UNIDAD
DIDÁCTICA

8

TEORÍA DE INVENTARIOS

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Esta Unidad didáctica se centra en la teoría de inventarios. Uno de los principales costes que tienen las industrias son los inventarios o *stocks* de las diversas materias o materiales que se necesitan para la fabricación de un producto. Al finalizar la misma el lector deberá:

- Conocer los tipos de inventario existentes en todo entorno de manufactura y de servicios, así como sus costes asociados.
- Conocer los distintos modelos de gestión de inventarios.
- Saber determinar el tamaño del lote para cada modelo.

Para alcanzar estos objetivos, se ha organizado esta Unidad en diferentes epígrafes. Se comienza con el concepto de «inventario», explicando los tipos de inventario existentes, así como los modelos de gestión existentes.

Luego se verán los diversos tipos de sistemas de gestión de inventarios, profundizando en el modelo de cantidad fija de pedido, en el modelo de aprovisionamiento y consumo simultáneo, así como en el modelo con descuentos por cantidad y el modelo de periodo fijo. En todos ellos se aprenderá a determinar el tamaño del lote económico, así como el punto de pedido.

1. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE INVENTARIOS

Por **inventario** o ***stock*** se hace referencia al conjunto de bienes o productos, manufacturados o no, con los que cuenta una empresa para comerciar. Con los elementos del inventario, la empresa puede realizar las transacciones de venta o de compra, así como someterlos a procesos de elaboración o de producción, o utilizarlos de apoyo en el proceso productivo. La **gestión de inventarios** incluye todas las actividades necesarias para llevar un control de los inventarios disponibles, su ubicación y valor, así como determinar los momentos que serán más adecuados para su recepción y en qué cantidades, de cara a que los costes asociados sean lo menores posible.

Recordamos sus costes principales:

- **Coste de compra o adquisición.** Es el coste de comprar una unidad del inventario en cuestión, que viene determinado por el precio de venta.
- **Coste de emisión del pedido.** Por el simple hecho de realizar un pedido a un proveedor, e independientemente de la cantidad que se le solicite, se tienen unos costes fijos asociados a su gestión. Cuanto mayor sea el coste de emisión del pedido, menor número de pedidos interesará realizar.
- **Coste de almacenaje.** Al tener los inventarios almacenados en las instalaciones, se ocasionan unos costes dependientes de alquileres, calefacción, aire acondicionado, personal del almacén, seguros, etc.
- **Coste de rotura de *stock* o desabastecimiento.** Acontece cuando no se tienen suficientes productos finales para hacer frente a las necesidades del cliente. Es un coste intangible, ya que lo que hace es ponderar la repercusión de no servir las unidades deseadas por el cliente, lo que puede acarrear, en caso de tener un contrato firmado con el mismo, una penalización, e incluso que el cliente pueda optar por algún otro producto de la competencia.

1.1. MODELOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

Todo sistema de gestión de inventarios busca determinar las siguientes cuestiones:

- El tamaño del lote: cantidad de materias primas o componentes que deben llegar de manera conjunta. Se le denota por Q.
- Establecer cada cuanto tiempo debe hacerse el pedido.
- Conocer el momento exacto en el que debe hacerse el pedido para que llegue cuando interesa al proceso productivo.

Dentro de los sistemas de gestión de inventarios más usados están los siguientes:

- **Modelo de cantidad económica de pedido.** Se determina un tamaño de lote Q^*, que será el que se utilice en todos los pedidos.
- **Modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo.** En este caso, las cantidades no llegan en un momento puntual, sino que van llegando mediante una tasa p de producción. A la vez que van llegando, se van consumiendo con una tasa d de demanda.
- **Modelo de descuentos por cantidad.** En este caso habrá precios de compra distintos en función del número de unidades compradas. A mayor compra, mayor descuento.
- **Modelo de periodo fijo.** Se determina cuánto tiempo T^* va a existir siempre entre dos pedidos.

Todos ellos buscan minimizar los costes totales asociados a los inventarios.

2. MODELO DE CANTIDAD ECONÓMICA DE PEDIDO

2.1. INTRODUCCIÓN Y NOTACIÓN UTILIZADA

Este modelo se basa en una serie de premisas:

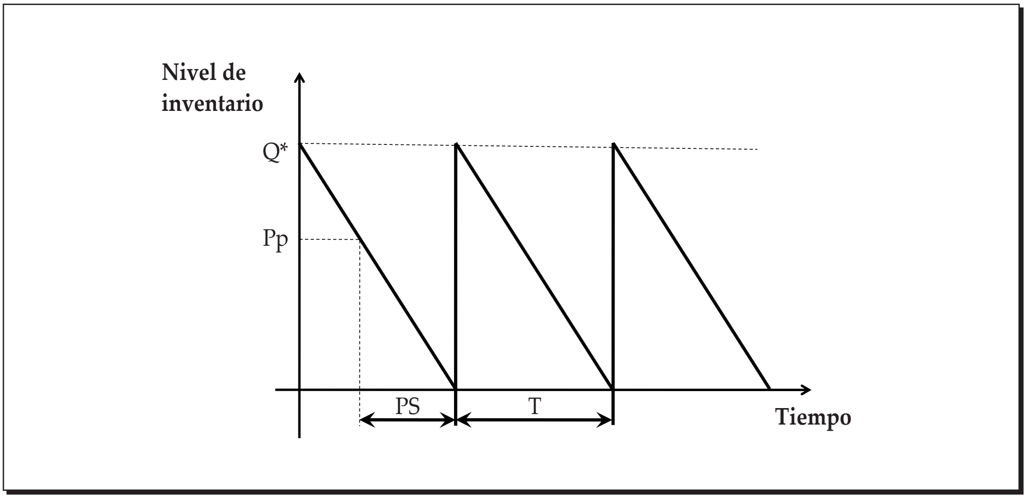
- Se va a determinar la cantidad Q^*, al que se denomina **lote económico**. En todos los pedidos se pedirá esta cantidad Q^*.
- El coste de compra unitario es constante.
- El coste de emisión del pedido es independiente del tamaño del lote Q^*.
- El pedido se solicitará cuando el nivel de inventarios llegue a una cantidad mínima denominada **punto de pedido**.

- Se supone que el lote llega de una vez, justo en el momento en que el nivel de inventarios va a llegar a cero, y se contabiliza inmediatamente en el nivel de inventario. No se permiten las roturas de *stock*.
- Una vez que ha llegado el lote y se tiene inventario suficiente de materias primas para empezar el proceso productivo, se van consumiendo las unidades de materias primas de una forma uniforme a lo largo del tiempo. Se dice que la demanda diaria es constante.
- El coste de almacenaje de las unidades de materia prima será proporcional al tiempo que va a estar almacenado.

La **notación** utilizada es la siguiente:

Cc = Coste de compra unitario.
Da = Demanda anual.
Cal = Coste de almacenaje unitario anual.
Ce = Coste de emisión del pedido.
Pp = Punto de pedido.
PS = Periodo de suministro.
d = Demanda diaria.
T = Tiempo que transcurre entre la llegada de dos pedidos.

Figura 1. **Modelo de cantidad económica de pedido**



Este modelo busca que el conjunto de los costes por emisión del pedido y los costes de almacenaje sea mínimo.

El **tamaño del lote económico** se obtendrá de la siguiente manera:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cal}}$$

El **punto de pedido** se obtendrá multiplicando el periodo de suministro por la demanda diaria, siempre que el tiempo existente entre la llegada de dos pedidos sea mayor que el periodo de suministro.

$$Pp = PS \cdot d$$

Y **los costes totales anuales** asociados para cualquier tamaño de lote *Q* se calcularán:

$$CT = Da \cdot Cc + (Q/2) \cdot Cal + (Da/Q) \cdot Ce$$

Que desglosado:

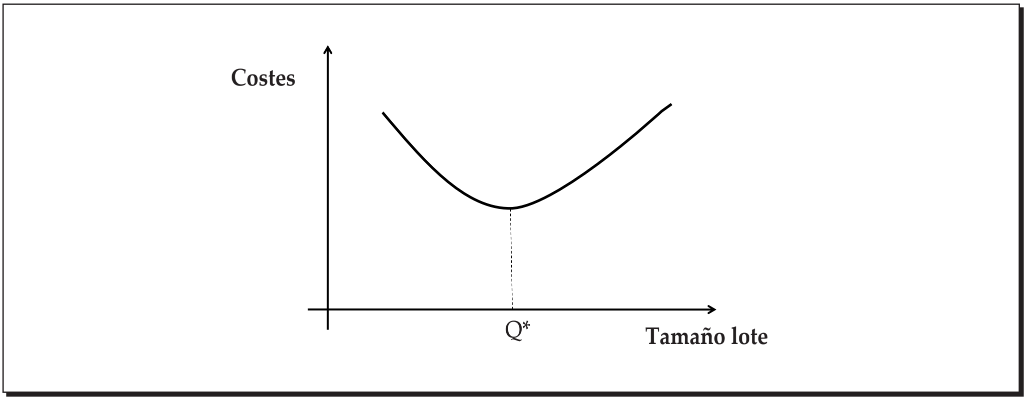
$Da \cdot Cc$ = Corresponde al coste de la compra anual.

$(Q/2) \cdot Cal$ = Corresponde al coste de almacenaje anual.

$(Da/Q) \cdot Ce$ = Son los costes de emisión de pedido en los que se incurre en un año.

Bajo estas premisas, la curva de costes totales tendrá la forma que se indica en la siguiente gráfica. El mínimo de la curva corresponderá al **tamaño del lote económico (*Q**).**

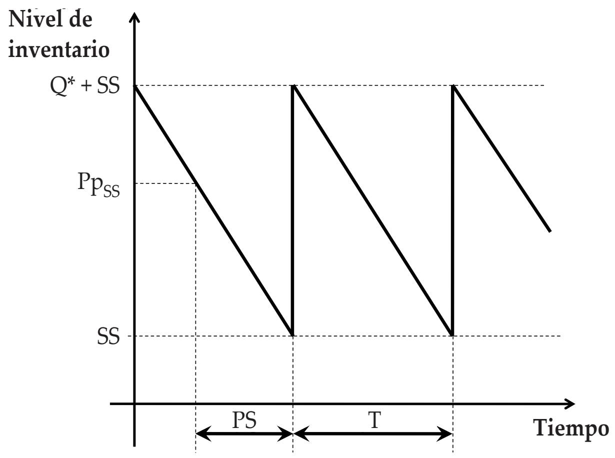
Figura 2. **Curva de costes**



2.2. STOCK DE SEGURIDAD

En la mayoría de las ocasiones se quiere tener un colchón de inventario, llamado ***stock* de seguridad** (SS), y que es el mínimo que debe haber en el nivel de inventario. En este caso la representación del modelo será:

Figura 3. **Modelo de cantidad económica de pedido con *stock* de seguridad**



En este caso, el tamaño del lote económico será el que se obtendría sin *stock* de seguridad:

$$Q_{SS}^* = Q^*$$

El punto de pedido, siempre que el tiempo existente entre la llegada de dos pedidos sea mayor que el periodo de suministro, se obtendrá:

$$Pp_{SS} = Pp + SS = PS \cdot d + SS$$

EJEMPLO 1

Se quiere determinar el tamaño del lote económico y el punto de pedido de la siguiente situación. La demanda anual del proceso productivo se estima en 50.000 unidades, siendo

.../...

Sumario

.../...

el coste de emisión del pedido de 40 euros, el coste de almacenamiento de una unidad de 1 euro al año y el coste asociado a la compra de 2 euros por unidad. Un año se consideran 250 días laborables. Como condición se pone que el tamaño de lote debe ser múltiplo de 10. El periodo de suministro es de 8 días.

Solución

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cal}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50.000 \cdot 40}{1}} = 2.000 \text{ unidades}$$

Como la demanda anual es de 50.000 unidades y el pedido va a ser de 2.000, se van a tener que realizar 50.000/2.000 = 25 pedidos al año.

Como el año tiene 250 días, para saber cada cuanto tiempo habrá un pedido:

$$T = 250 \text{ días}/25 \text{ pedidos} = 10 \text{ días laborables}$$

La demanda diaria será igual a la demanda anual entre el número de días de un año:

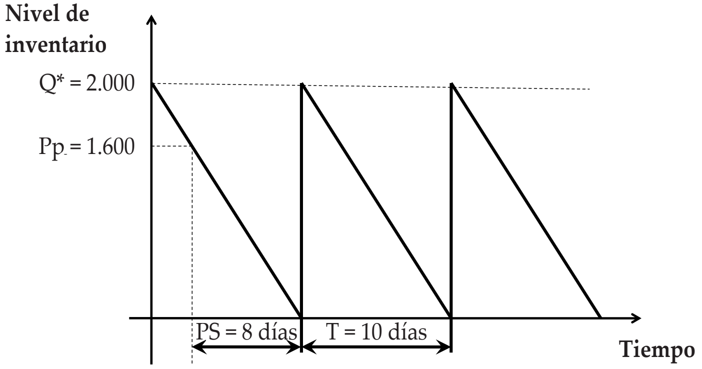
$$d = Da/250 = 50.000/250 = 200 \text{ unidades/día}$$

Como el *PS* es menor que el *T*:

$$Pp = PS \cdot d = 8 \text{ días} \cdot 200 \text{ unidades/día} = 1.600 \text{ unidades}$$

En cuanto se tengan 1.600 unidades como nivel de inventario, se va a solicitar un pedido de 2.000 unidades.

Figura 4. **Modelo de cantidad económica de pedido del ejemplo 1**



.../...

.../...

En esta situación, si hubiera un *stock* de seguridad de 100 unidades, se tendría:

$$Q_{SS}^* = Q^* = 2.000 \text{ unidades}$$

El punto de pedido, siempre que el tiempo existente entre la llegada de dos pedidos sea mayor que el periodo de suministro, se obtendrá:

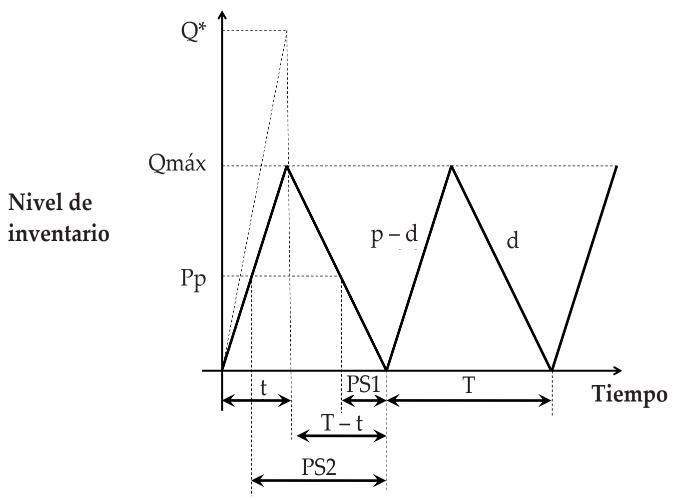
$$Pp_{SS} = Pp + SS = PS \cdot d + SS = 8 \text{ días} \cdot 200 \text{ unidades/día} + 100 \text{ unidades} = 1.700 \text{ unidades}$$

3. MODELO CON APROVISIONAMIENTO Y CONSUMO SIMULTÁNEO

El modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo ocurre cuando llegan las unidades que necesitamos para producir no de una única vez, sino con una tasa *p* (uds./día) de producción. Esas unidades son consumidas con la tasa *d* de demanda diaria. Esto es típico de sistemas productivos que tienen partes que operan a distintas velocidades.

El modelo se representará gráficamente de la siguiente manera:

Figura 5. **Modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo**



El tamaño del lote económico se calculará:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cal} \cdot \frac{p}{(p - d)}}$$

Siendo:

p = Tasa de producción diaria durante el tiempo *t*.
t = Tiempo de producción.

Por tanto:

$$Q^* = p \cdot t$$

Número de pedidos al año = Da/Q*

T = Número de días al año/Número de pedidos al año

Pendiente de la recta de subida = p – d

Pendiente de la recta de bajada = d

El *stock* máximo *Qmáx* se obtendrá usando las pendientes de las rectas:

$$Qmáx = (p - d) \cdot t = d \cdot (T - t)$$

El punto de pedido (Pp) dependerá del periodo de suministro. Según se observa en la gráfica:

- Si este periodo es inferior a $(T - t)$, coincidirá con el PS1. El punto de pedido se calculará multiplicando la pendiente de la recta de bajada por el periodo de suministro:

$$Pp = d \cdot PS1$$

- Si es inferior a T y superior a $(T - t)$, coincidirá con el PS2. El punto de pedido se obtendrá multiplicando la pendiente de la recta de subida por el tiempo que lleva subiendo:

$$Pp = (p - d) \cdot (T - PS)$$

EJEMPLO 2

Una parte de nuestro productivo necesita 10.000 unidades anuales de un componente. Ese componente lo proporciona otra parte de nuestro sistema productivo con una tasa de 100 unidades por día. Se estima su coste en 10 euros por unidad. Su coste de almacenaje anual es de 2 euros por unidad. El coste de preparación del pedido se estima en 60 euros. Un año se considera que tiene 250 días laborables. ¿Cuál será el tamaño del lote económico?

Obtener también el punto de pedido para estas dos situaciones:

1. Si el periodo de suministro es de 10 días.
2. Si el periodo de suministro es de 20 días.

Solución

Según el enunciado:

- *Da* = 10.000 unidades/año.
- *Ce* = 60 euros por pedido.
- *Cal* = 2 euros por unidad y año.
- *Cc* = 10 euros por unidad.
- Tasa de producción *p* = 100 unidades/día.
- Número días/año = 250 días.

La demanda diaria se obtendrá:

$$d = \text{Da/Número de días al año} = 10.000/250 = 40 \text{ unidades/día}$$

El tamaño del lote económico será:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cal} \cdot \frac{p}{(p-d)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10.000 \cdot 60}{2} \cdot \frac{100}{(100-40)}} = 1.000 \text{ unidades}$$

El tiempo que será necesario para producir el componente se obtendrá de la siguiente manera:

$$t = Q^*/p = 1.000/100 = 10 \text{ días}$$

$$\text{Número de pedidos al año} = Da/Q^* = 10.000/1.000 = 10$$

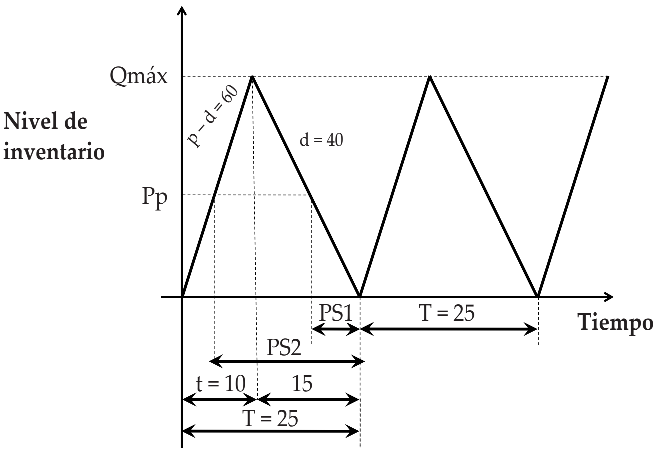
$$\text{Tiempo entre dos pedidos } T = \text{Número de días al año/Número de pedidos al año} =$$
$$= 250/10 = 25 \text{ días}$$

.../...

.../...

La representación gráfica será:

Figura 6. **Modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo del ejemplo 2**



El punto de pedido (*Pp*) dependerá del periodo de suministro. Según se observa en la gráfica, si este periodo es inferior a 15 días, coincidirá con el *PS*1. En caso de que el periodo de suministro vaya desde 15 a 25 días, el punto de pedido será *PS*2. Vamos a calcularlos:

1. Si *PS* = 10 días, corresponde al *PS*1. Habrá que multiplicar la pendiente de la recta de bajada por el periodo de suministro:

$$Pp = d \cdot PS1 = 40 \text{ unidades/día} \cdot 10 \text{ días} = 400 \text{ unidades}$$

2. Si *PS* = 20 días, corresponde al *PS*2. El punto de pedido se obtendrá multiplicando la pendiente de la recta de subida por el tiempo que lleva subiendo:

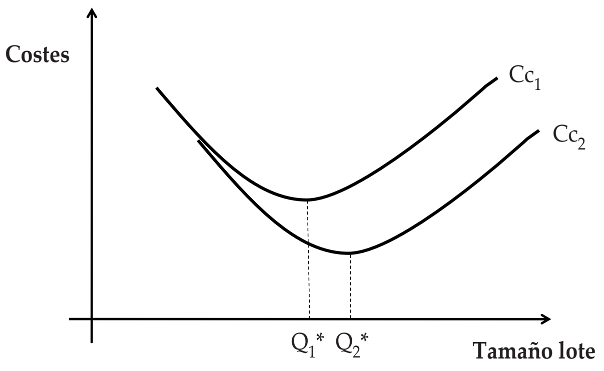
$$Pp = (p - d) \cdot (T - PS) = (100 - 40) \text{ unidades/día} \cdot (25 - 20) \text{ días} = 300 \text{ unidades}$$

4. MODELO DE DESCUENTO POR CANTIDAD

En muchas ocasiones si la compra de un determinado artículo supera una cantidad establecida, el precio de adquisición unitario disminuye. Un ejemplo es el caso de un producto cuyo precio unitario es de 10 euros, pero, si se compran 100 unidades o más, el precio unitario baja a 9 euros.

En estos casos ya no se tendrá una única curva de costes, sino que se tendrán dos. Una curva de costes 1 (Cc_1) para el precio original unitario y una curva de costes 2 (Cc_2) para el precio con descuento por cantidad. Como el coste de compra 2 es menor que el coste de compra 1, la curva 2 estará por debajo de la curva 1.

Figura 7. **Modelo de descuentos por cantidad**

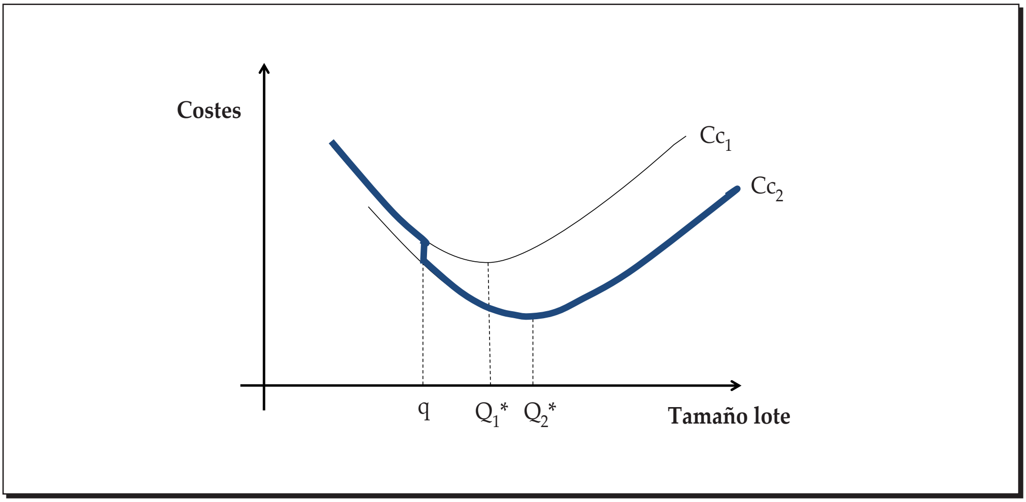


Cada una de estas curvas tendrá su tamaño del lote económico Q_1* y Q_2*. La diferencia para obtenerlos con respecto al modelo de cantidad económica de pedido es que se considerará el coste de posesión proporcional al coste de adquisición mediante un coeficiente K de proporcionalidad que dependerá del tipo de producto.

Para poder determinar cuál va a ser el tamaño del lote económico del problema, habrá que analizarlo en función de la cantidad a partir de la cual hay descuento, que se denominará $\boldsymbol{q}$. A partir de ella, conformaremos una curva de costes totales, que estará formada por la curva 1 hasta esa cantidad $\boldsymbol{q}$ y por la curva 2 a partir de ese punto.

Si $\boldsymbol{q < Q_1^* < Q_2^*}$, el descuento se aplica antes de haber llegado al mínimo Q_1* de la primera curva. La curva de costes totales será:

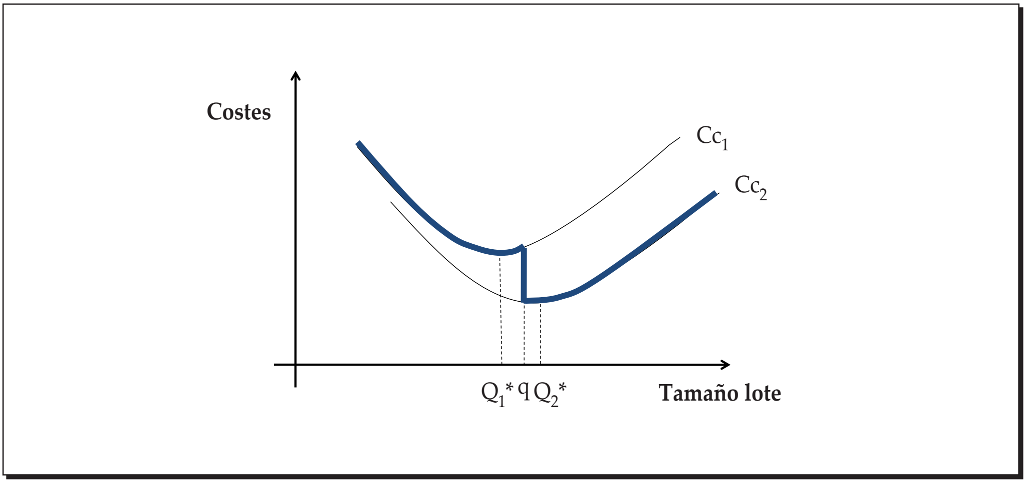
Figura 8. **Modelo de descuentos por cantidad ($q < Q_1^* < Q_2^*$)**



Para obtener el mínimo de la curva de costes totales, que será el tamaño del lote económico del problema, se observará la figura precedente. Siempre que Q_2^* esté en la curva de costes totales, corresponderá al mínimo y será el tamaño del lote económico. Por tanto, en este caso, $Q^* = Q_2^*$.

Si $\boldsymbol{Q_1^* < q < Q_2^*}$, el descuento se aplica a partir de un punto entre Q_1^* y Q_2^*.

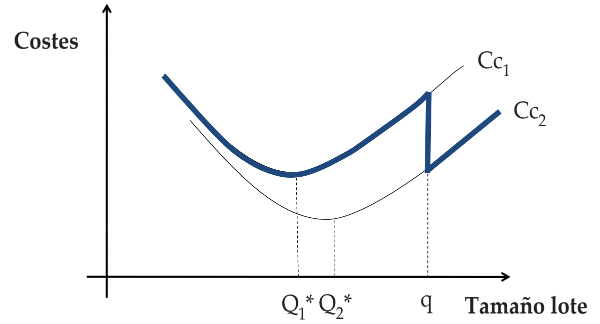
Figura 9. **Modelo de descuentos por cantidad ($Q_1^* < q < Q_2^*$)**



Igual que ocurría en el caso anterior, como Q_2* está en la curva de costes totales, corresponderá al mínimo y será el tamaño del lote económico. Por tanto, en este caso, $Q^* = Q_2^*$.

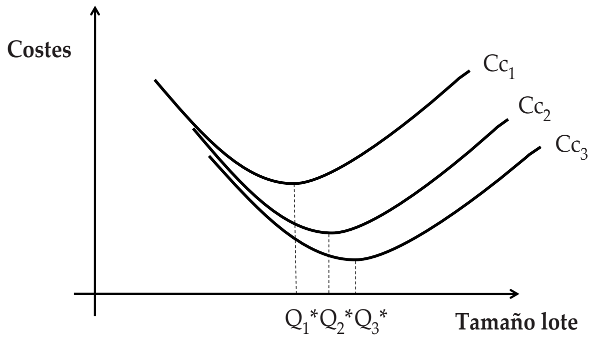
Si $\boldsymbol{Q_1^* < Q_2^* < q}$, el descuento se aplica a partir de un una cantidad superior a Q_2*.

Figura 10. **Modelo de descuentos por cantidad ($Q_1^* < Q_2^* < q$)**



En este caso ya no es tan fácil deducir cuál será el mínimo de la curva de costes totales. Q_2* no puede ser, ya que no pertenece a la curva. Para determinar el mínimo se tendrán dos opciones: Q_1* y la cantidad q. Para decidir cuál de los dos va a ser el tamaño del lote económico, habrá que obtener los costes totales asociados a las dos opciones, y aquella que los tenga menores, será el Q*. En ocasiones no hay solo dos precios, sino que hay varios tramos de precios de compra. Para analizar el problema se tendría una curva por cada precio y se debería determinar el mínimo de la curva de costes totales en función de lo visto anteriormente.

Figura 11. **Modelo de descuentos por cantidad con tres curvas**



En esta situación el tamaño del lote económico para cada coste de compra *i* será:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_i \cdot K}}$$

Siendo *K*: valor entre 0 y 1. Es el tanto por uno de su coste de compra, que representa el coste anual de almacenamiento.

Y los costes totales asociados se calcularán para cualquier tamaño de lote:

$$CT_i = Da \cdot Cc_i + (Q/2) \cdot Cc_i \cdot K + (Da/Q) \cdot Ce$$

EJEMPLO 3

Nuestra empresa necesita un componente para la línea de producción. Anualmente utilizan 5.000 unidades, y se tiene una empresa proveedora que nos las suministra a un precio de 25 euros por unidad si la cantidad comprada es inferior a 450 unidades y de 20 euros por unidad en caso de superar esta cifra. Cada vez que se hace un pedido hay unos costes fijos de 100 euros. Para este componente, el factor *K* que relaciona su coste de almacenamiento con el precio es de 0,2. ¿Qué cantidad interesa pedir a nuestro proveedor?

Solución

Los datos que tenemos son los siguientes:

- Da = 5.000 unidades.
- Cc_1 = 25 euros.
- q = 450 unidades.
- Ce = 100 euros.
- Cc_2 = 20 euros.
- K = 0,2.

Los tamaños de lotes económicos para los dos precios serán:

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_1 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5.000 \cdot 100}{25 \cdot 0{,}2}} = 447{,}21 \approx 447 \text{ unidades}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_2 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5.000 \cdot 100}{20 \cdot 0{,}2}} = 500 \text{ unidades}$$

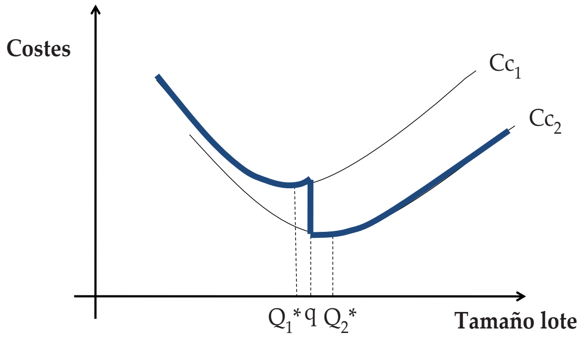
.../...

.../...

Con estos lotes económicos se tendrá la situación gráfica de la figura 12.

Nos encontramos en la situación $Q_1^* < q < Q_2^*$: el descuento se aplica a partir de un punto entre Q_1^* y Q_2^*. En este caso, el óptimo es **Q_2^* = 500 unidades, que será la solución a nuestro problema**.

Figura 12. **Modelo de descuentos por cantidad del ejemplo 3**



$Q_1^* = 447$; $q = 450$; $Q_2^* = 500$

EJEMPLO 4

Nuestra empresa necesita un componente para la línea de producción. Anualmente utiliza 25.000 unidades, y se tiene una empresa proveedora que nos las suministra a un precio de 15 euros por unidad si la cantidad comprada es inferior a 500 unidades, de 14 euros por unidad en caso de superar esta cifra y de 13 euros por unidad si se superan las 850 unidades. Cada vez que se hace un pedido hay unos costes fijos de 40 euros. Para este componente, el factor *K* que relaciona su coste de almacenamiento con el precio es de 0,2. ¿Qué cantidad interesa pedir a nuestro proveedor?

Solución

Los datos que tenemos son los siguientes:

- Da = 25.000 unidades.
- Cc_1 = 15 euros.
- Cc_3 = 13 euros.
- q_2 = 850 unidades.
- Ce = 40 euros.
- Cc_2 = 14 euros.
- q_1 = 500 unidades.
- K = 0,2.

.../...

Sumario

.../...

Los tamaños de lotes económicos para los tres precios serán:

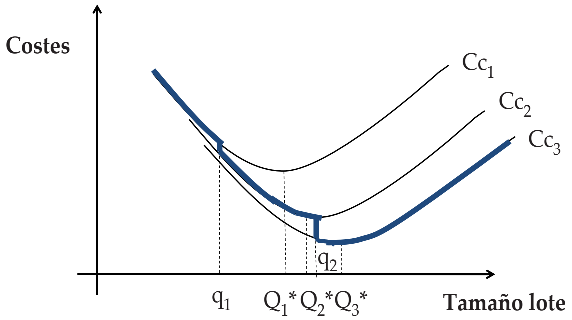
$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_1 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25.000 \cdot 40}{15 \cdot 0{,}2}} = 816{,}49 \approx 816 \text{ unidades}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_2 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25.000 \cdot 40}{14 \cdot 0{,}2}} = 845{,}15 \approx 845 \text{ unidades}$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_3 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25.000 \cdot 40}{13 \cdot 0{,}2}} = 877{,}06 \approx 877 \text{ unidades}$$

Con estos lotes económicos se tendrá la siguiente situación gráfica:

Figura 13. **Modelo de descuentos por cantidad del ejemplo 4**



$q_1 = 500$; $Q_1^* = 816$; $Q_2^* = 845$; $q_2 = 850$; $Q_3^* = 877$

En este caso, como el mínimo de la curva 3 está en la curva de costes totales, gráficamente se ve que el mínimo corresponde a $Q_3^* = 877$ unidades.

EJEMPLO 5

Veamos ahora una variante del caso anterior, siendo ahora las unidades a partir de las cuales hay descuento de q_1 de 750 unidades y q_2 de 1.000 unidades.

.../...

.../...

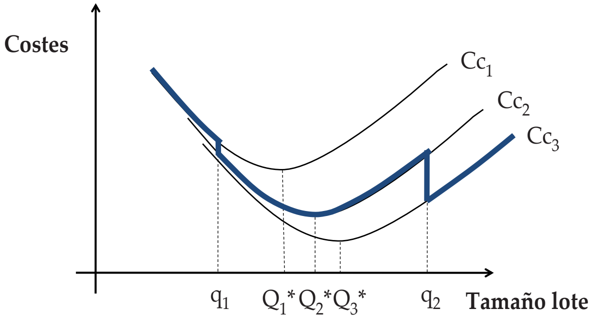
Solución

Los tamaños de lotes económicos para los tres precios seguirán siendo de:

- $Q_1^* \approx 816$ unidades.
- $Q_2^* \approx 845$ unidades.
- $Q_3^* \approx 877$ unidades.

Con estos lotes económicos se tendrá la siguiente situación gráfica:

Figura 14. **Modelo de descuentos por cantidad del ejemplo 5**



$q_1 = 750$; $Q_1^* = 816$; $Q_2^* = 845$; $Q_3^* = 877$; $q_2 = 1.000$

Dentro de la curva de costes totales no está Q_3^*, por lo que no podrá ser la solución. Mirando gráficamente, el mínimo de la curva de costes totales puede ser $Q_2^* = 845$ o $q_2 = 1.000$ unidades. Habrá que obtener los costes totales para cada una de estas dos opciones, y se seleccionará la cantidad que tenga unos menores costes totales.

Para $Q_2^* = 845$, con un coste de compra de 14 euros:

$$CT_2 = Da \cdot Cc_2 + (Q/2) \cdot Cc_2 \cdot K + (Da/Q) \cdot Ce =$$
$$= 25.000 \cdot 14 + (845/2) \cdot 14 \cdot 0{,}2 + (25.000/845) \cdot 40 = 352.366{,}43 \text{ euros}$$

Para q_2= 1.000 unidades, el precio ahora es de 13 euros la unidad:

$$CTq_2 = Da \cdot Ccq_2 + (Q/2) \cdot Ccq_2 \cdot K + (Da/Q) \cdot Ce =$$
$$= 25.000 \cdot 13 + (1.000/2) \cdot 13 \cdot 0{,}2 + (25.000/1.000) \cdot 40 = 327.300 \text{ euros}$$

Por tanto, la mejor opción, que es la que tiene menores costes, es para un tamaño de lote de 1.000 unidades.

5. MODELO DE PERIODO FIJO

Este modelo se basa en una serie de premisas:

- Se va a determinar la cantidad *T**, al que se denomina **periodo económico,** que será el tiempo que transcurrirá entre la solicitud de un pedido y del siguiente.
- El coste de compra unitario es constante.
- El coste de emisión del pedido es independiente del tamaño del lote *Q*.
- Se supone que el lote llega de una vez, justo en el momento en que el nivel de inventarios va a llegar a cero, y se contabiliza inmediatamente en el nivel de inventario. No se permiten las roturas de *stock*.
- Una vez que ha llegado el lote y se tiene inventario suficiente de materias primas para empezar el proceso productivo, se van consumiendo las unidades de materias primas de una forma uniforme a lo largo del tiempo. Se dice que la demanda diaria es constante.
- El coste de almacenaje de las unidades de materia prima será proporcional al tiempo que va a estar almacenado.

La notación utilizada será:

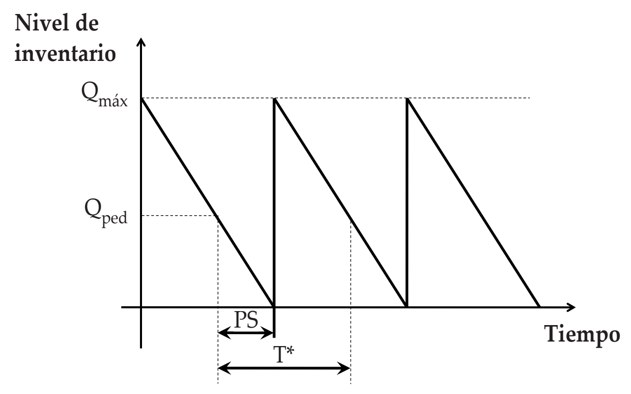
Da = Demanda anual.
Cal = Coste de almacenaje unitario anual.
Ce = Coste de emisión del pedido.
PS = Periodo de suministro.
*T** = Tiempo que transcurre entre la solicitud de dos pedidos.

Para obtener *T**:

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \cdot \mathrm{Ce}}{\mathrm{Cal} \cdot \mathrm{Da}}}$$

Que sería el periodo de tiempo que tiene que transcurrir entre la solicitud de dos pedidos.

Figura 15. **Modelo de periodo fijo**



CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

- Coste de almacenaje *Cal*.
- Coste de compra o adquisición *Cc*.
- Coste de emisión del pedido *Ce*.
- Coste de rotura de *stock* o desabastecimiento.
- Demanda anual *Da*.
- Demanda diaria *d*.
- Modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo.
- Modelo de cantidad económica de pedido.
- Modelo de descuentos por cantidad.
- Modelo de periodo fijo.
- Periodo de suministro *PS*.
- Punto de pedido *Pp*.
- Tamaño del lote económico *Q**.
- Tamaño del lote *Q*.
- Tasa de producción *p*.

ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente Unidad didáctica, se propone la realización de las siguientes actividades de autocomprobación por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

Enunciado 1

Una parte de nuestro productivo necesita 7.500 unidades anuales de un componente. Ese componente lo proporciona otra parte de nuestro sistema productivo con una tasa de 50 unidades por día. Se estima su coste en 50 euros por unidad. Su coste de almacenaje anual es de 5 euros por unidad. El coste de preparación del pedido se estima en 100 euros. Un año se considera que tiene 250 días laborables. ¿Cuál será el tamaño del lote económico? Se quiere que sea múltiplo de 100.

Obtener también el punto de pedido para estas dos situaciones:

1. Si el periodo de suministro es de 8 días.
2. Si el periodo de suministro es de 22 días.

Enunciado 2

Nuestra empresa necesita un componente para la línea de producción. Anualmente utiliza 10.000 unidades, y se tiene una empresa proveedora que nos lo suministra a un precio de 10 euros por unidad si la cantidad comprada es inferior a 1.250 unidades y de 9 euros por unidad en caso de superar esta cifra. Cada vez que se hace un pedido hay unos costes fijos de 100 euros.

Para este componente, el factor K que relaciona su coste de almacenamiento con el precio es de 0,2. ¿Qué cantidad interesa pedir a nuestro proveedor?

Solución 1

Según el enunciado:

- *Da* = 7.500 unidades/año.
- *Ce* = 100 euros por pedido.
- *Cal* = 5 euros por unidad y año.
- Tasa de producción *p* = 50 unidades/día.

La demanda diaria se obtendrá:

$$\text{d} = \text{Da/Número de días al año} = 7.500/250 = 30 \text{ unidades/día}$$

$$\text{Cc} = 50 \text{ euros}$$

$$\text{Número de días/año} = 250 \text{ días}$$

El tamaño del lote económico será:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cal} \cdot \frac{p}{(p - d)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7.500 \cdot 100}{5} \cdot \frac{50}{(50 - 30)}} = 866{,}03$$

Para que sea múltiplo de 100, se va a tomar un tamaño de lote *Q* = 900 unidades.

El tiempo que será necesario para producir el componente se obtendrá del siguiente modo:

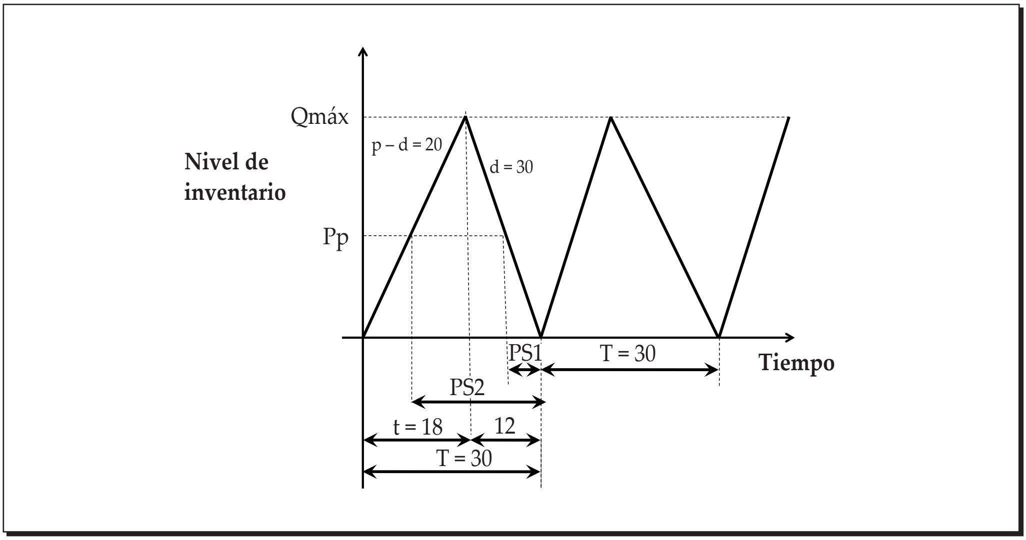
$$t = Q/p =$$
$$= 900/50 = 18 \text{ días}$$

$$\text{Número de pedidos al año} = Da/Q^* =$$
$$= 7.500/900 = 8{,}33$$

$$\text{Tiempo entre dos pedidos T} = \text{Número de días al año/Número de pedidos al año} =$$
$$= 250/8{,}33 = 30 \text{ días}$$

La representación gráfica será:

Figura 16. **Modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo del enunciado 1**



El punto de pedido (*Pp*) dependerá del periodo de suministro. Según se observa en la gráfica, si este periodo es inferior a 12 días, coincidirá con el *PS*1. En caso de que el periodo de suministro vaya desde 12 a 30 días, el punto de pedido será *PS*2. Vamos a calcularlos:

1. Si *PS* = 8 días, corresponde al PS1. Habrá que multiplicar la pendiente de la recta de bajada por el periodo de suministro:

$$\text{Pp} = \text{d} \cdot \text{PS1} = 30 \text{ unidades/día} \cdot 8 \text{ días} = 240 \text{ unidades}$$

2. Si *PS* = 22 días, corresponde al PS2. El punto de pedido se obtendrá multiplicando la pendiente de la recta de subida por el tiempo que lleva subiendo:

$$\text{Pp} = (\text{p} - \text{d}) \cdot (\text{T} - \text{PS}) =$$

$$= (50 - 30) \text{ unidades/día} \cdot (30 - 22) \text{ días} = 160 \text{ unidades}$$

Solución 2

Los datos que tenemos son los siguientes:

Sumario

- Da = 10.000 unidades.
- Ce = 100 euros.
- Cc_1 = 10 euros.
- Cc_2 = 9 euros.
- q = 1.250 unidades.
- K = 0,2.

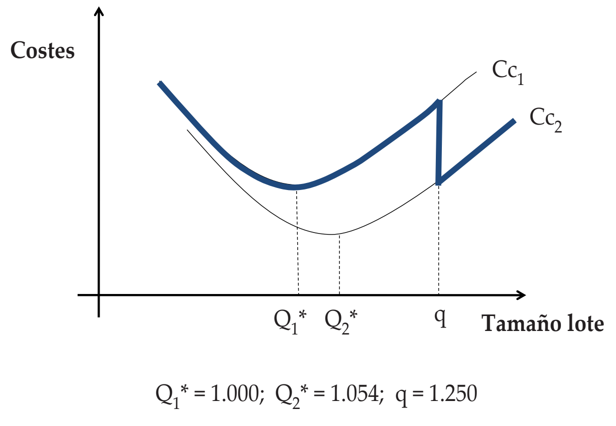
Los tamaños de lotes económicos para los dos precios serán:

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_1 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10.000 \cdot 100}{10 \cdot 0,2}} = 1.000 \text{ unidades}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Da \cdot Ce}{Cc_2 \cdot K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10.000 \cdot 100}{9 \cdot 0,2}} = 1.054,09 \approx 1.054 \text{ unidades}$$

Con estos lotes económicos se tendrá la siguiente situación gráfica:

Figura 17. **Modelo de descuentos por cantidad del enunciado 2**



Esta situación es $\boldsymbol{Q_1^* < Q_2^* < q}$: el descuento se aplica a partir de una cantidad superior a Q_2*. En este caso ya no es tan fácil deducir cuál será el mínimo de la curva de costes totales. Q_2* no puede ser, ya que no pertenece a la curva. Para determinar el mínimo se tendrán dos opciones: Q_1* y la cantidad q. Para decidir cuál de los dos va a ser el tamaño del lote económico, habrá que obtener los costes totales asociados a las dos opciones, y aquella que los tenga menores será el Q*.

Para $\boldsymbol{Q_1}$* = 1.000 unidades:

$$CT_1 = Da \cdot Cc_1 + (Q/2) \cdot Cc_1 \cdot K + (Da/Q) \cdot Ce =$$
$$= 10.000 \cdot 10 + (1.000/2) \cdot 10 \cdot 0{,}2 + (10.000/1.000) \cdot 100 = 102.000 \text{ euros}$$

Para q = 1.250 unidades, el precio ahora es de 9 euros la unidad:

$$CT_q = Da \cdot Cc_q + (Q/2) \cdot Cc_q \cdot K + (Da/Q) \cdot Ce =$$
$$= 10.000 \cdot 9 + (1.250/2) \cdot 9 \cdot 0{,}2 + (10.000/1.250) \cdot 100 = 91.925 \text{ euros}$$

Por tanto, la mejor opción, que es la que tiene menores costes, es para un tamaño de lote de 1.250 unidades.

EJERCICIOS VOLUNTARIOS

Tras el estudio de esta Unidad didáctica, el estudiante puede hacer, por su cuenta, una serie de ejercicios voluntarios, como los siguientes:

1. En el modelo con aprovisionamiento y consumo simultáneo, ¿cómo se obtiene el punto de pedido?
2. ¿Cómo afecta el *stock* de seguridad en el modelo de cantidad económica de pedido?
3. ¿En qué consiste el modelo de periodo fijo?
4. En el modelo de descuentos por cantidad, ¿cómo se obtiene la curva de costes totales?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica

CHAPMAN, S.N.: *Planificación y control de la producción*, México, Pearson Education, 2006.

DAVIS, M.; AQUILANO, N. y CHASE, R.: *Administración de producción y operaciones*, Manufactura y Servicios, Santa Fe de Bogotá, McGraw-Hill, 2000.

DOMÍNGUEZ MACHUCA, J. A. et ál: *Dirección de operaciones: aspectos tácticos y operativos en la producción y los servicios*, Madrid, McGraw-Hill, 1995.

PEÑA ESTEBAN, F. D. de la: *Organización de la producción*, Madrid, CEF, 2014.

PEÑA ESTEBAN, F. D. de la et ál: *Organización industrial: problemas resueltos*, Madrid, Vision Net, 2005.

Avanzada

GAITHER, N. y FRAZIER, G.: *Administración de producción y operaciones*, México, Thomson Editores, 2000.

HEIZER, J. y RENDER, B.: *Dirección de la producción*. Vol. 2, *Decisiones operativas*, 8.ª ed., Madrid, Prentice-Hall, 2007.

HILLIER, F. S. y LIEBERMAN, G. J.: *Introducción a la investigación de operaciones*, McGraw-Hill, 2010.

TAHA, H. A.: *Investigación de operaciones*, México, Editorial Pearson, 2004.