UNIDADES

Dimensión es la medida por la cual una variable física se expresa cuantitativamente. *Unidad* es una forma particular de asignar un número a la dimensión cuantitativa. Así, la longitud es una dimensión asociada a variables como distancia, desplazamiento, anchura, deflexión y altura, mientras que centímetros y pulgadas son unidades numéricas para expresar la longitud. La dimensión es un concepto muy poderoso sobre el que se ha desarrollado la espléndida herramienta físico-matemática del *análisis dimensional* (Capítulo 5), mientras que las unidades son los números que se buscan como respuesta final.

Los sistemas de unidades han variado siempre de país a país, incluso después de adoptarse acuerdos internacionales. Los ingenieros necesitan números y, por tanto, sistemas de unidades, y esos números deben ser fiables porque la seguridad pública está en juego. No se puede diseñar y construir un sistema de tuberías cuyo diámetro es D y cuya longitud es L . Los ingenieros norteamericanos persisten en utilizar el sistema británico de unidades. Hay mucha posibilidad de error en este sistema y muchos estudiantes han fallado un problema por olvidar un factor de conversión de 12 o 144 o 32,2 o 60 o 1,8. Los ingenieros, en la práctica, pueden cometer los mismos errores. El autor tiene la experiencia personal de un grave error en el diseño preliminar de un avión debido al olvido de un factor de 32,2 para convertir libras-masa en «slugs».⁵

⁴ Distancia media entre colisiones moleculares.

⁵ Unidad de masa en el sistema británico (*N. del T.*).

En una reunión internacional celebrada en Francia en 1872 se propuso la Convención Métrica, un tratado que fue firmado en 1875 por 17 países, incluidos los Estados Unidos de América. Constituía una apreciable mejora sobre el sistema británico, pues su base es el número 10, que es la base del sistema numérico aprendido desde la infancia en todas partes. Aún quedaban problemas porque incluso los países con sistema métrico utilizaban a veces los kilopondios en lugar de dinas o newtones, kilogramos en lugar de gramos, o calorías en lugar de julios. Para uniformizar el sistema métrico, una Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en 1960, con asistencia de 40 países, propuso el *Sistema Internacional de Unidades* (SI). Actualmente pasamos un arduo periodo de transición hacia el SI, que probablemente durará aún muchos años. Las asociaciones profesionales dirigen el cambio. Desde el 1 de julio de 1974 se obliga a utilizar el SI en todos los trabajos publicados por la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos (ASME, *American Society of Mechanical Engineers*), que preparó un folleto explicativo al respecto [9]. El presente libro utilizará simultáneamente el SI y el sistema británico.

Dimensiones primarias

En Mecánica de Fluidos sólo hay cuatro *dimensiones primarias*, de las cuales derivan las demás. Son masa, longitud, tiempo y temperatura.⁶ Estas dimensiones y sus unidades en ambos sistemas aparecen en la Tabla 1.1. Nótese que la unidad Kelvin no utiliza el símbolo de grado. Las llaves que engloban un símbolo como $\{M\}$ significan «dimensiones de» masa. Todas las demás variables en Mecánica de Fluidos pueden expresarse en función de $\{M\}$, $\{L\}$, $\{T\}$ y $\{\Theta\}$. Por ejemplo, la aceleración tiene dimensiones de $\{LT^{-2}\}$. La más importante de estas dimensiones secundarias es la fuerza, directamente relacionada con masa, longitud y tiempo a través de la segunda ley de Newton. La fuerza es igual a la variación temporal de la cantidad de movimiento o, si la masa es constante,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1.2)$$

De aquí podemos ver que, dimensionalmente, $\{F\} = \{MLT^{-2}\}$. La constante de proporcionalidad se elimina definiendo la unidad de fuerza exactamente en función de las unidades primarias. Así definimos el newton y la libra-fuerza

$$\begin{aligned} 1 \text{ newton fuerza} &= 1 \text{ N} \equiv 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \\ 1 \text{ libra fuerza} &= 1 \text{ lbf} \equiv 1 \text{ slug} \cdot 1 \text{ ft/s}^2 = 4,4482 \text{ N} \end{aligned} \quad (1.3)$$

En este libro se usará la abreviatura *lbf* para la libra-fuerza y *lb* para la libra-masa. Si se adopta otra unidad de fuerza como la dina o el kilopondio, o se toma otra unidad de masa como el gramo o la libra-masa, se debe incluir en la Ecuación (1.2) una constante de proporcionalidad g_c . En este libro no se utilizarán este tipo de constantes, ya que se emplearán los sistemas internacional y británico, donde no son necesarias.

En la Tabla 1.2 se enumeran algunas de las variables secundarias más importantes en Mecánica de Fluidos, expresando sus dimensiones en función de las cuatro primarias. Una lista más completa de factores de conversión puede encontrarse en el Apéndice C.

Tabla 1.1. Dimensiones primarias en los sistemas SI y británico.

Dimensión primaria	Unidad SI	Unidad británica	Factor de conversión
Masa $\{M\}$	Kilogramo (kg)	Slug	1 slug = 14,5939 kg
Longitud $\{L\}$	Metro (m)	Pie (ft)	1 ft = 0,3048 m
Tiempo $\{T\}$	Segundo (s)	Segundo (s)	1 s = 1 s
Temperatura $\{\Theta\}$	Kelvin (K)	Rankine ($^{\circ}\text{R}$)	1 K = 1,8 $^{\circ}\text{R}$

⁶ Si los efectos electromagnéticos son importantes, se debe incluir una quinta, la corriente eléctrica $\{I\}$, cuya unidad en el SI es el amperio (A).

Tabla 1.2. Dimensiones secundarias en Mecánica de Fluidos.

Dimensión secundaria	Unidad SI	Unidad británica	Factor de conversión
Área $\{L^2\}$	m ²	ft ²	1 m ² = 10,764 ft ²
Volumen $\{L^3\}$	m ³	ft ³	1 m ³ = 35,315 ft ³
Velocidad $\{LT^{-1}\}$	m/s	ft/s	1 ft/s = 0,3048 m/s
Aceleración $\{LT^{-2}\}$	m/s ²	ft/s ²	1 ft/s ² = 0,3048 m/s ²
Presión o esfuerzo $\{ML^{-1}T^{-2}\}$	Pa = N/m ²	lbf/ft ²	1 lbf/ft ² = 47,88 Pa
Velocidad angular $\{T^{-1}\}$	s ⁻¹	s ⁻¹	1 s ⁻¹ = 1 s ⁻¹
Energía, calor, trabajo $\{ML^2T^{-2}\}$	J = N · m	lf · lbf	1 ft · lbf = 1,3558 J
Potencia $\{ML^2T^{-3}\}$	W = J/s	ft · lbf/s	1 ft · lbf/s = 1,3558 W
Densidad $\{ML^{-3}\}$	kg/m ³	slugs/ft ³	1 slug/ft ³ = 515,4 kg/m ³
Viscosidad $\{ML^{-1}T^{-1}\}$	kg/(m · s)	slugs/(ft · s)	1 slug/(ft · s) = 47,88 kg/(m · s)
Calor Específico $\{L^2T^{-2}\Theta^{-1}\}$	m ² /(s ² · K)	ft ² /(s · °R)	1 m ² /(s ² · K) = 5,980 ft ² /(s · °R)

EJEMPLO 1.1

Un cuerpo pesa 1000 lbf en el campo gravitatorio terrestre con $g = 32,174 \text{ ft/s}^2$. (a) ¿Cuál es su masa en kilogramos? (b) ¿Cuál será su peso en newtones en el campo gravitatorio lunar con $g_{\text{luna}} = 1,62 \text{ ft/s}^2$? (c) ¿Cuál será su aceleración si se le aplica una fuerza de 400 lbf en la luna y en la tierra?

Solución**Apartado (a)**

La Ecuación (1.2) dice que $F = \text{peso}$ si $a = g_{\text{tierra}}$:

$$F = W = mg = 1000 \text{ lbf} = (m)(32,174 \text{ ft/s}^2)$$

$$\text{o} \quad m = \frac{1000 \text{ lbf}}{32,174 \text{ ft/s}^2} = (31,08 \text{ slugs})(14,5939 \text{ kg/slug}) = 453,6 \text{ kg} \quad \text{Resp. (a)}$$

Comentario. El cambio de 31,08 slugs a 453,6 kg muestra la utilidad del factor de conversión 14,5939 kg/slug.

Apartado (b)

La masa del cuerpo sigue siendo la misma en la luna. La Ecuación (1.2) nos permite calcular el peso correspondiente

$$F = W_{\text{luna}} = mg_{\text{luna}} = (453,6 \text{ kg})(1,62 \text{ m/s}^2) = 735 \text{ N} \quad \text{Resp. (b)}$$

Apartado (c)

Este apartado no está relacionado con el peso, sino con la aplicación directa de la segunda ley de Newton

$$F = 400 \text{ lbf} = ma = (31,08 \text{ slugs})(a)$$

$$\text{o} \quad a = \frac{400 \text{ lbf}}{31,08 \text{ slugs}} = 12,87 \text{ ft/s}^2 = 3,92 \text{ m/s}^2 \quad \text{Resp. (c)}$$

Comentario. La aceleración obtenida sería la misma en la luna, en la tierra o en cualquier otra parte.

Muchos datos en artículos y trabajos aparecen con unidades arcaicas o inconvenientes, útiles sólo para alguna industria, especialidad o país. El ingeniero debe convertir estos datos al SI o al sistema británico antes de usarlos. Esto requiere la aplicación sistemática de factores de conversión, como en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 1.2

La industria relacionada con la medida de la viscosidad [27, 36] continúa usando el sistema de unidades cgs, porque los valores de la viscosidad expresados en centímetros y gramos resultan más manejables para muchos fluidos. La unidad de viscosidad absoluta (μ) en el sistema cgs es el *poise*, 1 poise = 1 g/(cm · s), nombre tomado de J. L. M. Poiseuille, médico francés que llevó a cabo experimentos pioneros en 1840 sobre flujo de agua en conductos. La unidad de la viscosidad cinemática (ν) es el *stokes*, nombre tomado de G. G. Stokes, un físico inglés que en 1845 colaboró en el desarrollo de las ecuaciones diferenciales básicas que gobiernan la cantidad de movimiento de los fluidos; 1 stokes = 1 cm²/s. La viscosidad del agua a 20 °C es alrededor de μ 5 0,01 poises y también ν 5 0,01 stokes. Expresé estos valores en (a) el SI y (b) el sistema británico.

Solución**Apartado (a)**

- *Procedimiento.* Cambiamos de forma sistemática gramos a kg o slugs y centímetros a metros o pies.
- *Valores de las propiedades.* Dados $\mu = 0,01$ g/(cm · s) y $\nu = 0,01$ cm²/s.
- *Solución del apartado (a).* Para convertir a unidades SI,

$$\mu = 0,01 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} = 0,01 \frac{\text{g}(1 \text{ kg}/1000 \text{ g})}{\text{cm}(0,01 \text{ m}/\text{cm})\text{s}} = 0,001 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$\nu = 0,01 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 0,01 \frac{\text{cm}^2(0,01 \text{ m}/\text{cm})^2}{\text{s}} = 0,00001 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \text{Resp. (a)}$$

Apartado (b)

- Para convertir al sistema británico,

$$\mu = 0,01 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} = 0,01 \frac{\text{g}(1 \text{ kg}/1000 \text{ g})(1 \text{ slug}/14,5939 \text{ kg})}{(0,01 \text{ m}/\text{cm})(1 \text{ ft}/0,3048 \text{ m})\text{s}} = 0,0000209 \frac{\text{slug}}{\text{ft} \cdot \text{s}}$$

$$\nu = 0,01 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 0,01 \frac{\text{cm}^2(0,01 \text{ m}/\text{cm})^2(1 \text{ ft}/0,3048 \text{ m})^2}{\text{s}} = 0,0000108 \frac{\text{ft}^2}{\text{s}} \quad \text{Resp. (b)}$$

- *Comentario.* El resultado (b) se podría haber obtenido directamente del (a) dividiendo éste por el factor de conversión 47,88 dado en la Tabla 1.2. En el Apéndice C se dan más factores de conversión entre unidades SI y del sistema británico.

Insistimos en el consejo: si aparecen datos con unidades no usuales se deben convertir al SI o al sistema británico, porque (1) es más profesional y (2) las ecuaciones teóricas de la Mecánica de Fluidos son *dimensionalmente consistentes* y no requieren factores de conversión cuando se usan los sistemas citados, como muestra el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 1.3

Una de las ecuaciones teóricas más útiles es la que relaciona la presión, la velocidad y la altura en el flujo estacionario de un fluido incompresible no viscoso con transferencia de calor despreciable,⁷ llamada *ecuación de Bernoulli*, por Daniel Bernoulli, que publicó un libro de hidrodinámica en 1738:

$$p_0 = p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gZ \quad (1)$$

donde p_0 = presión de remanso
 p = presión en el fluido
 V = velocidad

⁷ Este conjunto de hipótesis se estudiará con detalle en el Capítulo 3.

ρ = densidad
 Z = altura
 g = aceleración de la gravedad

(a) Demuestre que la Ecuación (1) satisface el principio de homogeneidad dimensional, que establece que todos los términos aditivos en una ecuación física deben tener las mismas dimensiones. (b) Demuestre que en el SI las unidades son consistentes sin necesidad de factores de conversión. (c) Repita el apartado (b) para el sistema británico.

Solución

Apartado (a)

Podemos expresar la Ecuación (1) dimensionalmente, usando llaves para representar las dimensiones de cada término:

$$\{ML^{-1}T^{-2}\} = \{ML^{-1}T^{-2}\} + \{ML^{-3}\}\{L^2T^{-2}\} + \{ML^{-3}\}\{LT^{-2}\}\{L\} = \{ML^{-1}T^{-2}\} \text{ para todos los términos} \quad \text{Resp. (a)}$$

Apartado (b)

Poniendo las unidades del SI para cada cantidad, tomadas de la Tabla 1.2:

$$\{N/m^2\} = \{N/m^2\} + \{kg/m^3\}\{m^2/s^2\} + \{kg/m^3\}\{m/s^2\}\{m\} = \{N/m^2\} + \{kg/(m \cdot s^2)\}$$

El segundo miembro parece complicado, pero no lo es si se recuerda, por medio de la Ecuación (1.3), que $1 \text{ kg} = 1 (N \cdot s^2)/m$.

$$\{kg/(m \cdot s^2)\} = \frac{\{N \cdot s^2/m\}}{\{m \cdot s^2\}} = \{N/m^2\} \quad \text{Resp. (b)}$$

De esta forma todos los términos de la ecuación de Bernoulli tienen unidades de pascuales, o newtones por metro cuadrado, al utilizar el SI. No se necesitan factores de conversión, lo cual es cierto para todas las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos.

Apartado (c)

Introduciendo las unidades del sistema británico, tenemos

$$\{lbf/ft^2\} = \{lbf/ft^2\} + \{slugs/ft^3\}\{ft^2/s^2\} + \{slugs/ft^3\}\{ft/s^2\}\{ft\} = \{lbf/ft^2\} + \{slugs/(ft \cdot s^2)\}$$

Pero, por medio de la Ecuación (1.3), $1 \text{ slug} = 1 \text{ lbf} \cdot s^2/ft$, de modo que

$$\{slugs/(ft \cdot s^2)\} = \frac{\{lbf \cdot s^2/ft\}}{\{ft \cdot s^2\}} = \{lbf/ft^2\} \quad \text{Resp. (c)}$$

Todos los términos tienen unidades de libra-fuerza por pie cuadrado. Tampoco en el sistema británico se necesitan factores de conversión.

Aún persiste en los países anglosajones la tendencia a usar libras-fuerza por pulgada cuadrada como unidad de presión, porque los números son más manejables. Por ejemplo, la presión atmosférica estándar es $101.300 \text{ Pa} = 14,7 \text{ lbf/in}^2 = 2116 \text{ lbf/ft}^2$. El pascal es una unidad muy pequeña, pues un newton es menos de $\frac{1}{4}$ de lbf y un metro cuadrado un área muy grande. A pesar de lo cual el pascal va ganando aceptación; por ejemplo, los manuales de reparación de los automóviles americanos especifican ya las medidas de presión en pascuales.

Unidades consistentes

Las ecuaciones de la mecánica (de fluidos) no sólo deben ser dimensionalmente homogéneas, sino que además se deben usar *unidades consistentes*; esto es, todos los términos aditivos en una ecuación física deben

tener las mismas unidades. Esto no supone ningún problema si se usa el SI o el sistema británico, como en el Ejemplo 1.3, pero puede resultar fatal para quienes traten de mezclar unidades inglesas coloquiales. Por ejemplo, en el Capítulo 9 usaremos a menudo la hipótesis de flujo gaseoso compresible, adiabático y estacionario:

$$h + \frac{1}{2}V^2 = \text{constante}$$

donde h es la entalpía del fluido y $V^2/2$ es su energía cinética por unidad de masa. Las tablas termodinámicas coloquiales podrían expresar h en unidades térmicas inglesas por unidad de masa (Btu/lb), mientras que V suele expresarse en ft/s. Es totalmente erróneo sumar Btu/lb y ft²/s². En este caso, la unidad adecuada para la entalpía es ft · lbf/slug, que es idéntica a ft²/s². El factor de conversión es 1 Btu/lb = 25.040 ft²/s² = 25.040 ft · lbf/slug.

Ecuaciones homogéneas frente a ecuaciones dimensionalmente inconsistentes

Todas las ecuaciones teóricas de la mecánica (y de otras ramas de la física) son *dimensionalmente homogéneas*; esto es, todos los términos aditivos de la ecuación tienen las mismas dimensiones. Por ejemplo, la ecuación de Bernoulli (1) del Ejemplo 1.3 es dimensionalmente homogénea: todos los términos tienen dimensiones de presión o esfuerzo $\{F/L^2\}$. Otro ejemplo es la ecuación de la física para un cuerpo en caída libre cuando se desprecia la resistencia aerodinámica:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

donde S_0 es la posición inicial, V_0 es la velocidad inicial y g es la aceleración de la gravedad. Cada término en esta ecuación tiene dimensiones de longitud $\{L\}$. El factor $\frac{1}{2}$, que proviene de la integración, es simplemente un número (adimensional), $\{1\}$. El exponente 2 también es adimensional.

Sin embargo, se debe advertir al lector que muchas fórmulas empíricas usadas en ingeniería, principalmente las obtenidas de correlaciones de datos, no son dimensionalmente consistentes. Sus unidades no pueden reconciliarse de forma sencilla, y algunos términos pueden contener variables ocultas. Un ejemplo es la fórmula que utilizan los fabricantes de válvulas de tuberías para calcular el caudal Q (m³/s) a través de una válvula parcialmente abierta:

$$Q = C_v \frac{\sqrt{6p}}{\sqrt{S}}^{1/2}$$

donde Δp es la caída de presiones a través de la válvula y S es la densidad relativa del líquido (el cociente entre su densidad y la del agua). La cantidad C_v es el *coeficiente de flujo de la válvula*, que los fabricantes tabulan en sus folletos. Dado que S es adimensional $\{1\}$, la fórmula resulta totalmente inconsistente, pues un lado tiene dimensiones de caudal $\{L^3/T\}$ y el otro de raíz cuadrada de salto de presiones $\{M^{1/2}/L^{1/2}T\}$. De aquí se deduce que C_v debe tener dimensiones, de hecho bastante raras: $\{L^{7/2}/M^{1/2}\}$. La resolución de esta discrepancia no está clara, aunque en la literatura se observa que los valores de C_v aumentan aproximadamente como el cuadrado del tamaño de la válvula. La presentación de datos experimentales en forma homogénea es el objetivo del *análisis dimensional* (Capítulo 5). En dicho capítulo aprenderemos que una forma homogénea de la relación para el caudal de la válvula es

$$Q = C_d A_{\text{apertura}} \frac{\sqrt{6p}}{\sqrt{S}}^{1/2}$$

donde p es la densidad del líquido y A el área de apertura de la válvula. El *coeficiente de descarga* C_d es adimensional y cambia muy poco con el tamaño de la válvula. De momento el lector debe creerse —hasta la discusión del Capítulo 5— que la última expresión constituye una forma *mucho* mejor de presentar los datos.

Mientras tanto, debemos concluir que las ecuaciones dimensionalmente inconsistentes, a pesar de su abundancia en la ingeniería, pueden conducir a error y son imprecisas y hasta peligrosas, pues con frecuencia son usadas incorrectamente fuera de su rango de aplicabilidad.

Prefijos apropiados para potencias de 10

En ingeniería, los resultados suelen ser demasiado pequeños o demasiado grandes para las unidades habituales, con muchos ceros por un lado o el otro. Por ejemplo, escribir $p = 114.000.000$ Pa es largo y tedioso. Usando el prefijo «M» para decir 10^6 , convertimos esto en un conciso $p = 114$ MPa (megapascals). Del mismo modo, $t = 0,000000003$ s es mucho más difícil de corregir que su equivalente $t = 3$ ns (nanosegundos). Tales prefijos son comunes y convenientes, tanto en el SI como en el sistema británico. En la Tabla 1.3 se da la lista completa.

Tabla 1.3. Prefijos apropiados para unidades en ingeniería.

Factor multiplicativo	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

EJEMPLO 1.4

En 1890, Robert Manning, un ingeniero irlandés, propuso la siguiente fórmula empírica para la velocidad media V en el movimiento uniforme en canales abiertos (en el sistema británico de unidades):

$$V = \frac{1,49}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (1)$$

donde R = radio hidráulico del canal (Capítulos 6 y 10)

S = pendiente del canal (tangente del ángulo de la base respecto a la horizontal)

n = factor de rugosidad de Manning (Capítulo 10)

y n es constante para cada condición de acabado superficial de las paredes y el fondo del canal. (a) ¿Es dimensionalmente consistente la fórmula de Manning? (b) La Ecuación (1) se considera válida en unidades del sistema británico tomando n como adimensional. Reescriba la ecuación en el SI.

Solución

- *Consideraciones.* La pendiente, por ser la tangente de un ángulo, es adimensional y aparece como $\{1\}$ —es decir, no contiene M , L o T .
- *Apartado (a).* Escribimos las dimensiones de cada término de la fórmula de Manning usando paréntesis $\{ \}$:

$$\{V\} = \frac{L}{T} = \frac{1,49}{n} \{R^{2/3}\} \{S^{1/2}\} \quad \text{o} \quad \frac{L}{T} = \frac{1,49}{n} \{L^{2/3}\} \{1\}$$

Esta fórmula no puede ser consistente a menos que $\{1,49/n\} = \{L^{1/3}/T\}$. Si n es adimensional (como aparece siempre en los libros), el valor numérico 1,49 debe tener unidades de $\{L^{1/3}/T\}$. Resp. (a)

- *Comentario (a)*. Esto puede ser trágico para un ingeniero que trabaje en un sistema de unidades diferente a menos que se dé cuenta de la discrepancia. De hecho, la fórmula de Manning, aunque es muy conocida, es inconsistente tanto dimensional como físicamente, no tiene en cuenta de modo correcto los efectos de la rugosidad del canal salvo para un rango muy estrecho de rugosidades y sólo es válida para el agua. Los efectos de la viscosidad y la densidad del agua están ocultos en el valor numérico 1,49.
- *Apartado (b)*. Del apartado anterior sabemos que el número 1,49 debe tener dimensiones, y por eso en el sistema británico debe ser 1,49 ft^{1/3}/s. Utilizando el factor de conversión al SI para la longitud, tenemos

$$(1,49 \text{ ft}^{1/3}/\text{s})(0,3048 \text{ m}/\text{ft})^{1/3} = 1,00 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$$

Por tanto, la fórmula de Manning en el SI es:

$$\text{Unidades SI: } V = \frac{1,0}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad \text{Resp. (b)}$$

con R en metros y V en metros por segundo.

- *Comentario (b)*. Realmente, estamos despistando al lector: Manning, usuario del sistema métrico, propuso la fórmula de esta manera; posteriormente fue pasada al sistema británico. Estas fórmulas dimensionalmente inconsistentes son peligrosas y deberían ser reanalizadas o aplicadas sólo en casos muy concretos.

1.5. PROPIEDADES DEL CAMPO DE VELOCIDADES

En un flujo dado, la determinación experimental o teórica de las propiedades del fluido en función de la posición y del tiempo se considera la *solución* del problema. En casi todos los casos, el énfasis se hace sobre la distribución espacio-temporal de las propiedades fluidas. Raramente se siguen las trayectorias de partículas fluidas concretas.⁸ Este tratamiento de las propiedades como funciones continuas distingue la Mecánica de Fluidos de la de Sólidos, donde habitualmente el interés se centra más en las trayectorias de sistemas o partículas individuales.

Descripciones euleriana y lagrangiana

Hay dos puntos de vista posibles para analizar los problemas de la mecánica. El primero, apropiado para la Mecánica de Fluidos, trata del campo de flujo y se denomina método descriptivo *euleriano*. En el método euleriano calculamos el campo de presiones $p(x, y, z, t)$ del flujo, y no los cambios de presión $p(t)$ que experimenta una partícula al moverse.

El segundo método, que sigue a las partículas en su movimiento, se denomina descripción *lagrangiana*. Este método, muy apropiado en Mecánica de Sólidos, no será considerado en este libro. Sin embargo, los análisis numéricos de algunos flujos con límites muy marcados, como el movimiento de gotitas aisladas, se llevan a cabo mejor en coordenadas lagrangianas [1].

Las mediciones en Mecánica de Fluidos también están bien adaptadas al sistema euleriano. Por ejemplo, cuando se introduce una sonda de presión en un flujo experimental, la medición se produce en un punto fijo (x, y, z) . Las medidas contribuyen por tanto a describir el campo de presiones euleriano $p(x, y, z, t)$. Para simular una medida lagrangiana la sonda debería moverse aguas abajo con la velocidad del fluido; este tipo de mediciones se practican a veces en oceanografía, dejando a la deriva los aparatos de medición que son arrastrados por las corrientes dominantes.

Un ejemplo ilustrativo de ambas descripciones puede ser el análisis del tráfico en una autopista. Seleccionemos un cierto tramo para estudio y determinación del tráfico. Obviamente, con el transcurso del

⁸ Un caso en que las trayectorias son importantes es el análisis de calidad del agua en lo que respecta a las partículas contaminantes.

tiempo varios coches entrarán y saldrán del tramo, y la identidad de los mismos estará cambiando continuamente. El ingeniero de tráfico ignora la identidad de los coches y se concentra en su velocidad media, medida como función de la posición dentro del tramo y del tiempo, y también estudia el flujo o número de coches por hora que pasan por una cierta sección de la autovía. Este ingeniero realiza una descripción euleriana del tráfico. Otros investigadores, como la policía o los sociólogos, pueden estar interesados en la velocidad y trayectoria de determinados coches. Siguiendo a éstos realizan una descripción lagrangiana del tráfico.

El campo de velocidades

La más importante de todas las propiedades del flujo es el campo de velocidades $\mathbf{V}(x, y, z, t)$. De hecho, determinar la velocidad es a menudo equivalente a resolver el problema, ya que otras propiedades se obtienen directamente de aquella. El Capítulo 2 está dedicado al cálculo de la presión una vez conocido el campo de velocidades. Los libros que tratan sobre transferencia de calor (por ejemplo, Referencia 10) están especialmente dedicados a encontrar el campo de temperaturas a partir del de velocidades.

En general, la velocidad es un vector, función de la posición y del tiempo, que tiene tres componentes escalares u , v y w :

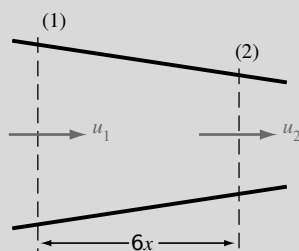
$$\mathbf{V}(x, y, z, t) = \mathbf{i}u(x, y, z, t) + \mathbf{j}v(x, y, z, t) + \mathbf{k}w(x, y, z, t) \quad (1.4)$$

El uso de u , v y w en lugar de V_x , V_y y V_z , más lógicas, se debe a una duradera tradición fluidodinámica.

Como muestra el siguiente ejemplo, el vector aceleración también es importante en Mecánica de Fluidos.

EJEMPLO 1.5

Un fluido fluye a través de una sección convergente de un conducto, como muestra la Figura E1.5. Una sonda de velocidad inmersa en la sección (1) mide un valor estacionario $u_1 = 1$ m/s, mientras que una sonda similar en la sección (2) detecta un valor estacionario $u_2 = 3$ m/s. Estime la aceleración del fluido, si existiera, si $\Delta x = 10$ cm.



E1.5

Solución

El flujo es estacionario (no varía con el tiempo), pero claramente la velocidad de las partículas fluidas aumenta al pasar de (1) a (2). Éste es el concepto de *aceleración convectiva* (Sección 4.1). Podemos estimar la aceleración como el incremento de velocidad dividido por el incremento de tiempo $\Delta t = \Delta x / u_{\text{med}}$:

$$a_x \approx \frac{\text{incremento de velocidad}}{\text{incremento de tiempo}} \approx \frac{u_2 - u_1}{6x / \left[\frac{1}{2}(u_1 + u_2) \right]} = \frac{(3,0 \text{ m/s} - 1,0 \text{ m/s})}{(0,1 \text{ m}) / \left[\frac{1}{2}(1,0 \text{ m/s} + 3,0 \text{ m/s}) \right]} \approx 40 \text{ m/s}^2 \quad \text{Resp.}$$

Una simple estimación indica por tanto que este flujo, aparentemente inocuo, sufre una aceleración de cuatro veces la aceleración de la gravedad. En el límite en que Δx y Δt se hacen muy pequeños, nuestra estimación se reduce a una derivada parcial que representa la aceleración convectiva en la dirección x :

$$a_{x, \text{convectiva}} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\frac{\Delta u}{\Delta x}}{\frac{\Delta t}{\Delta x}} = u \frac{\partial u}{\partial x}$$

En un flujo tridimensional (Sección 4.1) existen nueve términos convectivos de este tipo.

1.6. PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DE UN FLUIDO

Aunque el campo de velocidades \mathbf{V} es la propiedad más importante del flujo, éste interactúa con las propiedades termodinámicas del fluido. A lo largo de la discusión precedente hemos introducido las tres más importantes:

1. Presión p
2. Densidad ρ
3. Temperatura T

Son los compañeros permanentes de la velocidad en el análisis de los flujos. Al entrar en juego el trabajo, el calor y el equilibrio energético aparecen otras cuatro propiedades termodinámicas (Capítulos 3 y 4):

4. Energía interna \hat{u}
5. Entalpía $h = \hat{u} + p/\rho$
6. Entropía s
7. Calores específicos c_p y c_v

Por otro lado, los efectos de fricción y conducción de calor están gobernados por los denominados *coeficientes de transporte*:

8. Coeficiente de viscosidad μ
9. Conductividad térmica k

Estas nueve magnitudes son auténticas propiedades termodinámicas, que se determinan por la condición termodinámica o *estado* del fluido. Por ejemplo, en una sustancia con una sola fase como oxígeno o agua, es suficiente conocer dos de las propiedades básicas independientes⁹, como presión y temperatura, para determinar las demás:

$$\rho = \rho(p, T) \quad h = h(p, T) \quad \mu = \mu(p, T) \quad (1.5)$$

y así para todas las magnitudes de la lista. Nótese que el volumen específico, tan importante en termodinámica, es omitido aquí en favor de su inverso, la densidad ρ .

Recuérdese que las propiedades termodinámicas describen el estado del *sistema*, esto es, una porción de materia de identidad conocida que interactúa con su entorno. En la mayor parte de los casos este sistema será una partícula fluida y todas las propiedades serán funciones continuas en el campo fluido: $\rho = \rho(x, y, z, t)$, etc.

Recuérdese también que la termodinámica estudia normalmente sistemas *estáticos*, mientras que los fluidos se encuentran habitualmente en movimiento cambiando todas las propiedades constantemente. Las propiedades termodinámicas estáticas, ¿conservan su significado en un flujo que está técnicamente fuera del equilibrio? La respuesta es sí, desde un punto de vista estadístico. En gases a las presiones normales (y más aún en líquidos) tiene lugar un número enorme de colisiones o interacciones moleculares en dis-

⁹ La definición de propiedad básica independiente puede encontrarse en cualquier libro avanzado de termodinámica (*N. del T.*).

tancias tan pequeñas como $1\ \mu\text{m}$, de modo que un fluido sujeto a cambios repentinos se ajusta casi inmediatamente al nuevo equilibrio. Suponemos, por tanto, que todas las propiedades termodinámicas indicadas anteriormente existen como funciones del punto en un flujo y siguen las leyes y relaciones de estado ordinarias del equilibrio termodinámico. Hay, por supuesto, efectos importantes de no equilibrio en reacciones químicas y nucleares en fluidos, pero no serán estudiados en este libro.

Presión

La presión es el esfuerzo (de compresión) en un punto en un fluido en reposo (Figura 1.1). Después de la velocidad, la presión p es la variable más significativa en la dinámica de un fluido. Las diferencias o *gradientes* de presión son generalmente las responsables del flujo, especialmente cuando es en conductos. En flujos a baja velocidad, la magnitud real de la presión suele no ser importante, a menos que baje tanto como para provocar la formación de burbujas de vapor en los líquidos. Por conveniencia, a este tipo de problemas se le suele asignar un nivel de presión de $1\ \text{atm} = 2116\ \text{lbf/ft}^2 = 101.300\ \text{Pa}$. Por el contrario, los flujos (compresibles) de gases a alta velocidad (Capítulo 9) sí que dependen del valor absoluto de la presión.

Temperatura

La temperatura T está relacionada con el nivel de energía interna del fluido. Puede variar considerablemente durante el flujo compresible de un gas (Capítulo 9). A pesar del extenso uso que hacen los ingenieros de las escalas Celsius y Fahrenheit, muchas de las aplicaciones de este libro requieren la utilización de temperaturas *absolutas* (Kelvin o Rankine):

$$^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 459,69$$

$$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,16$$

Si las diferencias de temperatura son fuertes, la *transferencia de calor* puede ser importante [10], si bien aquí nuestro interés se centra en la dinámica.

Densidad

La densidad de un fluido, denominada ρ (rho griega minúscula), es su masa por unidad de volumen. La densidad varía mucho en los gases, aumentando casi de forma proporcional a la presión. La densidad de los líquidos es casi constante; la densidad del agua (alrededor de $1000\ \text{kg/m}^3$) tan sólo se incrementa en un 1 por 100 cuando la presión se multiplica por un factor de 220. Por lo tanto, la mayoría de los líquidos se pueden considerar casi «incompresibles».

En general, los líquidos son tres órdenes de magnitud más densos que los gases a presión atmosférica. El líquido más pesado es el mercurio, y el gas más ligero, el hidrógeno. Compare sus densidades a $20\ ^{\circ}\text{C}$ y $1\ \text{atm}$:

$$\text{Mercurio: } \rho = 13.580\ \text{kg/m}^3 \quad \text{Hidrógeno: } \rho = 0,0838\ \text{kg/m}^3$$

¡Ambas difieren en un factor de 162.000! Así pues, los parámetros físicos pueden variar considerablemente entre los distintos líquidos y gases. Estas diferencias suelen resolverse mediante el uso del *análisis dimensional* (Capítulo 5). En las Tablas A.3 y A.4 (del Apéndice A) se dan las densidades de otros fluidos.

Peso específico

El *peso específico* de un fluido es su peso por unidad de volumen. Al igual que una masa m tiene un peso $W = mg$, la densidad y el peso específico están relacionados por la gravedad:

$$\text{Peso específico} \equiv \rho g \quad (1.6)$$

Las unidades del peso específico son peso por unidad de volumen, en lbf/ft³ o N/m³. El valor estándar de la aceleración de la gravedad terrestre es $g = 32,174 \text{ ft/s}^2 = 9,807 \text{ m/s}^2$. Así, por ejemplo, el peso específico del aire y el agua a 20 °C y 1 atm son aproximadamente

$$\begin{aligned}\rho_{\text{aire}}g &= (1,205 \text{ kg/m}^3)(9,807 \text{ m/s}^2) = 11,8 \text{ N/m}^3 = 0,0752 \text{ lbf/ft}^3 \\ \rho_{\text{agua}}g &= (998 \text{ kg/m}^3)(9,807 \text{ m/s}^2) = 9790 \text{ N/m}^3 = 62,4 \text{ lbf/ft}^3\end{aligned}$$

El peso específico es muy útil en las aplicaciones de la presión hidrostática, que veremos en el Capítulo 2. En las Tablas A.3 y A.4 se dan los pesos específicos de otros fluidos.¹⁰

Densidad relativa

La densidad relativa, denominada S , es la relación entre la densidad del fluido y la de un fluido estándar de referencia, típicamente el agua a 4 °C (para los líquidos) y el aire (para los gases):

$$\begin{aligned}S_{\text{gas}} &= \frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{aire}}} = \frac{\rho_{\text{gas}}}{1205 \text{ kg/m}^3} \\ S_{\text{líquido}} &= \frac{\rho_{\text{líquido}}}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{\rho_{\text{líquido}}}{1000 \text{ kg/m}^3}\end{aligned}\quad (1.7)$$

Por ejemplo, la densidad relativa del mercurio (Hg) es $S_{\text{Hg}} = 13.580/1000 = 13,6$. Para los ingenieros resulta más sencillo recordar estos valores que los valores numéricos exactos de la densidad de los distintos fluidos.

Energías potencial y cinética

En termostática, la única energía asociada a una sustancia es la almacenada en el sistema por la actividad molecular y las fuerzas asociadas a los enlaces químicos. A ésta se le denomina *energía interna* \hat{u} . En los flujos, a esta energía se le deben añadir dos términos más, procedentes de la mecánica newtoniana: la energía potencial y la energía cinética.

La energía potencial es el trabajo necesario para mover al sistema de masa m desde el origen hasta una posición $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ venciendo al campo gravitatorio \mathbf{g} . Su valor es $-mg \cdot \mathbf{r}$, o $-\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}$ por unidad de masa. La energía cinética es el trabajo que se requiere para cambiar la velocidad desde cero hasta V . Su valor es $\frac{1}{2}mV^2$ o $\frac{1}{2}V^2$ por unidad de masa. Por todo ello, la energía interna por unidad de masa e se escribe convencionalmente en Mecánica de Fluidos como suma de tres términos:

$$e = \hat{u} + \frac{1}{2}V^2 + (-\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.8)$$

En este libro definiremos siempre z positiva hacia arriba; de modo que $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$ y $\mathbf{g} \cdot \mathbf{r} = -gz$. Entonces la Ecuación (1.8) se escribe

$$e = \hat{u} + \frac{1}{2}V^2 + gz \quad (1.9)$$

La energía interna molecular \hat{u} es función de T y de p para una sustancia pura con una sola fase, mientras que las energías potencial y cinética son propiedades cinemáticas.

Ecuaciones de estado para gases

Las propiedades termodinámicas se pueden relacionar entre sí, tanto teórica como experimentalmente, por medio de relaciones o ecuaciones de estado que varían de una sustancia a otra. Como se mencionó ante-

¹⁰ En la literatura anglosajona el peso específico suele denotarse con la letra γ (gamma griega minúscula) y la relación de calores específicos con la letra k . Sin embargo, siguiendo una tradición muy extendida en Mecánica de Fluidos, utilizaremos aquí el símbolo γ para la relación de calores específicos y el producto ρg para denotar el peso específico (N . del T).

riormente, nos referiremos en este libro sólo a sustancias puras con una fase, por ejemplo, agua en su fase líquida. El segundo fluido más común, el aire, es una mezcla de gases, pero como las proporciones de la mezcla permanecen casi constantes entre los 160 y 2200 K, en este rango se puede considerar como una sustancia pura.

Todos los gases a altas temperaturas y bajas presiones (relativas a su punto crítico) siguen muy bien la *ley de los gases perfectos*

$$p = \rho RT \quad R = c_p - c_v = \text{constante del gas} \quad (1.10)$$

donde los calores específicos c_p y c_v se definen en las Ecuaciones (1.14) y (1.15).

Como la Ecuación (1.10) es dimensionalmente consistente, R tiene las mismas dimensiones que un calor específico, $\{L^2 T^{-2} \Theta^{-1}\}$, o velocidad al cuadrado dividida por grado (Kelvin o Rankine). Cada gas tiene su propia constante R , igual a una constante universal Λ dividida por el peso molecular

$$R_{\text{gas}} = \frac{R}{M_{\text{gas}}} \quad (1.11)$$

donde $\Lambda = 49.700 \text{ ft} \cdot \text{lbf}/(\text{slugmol} \cdot ^\circ\text{R}) = 8314 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$. La mayoría de las aplicaciones de este libro son para aire, $M = 28,97/\text{mol}$:

$$R_{\text{aire}} = \frac{49.700 \text{ ft} \cdot \text{lbf}/(\text{slugmol} \cdot ^\circ\text{R})}{28,97/\text{mol}} = 1716 \frac{\text{ft} \cdot \text{lbf}}{\text{slug} \cdot ^\circ\text{R}} = 1716 \frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R}} = 287 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \quad (1.12)$$

La presión atmosférica estándar es $2116 \text{ lbf}/\text{ft}^2 = 2116 \text{ slug}/(\text{ft} \cdot \text{s}^2)$ y la temperatura estándar es $288 \text{ K} = 60^\circ\text{F} = 520^\circ\text{R}$. Por tanto, la densidad estándar del aire es

$$\rho_{\text{aire}} = \frac{2116 \text{ slug}/(\text{ft} \cdot \text{s}^2)}{[1716 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R})](520^\circ\text{R})} = 0,00237 \text{ slug}/\text{ft}^3 = 1,22 \text{ kg}/\text{m}^3 \quad (1.13)$$

Este valor es el adecuado para los problemas. Para otros gases consúltese la Tabla A.4.

En termodinámica se demuestra que la Ecuación (1.10) requiere que la energía interna molecular \hat{u} de un gas perfecto varíe sólo con la temperatura: $\hat{u} = \hat{u}(T)$. Por tanto, el calor específico c_v también variará sólo con la temperatura:

$$c_v = \left. \frac{d\hat{u}}{dT} \right|_p = \frac{d\hat{u}}{dT} = c_v(T)$$

$$\text{o} \quad d\hat{u} = c_v(T) dT \quad (1.14)$$

Del mismo modo la entalpía h y el calor específico c_p de un gas perfecto también dependen exclusivamente de la temperatura:

$$\begin{aligned} h &= \hat{u} + \frac{p}{\rho} = \hat{u} + RT = h(T) \\ c_p &= \left. \frac{dh}{dT} \right|_p = \frac{dh}{dT} = c_p(T) \\ dh &= c_p(T) dT \end{aligned} \quad (1.15)$$

La relación de calores específicos de un gas perfecto es un parámetro adimensional muy importante en el análisis de los flujos compresibles (Capítulo 9):

$$a = \frac{c_p}{c_v} = a(T) * 1 \quad (1.16)$$

Como primera aproximación, para los flujos de aire se considera normalmente que c_p , c_v y γ son constantes:

$$\begin{aligned} a_{\text{aire}} &= 1,4 \\ c_v &= \frac{R}{a-1} = 5 \frac{4293 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \text{ U}^\circ\text{R})}{1,4-1} = 718 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \text{ U}^\circ\text{K}) \\ c_p &= \frac{aR}{a-1} = 5 \frac{6010 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \text{ U}^\circ\text{R})}{1,4-1} = 1005 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \text{ U}^\circ\text{K}) \end{aligned} \quad (1.17)$$

En realidad, c_p y c_v aumentan gradualmente con la temperatura en todos los gases, y γ decrece gradualmente. En la Figura 1.3 se muestran los valores experimentales de la relación de calores específicos de ocho gases típicos.

En muchos de los problemas ingenieriles interviene el vapor de agua; pero sus condiciones de trabajo suelen estar cerca del punto crítico y la aproximación de gas perfecto no es fiable. Al no existir fórmulas simples suficientemente precisas, las propiedades del vapor de agua se pueden encontrar tanto tabuladas

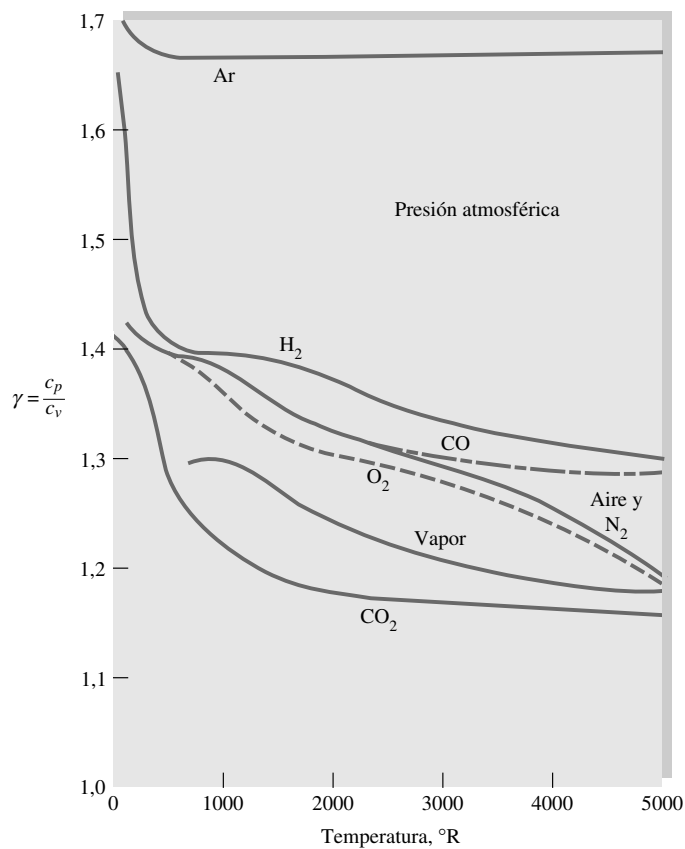


Figura 1.3. Relación de calores específicos de ocho gases comunes en función de la temperatura. (Los datos proceden de la Referencia 12.)

como en CD-ROM [13], e incluso en Internet como un pequeño programa de MathPad Corp. [39]. A menudo, el error cometido al usar la ley de los gases perfectos no es demasiado importante, como muestra el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 1.6

Estime ρ y c_p del vapor de agua a 100 lbf/in² y 400 °F, en unidades inglesas, (a) mediante la aproximación de gas perfecto y (b) usando las tablas ASME [13] o el programa EES.

Solución

- *Procedimiento (a), ley de los gases perfectos.* Aunque el vapor de agua no es un gas ideal, podemos estimar estas propiedades con cierta exactitud usando las Ecuaciones (1.10) y (1.17). En primer lugar convertimos la presión de 100 lbf/in² a 14.400 lbf/ft², y usamos temperaturas absolutas, (400 °F + 460) = 860 °R. A continuación necesitamos la constante del vapor, en unidades inglesas. De la Tabla A.4, el peso molecular del H₂O es 18,02, de donde

$$R_{\text{vapor}} = \frac{R_{\text{inglesas}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{49.700 \text{ ft lbf}/(\text{slugmol } ^\circ\text{R})}{18,02/\text{mol}} = 2758 \frac{\text{ft lbf}}{\text{slug } ^\circ\text{R}}$$

El valor de la densidad se puede estimar entonces de la ley de los gases perfectos, Ecuación (1.10):

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{14.400 \text{ lbf}/\text{ft}^2}{[2758 \text{ ft lbf}/(\text{slug } ^\circ\text{R})](860^\circ\text{R})} = 0,00607 \frac{\text{slug}}{\text{ft}^3} \quad \text{Resp. (a)}$$

A 860 °R, de la Figura 1.3, $\gamma_{\text{vapor}} = c_p/c_v = 1,30$. Por tanto, de la Ecuación (1.17),

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \frac{(1,3)(2758 \text{ ft lbf}/(\text{slug } ^\circ\text{R}))}{(1,3 - 1)} = 12.000 \frac{\text{ft lbf}}{\text{slug } ^\circ\text{R}} \quad \text{Resp. (a)}$$

- *Procedimiento (b), tablas o software.* Se pueden consultar las tablas de vapor o programar unas líneas en EES. En cualquier caso, no conviene aplicar las unidades inglesas (psi, Btu, lbm) a las fórmulas de la Mecánica de Fluidos. Aún así, cuando use EES asegúrese de que el menú «Variable Info» especifica unidades inglesas¹¹: psia y °F. Los comandos EES para evaluar la densidad y el calor específico del vapor son, para estas condiciones,

```
Rho = DENSITY(steam, P = 100, T = 400)
Cp = SPECHEAT(steam, P = 100, T = 400)
```

Nótese que el software está configurado para usar psia y °F, sin conversión. EES devuelve los siguientes valores, obtenidos del ajuste de las curvas experimentales,

$$\rho = 0,2027 \text{ lbm}/\text{ft}^3 ; \quad c_p = 0,5289 \text{ Btu}/(\text{lbm} \cdot ^\circ\text{F})$$

Como se ha comentado, las unidades Btu y lbm son muy engorrosas cuando se aplican a problemas fluidodinámicos. Por lo tanto, conviene convertir a ft · lbf y slugs, para lo que se puede usar, por ejemplo, la función «Convert» de EES, especificando como argumentos las unidades viejas y nuevas entre comillas simples:

```
Rho2 = Rho*CONVERT('lbm/ft^3', 'slug/ft^3')
Cp2 = Cp*CONVERT('Btu/lbm-F', 'ft^2/s^2-R')
```

Nótese que (1) los antiguos valores de ρ y c_p se multiplican por la función CONVERT y (2) se supone que las unidades a la derecha del signo de división «/» en el argumento de CONVERT están en el denominador. EES proporciona estos resultados:

$$\rho_2 = 0,00630 \text{ slug}/\text{ft}^3 \quad c_{p2} = 13.200 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R}) \quad \text{Resp. (b)}$$

¹¹ En el sistema de unidades británico la unidad de presión es la libra por pie cuadrado (psi, *pounds per square inch*), pero existen dos variantes de uso común: la presión absoluta en libras por pie cuadrado (psia, *pounds per square inch absolute*) y la presión manométrica en libras por pie cuadrado (psig, *pounds per square inch gauge*) (N. del T.).

- *Comentarios.* Las tablas de vapor proporcionan valores muy parecidos a éstos. La estimación de gas perfecto para ρ se queda corta en un 4 por 100 y en un 9 por 100 para c_p . La razón principal de estas discrepancias es que las condiciones dadas están muy cerca del punto crítico y de la línea de saturación del vapor. A temperaturas mayores y presiones menores, por ejemplo, 800 °F y 50 lbf/in², la ley de gases perfectos da ρ y c_p con un error menor del 1 por 100.

Una vez más, debemos advertir que el uso de las unidades inglesas (psia, lbm, Btu) es incómodo, pues requiere continuamente factores de conversión en la mayoría de las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos. El programa EES maneja las unidades SI de forma eficiente, sin necesidad de factores de conversión.

Ecuaciones de estado para líquidos

El autor no conoce una «ley de líquidos perfectos» comparable a la de los gases. Los líquidos son casi incompresibles y tienen un único calor específico prácticamente constante. Por ello, la ecuación de estado idealizada para un líquido es

$$\rho \approx \text{cte} \quad c_p \approx c_v \approx \text{cte} \quad dh \approx c_p dT \quad (1.18)$$

La mayor parte de los problemas de este libro pueden ser abordados con estas simples relaciones. Para el agua se toma normalmente una densidad de 1000 kg/m³ = 1,94 slugs/ft³ y un calor específico $c_p = 4210 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K}) = 25.200 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R})$. Si se precisa mayor exactitud se pueden usar tablas como en el ejemplo anterior.

La densidad de un líquido decrece ligeramente con la temperatura y aumenta moderadamente con la presión. Despreciando el efecto de la temperatura, una relación presión-densidad empírica para líquidos es

$$\frac{p}{p_a} \approx (B + 1)^{\frac{1}{n}} \frac{\rho}{\rho_a} \quad (1.19)$$

donde B y n son parámetros adimensionales que varían ligeramente con la temperatura y p_a y ρ_a son los valores atmosféricos estándar. En el caso del agua, $B \approx 3000$ y $n \approx 7$.

El agua de mar es una mezcla variable de agua y sal y requiere por ello tres propiedades termodinámicas para definir su estado. Normalmente se toma la presión, la temperatura y la *salinidad* \mathcal{S} , definida como relación entre el peso de la sal disuelta y el peso total de la mezcla. La salinidad media del agua de mar es de 0,035, escrita usualmente como 35 partes por 1000, o 35 ‰. La densidad media del agua de mar es de 1030 kg/m³. Estrictamente hablando, el agua de mar tiene tres calores específicos, todos ellos aproximadamente iguales y con el mismo valor del agua pura, $4210 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K}) = 25.200 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R})$.

EJEMPLO 1.7

La presión en la parte más profunda del océano es de 1100 atm. Calcule la densidad del agua de mar a dicha presión.

Solución

La Ecuación (1.19) es válida también para agua de mar. Si la relación de presiones es $p/p_a = 1100$, tendremos

$$1100 \approx (3000 + 1)^{\frac{1}{7}} \frac{\rho}{\rho_a}$$

o

$$\frac{\rho}{\rho_a} = \frac{(4100)^{1/7}}{(3000 + 1)^{1/7}} = 1,046$$