EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 7, 8, 9 y 10

ASIGNATURA:	Estadística y Probabilidad / Estadística / Fundamentos de Estadística
Profesor responsable de la Asignatura:	Vanessa Fernández Chamorro
Tipo de actividad:	Actividad de Evaluación Continua de las Unidades 7, 8, 9 y 10

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas de Estadística necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.

La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

1. Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
2. Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
3. Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. No basta con dar simplemente la solución.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

PROBLEMA 1

El tiempo, en minutos, que esperan los clientes de un determinado banco hasta que son atendidos sigue una distribución normal con desviación típica poblacional 3 minutos.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de tiempo de espera de 10 clientes y se obtiene los siguientes datos: 1,5; 2; 2,5; 3; 1; 5; 5,5; 4,5; 3; 3. Calcular un intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio de espera.
b) Hallar el tamaño muestral mínimo necesario para cometer un error al 0,01 con un nivel de confianza del 99%.

PROBLEMA 2

La cotización del dólar frente al euro sigue una distribución normal de media y varianza desconocidas. Elegidos 9 días al azar, la cotización fue la siguiente: 1,45; 1,05; 0,95; 1,25; 1,15; 0,99; 1,20; 1,35; 1,30. Hallar un intervalo de confianza para la media poblacional al 90%.

Pista: Como los datos poblacionales son desconocidos, calcular con la muestra la desviación típica muestral s y la media muestral.

PROBLEMA 3

El dueño de un restaurante desea conocer si el porcentaje de clientes satisfechos con la relación calidad/precio de su comida es de un 70%.
Para ello encuestó a 100 clientes y obtuvo un porcentaje de satisfacción del 60%.
¿Se puede aceptar la hipótesis de que los clientes están satisfechos al 95%?

PROBLEMA 4

El consumo de energía per cápita en miles de Kwh y la renta per cápita en miles de euros de seis países de la UE son los siguientes:

	Alemania	Bélgica	Dinamarca	España	Francia	Italia
Consumo(y)	5,7	5,0	5,1	2,7	4,6	3,1
Renta (x)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

- Calcular la recta de regresión del consumo de energía (y) sobre la renta (x).
- Indica el coeficiente de correlación e interprétalo.
- ¿Qué consumo podrá tener Grecia sabiendo que la renta es de 4,4 miles de euros?

PROBLEMA 5

Se ha realizado un estudio sobre los niveles de radiación de un determinado modelo de pantalla, midiéndose la radiación en 10 pantallas y con una desviación típica muestral s= 20,05.

- Calcular un intervalo de confianza al 95% para la varianza.
- ¿Puede rechazarse, a nivel $\alpha = 0,05$, la hipótesis de que la varianza poblacional es mayor o igual que 1000?.

PROBLEMA 6

La emisión de óxido de nitrógeno de los vehículos de cierta marca sigue una distribución normal de media $\mu = 1,2$ y desviación típica $\sigma = 0,4$. Se escoge al azar una muestra de 25 vehículos.

- ¿Cuál es la distribución de la media?
- Hallar la probabilidad de que la media sea mayor de 1.

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de Calificación

1. La presentación, portada con el nombre completo del alumno/a e índice.
2. El correcto planteamiento de los ejercicios.
3. La correcta solución de los ejercicios.
4. La solución esté bien argumentada.
5. Realización de forma individual.

Entrega y calificación

La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega.
Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega con el nombre y apellido del alumno y el nombre de la AEC.

El formato más óptimo es .PDF

La calificación obtenida se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.

Soluciones de la AEC3

Problema 1

Datos : $\sigma = 3$ minutos $\bar{x} = \frac{1'5 + 2 + 2'5 + 3 + 1 + 5 + 5'5 + 4'5 + 3 + 3}{10}$

$n = 10$

$\bar{x} = ?$ $\bar{x} = \frac{31}{10} = 3'1$

95%

Llamamos X = tiempo de espera.

$\bar{X}$ = tiempo medio de espera.

Recordemos $X \rightsquigarrow N(\mu, \sigma)$ T^a Central del Límite

$\bar{X} \rightsquigarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Se pide un IC al 95% con varianza conocida para la media.

$$IC = \left(\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

¿Qué significa el 95%?

$$1 - \alpha = 0'95$$

$$\alpha = 0'05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0'025$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975$$

miramos en la tabla N(0,1) (dentro)

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96.$

Tenemos todos los datos

a) $IC = \left(3'1 \pm 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

$IC = (1'24 \, ; \, 4'96)$

b) $E = 0'01$ $\quad \sigma = 3$

99%

$n = ?$

$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Hacemos el mismo proceso anterior para calcular el $z_{\alpha/2}$ al 99%.

$1 - \alpha = 0'99$

$\alpha = 0'01$

$\frac{\alpha}{2} = 0'005$

$1 - 0'005 = 0'995 \longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$

$0'01 = 2'575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}}$

$\sqrt{n} = \frac{2'575 \cdot 3}{0'01}$

$n = (772'5)^2 \longrightarrow$ aproximado al Nº entero más mayor y próximo

$\longrightarrow \boxed{773^2}$

Problema 2

Datos : $n = 9$

	X_i	X_i^2	
	1'45	2'10	
	1'05	1'10	
	0'95	0'90	
	1'25	1'56	
	1'15	1'32	
	0'99	0'98	
	1'20	1'44	
	1'35	1'82	
	1'30	1'69	
$\sum_1^9$	10'69	12'9251	

$$\overline{X} = \frac{\sum_1^9 x_i}{n} = \frac{10'69}{9} = 1'19$$

media muestral

Varianza muestral $= E(x^2) - E(x)^2$

$$= \frac{12'9251}{9} - 1'19^2 =$$

$$= 1'43 - 1'42 =$$

$$= 0'020$$

Como tenemos desconocidos varianza poblacional y media poblacional y nos piden un IC para la media, vamos a utilizar el siguiente estadístico $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \longrightarrow t_{n-1}$

S^2 = cuasivarianza muestral

S = cuasidesviación típica muestral.

$$IC = \left(\overline{X} \pm t_{n-1;\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

S^2 se puede calcular de dos maneras:

a) $S^2 = \dfrac{\sum_1^9 x_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1}$

b) s^2 = varianza muestral $\Longrightarrow S^2 = \dfrac{n s^2}{n-1}$

"s" minúscula.

"ese" "

a) $s^2 = \dfrac{12'931 - 9 \cdot 1'19^2}{8} = \underline{\underline{0'022525}}$

$s = \sqrt{0'0225} = \underline{\underline{0'15}}$

b) $s^2 = \dfrac{9 \cdot 0'020}{8} = 0'0225$

$s = \sqrt{0'0225} = \underline{\underline{0'15}}$

$$IC = \left(\bar{x} \pm t_{n-1; \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left.\begin{array}{ll} 1-\alpha = 0'90 & n = 9 \\ \alpha = 0'10 & n-1 = 8 \\ \frac{\alpha}{2} = 0'05 & \end{array}\right\} \quad t_{8; 0'05} = 1'860$$

$$IC = \left(1'19 \pm 1'860 \cdot \frac{0'15}{\sqrt{9}} \right)$$

$$IC = (1'097 ; 1'283)$$

Problema 3

Datos : $\quad n = 100 \qquad 60\% \qquad 95\% = 1-\alpha.$

$\qquad p_0 = 70\% \qquad \hat{p}$

Se formula la hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1.

$$H_0 : p_0 = 0'7$$
$$H_1 : p_0 \neq 0'7.$$

El estadístico que podemos emplear es:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \rightsquigarrow N(0, 1).$$

$$1-\alpha = 0'95$$
$$\alpha = 0'05$$
$$\frac{\alpha}{2} = 0'025$$

$$1 - 0'025 = 0'975 \rightsquigarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96.$$

la región de aceptación es $(-1'96 ; 1'96)$

$\hat{p} = 0'60$

$$z = \frac{0'60 - 0'70}{\sqrt{\frac{0'70 \cdot 0'30}{100}}} = \frac{-0'10}{0'046} = -2'1822$$

$-2'1822 \notin (-1'96 \,;\, 1'96)$ no se puede aceptar la hipótesis nula al 95%.

Problema 4

Datos:

	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
	11'1	5'7	123'21	32'49	63'27
	8'5	5'0	72'25	25	42'5
	11'3	5'1	127'69	26'01	57'63
	4'5	2'7	20'25	7'29	12'15
	9'9	4'6	98'01	21'16	45'54
	6'5	3'1	42'25	9'61	20'15
Σ	51'8	26'2	483'66	121'56	241'24

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = 2'44$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2}{n} - \bar{y}} = 1'08.$$

$$\bar{y} = \frac{26'2}{6} = 4'37$$

$$\bar{x} = \frac{51'8}{6} = 8'64$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\Sigma x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}$$

$$= \frac{241'24}{6} - (4'37)\cdot(8'64).$$

$$= 40'21 - 37'76$$

$$= 2'45$$

$$r = \frac{2'45}{2'44 \cdot 1'08} = 0'93$$ correlación alta.

$$y = \bar{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x})$$

$$y = 4'37 + \frac{2'45}{5'9604}(x - 8'64)$$

$$y = 4'37 + 0'411(x - 8'64)$$

$$y = 4'37 + 0'411x - 3'55104$$

$$\boxed{y = 0'411x + 0'81896.}$$

Caso de Grecia:

$$y = 0'411 \cdot 4'4 + 0'81896$$

$$y = 2'63$$

Problema 5

Datos: $n = 10$

$s^2 = 402$

$1 - \alpha = 95\%$

a) $IC = \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}} , \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} \right)$

$\alpha = 0'05$

$\frac{\alpha}{2} = 0'025$

$IC = \left(\frac{9 \cdot 402}{\chi^2_{9, 0'025}} ; \frac{9 \cdot 402}{\chi^2_{9, 0'975}} \right)$

$IC = \left(\frac{3618}{19'023} ; \frac{3618}{2'700} \right)$

$IC = (190'191 ; 1340)$

b) Para realizar el contraste $H_0 : \sigma_0^2 \geq 1000$
$H_1 : \sigma_0^2 < 1000$

$\alpha = 0'05$

el estadístico que utilizamos es: $d = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_9$

$d = \frac{9 \cdot 402}{1000} = 3'618$

$3'618 \in \left(\chi^2_{9, 0'975} ; \chi^2_{9, 0'025} \right)$ Aceptamos H_0

$\overset{\shortparallel}{(2'700 ; 19'023)}$

Problema 6

Datos: $N(\mu, \sigma) = N(1'2 ; 0'4)$

$n = 25$

a) T= central del límite $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma)$

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$\Rightarrow \bar{X} \sim N(1'2 ; \frac{0'4}{\sqrt{25}})$

b) $P(\bar{X} > 1) = P\left(Z > \frac{1 - 1'2}{\frac{0'4}{\sqrt{25}}}\right)$

$= P(Z > -2'5) = P(Z < 2'5) = 0'9938.$