CAPÍTULO 1

Principios básicos de sistemas trifásicos

Objetivos del capítulo

El principal objetivo de este capítulo es aprender la metodología de análisis de los sistemas trifásicos equilibrados como base para el estudio de las máquinas e instalaciones eléctricas que se verán en capítulos posteriores. Para lograrlo, se repasan los principales conceptos adquiridos sobre los circuitos eléctricos en corriente alterna y los componentes de la potencia compleja. Se introduce la definición de sistema trifásico, sus características y sus tipos de conexión, así como la metodología de análisis de estas instalaciones eléctricas.

Los objetivos específicos de aprendizaje son:

- Repasar los fundamentos de la generación de energía eléctrica en corriente alterna y su representación matemática.
- Conocer los tipos de sistemas trifásicos clasificados de acuerdo con las características de los generadores eléctricos que los forman y las cargas a las que alimentan.
- Estudiar las diferentes conexiones de los sistemas trifásicos y la relación entre las magnitudes (intensidad y tensión) que las caracterizan.
- Analizar los sistemas trifásicos equilibrados mediante la transformación al circuito monofásico equivalente.
- Calcular la potencia activa, reactiva y aparente generada y consumida por los circuitos trifásicos.

1. Introducción

A lo largo del grado, el análisis de los circuitos eléctricos se ha realizado siguiendo el desarrollo de la técnica, es decir, empezando por el análisis de los circuitos en corriente continua, para seguir con los circuitos en corriente alterna, y finalizar, en este capítulo, con el estudio de los sistemas trifásicos.

La implantación de los sistemas trifásicos surge prácticamente en paralelo al desarrollo de la corriente alterna, a partir del perfeccionamiento de los generadores polifásicos, inventados por Nikola Tesla en 1888 e industrializados por la compañía Westinghouse. Unos años antes, en 1882, el ingeniero eléctrico John Hopkinson había patentado el sistema de distribución de energía eléctrica a tres hilos. Desde finales del siglo XIX, la tecnología trifásica se ha desarrollado rápidamente debido a sus ventajas respecto a otras formas de generación y distribución, siendo en la actualidad la tecnología más empleada en la generación, transporte y distribución de energía eléctrica en el mundo.

Las principales ventajas de los sistemas trifásicos respecto a los sistemas monofásicos son las siguientes:

- Las instalaciones trifásicas requieren menor inversión en distribución que las instalaciones monofásicas porque, para transmitir la misma energía a una determinada tensión, necesitan menores secciones de línea.
- Los motores trifásicos son, generalmente, más pequeños para la misma potencia, pueden arrancar automáticamente y presentan una mayor eficiencia. Además, proporcionan una salida más estable, ya que la potencia instantánea en los sistemas trifásicos es constante e independiente del tiempo, mientras que en los sistemas monofásicos depende de la pulsación.
- Una carga monofásica puede ser alimentada adecuadamente por un sistema trifásico, sin embargo, esto no es posible a la inversa. Por estos motivos, la distribución de energía eléctrica a los centros de consumo se realiza mediante corriente eléctrica trifásica, suministrando energía, tanto a las cargas trifásicas como a las monofásicas mediante la derivación de una fase.

El estudio de los sistemas trifásicos es, por tanto, imprescindible para el correcto conocimiento de las máquinas eléctricas y su funcionamiento, así como para el análisis de las instalaciones eléctricas, su dimensionado y su protección, como se va a analizar a lo largo de este manual.

2. Generación de la tensión trifásica

Como sabemos, cuando una espira o conjunto de espiras giran en el interior de un campo magnético uniforme $\overline{B}$ con una velocidad angular constante ω, se genera una tensión eléctrica inducida sin necesidad de ninguna fuente de tensión. A esta tensión generada se le denomina *fuerza electromotriz inducida* (f.e.m) y, según la Ley de Faraday, es directamente proporcional a la variación del flujo magnético con el tiempo. Para una bobina de *N* espiras, la fuerza electromotriz inducida tiene el siguiente valor:

$$\varepsilon = -N\frac{d\O_m}{dt} \tag{1.1}$$

Donde $\O_m$ es el flujo magnético a través de cada espira, expresado en webers (Wb), obteniendo el valor de ε en voltios (V).

También sabemos que el flujo magnético se puede expresar en función de la intensidad de campo magnético *B*, de la superficie de la espira *A* y del ángulo que forman θ, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\O_m = BA\cos\theta \tag{1.2}$$

Donde *B* se mide en teslas (T), *A* en m^2 y θ en radianes.

Si la espira gira a una velocidad constante ω, la posición de la espira en un instante de tiempo *t* será ωt, por tanto:

$$\O_m = BA\cos\theta = BA\cos(\omega t) \tag{1.3}$$

Con ω en radianes por segundo (rad/s).

Sustituyendo en la ecuación 1.1, obtenemos:

$$\varepsilon = -N\frac{d\O_m}{dt} = N\,\omega\,BA\cdot \mathrm{sen}(\omega t) = E_0\,\mathrm{sen}\,\omega t \tag{1.4}$$

Siendo $E_0 = N\,\omega\,BA$.

Si en lugar de una bobina girando en un campo magnético uniforme tenemos tres bobinas desfasadas cada una de ellas 120 º (o lo que es lo mismo, 2π/3), girando a la misma velocidad constante ω, la fuerza electromotriz inducida en cada una de ellas tendrá la misma amplitud, pero diferente fase:

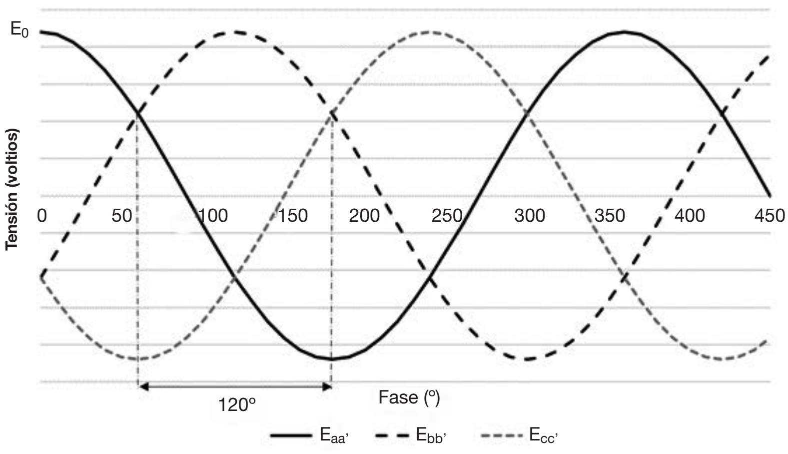
$$E_{aa'}(t) = E_0\,\mathrm{sen}\,\omega t \tag{1.5}$$

$$E_{bb'}(t) = E_0\,\mathrm{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{1.6}$$

$$E_{cc'}(t) = E_0\,\mathrm{sen}\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{1.7}$$

Es decir, con esta configuración se pueden generar tres tensiones con la misma forma de onda desplazadas en el tiempo (o desfasadas), como se muestra en la figura 1. Cada bobina o devanado en el que se produce una tensión senoidal se denomina *fase*, constituyendo un generador trifásico.

Figura 1. **Representación de las tensiones trifásicas**



En resumen, un *generador trifásico* está formado por tres fuentes de alimentación de corriente alterna (figura 2) que, generalmente, tienen la misma amplitud y frecuencia, pero distinta fase.

2.1. Representación fasorial y secuencia de fases

Una señal en corriente alterna se puede escribir matemáticamente, tanto en forma senoidal (ecuaciones 1.5, 1.6 y 1.7) como en forma fasorial (ecuaciones 1.8, 1.9 y 1.10). Un *fasor* es un vector que sirve para representar una forma de onda mediante su amplitud y su fase (figura 3).

Figura 2. **Representación de un sistema de generación trifásico**

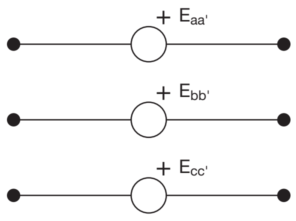
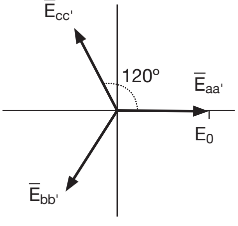


Figura 3. **Representación fasorial de las tensiones en un sistema de generación trifásico**



$$\overline{E}_{aa'} = E_0 \angle 0^o \tag{1.8}$$

$$\overline{E}_{bb'} = E_0 \angle 120^o \tag{1.9}$$

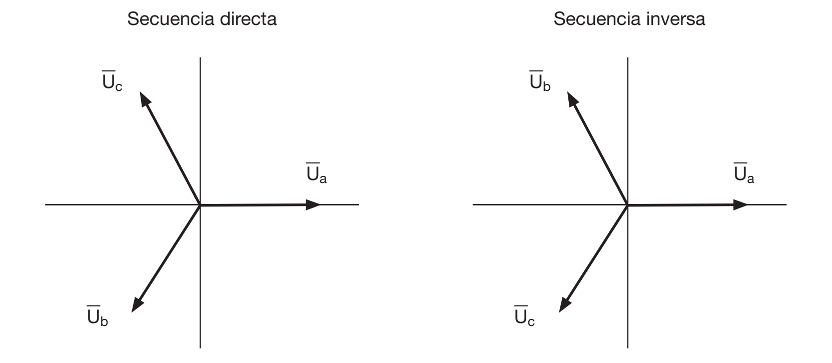
$$\overline{E}_{cc'} = E_0 \angle -120^o \tag{1.10}$$

Comprobamos que se cumple que $\overline{E}_{aa'} + \overline{E}_{bb'} + \overline{E}_{cc'} = 0$.

En lo sucesivo, para simplificar, los subíndices que se van a aplicar en cada una de las fases serán *a*, *b*, y *c*, denotando el valor de la tensión mediante la letra *U* (por ejemplo, $E_{aa'} = U_a$, siendo $\overline{U}_a = U_a \angle 0^o$).

Es importante conocer que el orden en el que se suceden los valores máximos de las tensiones de cada una de las fases en el generador trifásico es lo que se denomina *secuencia de fases*. Esta puede ser de *secuencia directa* U_a-U_b-U_c (sentido agujas del reloj) *o inversa* U_a-U_c-U_b (sentido contrario a las agujas del reloj), como se indica en la figura 4. La secuencia directa también se puede denominar secuencia de fases positiva y la secuencia inversa, secuencia de fases negativa.

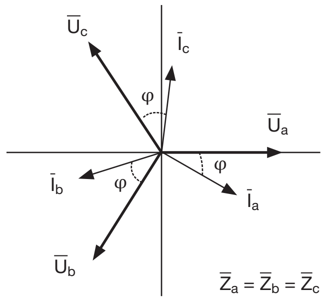
Figura 4. **Secuencia de fases en un generador trifásico**



2.2. Sistemas trifásicos equilibrados y desequilibrados

Cuando las tensiones de un sistema trifásico tienen el mismo módulo y están desfasadas 120º, como en los casos analizados anteriormente, se dice que el sistema trifásico es *equilibrado* en tensiones, mientras que si se incumple una o las dos condiciones anteriores, el sistema trifásico es *desequilibrado*. Si las cargas eléctricas que se conectan a cada una de las fases del generador trifásico equilibrado, representadas por impedancias, son iguales y las líneas eléctricas que conectan cada uno de los generadores con las cargas también, el sistema trifásico es un sistema equilibrado, tanto en tensiones como en intensidades, ya que las intensidades circulantes, al calcularse como el cociente entre la tensión y la impedancia en cada una de las fases, son iguales y están desfasadas 120º. Sin embargo, si las cargas conectadas a cada fase o las características de las líneas de conexión son distintas, las intensidades circulantes por las fases tienen distinto valor y el sistema es desequilibrado en intensidades. En este manual únicamente vamos a trabajar con sistemas trifásicos equilibrados, tanto en tensiones como en intensidades, considerando que las cargas se reparten por igual en las tres fases y que las características de las líneas de conexión son las mismas (figura 5).

Figura 5. **Diagrama fasorial de un sistema trifásico equilibrado en tensiones e intensidades**



3. Conexión de los sistemas trifásicos: estrella y triángulo

La conexión entre los generadores que forman el sistema trifásico o entre las cargas que alimenta, representadas por impedancias, se suele realizar mediante una de las dos configuraciones básicas: configuración en estrella **(**Y**)** o configuración en triángul**o (**Δ**)**. Las conexiones en estrella se realizan mediante la unión de los generadores o fuentes de tensión a un punto común que se denomina *neutro (*N**)**, mientras que las conexiones en triángulo se llevan a cabo uniendo sucesivamente los terminales de las fuentes entre sí (figuras 6, 7 y 8).

Combinando los modos de conexión de los generadores y de las cargas, se obtienen cuatro tipos de circuitos trifásicos: estrella-estrella (YY), triángulo-triángulo (ΔΔ), triángulo-estrella (ΔY) y estrella-triángulo (YΔ), donde la primera conexión es la de las fuentes de tensión y la segunda, la de las impedancias que representan las cargas. Para considerar las pérdidas en distribución de las líneas que conectan los generadores con las cargas en cada una de las fases, se incorpora al circuito trifásico una impedancia de línea (Z_l) como se muestra en la figura 9.

Figura 6. **Representaciones de la conexión de los generadores en estrella (Y)**

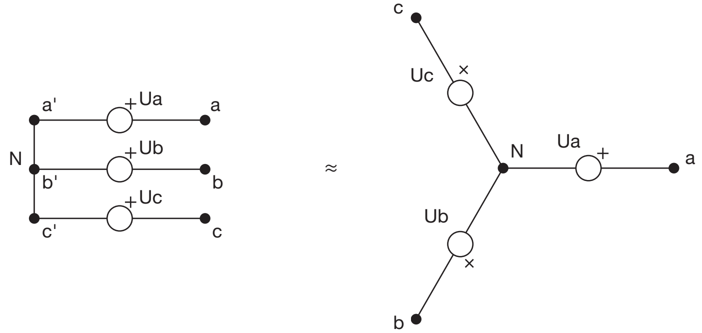


Figura 7. **Representaciones de la conexión de los generadores en triángulo (Δ)**

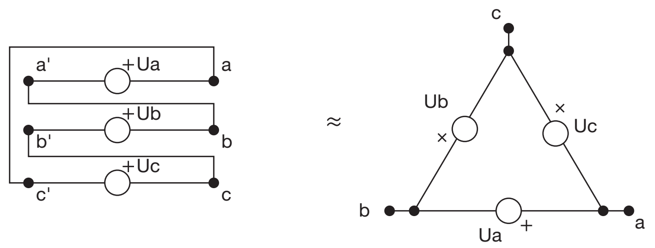


Figura 8. **Representación de la conexión de las cargas**

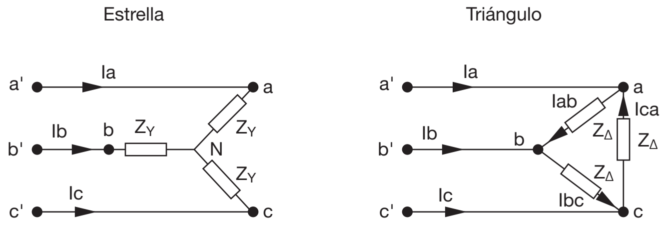
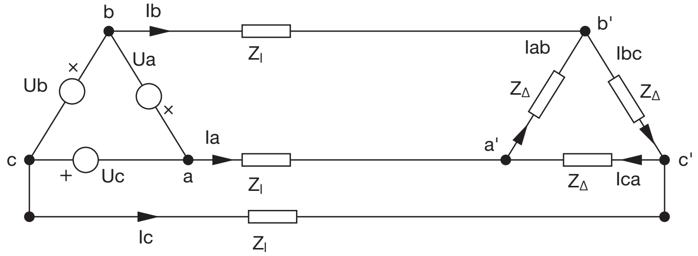
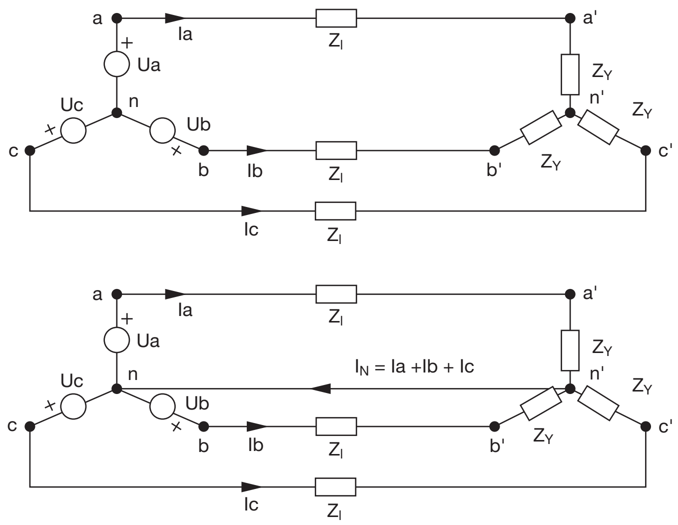


Figura 9. **Representación de un sistema trifásico triángulo-triángulo, teniendo en cuenta las pérdidas en las líneas (*Z*l)**



En los sistemas trifásicos estrella-estrella puede conectarse un conductor, denominado neutro, entre los puntos neutros de la conexión de los generadores y de las cargas, configurando lo que se denomina un esquema a cuatro hilos. En la figura 10 se observa la conexión de un sistema estrella-estrella con y sin conductor neutro (despreciando la impedancia de este conductor).

Figura 10. **Representación de un sistema trifásico estrella-estrella sin conductor neutro (esquema superior) y con conductor neutro (esquema inferior)**



La corriente que circula por el neutro se denomina *intensidad de neutro*. En los sistemas trifásicos equilibrados esta corriente es nula, ya que si las impedancias de las fases son iguales, se cumple que $\overline{I}_a + \overline{I}_b + \overline{I}_c = 0$.

4. Magnitudes de fase y magnitudes de línea

4.1. Tensiones

En un sistema trifásico, la *tensión de fase* es la tensión que se establece en cada una de las fases. En la conexión en estrella se denomina también *tensión simple* y es la existente entre un terminal de fase (a, b, c) y el punto neutro. Por ejemplo, en la figura 10, las tensiones de fase en el generador son $\overline{U}_{an}$, $\overline{U}_{bn}$, $\overline{U}_{cn}$ y en la carga $\overline{U}_{a'n'}$, $\overline{U}_{b'n'}$, $\overline{U}_{c'n'}$. La *tensión de línea* es la que se establece entre dos conductores de línea ($\overline{U}_{ab}$, $\overline{U}_{bc}$, $\overline{U}_{ca}$). A continuación, vamos a analizar la relación entre estas dos magnitudes para cada una de las tipologías de conexión.

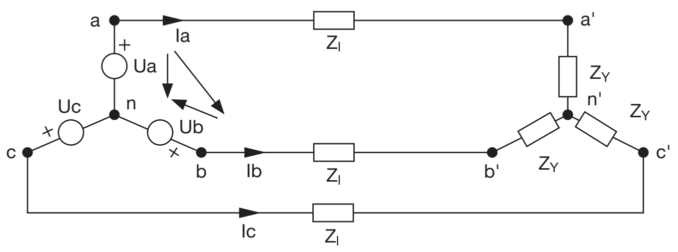
4.1.1. Conexión en estrella

Analizando las fases a y b de los generadores (figura 11) tenemos la siguiente relación entre tensiones $\overline{U}_{ab} = \overline{U}_{an} - \overline{U}_{bn}$, donde $\overline{U}_{an}$ es la tensión generada en la fuente de la fase a ($\overline{U}_a$) y $\overline{U}_{bn}$ es la tensión generada en la fuente de la fase b ($\overline{U}_b$). En un sistema equilibrado de tensiones, los valores de ambas fuentes son iguales y están desfasados 120º, por tanto, podemos establecer la siguiente relación:

$$\overline{U}_{ab} = \overline{U}_{an} - \overline{U}_{bn} = \overline{U}_a(1 \angle 0^o - 1 \angle -120^o) = \overline{U}_a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} j\right) = \overline{U}_a \sqrt{3} \angle 30^o \qquad (1.11)$$

Luego, para la conexión en estrella, la relación entre la magnitud de la tensión de línea y la tensión de fase es $\sqrt{3}$, presentando la tensión de línea un adelanto de 30º respecto a la tensión de fase.

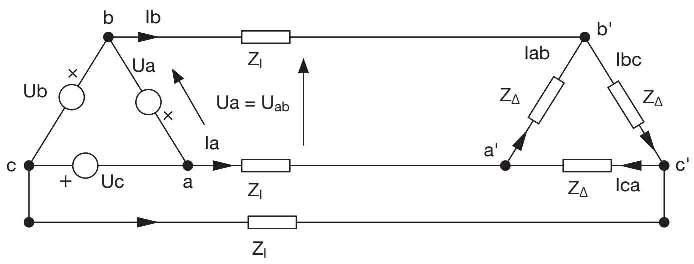
Figura 11. **Análisis de las tensiones de fase y de línea para la conexión en estrella**



4.1.2. Conexión en triángulo

Analizando el esquema de la figura 12, se observa claramente cómo la tensión de fase ($\overline{U}_a$, $\overline{U}_b$, $\overline{U}_c$) coincide con la tensión entre los conductores de línea ($\overline{U}_{ab}$, $\overline{U}_{bc}$, $\overline{U}_{ca}$).

Figura 12. **Análisis de las tensiones de fase y de línea para la conexión en triángulo**



4.2. Intensidades

La *intensidad de línea* es la intensidad que circula por el conductor de conexión entre el generador y la carga, mientras que la *intensidad de fase* es la que suministra uno de los generadores del sistema o la que consume una de las cargas.

4.2.1. Conexión en estrella

Analizando la figura 11 se deduce que, en la conexión en estrella, las intensidades de línea ($\bar{I}_a$, $\bar{I}_b$, $\bar{I}_c$) son las mismas que salen del generador y consumen las cargas, es decir, coinciden con las intensidades de fase.

4.2.2. Conexión en triángulo

En la figura 12 se representan las intensidades de línea ($\bar{I}_a$, $\bar{I}_b$, $\bar{I}_c$) que circulan por las líneas de conexión y las intensidades de fase ($\bar{I}_{ab}$, $\bar{I}_{bc}$, $\bar{I}_{ca}$) que alimentan a las cargas. Aplicando la primera ley de Kirchhoff en el nudo *a*' para un sistema trifásico equilibrado en secuencia directa:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} = \bar{I}_{ab}(1 \angle 0^o - 1 \angle 120^o) = \bar{I}_{ab} \sqrt{3} \angle -30^o \quad (1.12)$$

Relación que se puede observar en la representación fasorial de las distintas magnitudes del circuito en la fase *a* (figura 13).

Por lo que en la conexión en triángulo la relación entre las magnitudes de la intensidad de línea y la intensidad de fase es $\sqrt{3}$, presentando la intensidad de línea un retraso de 30º respecto a la intensidad de fase en secuencia directa.

En la tabla 1 se resumen las relaciones entre las magnitudes de fase y línea para cada tipo de conexión.

Figura 13. **Relación entre las intensidades de fase y de línea para la conexión en triángulo**

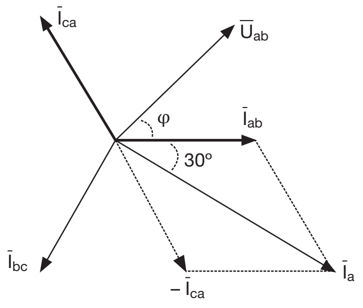


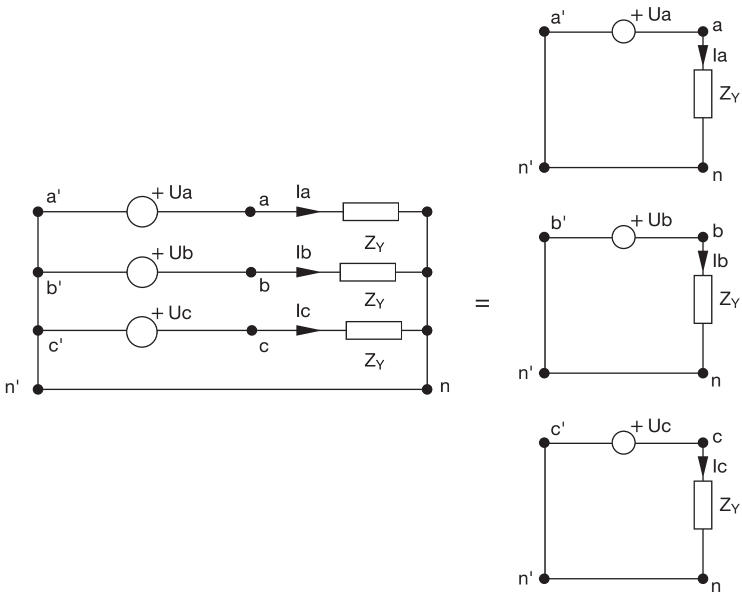
Tabla 1. **Relación entre las magnitudes de fase y de línea**

	Relación entre tensiones	Relación entre intensidades
Conexión Y	$U_{línea} = \sqrt{3}\, U_{fase}$	$I_{línea} = I_{fase}$
Conexión Δ	$U_{fase} = U_{línea}$	$I_{línea} = \sqrt{3}\, I_{fase}$

5. Análisis de los sistemas trifásicos equilibrados. Circuito monofásico equivalente

El análisis de los sistemas trifásicos equilibrados resulta sencillo si tenemos en cuenta que tanto las tensiones como las intensidades tienen el mismo módulo y están desfasadas 120º. La base del análisis consiste en reducir el sistema trifásico a un circuito monofásico equivalente, lo que se puede realizar fácilmente en la configuración en estrella. En un sistema trifásico equilibrado en Y, como hemos analizado, no circula corriente por el neutro, por lo que el circuito se comporta como tres circuitos independientes e idénticos cada uno con su fase correspondiente (figura 14).

Figura 14. **Circuitos monofásicos equivalentes de la conexión YY con neutro**



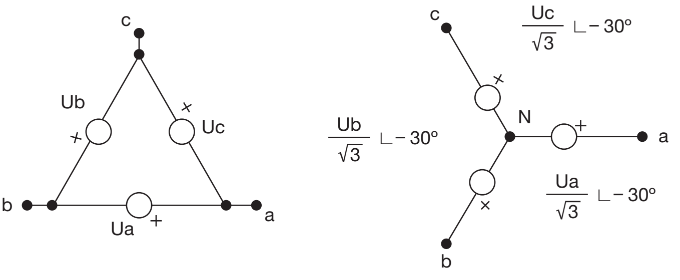
Para resolver los circuitos que tienen conexiones en triángulo basta con convertir los generadores y/o las cargas conectadas en esta configuración en su equivalente en estrella. Para realizar esta conversión hay que tener en cuenta las relaciones entre las magnitudes de línea y las magnitudes de fase en ambas configuraciones. Como se ha analizado en la figura 12, la tensión generada por las fuentes ($\overline{U}_a$, $\overline{U}_b$, $\overline{U}_c$) es igual a la tensión de línea ($\overline{U}_{ab}$, $\overline{U}_{bc}$, $\overline{U}_{ca}$) en una conexión en triángulo, sin embargo, en una instalación en estrella (figura 11), la tensión generada por las fuentes ($\overline{U}_a$, $\overline{U}_b$, $\overline{U}_c$) es la tensión existente entre la fase y el neutro ($\overline{U}_{an}$, $\overline{U}_{bn}$, $\overline{U}_{cn}$). Como la tensión de los generadores debe ser equivalente, aplicando la expresión 1.11 se puede determinar la relación entre un generador conectado en triángulo y un generador conectado en estrella, como se muestra en la figura 15.

La transformación de las cargas conectadas en triángulo a cargas conectadas en estrella se puede realizar mediante la aplicación del Teorema de Kennelly. Este teorema demuestra que la relación entre las cargas conectadas en estrella y triángulo de un sistema trifásico equilibrado es:

$$\overline{Z}_{\Delta} = 3\overline{Z}_{Y} \quad (1.13)$$

Una vez transformadas las conexiones de triángulo a estrella, se resuelve el circuito monofásico equivalente de la conexión en estrella. Los valores de las tensiones e intensidades en las otras dos fases no analizadas tendrán el mismo módulo y su argumento estará desfasado 120º.

Figura 15. **Equivalencia entre los generadores conectados en triángulo y en estrella**



6. Potencia trifásica

En un sistema trifásico, la potencia total generada es la suma de la potencia generada por cada una de las fases, mientras que la potencia absorbida por las cargas es la suma de la potencia absorbida por la carga de cada fase. Repasando los conceptos de potencia en los circuitos de corriente alterna, cabe recordar que al producto entre tensión e intensidad se le denomina *potencia aparente, S*, y se compone de una parte real (*potencia activa*, *P*) y una parte imaginaria (*potencia reactiva*, *Q*), tal y como se indica en la siguiente ecuación:

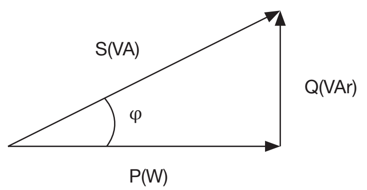
$$\overline{S} = \overline{U}\,\overline{I}^{*} = P + jQ = UI(\cos\varphi + \text{sen}\,\varphi) \qquad (1.14)$$

Donde $\overline{I}^{*}$ es el fasor conjugado de $\overline{I}$.

Su representación gráfica se realiza mediante el triángulo de potencias (figura 16). Si la parte imaginaria *Q* es positiva, entonces la carga es *inductiva*, mientras que si la parte imaginaria *Q* es negativa, la carga es *capacitiva*. Al término cos φ se le denomina *factor de potencia*.

Una vez repasados estos conceptos, analizamos la potencia activa y reactiva de los sistemas trifásicos equilibrados para cada una de las configuraciones.

Figura 16. **Triángulo de potencias indicando las unidades en que se miden cada una de ellas**



6.1. Conexión en estrella

La potencia activa que absorbe una carga conectada en estrella (figura 11) viene dada por el producto entre la intensidad que la alimenta ($\bar{I}_a$, $\bar{I}_b$, $\bar{I}_c$), la tensión entre sus bornes ($\overline{U}_{a'n'}$, $\overline{U}_{b'n'}$ $\overline{U}_{c'n'}$) y el coseno del ángulo que forman. En un sistema trifásico equilibrado se cumple que $\bar{I}_a = \bar{I}_b = \bar{I}_c = \bar{I}_{\text{línea}}$ y $\overline{U}_{a'n'} = \overline{U}_{b'n'} = \overline{U}_{c'n'} = \overline{U}_{\text{fase}}$. También se cumple que el argumento de la impedancia de la carga, φ, tiene el mismo valor en todas las fases, siendo el ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad. Por tanto, para un sistema trifásico equilibrado conectado en estrella, la potencia total absorbida por las cargas tiene la siguiente expresión:

$$P_{Y\ \text{total}} = 3U_{\text{fase}}I_{\text{línea}} \cos \varphi \tag{1.15}$$

Expresando la potencia en función de las magnitudes de línea, aplicando las relaciones de la tabla 1:

$$P_{Y\ \text{total}} = 3\,\frac{U_{\text{línea}}}{\sqrt{3}}\,I_{\text{línea}} \cos \varphi = \sqrt{3}\,U_{\text{línea}}I_{\text{línea}} \cos \varphi \tag{1.16}$$

Del mismo modo, la potencia reactiva absorbida por la carga es:

$$Q_{Y\ \text{total}} = 3U_{\text{fase}}I_{\text{línea}} \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3}\,U_{\text{línea}}I_{\text{línea}} \operatorname{sen} \varphi \tag{1.17}$$

6.2. Conexión en triángulo

Basándonos en el esquema de la figura 12, la potencia activa que absorbe una carga conectada en triángulo es el producto entre la intensidad circulante por la misma ($\bar{I}_{ab}$, $\bar{I}_{bc}$, $\bar{I}_{ca}$), la tensión entre sus bornes ($\overline{U}_{a'b'}$, $\overline{U}_{b'c'}$, $\overline{U}_{c'a'}$) y el coseno del ángulo que forman, φ. En un sistema trifásico equilibrado, el valor de φ es el mismo en todas las fases y se cumple que $\bar{I}_{ab} = \bar{I}_{bc} = \bar{I}_{ca} = \bar{I}_{\text{fase}}$ y $\overline{U}_{a'b'} = \overline{U}_{b'c'} = \overline{U}_{c'a'} = \overline{U}_{\text{línea}}$ (despreciando la caída de tensión en los conductores de conexión). La potencia total absorbida por las cargas en la conexión en triángulo tendrá la siguiente expresión:

$$P_{\Delta\ \text{total}} = 3U_{\text{línea}}I_{\text{fase}} \cos \varphi \tag{1.18}$$

Que en función de las magnitudes de línea es la misma expresión que en la conexión en estrella:

$$P_{\Delta\ \text{total}} = 3U_{\text{línea}}\,\frac{I_{\text{línea}}}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3}\,U_{\text{línea}}I_{\text{línea}} \cos \varphi \tag{1.19}$$

Podemos deducir la expresión equivalente para la potencia reactiva:

$$Q_{\Delta\ \text{total}} = 3U_{\text{línea}}I_{\text{fase}} \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3}\,U_{\text{línea}}I_{\text{línea}} \operatorname{sen} \varphi \tag{1.20}$$

Escalando el triángulo de potencias por 3, podemos determinar la expresión del módulo de la potencia aparente de un circuito trifásico equilibrado que, en función de las magnitudes de línea, no dependerá del tipo de conexión:

$$S_{total} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\left(\sqrt{3}\, U_{línea} I_{línea} \cos \varphi\right)^2 + \left(\sqrt{3}\, U_{línea} I_{línea} \operatorname{sen} \varphi\right)^2} = \sqrt{3}\, U_{línea} I_{línea} \qquad (1.21)$$

Remarcar que en los sistemas trifásicos se cumple el teorema de conservación de potencia, es decir, que la potencia compleja cedida por el generador es igual a la potencia consumida en el circuito.

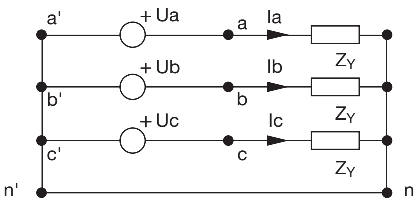
Conceptos básicos

- En los sistemas trifásicos equilibrados se cumple que tanto las tensiones en la instalación como las intensidades circulantes son iguales en módulo y están desfasadas 120º entre sí.
- En la conexión en estrella, un terminal del componente del sistema trifásico (generador o carga) se conecta a un punto común denominado neutro y el otro terminal a la línea de distribución. En este tipo de conexión, la intensidad circulante por los elementos del circuito es la misma que la intensidad circulante por las líneas, mientras que la relación entre el módulo de la tensión entre dos líneas y el módulo de la tensión entre la fase y el neutro es $\sqrt{3}$.
- En la conexión en triángulo, un terminal del componente del sistema trifásico (generador o carga) se conecta con el terminal del siguiente hasta cerrar la conexión entre los tres componentes del circuito. En este tipo de conexión, la tensión existente entre las líneas es la misma que la tensión entre los terminales del generador o de la carga, mientras que la relación entre el módulo de la intensidad circulante por las líneas y el módulo de la intensidad que sale del generador o alimenta a la carga es $\sqrt{3}$.
- La potencia activa y reactiva de un sistema trifásico equilibrado se determina multiplicando por 3 la potencia activa y reactiva de una fase.

Actividades de autocomprobación

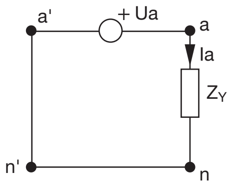
1 Determinar las corrientes de línea circulantes por el circuito trifásico que representamos en la figura, formado por un generador equilibrado de secuencia directa de 380 V(tensión de línea) que alimenta a una carga equilibrada de impedancia:

$$\overline{Z}_Y = 1 + j\ \Omega$$



Solución

El circuito analizado es un circuito con conexión YY, por lo que podemos trabajar directamente con el circuito monofásico equivalente de la fase *a*. Tomando como origen de fases la tensión de fase *a* del generador y conociendo el valor de la tensión de línea, calculamos el módulo de la tensión de fase:



$$\overline{U}_a = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Resolviendo el circuito equivalente, se calcula la intensidad circulante, que coincidirá con la de línea, al ser la carga en estrella:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{U}_a}{\bar{Z}_y} = \frac{220}{1 + j} = \frac{220 \angle 0^o}{\sqrt{2} \angle 45^o} = 155{,}56 \angle -45^o \text{ A}$$

Las intensidades de línea restantes se obtienen desfasando 120º en secuencia directa el valor calculado para la fase *a*:

$$\bar{I}_b = 155{,}56 \angle -165^o \text{ A}$$

$$\bar{I}_c = 155{,}56 \angle 75^o \text{ A}$$

2 Calcular el factor de potencia y la potencia absorbida por la carga del circuito del ejercicio 1 (véase la figura que se representa en el enunciado de dicho ejercicio).

Solución

El factor de potencia de la carga es el coseno del ángulo de la impedancia que la representa:

$$\cos \varphi = \cos 45^o = 0{,}707$$

La potencia total *S* absorbida por la carga es:

$$\bar{S}_{total} = 3\bar{U}_{fase}\bar{I}^*_{línea} = 3 \cdot \frac{380 \angle 0^o}{\sqrt{3}} \cdot 155{,}56 \angle 45^o = 102.386{,}37 \angle 45^o \text{ VA}$$

Donde $\bar{I}^*_{línea}$ es el fasor conjugado de $\bar{I}_{línea}$, es decir, mismo módulo y ángulo de distinto signo.

También se puede calcular el módulo de la potencia total del siguiente modo:

$$S_{total} = \sqrt{3}\, U_{línea} I_{línea} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 155{,}56 = 102.386{,}37 \text{ VA}$$

Con el ángulo de la impedancia de la carga (45º).

3 Un generador trifásico equilibrado de secuencia directa y tensión de fase 12 kV está conectado en estrella y alimenta a una carga en triangulo de impedancia $Z = 30 + 15j\ \Omega$ a través de una línea de impedancia $Z_l = 1 + 1j\ \Omega$. Determinar la tensión en los bornes de la carga.

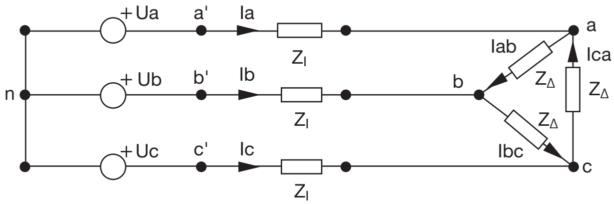
Solución

El circuito trifásico es el que se representa en esta primera figura. Para convertirlo al circuito monofásico equivalente hay que transformar la carga de triángulo a estrella, empleando la siguiente expresión:

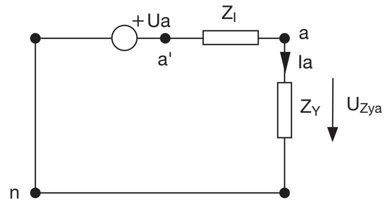
$$\overline{Z}_{\Delta} = 3\overline{Z}_{Y}$$

Luego,

$$\overline{Z}_{Y} = \left(\frac{1}{3}\right)(30 + 15j) = 10 + 5j\ \Omega$$



Teniendo en cuenta la impedancia de la línea de conexión, el circuito equivalente es el que se representa a continuación.



Resolviendo el circuito tomando la tensión en el generador en el origen de fases:

$$\overline{I}_a = \frac{\overline{U}a}{(\overline{Z}_y + \overline{Z}_l)} = \frac{12.000}{(10 + 5j + 1 + 1j)} = \frac{12.000 \angle 0^{o}}{12{,}53 \angle 28{,}61^{o}} = 957{,}70 \angle -28{,}61^{o}\ A$$

Para calcular la tensión en los bornes de la carga que está conectada en triángulo, calculamos la tensión en la carga en estrella y deshacemos el equivalente:

$$\overline{U}_{Zya} = \overline{Z}_{Y}\overline{I}_{a} = (10 + 5j) \cdot 957{,}70 \angle -28{,}61^{o} =$$

$$= 11{,}18 \angle 26{,}56^{o} \cdot 957.70 \angle -28{,}61^{o} =$$

$$= 10.707{,}1 \angle -2{,}05^{o}\ V$$

Como sabemos que

$$\overline{U}_{Zya} = \frac{\overline{U}_{Z\Delta a}}{\sqrt{3}} \angle -30^o$$

entonces:

$$\overline{U}_{Z\Delta a} = \sqrt{3} \angle 30^o \cdot 10.707{,}1 \angle -2{,}05^o = 18.545{,}21 \angle 27{,}95^o \text{ V}$$

El resto de las tensiones en las cargas se obtienen desfasando 120º en secuencia directa el valor calculado:

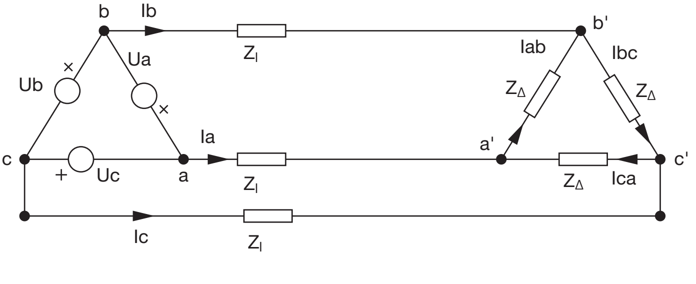
$$\overline{U}_{Z\Delta b} = 18.545{,}21 \angle -92{,}05^o \text{ V}$$

$$\overline{U}_{Z\Delta c} = 18.545{,}21 \angle 147{,}95^o \text{ V}$$

4 Un generador trifásico equilibrado de secuencia directa y tensión de línea 400 V está conectado en triángulo y alimenta a una carga en triangulo de impedancia $Z = 3 + 6j\ \Omega$ a través de una línea de impedancia $Z_l = 0{,}5 + 1j\ \Omega$. Calcular la tensión en los bornes de la carga.

Solución

El circuito trifásico es:



Para convertir el circuito trifásico al circuito monofásico equivalente hay que transformar tanto las cargas como las tensiones de triángulo a estrella:

$$\overline{Z}_{\Delta} = 3\overline{Z}_Y$$

despejando,

$$\overline{Z}_Y = \left(\frac{1}{3}\right)(3 + 6j) = 1 + 2j\ \Omega$$

Y la relación entre el módulo de las tensiones:

$$U_Y = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

que tomamos en el origen para trabajar con más comodidad $\overline{U}_Y = 231 \angle 0^o$ V.

Una vez realizadas las transformaciones a *Y*, resolvemos el circuito monofásico equivalente igual que en actividades anteriores.

$$\bar{I}_a = \frac{\overline{U}a}{(\overline{Z}_y + \overline{Z}_l)} = \frac{231 \angle 0^o}{(1 + 2j + 0{,}5 + 1j)} = \frac{231 \angle 0^o}{3{,}35 \angle 63{,}43^o} = 68{,}95 \angle -63{,}43^o \text{ A}$$

Para calcular la tensión en los bornes de la carga que está conectada en triángulo, calculamos la tensión en la carga en estrella y deshacemos el equivalente:

$$\begin{gathered}\overline{U}_{Zya} = \overline{Z}_Y\bar{I}_a = (1 + 2j) \cdot 68{,}95 \angle -63{,}43^o = \\ = 2{,}24 \angle 63{,}43^o \cdot 68{,}95 \angle -63{,}43^o = 154{,}45 \angle 0^o \text{ V}\end{gathered}$$

Como sabemos que

$$\overline{U}_{Zya} = \frac{\overline{U}_{Z\Delta}}{\sqrt{3}} \angle -30^o$$

entonces:

$$\overline{U}_{Z\Delta a} = \sqrt{3} \angle 30^o \cdot 154{,}45 \angle 0^o = 267{,}52 \angle 30^o \text{ V}$$

La tensión en cargas en las fases *b* y *c* se obtiene desfasando 120º en secuencia directa el valor calculado para la fase *a*:

$$\overline{U}_{Z\Delta b} = 267{,}52 \angle -90^o \text{ V}$$

$$\overline{U}_{Z\Delta c} = 267{,}52 \angle 150^o \text{ V}$$

5 Una instalación eléctrica está formada por una carga de impedancia $9 + 3j$ *k*Ω conectada en triángulo, alimentada por un generador trifásico equilibrado de secuencia inversa y tensión de línea 30 kV, que está conectado en estrella. La impedancia de la línea de distribución se considera despreciable con relación a la impedancia de la carga. Determinar las intensidades de línea y las intensidades de fase de la carga.

Solución

La configuración del circuito es la misma que la que hemos representado para la primera figura de la actividad 3, solución, despreciando las impedancias de línea.

En primer lugar, transformamos la carga de triángulo a estrella para resolver el circuito equivalente:

$$\overline{Z}_Y = \left(\frac{1}{3}\right)(9.000 + 3.000j) = 3.000 + 1.000j\ \Omega$$

Calculamos el módulo de la tensión de fase y la suponemos en el origen:

$$\overline{U}_a = \frac{30.000}{\sqrt{3}} \angle 0^o = 17.320{,}51 \angle 0^o \text{ V}$$

$$\overline{I}_a = \frac{\overline{U}a}{\overline{Z}_Y} = \frac{17.320{,}51 \angle 0^o}{3.000 + 1.000j} = \frac{17.320{,}51 \angle 0^o}{3.162{,}28 \angle 18{,}43^o} = 5{,}48 \angle -18{,}43^o \text{ A}$$

Esta intensidad de fase del generador y de la carga equivalente coincide con la intensidad de línea de la instalación al estar el generador conectado en Y. Para obtener el resto de las intensidades de línea se desfasa el valor obtenido para la fase a 120º en secuencia inversa:

$$\overline{I}_b = 5{,}48 \angle 101{,}57^o \text{ A}$$

$$\overline{I}_c = 5{,}48 \angle -138{,}43^o \text{ A}$$

Para calcular las intensidades de fase en la carga conectada en triángulo, aplicamos la siguiente expresión (ecuación 1.12, teniendo en cuenta que la secuencia es inversa):

$$\overline{I}_a = \overline{I}_{ab} \sqrt{3} \angle 30^o$$

$$\overline{I}_{ab} = \frac{5{,}48 \angle -18{,}43^o}{\sqrt{3} \angle 30^o} = 3{,}16 \angle -48{,}43^o \text{ A}$$

$$\overline{I}_{bc} = 3{,}16 \angle 71{,}57^o \text{ A}$$

$$\overline{I}_{ca} = 3{,}16 \angle -168{,}43^o \text{ A}$$

Bibliografía

Bayod Rújula, Á. (2008). *Fundamentos de sistemas eléctricos*. Prensas de la Universidad de Zaragoza.

Guirado Torres, R., Asensi Orosa, R., Jurado Melguizo, F. y Carpio Ibáñez, J. (2006). *Tecnología eléctrica*. McGraw-Hill.

Pastor Gutiérrez, A. y Ortega Jiménez, J. (2014). *Circuitos eléctricos*. Vol. I. UNED - Universidad Nacional de Educación a Distancia.