

EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 6, 7, 8, 9 y 10

Asignatura:	Análisis Matemático / Fundamentos Matemáticos.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC)
Título de la actividad:	Ejercicios Propuestos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta primera actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas matemáticas de Cálculo necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.

La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. No basta con dar sólo la solución.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 1:

Hallar los puntos críticos, y determinar su naturaleza, de la función:

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1).$$

PROBLEMA 2:

Hallar los máximos y mínimos de la función $f(x, y) = x^2 - y^2$ condicionado al círculo de radio 1 centrado en el origen.

PROBLEMA 3:

Sea R el rectángulo $[-2, 1] \times [0, 1]$ y sea la función $f(x, y) = y(x^3 - 12x)$. Calcular la siguiente integral:

$$I = \int \int_R f(x, y) \, dx \, dy$$

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 4:

Calcular la integral

$$\int \int_D (3 - x - y) dA$$

En donde D es la región en forma triangular encerrada por el eje x y las líneas $y = x$ y $x = 1$.

PROBLEMA 5:

Usando el cambio a coordenadas esféricas, calcular la integral

$$I = \int \int \int_{\Omega} \frac{1}{[1 + (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}]^{3/2}} dx dy dz,$$

en donde Ω es todo \mathbb{R}^3 .

PROBLEMA 6:

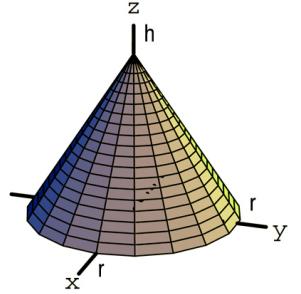
Calcular la integral

$$I = \int \int \int_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

En donde Ω la región limitada por un cono recto de revolución centrado en el origen de altura $h = 2$, cuya base se asienta en el plano XY y cuyo radio de la base es $r = 1$. La ecuación del cono será entonces

$$a^2(h - z)^2 = h^2(x^2 + y^2),$$

siendo $a = 1$ al ser el radio en la base del cono y en nuestro caso $h = 2$.



PROBLEMA 7:

Evaluar la integral de linea

$$\int_C (x^3y + y^3x/3)dx + x^2dy,$$

en donde la trayectoria C es el contorno de la región definida por el círculo $x^2 + y^2 - 2y = 0$ e $y > 1$.

Nota: la figura no es más que un círculo centrado en el punto $(0,1)$, así que cuando $y > 1$ lo que estamos definiendo es el semicírculo superior. Por tanto, la parametrización para el diámetro será $(t, 1)$ y para el semicírculo $(x = \cos t, 1 + \sin t)$ (al que llamaremos C_2).

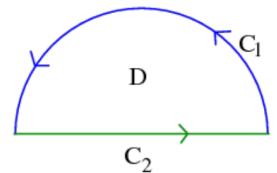
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 8:

Usar el teorema de Green para calcular la integral

$$\int_C y^2 dx + 3xy dy$$

en donde el circuito C es la semicircunferencia y diámetro descritos en el dibujo de la lado.



PROBLEMA 9:

Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$y'' - 7y' + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

PROBLEMA 10:

Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$y'' + 4y' + 3y = \frac{2}{e^t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

PROBLEMA 11:

(A resolver por los alumnos de IOI solamente) Resolver, usando transformada de Laplace, la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 9y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 9.$$

PROBLEMA 12:

(A resolver por los alumnos de IOI solamente) Resolver la siguiente ecuación diferencial por transformada de Laplace:

$$y'' - 3y' - 10y = 12e^t, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 7.$$

No olvidar leer la página siguiente.

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de valoración:

Se valorará la presentación.

Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.

Se valorará la correcta solución de los ejercicios.

Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté bien argumentada.

Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

Entrega y calificación:

La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega. Entregas después de esa fecha

Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando nombre y apellidos del alumno en la primera página del documento. El nombre del fichero constará sólo del nombre del alumno, primer apellido y AEC2.

La entrega de la tarea se hará siempre a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos doc, docx, excel o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. **Muchas aplicaciones (incluso word) permiten volcar un documento en pdf.** Alternativamente, si se pide una solución gráfica también se podrá usar el formato postscript. En esta asignatura, si el estudiante lo desea, podrá escanear un documento realizado a mano alzada y crear así el documento pdf **siempre que éste sea legible**, es decir, se tiene que leer muy bien para así evitar confusiones y problemas con la calificación. No se admiten fotos, ni fotos de teléfonos móviles, ni papel cuadriculado. Además, las páginas estarán convenientemente ordenadas y orientadas.

El incumplimiento de las normas anteriores puede acarrear el riesgo de que la actividad no sea calificada.

Las entregas realizadas con procesador tendrán puntuación extra.

Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de *feedback* al estudiante.

La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.