

FLUJO DE FLUIDOS Y ECUACIÓN DE BERNOULLI

PANORAMA GENERAL

En este capítulo se inicia el estudio de la *dinámica de fluidos*. Los capítulos 1 a 5 trataron principalmente los fluidos en reposo, ahora estudiaremos los fluidos en movimiento con un énfasis primordial en el flujo de fluidos que tiene lugar a lo largo de tuberías o tubos. Usted aprenderá varios principios fundamentales y en los siguientes capítulos (del 7 al 13) seguirá construyendo sobre esos cimientos. El objetivo final es fortalecer el conocimiento y las habilidades que se necesitan para diseñar y analizar el desempeño de los sistemas de tuberías de bombeo de acuerdo con las formas en que se aplican en instalaciones industriales y ciertos productos.

Usted aprenderá cómo analizar los efectos de la presión, la velocidad y la elevación del fluido en cuanto al comportamiento de un sistema de flujo de fluidos. Un concepto fundamental utilizado para analizar y diseñar sistemas de flujo de fluidos es el *principio de Bernoulli*, el cual proporciona una forma de considerar tres tipos importantes de energía que poseen los fluidos. Las aplicaciones de este principio incluyen desde la explicación de cómo funciona una chimenea hasta cómo puede volar un avión o cómo fluyen los fluidos a lo largo de tuberías y tubos. El principio de Bernoulli se utiliza en forma amplia, incluyendo el diseño de una fuente estéticamente agradable como la mostrada en la figura 6.1.

Conceptos introductorios

Existen tres medidas de la rapidez del flujo de un fluido que se utilizan comúnmente en los análisis de flujo de fluidos:

- La *rapidez del flujo de volumen* Q es el volumen de fluido que fluye a través de una sección dada por unidad de tiempo.
- La *rapidez del flujo de peso* W es el peso de fluido que fluye a través de una sección dada por unidad de tiempo.

- La *rapidez del flujo de masa* M es la masa de fluido que fluye a través de una sección dada por unidad de tiempo.

Usted aprenderá cómo relacionar estos términos entre sí en diversos puntos de un sistema utilizando el *principio de continuidad*.

También deberá aprender a tener en cuenta tres tipos de energía que posee el fluido en cualquier punto de interés dentro de un sistema de flujo de fluidos:

- *energía cinética* debida al movimiento del fluido
- *energía potencial* debida a la elevación del fluido
- *energía de flujo*, el contenido de energía basado en la presión que hay en el fluido y en su peso específico

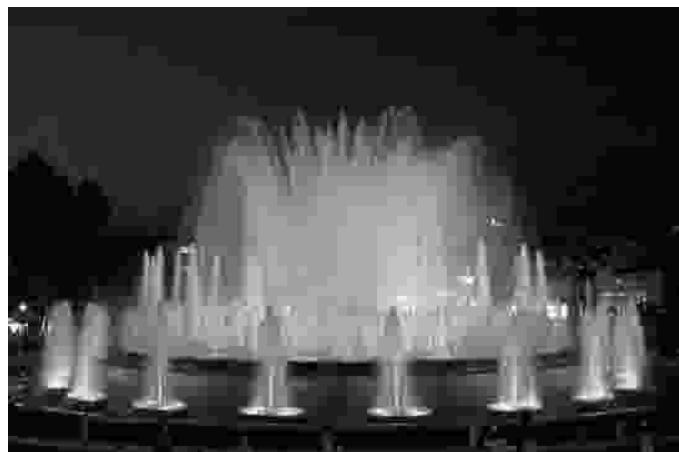
La *ecuación de Bernoulli*, que se basa en el principio de conservación de la energía, es la herramienta fundamental desarrollada en este capítulo para evaluar los cambios en estos tres tipos de energía dentro de un sistema. En capítulos posteriores se agregarán otros términos que permitirán analizar muchos más tipos de pérdidas y adiciones de energía a un fluido.

Exploración

¿Dónde ha observado usted fluidos que se transportan a lo largo de tuberías y tubos? Trate de identificar cinco diferentes sistemas y describa cada uno proporcionando:

- El tipo de fluido que fluye
- El propósito del sistema
- El tipo de tubería o tubo utilizados y el material del que están hechos

FIGURA 6.1 Admiramos las atractivas fuentes con muchos chorros de agua que se elevan por el aire. ¿Cómo lo hacen? Este capítulo nos ayudará a entenderlo.
(Fuente: Vitas/Fotolia)



- El tamaño de la tubería o del tubo y si hubo algún cambio en el tamaño
- Cualquier cambio en la elevación del fluido
- Información acerca de la presión que haya en el fluido en cualquier punto

Como ejemplo, considere el sistema de enfriamiento para un motor de automóvil.

- El fluido, llamado *refrigerante*, es una mezcla de agua, un componente anticongelante, como el etilenglicol, y otros aditivos que inhiben la corrosión y aseguran una larga vida del fluido y de los componentes del sistema.
- El propósito del sistema es que el refrigerante retire calor del bloque del motor y lo lleve al radiador del automóvil, de donde es eliminado por el flujo del aire a través de las rejillas. La temperatura del refrigerante puede llegar a 125 °C (257 °F) cuando sale del motor. Los principales elementos funcionales del sistema son la bomba de agua, el radiador montado típicamente frente al motor y los pasajes de enfriamiento que hay dentro del motor.
- Los diversos tipos de conductos que se utilizan para transportar los fluidos incluyen:
 - Tubos rígidos circulares y huecos hechos de acero o de cobre que conectan el radiador con la bomba de agua y el bloque del motor. Por lo general, los tubos son pequeños, con un diámetro interior de aproximadamente 10 mm (0.40 in).

Mirada hacia el futuro

En este capítulo empezará a analizar el comportamiento y el desempeño de los sistemas de flujo de fluidos. Se sentarán las bases para el aprendizaje de muchos otros aspectos del flujo de fluidos que se estudiarán en los siguientes capítulos, donde se realizará el análisis y el diseño de sistemas que sirvan para trasladar una cantidad deseada de fluido desde un punto de origen hasta un destino dado, incluyendo la especificación de tuberías, válvulas, accesorios y la bomba adecuada.

- El fluido fluye desde la bomba de agua y luego por pasajes ubicados dentro del motor que tienen formas bastante complejas. Estos pasajes se moldean dentro del bloque del motor para pasar refrigerante alrededor de los cilindros, donde el calor de la combustión se desplaza a través de la pared metálica del cilindro hacia el fluido que circula de un lado a otro del motor.
- El fluido se desplaza desde el bloque del motor hasta el radiador por una amplia manguera de caucho con diámetro interior aproximado de 40 mm (1.6 in).
- Usualmente, el fluido entra por la parte superior del radiador, donde un colector lo distribuye hacia una serie de canales rectangulares delgados dentro del radiador.
- En el fondo del radiador, el fluido se acumula y se extrae mediante la succión lateral de la bomba.
- La diferencia de elevación entre el fondo del radiador y la parte superior del motor es de aproximadamente 500 mm (20 in). En todo el sistema, el fluido se presuriza hasta unos 100 kPa (15 psi) para elevar su punto de ebullición y permitir la eliminación de mucho calor mientras permanece líquido.
- La bomba ocasiona el flujo y eleva la presión del fluido desde su entrada hasta la salida, con lo que puede contrarrestar las resistencias al flujo en todo el sistema.

Ahora describa usted los sistemas que ha descubierto y coméntelos con sus compañeros y con el profesor del curso. Mantenga un registro de los sistemas descritos aquí porque se le pedirá los reconsidera en los capítulos del 7 al 13.

6.1 OBJETIVOS

Después de completar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Definir la *rapidez del flujo de volumen*, la *rapidez del flujo de peso* y la *rapidez del flujo de masa*, así como sus unidades.
2. Definir *flujo estable* y *principio de continuidad*.
3. Escribir la ecuación de continuidad y utilizarla para relacionar la rapidez del flujo de volumen, el área y la velocidad del flujo entre dos puntos en un sistema de flujo de fluidos.
4. Describir cinco tipos de tubos y tuberías disponibles en el mercado: tubería de acero, tubería de hierro dúctil, tubos de acero, tubos de cobre, así como tubo y tuberías de plástico.
5. Especificar el tamaño deseado del tubo o de la tubería para conducir un determinado caudal de fluido a una velocidad especificada.
6. Establecer las velocidades de flujo recomendadas y la rapidez típica del flujo de volumen para varios tipos de sistemas.
7. Definir *energía potencial*, *energía cinética* y *energía de flujo*, así como su relación con los sistemas de flujo de fluidos.
8. Aplicar el principio de conservación de la energía para desarrollar la *ecuación de Bernoulli*, además de establecer las restricciones sobre su uso.

9. Definir los términos *carga de presión*, *carga de elevación*, *carga de velocidad* y *carga total*.
10. Aplicar la ecuación de Bernoulli a los sistemas de flujo de fluidos.
11. Definir el *teorema de Torricelli* y aplicarlo para calcular la rapidez del flujo de fluido desde un tanque y el tiempo necesario para vaciar un tanque.

6.2 RAPIDEZ DEL FLUJO DE FLUIDO Y LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

6.2.1 Rapidez del flujo de fluido

La cantidad de fluido que fluye en un sistema por unidad de tiempo puede expresarse mediante los siguientes tres términos diferentes:

- Q La *rapidez del flujo de volumen* es el volumen de fluido que fluye a lo largo de una sección por unidad de tiempo.

TABLA 6.1 Rapidez del flujo—Definiciones y unidades

Símbolo	Nombre	Definición	Unidades del SI	Unidades del sistema de uso común en Estados Unidos
Q	Rapidez del flujo de volumen	$Q = A$	m^3/s	ft^3/s
W	Rapidez del flujo de peso	$W = \gamma Q$	N/s	lb/s
		$W = \gamma A$		
M	Rapidez del flujo de masa	$M = \rho Q$	kg/s	slugs/s
		$M = \rho A$		

W La rapidez del flujo de peso es el peso de fluido que fluye a lo largo de una sección por unidad de tiempo.

M La rapidez del flujo de masa es la masa de fluido que fluye a lo largo de una sección por unidad de tiempo.

El más fundamental de estos tres términos es la rapidez del flujo de volumen Q , la cual se calcula a partir de:

▷ Rapidez del flujo de volumen

$$Q = A \quad (6-1)$$

donde A representa el área de la sección y v indica la velocidad promedio del flujo. Las unidades de Q se pueden deducir como sigue, utilizando unidades del SI como ilustración:

$$Q = A = \text{m}^2 \times \text{m/s} = \text{m}^3/\text{s}$$

La rapidez del flujo de peso W se relaciona con Q por medio de:

▷ Rapidez del flujo de peso

$$W = \gamma Q \quad (6-2)$$

donde γ representa el peso específico del fluido. Entonces, las unidades del SI para W son:

$$W = \gamma Q = \text{N/m}^3 \times \text{m}^3/\text{s} = \text{N/s}$$

La rapidez del flujo de masa M se relaciona con Q mediante:

▷ Rapidez del flujo de masa

$$M = \rho Q \quad (6-3)$$

donde ρ indica la densidad del fluido. Entonces, las unidades del SI para M son:

$$M = \rho Q = \text{kg/m}^3 \times \text{m}^3/\text{s} = \text{kg/s}$$

La tabla 6.1 presenta un resumen de estos tres tipos de caudales de fluido y proporciona las unidades estándar, tanto las empleadas en el SI como las del sistema de uso común en Estados Unidos. Debido a que el metro cúbico por segundo y el pie cúbico por segundo son mediciones de flujo muy grandes, con frecuencia se utilizan otras unidades, como litros por minuto (L/min), metros cúbicos por hora (m^3/h) y galones por minuto (gal/min o gpm; en este texto se usará gal/min). Algunas conversiones útiles son:

▷ Factores de conversión para la rapidez del flujo de volumen

$$\begin{aligned} 1.0 \text{ L/min} &= 0.060 \text{ m}^3/\text{h} \\ 1.0 \text{ m}^3/\text{s} &= 60\,000 \text{ L/min} \\ 1.0 \text{ gal/min} &= 3.785 \text{ L/min} \\ 1.0 \text{ gal/min} &= 0.2271 \text{ m}^3/\text{h} \\ 1.0 \text{ ft}^3/\text{s} &= 449 \text{ gal/min} \end{aligned}$$

En la tabla 6.2 se lista la rapidez del flujo de volumen típica para diferentes tipos de sistemas. A continuación, se presentan ejemplos de problemas que ilustran la conversión de unidades de un sistema a otro, lo que se requiere a menudo en la resolución de problemas para asegurar la existencia de unidades consistentes en las ecuaciones.

TABLA 6.2 Rapidez del flujo de volumen típica para diversos tipos de sistemas

Tipo de sistema	Rapidez del flujo		
	(m^3/h)	(L/min)	(gal/min)
Bombas recíprocas — fluidos pesados y lodos	0.90-7.5	15-125	4-33
Sistemas hidráulicos de aceite industrial	0.60-6.0	10-100	3-30
Sistemas hidráulicos para equipos móviles	6.0-36	100-600	30-150
Bombas centrífugas en procesos químicos	2.4-270	40-4500	10-1200
Bombas para control de inundaciones y del drenaje	12-240	200-4000	50-1000
Bombas centrífugas para manejo de desechos mineros	2.4-900	40-15000	10-4000
Bombas centrífugas contra incendios	108-570	1800-9500	500-2500

Problema de ejemplo 6.1 Convierta una rapidez del flujo de 30 gal/min a ft^3/s .

Solución La rapidez del flujo es

$$Q = 30 \text{ gal/min} \left(\frac{1.0 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} \right) = 6.68 \times 10^{-2} \text{ ft}^3/\text{s} = 0.0668 \text{ ft}^3/\text{s}$$

Problema de ejemplo 6.2 Convierta una rapidez del flujo de 600 L/min a m^3/s .

Solución

$$Q = 600 \text{ L/min} \left(\frac{1.0 \text{ m}^3/\text{s}}{60,000 \text{ L/min}} \right) = 0.010 \text{ m}^3/\text{s}$$

Problema de ejemplo 6.3 Convierta una rapidez del flujo de 30 gal/min a L/min.

Solución

$$Q = 30 \text{ gal/min} \left(\frac{3.785 \text{ L/min}}{1.0 \text{ gal/min}} \right) = 113.6 \text{ L/min}$$

6.2.2 La ecuación de continuidad

El método empleado para calcular la velocidad del flujo de un fluido en un sistema de tuberías cerrado depende del *principio de continuidad*. Considere la tubería de la figura 6.2. Un fluido fluye desde la sección 1 hasta la sección 2 a una velocidad constante. Es decir, la cantidad de fluido que fluye a lo largo de cualquier sección en una cantidad de tiempo dada es constante. Esto se conoce como *flujo estable*. Ahora bien, si no se añade, almacena o elimina fluido entre la sección 1 y la sección 2, entonces la masa de fluido que fluye por la sección 2 en una determinada cantidad de tiempo debe ser la misma que la que fluye por la

sección 1. Esto se puede expresar en términos de la rapidez del flujo de masa como

$$M_1 = M_2$$

o bien, puesto que $M = \rho A v$, se tiene

▷ Ecuación de continuidad para cualquier fluido

$$\rho_1 A_1 = \rho_2 A_2 \quad (6-4)$$

La ecuación (6-4) es un enunciado matemático del principio de continuidad y se denomina *ecuación de continuidad*. Se utiliza para relacionar la densidad del fluido, el área del flujo y la velocidad de flujo en dos secciones del sistema en el que existe un flujo estable. Es válida para todos los fluidos, ya sean gases o líquidos.

Si el fluido presente en la tubería de la figura 6.2 es un líquido que puede considerarse incompresible, entonces los términos ρ_1 y ρ_2 de la ecuación (6-4) son iguales y pueden cancelarse a partir de la ecuación (6-4). Entonces la ecuación se convierte en:

▷ Ecuación de continuidad para líquidos

$$A_1 = A_2 \quad (6-5)$$

o bien, puesto que $Q = A v$, se tiene

$$Q_1 = Q_2$$

La ecuación (6-5) es la ecuación de continuidad aplicada a los líquidos; establece que, para un flujo estable, la rapidez del flujo de volumen es la misma en cualquier sección. También se puede utilizar para gases que fluyan a baja velocidad, es decir, a menos de 100 m/s, con un error pequeño.

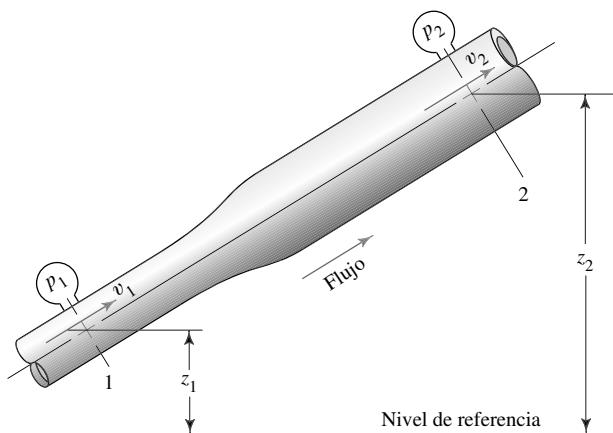


FIGURA 6.2 Porción de un sistema de distribución de fluidos que muestra variaciones en la velocidad, la presión y la elevación.

Problema de ejemplo**6.4**

En la figura 6.2, los diámetros interiores de la tubería en las secciones 1 y 2 son de 50 mm y 100 mm, respectivamente. El agua a 70 °C fluye con una velocidad promedio de 8.0 m/s en la sección 1. Calcule lo siguiente:

- Velocidad en la sección 2
- Rapidez del flujo de volumen
- Rapidez del flujo de peso
- Rapidez del flujo de masa

Solución

- Velocidad en la sección 2.

A partir de la ecuación (6-5), se tiene

$$A_1 = A_2 \quad 2 = 1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (50 \text{ mm})^2}{4} = 1963 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (100 \text{ mm})^2}{4} = 7854 \text{ mm}^2$$

Entonces, la velocidad en la sección 2 es

$$2 = 1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right) = \frac{8.0 \text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1963 \text{ mm}^2}{7854 \text{ mm}^2} = 2.0 \text{ m/s}$$

Observe que para el flujo estable de un líquido, la velocidad disminuye a medida que el área de flujo aumenta. Esto es independiente de la presión y la elevación.

- Rapidez del flujo de volumen Q .

A partir de la tabla 6.1, $Q = A \cdot V$. Por el principio de continuidad, podrían usarse las condiciones tanto de la sección 1 como de la sección 2 para calcular Q . En la sección 1 se tiene

$$Q = A_1 \cdot V_1 = 1963 \text{ mm}^2 \times \frac{8.0 \text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^2}{(10^3 \text{ mm})^2} = 0.0157 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Rapidez del flujo de peso W .

A partir de la tabla 6.1, $W = \gamma Q$. A 70 °C el peso específico del agua es de 9.59 kN/m³. Entonces la rapidez del flujo de peso es

$$W = \gamma Q = \frac{9.59 \text{ kN}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157 \text{ m}^3}{\text{s}} = 0.151 \text{ kN/s}$$

- Rapidez del flujo de masa M .

A partir de la tabla 6.1, $M = \rho Q$. A 70 °C, la densidad del agua es de 978 kg/m³. Entonces la rapidez del flujo de masa es

$$M = \rho Q = \frac{978 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157 \text{ m}^3}{\text{s}} = 15.36 \text{ kg/s}$$

Problema de ejemplo**6.5**

En una sección de un sistema de distribución de aire, el aire a 14.7 psia y 100 °F tiene una velocidad promedio de 1200 ft/min y el conducto es un cuadrado de 12 in por lado. En otra sección, el conducto es redondo con diámetro de 18 in y se ha medido que la velocidad es de 900 ft/min. Calcule (a) la densidad del aire en la sección redonda y (b) la velocidad del flujo de masa del aire en libras por hora. A 14.7 psia y 100 °F, la densidad del aire es de 2.20×10^{-3} slugs/ft³ y el peso específico de 7.09×10^{-2} lb/ft³.

Solución

De acuerdo con la ecuación de continuidad para los gases, ecuación (6-4), se tiene

$$\rho_1 A_1 = \rho_2 A_2$$

Así, es posible calcular el área de las dos secciones y despejar ρ_2 :

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$A_1 = (12 \text{ in})(12 \text{ in}) = 144 \text{ in}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi(18 \text{ in})^2}{4} = 254 \text{ in}^2$$

- a. Entonces, la densidad del aire en la sección redonda es

$$\rho_2 = (2.00 \times 10^{-3} \text{ slugs}/\text{ft}^3) \left(\frac{144 \text{ in}^2}{254 \text{ in}^2} \right) \left(\frac{1200 \text{ ft}/\text{min}}{900 \text{ ft}/\text{min}} \right)$$

$$\rho_2 = 1.66 \times 10^{-3} \text{ slugs}/\text{ft}^3$$

- b. La rapidez del flujo de peso puede encontrarse en la sección 1 a partir de $W = \gamma_1 A_1 v_1$. Entonces, la rapidez del flujo de peso es

$$W = \gamma_1 A_1 v_1$$

$$W = (7.09 \times 10^{-2} \text{ lb}/\text{ft}^3)(144 \text{ in}^2) \left(\frac{1200 \text{ ft}}{\text{min}} \right) \left(\frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2} \right) \left(\frac{60 \text{ min}}{\text{h}} \right)$$

$$W = 5100 \text{ lb/h}$$

6.3 TUBOS Y TUBERÍAS DISPONIBLES EN EL MERCADO

En esta sección se describirán varios tipos de tubos y tuberías estándar utilizados en forma amplia. En los apéndices del F al I se presentan datos reales, en unidades del Sistema Inglés o unidades métricas, del diámetro exterior real, diámetro interior, espesor de pared y área de flujo para ciertos tamaños y tipos seleccionados. Existen muchos tipos más que están disponibles comercialmente. Consulte las referencias 2 a 5 y los recursos de internet 2 a 15. Podrá ver que las dimensiones se muestran en pulgadas (in) y milímetros (mm) para el diámetro exterior, el diámetro interior y el espesor de pared. Las áreas de flujo se indican en pies cuadrados (ft^2) y metros cuadrados (m^2) para ayudarle a mantener unidades consistentes durante sus cálculos. Los datos de los diámetros interiores también se dan en pies (ft) para el sistema de uso común en Estados Unidos con el fin de tener consistencia en las unidades.

La especificación de tubos y tuberías para una aplicación particular es responsabilidad del diseñador y tiene un impacto significativo en el costo, la duración, la seguridad y el rendimiento del sistema. En muchas aplicaciones, se deben seguir los códigos y las normas que establezcan las dependencias gubernamentales u otras organizaciones como las siguientes:

American Water Works Association (AWWA)

American Fire Sprinkler Association (AFSA)

National Fire Protection Association (NFPA)

ASTM International (ASTM) [Anteriormente, American Society for Testing and Materials]

NSF International (NSF) [Anteriormente, National Sanitation Foundation]

International Association of Plumbing and Mechanical Officials (IAPMO)

También se deben consultar las normas de diversas organizaciones internacionales como:

International Organization for Standardization (ISO)

Normas británicas (BS) Normas europeas (EN)

Normas alemanas (DIN) Normas japonesas (JIS)

6.3.1 Tubería de acero

Con frecuencia, las tuberías de propósito general se construyen con tubería de acero. Los tamaños estándar son designados por el tamaño nominal de la tubería (NPS, por sus siglas en inglés) y el número de cédula. El tamaño nominal es simplemente la designación estándar y no se usa para los cálculos. Los números de cédula están relacionados con la presión de operación admisible de la tubería y el esfuerzo permisible del acero contenido en la tubería. El rango de números de cédula va desde 10 hasta 160, donde los números más altos indican un espesor de pared más grande. Ya que todas las cédulas de tubería con un tamaño nominal dado tienen el mismo diámetro exterior, las más altas tienen un menor diámetro interior. Las series más completas de tuberías de acero disponibles son las de cédulas 40 y 80. En el apéndice F se proporcionan los datos para estas dos cédulas en unidades tanto del SI como en las de uso común en Estados Unidos. Consulte en *ANSI/ASME Standard B31.1: Power Piping* un método para calcular el espesor de pared mínimo aceptable para las tuberías. Vea la referencia 1.

Tamaños nominales de tubería en unidades métricas

Debido a la larga experiencia en la fabricación de tubería estándar de acuerdo con la norma, los tamaños y números de cédula NPS se siguen utilizando con frecuencia, incluso cuando el sistema de tuberías se especifica en unidades métricas. Para tales casos, la International Standards Organization (ISO) ha establecido el conjunto de equivalencias DN. El símbolo DN se utiliza para designar el diá-

metro nominal (*diametre nominal*) en milímetros. En el apéndice F se muestra la designación DN junto con la designación NPS. Por ejemplo, una tubería de acero DN 50 mm cédula 40 tiene las mismas dimensiones que una tubería de acero de 2 pulgadas cédula 40.

6.3.2 Tubos de acero

Los tubos de acero estándar se utilizan en sistemas de fluidos, condensadores, intercambiadores de calor, sistemas de combustible para motor y sistemas de procesamiento de fluidos industriales. Los tamaños estándar en pulgadas se designan con diámetro exterior y espesor de pared en pulgadas. En el apéndice G.1, los tamaños estándar se tabulan a partir de $\frac{1}{8}$ in hasta 2 in para varios calibres de espesor de pared, aunque existen otros diámetros y espesores de pared disponibles. Los datos del apéndice G.1 se pueden utilizar para resolver los problemas métricos al seleccionar los datos equivalentes convertidos a métricos que se indican en la tabla.

Los diseñadores que trabajan en sistemas completamente métricos deben especificar el tubo hecho a las dimensiones métricas convenientes. La tabla del apéndice G.2 presenta los datos de un conjunto muestra de diámetros exteriores y espesores de pared. Existen muchas más opciones disponibles. Vea el recurso de internet 13.

6.3.3 Tubos de cobre

La Copper Development Association (CDA) desarrolla estándares para los tubos de cobre hechos con tamaños definidos en unidades de uso común en Estados Unidos. Existen seis tipos de tubos de cobre CDA y la elección de cuál utilizar depende de la aplicación, considerando el medio ambiente, la presión del fluido y las propiedades del fluido. Consulte el recurso de internet 3 para ver más detalles sobre todos los tipos y tamaños disponibles. Las medidas de los tubos están en la sección llamada *Properties*. A continuación se presentan descripciones breves de los usos habituales:

1. Tipo K: Se utiliza para el servicio de agua, aceite de motor, gas natural y aire comprimido.
2. Tipo L: Similar al tipo K, pero con menor espesor de pared.
3. Tipo M: Similar a los tipos K y L, pero con menor espesor de pared; es recomendable para la mayoría de los servicios de agua y aplicaciones de calefacción a presiones moderadas.
4. Tipo DWV: Usos en drenaje, agua residual y respiraderos para sistemas de plomería.
5. Tipo ACR: Aire acondicionado, refrigeración, gas natural, gas de petróleo licuado (LP) y aire comprimido.
6. Tipo OXY/MED: Se usa para la distribución de oxígeno o gases médicos, aire comprimido médico y aplicaciones al vacío. Está disponible en tamaños similares a los tipos K y L, pero con un procesamiento especial para obtener mayor limpieza.

Los tubos de cobre están disponibles en una condición suave recocida o dura estirada. El tubo estirado es más rígido y fuerte, mantiene la forma recta y puede conducir fluidos a presiones más altas. El tubo recocido es más fácil de formar en rollos y otras formas especiales. Todos los tamaños nominales o estándar para los tipos K, L, M y DWV son $\frac{1}{8}$ de pulgada menores que el diámetro exterior real. Los espesores de pared son diferentes para cada tipo, de modo que los diámetros interiores y las áreas de flujo varían. En ocasiones, este sistema de dimensiones se refiere también como

Copper Tube Sizes (CTS). El tamaño nominal para el tubo tipo ACR es igual al diámetro exterior. El apéndice H proporciona datos para las dimensiones del tubo tipo K, incluyendo el diámetro exterior, el diámetro interior, el espesor de pared y el área de flujo tanto en unidades de uso común en Estados Unidos como del SI.

También existen tubos de cobre fabricados a las dimensiones métricas SI convenientes, y en el apéndice G.2 se incluyen datos de muestra. Consulte el recurso de internet 13 para ver los datos de un conjunto más completo de tamaños disponibles.

6.3.4 Tubería de hierro dúctil

Las tuberías de agua, gas y alcantarillado suelen estar hechas de tubería de hierro dúctil debido a su resistencia, ductilidad y relativa facilidad de manejo. Han sustituido al hierro fundido en muchas aplicaciones. Los accesorios estándar se suministran con la tubería para que se realice una instalación apropiada en forma superficial o subterránea. Existen varias clases de tubería de hierro dúctil para su uso en sistemas con gran rango de presiones. En el apéndice I se listan las dimensiones de las tuberías cementadas, clase 150 para servicio a 150 psi (1.03 MPa) en tamaños nominales de 4 a 48 in. Los diámetros reales interiores y exteriores son más grandes que los tamaños nominales. Hay otros revestimientos y recubrimientos internos disponibles. El recurso de internet 4 proporciona datos para todos los tamaños, revestimientos, recubrimientos y clases. El apéndice I contiene los datos de una muestra de tuberías de hierro dúctil disponibles en el mercado. De manera similar a la tubería de acero, la designación para tuberías de hierro dúctil es un tamaño nominal en pulgadas que sólo es aproximadamente igual al diámetro interior. Los datos reales de las tablas deben ser los utilizados en los problemas a resolver. Por conveniencia, en la tabla del apéndice los datos basados en pulgadas están convertidos a datos métricos equivalentes.

6.3.5 Tuberías y tubos de plástico

La tubería y los tubos de plástico se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones donde su peso ligero, facilidad de instalación, resistencia a la corrosión, resistencia química y muy buenas características de flujo presentan ventajas. Ejemplos de ello son la distribución de agua y gas, el alcantarillado y aguas residuales, la producción de petróleo y gas, el riego, la minería y muchas aplicaciones industriales. Se utilizan bastantes tipos de plástico como polietileno (PE), polietileno reticulado (PEX), poliamida (PA), polipropileno (PP), cloruro de polivinilo (PVC), cloruro de polivinilo clorado (CPVC), fluoruro de polivinilideno (PVDF), vinilo de grado alimentario y nylon. Vea los recursos de internet 9, 6 y 14.

Debido a que algunos tubos y tuberías de plástico sirven a los mismos mercados que los metales para los que las normas de tamaño especiales han sido comunes desde hace décadas, muchos productos de plástico se ajustan a las normas NPS existentes, a los tamaños de tubo de hierro dúctil (DIPS, por sus siglas en inglés) o a los CTS. Es necesario confirmar los datos de los fabricantes específicos para el diámetro exterior (OD), el diámetro interior (ID), el espesor de pared y el área de flujo.

Las tuberías de plástico también se fabrican en las medidas métricas convenientes. En el apéndice G.3 se listan ejemplos de tamaños disponibles en el mercado para tuberías plásticas de PVC. En el recurso de internet 14 pueden encontrarse muchos otros tamaños. Además de las dimensiones y el área de flujo, el apéndice G.3 lista las clasificaciones de presión para las medidas

dadas. Los grados de presión de uso general incluyen 6 bar (87 psi), 10 bar (145 psi) y 16 bar (232 psi). Tenga en cuenta la relación entre el diámetro, el espesor de pared y los rangos de presión contenidos en la tabla.

Otros sistemas de tuberías de plástico utilizan la Standard Inside Dimension Ratio (SIDR) o la Standard Dimension Ratio (SDR). El sistema SIDR se basa en la relación del diámetro interior promedio especificado sobre el espesor de pared mínimo dado (ID/t). Se utiliza donde el diámetro interior es crítico para la aplicación. El diámetro interior se mantiene constante y el diámetro exterior cambia con el espesor de la pared para dar cabida a diferentes presiones y consideraciones estructurales y de manejo. El SDR se basa en la relación del diámetro exterior promedio especificado sobre el espesor de pared mínimo dado (OD/t). El diámetro exterior se mantiene constante y el interior cambia con el espesor de pared. El sistema SDR es útil porque la presión nominal de la tubería está directamente vinculada con esta relación. Por ejemplo, para tubería de plástico con un esfuerzo de diseño hidrostático nominal de 1250 psi (11 MPa), las clasificaciones de presión para los diferentes SDR nominales son las siguientes:

SDR	Presión nominal
26	50 psi (345 kPa)
21	62 psi (427 kPa)
17	80 psi (552 kPa)
13.5	100 psi (690 kPa)

Estos valores de presión son para el agua a 73 °F (23 °C). En general, la tubería y el tubo plásticos pueden encontrarse con valores de hasta 250 psi (1380 kPa). Vea el recurso de internet 6.

6.3.6 Mangueras hidráulicas

Las mangueras flexibles reforzadas se utilizan ampliamente en sistemas de fluidos hidráulicos y en otras aplicaciones industriales donde las líneas de flujo deben flexionarse durante el servicio. Los materiales para manguera incluyen el caucho de butilo, el caucho sintético, el caucho de silicona, los elastómeros termoplásticos y el nylon. El refuerzo trenzado puede estar hecho de alambre de acero, Kevlar, poliéster y tela. Las aplicaciones industriales incluyen el traslado de vapor, aire comprimido, productos químicos, líquidos refrigerantes, calentadores, transferencia de combustible, lubricantes, refrigerantes, papel, fluidos para dirección hidráulica, propano, agua, alimentos y bebidas. La norma internacional SAE J517, para *mangueras hidráulicas*, define muchos tipos y tamaños estándar de acuerdo con su clasificación de presión y capacidad de flujo. Los tamaños incluyen diámetros interiores de 3/16, 1/4, 5/16, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4, 1, 1 1/4, 1 1/2, 2, 2 1/2, 3, 3 1/2 y 4 in. Los rangos de presión varían desde 35 psig hasta más de 10 000 psig (de 240 kPa a 69 MPa), lo cual cubre aplicaciones desde potencias de fluidos a alta presión para gatos hidráulicos hasta succión a baja presión y líneas de retorno, así como aplicaciones de transferencia de fluidos a baja presión. Vea los recursos de internet 11 y 12.

6.4 VELOCIDAD DE FLUJO RECOMENDADA EN TUBERÍAS Y TUBOS

Existen muchos factores que afectan la selección de una velocidad de flujo satisfactoria en los sistemas de fluidos. Algunos de los más importantes son el tipo de fluido, la longitud del sistema de flujo, el tipo de tubería o tubo, la caída de presión que puede ser tolerada, los dispositivos (por ejemplo, bombas, válvulas, etc.) que pueden conectarse a la tubería o tubo, la temperatura, la presión y el ruido.

Al analizar la ecuación de continuidad en la sección 6.2, se supo que la velocidad del flujo aumenta a medida que disminuye el área de la trayectoria de flujo. Por lo tanto, los tubos más pequeños causarán velocidades más altas y tubos más grandes generarán velocidades más bajas. Posteriormente se explicará que la pérdida de energía y la correspondiente caída de presión se incrementan fuertemente a medida que aumenta la velocidad del flujo. Por esta razón, es deseable mantener velocidades bajas. Sin embargo, debido a que las tuberías y los tubos más grandes son costosos, se requiere establecer algunos límites.

En la figura 6.3 se proporciona una guía muy general para especificar tamaños de tubería como una función de la rapidez del flujo de volumen requerido en los sistemas más comunes de distribución de fluidos mediante bombeo. Los datos se obtuvieron a partir de un análisis de la rapidez del flujo de volumen nominal de muchas bombas centrífugas disponibles en el mercado, las cuales operan cerca de su punto de máximo rendimiento, y al observar el tamaño de las conexiones de succión y descarga. En general, la velocidad de flujo se mantiene más baja en las líneas de succión que proporcionan flujo a una bomba con el fin de asegurar un llenado adecuado de los pasos de entrada de succión. La velocidad más baja también ayuda a limitar las pérdidas de energía en la línea de succión, manteniendo la presión en la entrada de la bomba relativamente alta para asegurar que a la bomba sólo entre líquido. Las presiones bajas pueden causar la presencia de una condición dañina llamada *cavitación*, la cual resulta en ruido excesivo, desempeño significativamente degradado y una rápida erosión de las superficies de la bomba y el impulsor. La cavitación se estudia con más detalle en el capítulo 13.

Observe que la especificación de un tamaño más grande o más pequeño que el indicado por las líneas de la figura 6.3 no afectará en gran medida el desempeño del sistema. En general, se debe favorecer el tamaño más grande de la tubería para obtener una velocidad inferior, a menos que haya problemas con el espacio, el costo o la compatibilidad con la conexión a la bomba dados.

Las velocidades de flujo resultantes a partir de los tamaños de tubería recomendados en la figura 6.3 suelen ser más bajas para las tuberías más pequeñas y más altas para las tuberías más grandes, como lo muestran los siguientes datos.

Rapidez del flujo de volumen gal/min m ³ /h	Línea de succión			Línea de descarga		
	Tamaño de la tubería (in)	Velocidad ft/s m/s	Tamaño de la tubería (in)	Velocidad ft/s m/s		
10 2.3	1	3.7 1.1	¾	6.0 1.8		
100 22.7	2½	6.7 2.0	2	9.6 2.9		
500 114	5	8.0 2.4	3½	16.2 4.9		
2000 454	8	12.8 3.9	6	22.2 6.8		

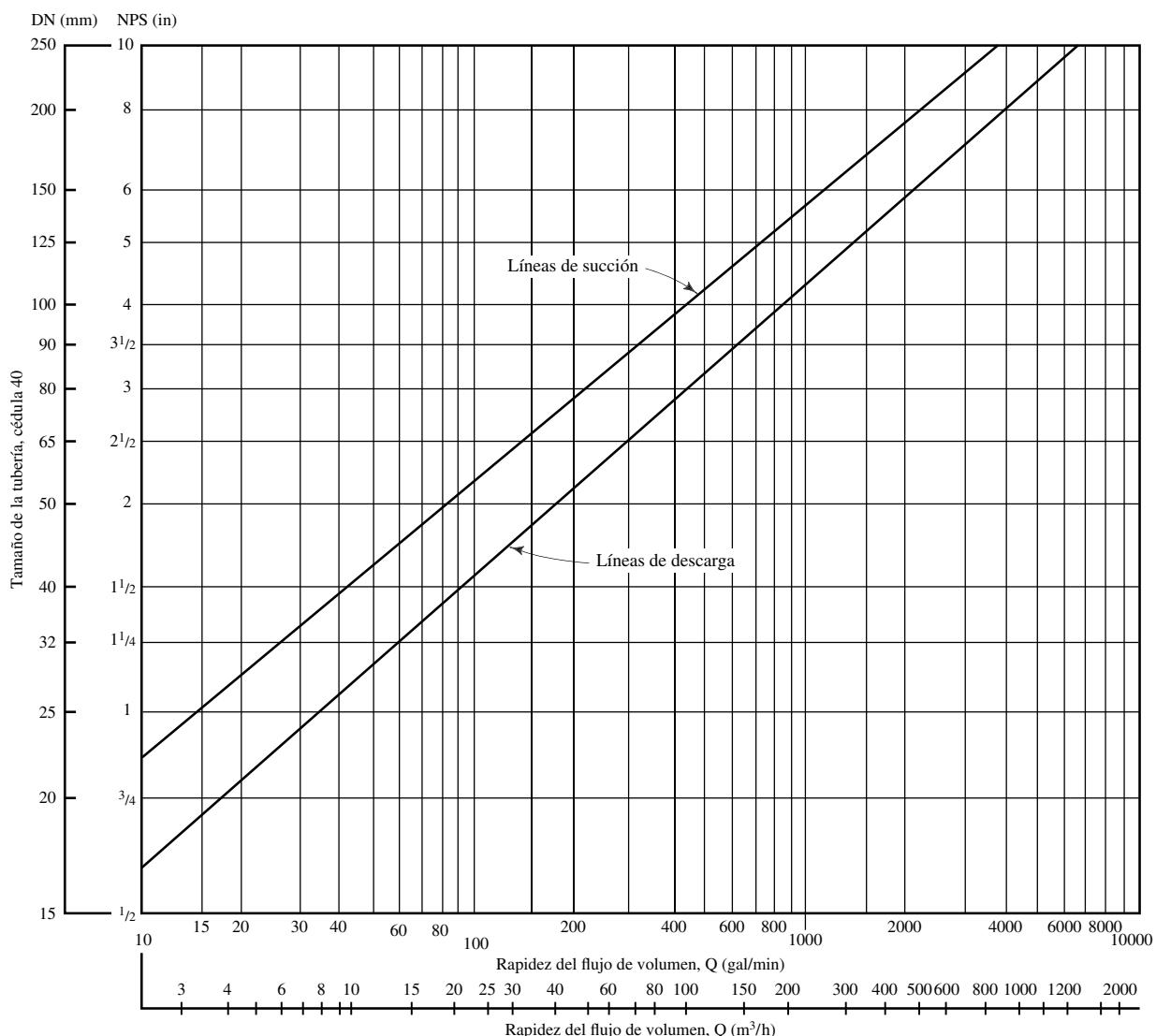


FIGURA 6.3 Ayuda para la selección del tamaño de tubería.

El diseñador del sistema tienen la responsabilidad de especificar los tamaños finales de tubería que proporcionarán un desempeño razonablemente óptimo teniendo en cuenta las pérdidas de energía, presiones en los puntos críticos del sistema, la potencia que requiere la bomba y el costo del ciclo de vida.

Los datos para la rapidez del flujo de volumen incluidos en la figura 6.3 se dan en gal/min para el sistema de uso común en Estados Unidos y en m^3/h para el sistema SI porque la mayoría de los fabricantes clasifican sus bombas en dichas unidades. Antes de utilizar la rapidez del flujo en los cálculos de este libro, es necesario realizar las conversiones a las unidades estándar de ft^3/s y m^3/s .

Velocidades de flujo recomendadas para sistemas especializados Los datos de la figura 6.3 son aplicables a sistemas de distribución de fluidos en general. Se recomienda buscar información adicional sobre las prácticas industriales predominantes en los campos específicos para los que usted esté diseñando sistemas de flujo de fluidos.

Por ejemplo, a continuación se presentan algunas velocidades de flujo recomendadas para sistemas de fluidos (vea los recursos de internet 11 y 15):

Tipo de servicio	Rango de velocidad recomendado	
	ft/s	m/s
Líneas de succión	2-4	0.6-1.2
Líneas de retorno	4-13	1.5-4.0
Líneas de descarga	7-25	2.1-7.6

La línea de succión suministra el fluido hidráulico desde el depósito hasta el puerto de entrada de la bomba. Una línea de descarga conduce el fluido a alta presión desde la salida de la bomba hasta los componentes de trabajo, como actuadores o motores de fluido. Una línea de retorno lleva el fluido desde los actuadores, las válvulas de alivio de presión o los motores de fluido de regreso al depósito.

El manual *Liquid Process Piping*, del U. S. Army Corps of Engineers, recomienda que para aplicaciones de servicio con líquidos normales, la velocidad de flujo debe estar en el rango de 1.2 m/s a 3.0 m/s (3.9 ft/s a 9.8 ft/s). Aplicaciones específicas pueden permitir mayores velocidades. Vea la referencia 6.

Problema de ejemplo 6.6 Determine la rapidez del flujo de volumen máxima permisible en L/min que puede presentarse en un tubo de acero estándar con diámetro exterior de 32 mm y espesor de pared de 1.5 mm si la velocidad máxima debe ser de 3.0 m/s.

Solución De acuerdo con la definición de la rapidez del flujo de volumen, se tiene

$$Q = A$$

$$A = 6.605 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ (según el apéndice G.2)}$$

Entonces, se encuentra la rapidez del flujo

$$Q = (6.605 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(3.0 \text{ m/s}) = 1.982 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Al convertir a L/min, se tiene

$$Q = 1.982 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \left(\frac{60\,000 \text{ L/min}}{1.0 \text{ m}^3/\text{s}} \right) = 119 \text{ L/min}$$

Problema de ejemplo 6.7 Determine el tamaño requerido de tubería estándar de acero cédula 40 para conducir 192 m³/h de agua con una velocidad máxima de 6.0 m/s.

Solución Puesto que Q y A son conocidos, el área requerida puede encontrarse a partir de

$$Q = A$$

$$A = Q/V$$

Primero, es necesario convertir la rapidez del flujo de volumen a las unidades de m³/s:

$$Q = 192 \text{ m}^3/\text{h}(1 \text{ h}/3600 \text{ s}) = 0.0533 \text{ m}^3/\text{s}$$

Entonces, se tiene

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{0.0533 \text{ m}^3/\text{s}}{6.0 \text{ m/s}} = 0.00888 \text{ m}^2 = 8.88 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Esto se debe interpretar como el área *mínima* permitida porque cualquier área más pequeña podría producir una velocidad mayor que 6.0 m/s. Por lo tanto, es necesario buscar en el apéndice F una tubería estándar DN con un área de flujo justo mayor que $8.88 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Se requiere una tubería estándar de acero cédula 40 DN de 125 mm, con un área de flujo de $1.291 \times 10^{-2} \text{ m}^2$. La velocidad de flujo real cuando este tubo conduce 0.0533 m³/s de agua es:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533 \text{ m}^3/\text{s}}{1.291 \times 10^{-2} \text{ m}^2} = 4.13 \text{ m/s}$$

Si se utiliza la siguiente tubería más pequeña (una tubería cédula 40 DN de 100 mm), la velocidad es

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533 \text{ m}^3/\text{s}}{8.213 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 6.49 \text{ m/s (demasiado alta)}$$

Problema de ejemplo 6.8 Se está diseñando un sistema de distribución de fluidos bombeados para suministrar 400 gal/min de agua a un sistema de enfriamiento en una planta de generación de energía. Utilice la figura 6.3 para hacer una selección inicial de diámetros de tubería cédula 40 para las líneas de succión y descarga implementadas en este sistema. Despues calcule la velocidad de flujo media real para cada tubería.

Solución Con referencia a la figura 6.3, con $Q = 400 \text{ gal/min}$, se selecciona lo siguiente:

Tubería de succión, 4 in cédula 40: $A_s = 0.08840 \text{ ft}^2$ (según el apéndice F)

Tubería de descarga, 3 in cédula 40: $A_d = 0.05132 \text{ ft}^2$ (según el apéndice F)

La velocidad de flujo media real en cada tubería es

$$s = \frac{Q}{A_s} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.08840 \text{ ft}^2} \frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 10.08 \text{ ft/s}$$

$$d = \frac{Q}{A_d} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.05132 \text{ ft}^2} \frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 17.36 \text{ ft/s}$$

Comentario Aunque estos tamaños de tuberías y velocidades deben ser aceptables en el servicio normal, hay situaciones en las que se desean velocidades más bajas para limitar las pérdidas de energía en el sistema. Calcule las velocidades resultantes cuando se selecciona el tamaño más grande siguiente de tubería estándar cédula 40 para las líneas de succión y descarga:

Tubería de succión, 5 in cédula 40: $A_s = 0.1390 \text{ ft}^2$ (según el apéndice F)

Tubería de descarga, 3 1/2 in cédula 40: $A_d = 0.06868 \text{ ft}^2$ (según el apéndice F)

La velocidad de flujo media real en cada tubería es

$$s = \frac{Q}{A_s} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.1390 \text{ ft}^2} \frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 6.41 \text{ ft/s}$$

$$d = \frac{Q}{A_d} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.06868 \text{ ft}^2} \frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 12.97 \text{ ft/s}$$

Si las conexiones de la bomba tienen tamaños de 4 y 3 in desde la selección inicial, podrían diseñarse un reduedor gradual y una ampliación progresiva para conectar estas tuberías a la bomba.

6.5 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA—ECUACIÓN DE BERNOULLI

El análisis de un problema de tuberías como el ilustrado en la figura 6.2 toma en cuenta la totalidad de la energía presente dentro del sistema. En física usted aprendió que la energía no se crea ni se destruye, sino que puede transformarse de una forma a otra. Éste es un enunciado de la *ley de conservación de la energía*.

Existen tres formas de energía que siempre se consideran en el análisis de un problema de flujo en tuberías. Considere un elemento de fluido, como se muestra en la figura 6.4, dentro de una tubería en un sistema de flujo. Éste se encuentra a cierta elevación z , tiene velocidad v y presión p . El elemento de fluido posee las siguientes formas de energía:

1. *Energía potencial*. Debido a su elevación, la energía potencial del elemento, en relación con algún nivel de referencia, es

$$PE = wz \quad (6-6)$$

donde w es el peso del elemento.

2. *Energía cinética*. Debido a su velocidad, la energía cinética del elemento es

$$KE = w^2/2g \quad (6-7)$$

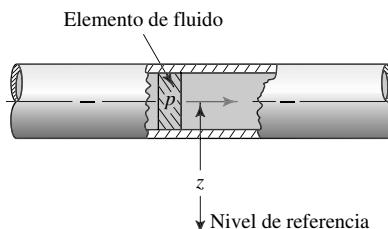


FIGURA 6.4 Elemento de un fluido en una tubería.

3. *Energía de flujo*. En ocasiones llamada *energía de presión o flujo de trabajo*, representa la cantidad de trabajo necesaria para mover el elemento de fluido a través de una sección determinada contra la presión p . La energía de flujo se abrevia FE y se calcula a partir de

$$FE = wp/\gamma \quad (6-8)$$

La ecuación (6-8) se puede deducir como sigue. La figura 6.5 muestra el elemento de fluido en la tubería, el cual se desplaza a través de una sección. La fuerza ejercida sobre el elemento es pA , donde p es la presión en la sección y A es el área de la sección. Al desplazar el elemento a lo largo de la sección, la fuerza se desplaza una distancia L igual a la longitud del elemento. Por lo tanto, el trabajo realizado es

$$\text{Trabajo} = pAL = pV$$

donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento w es

$$w = \gamma V$$

donde γ representa el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento es

$$V = w/\gamma$$

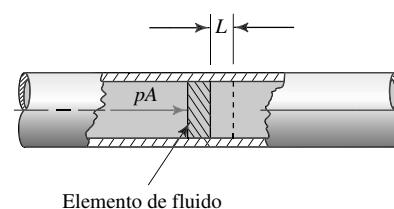


FIGURA 6.5 Energía de flujo.

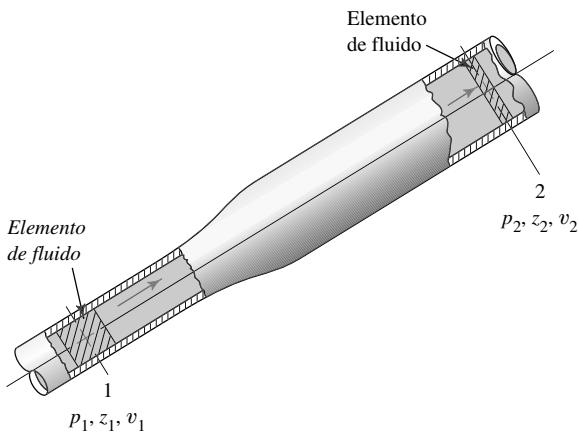


FIGURA 6.6 Elemento de fluido utilizado en la ecuación de Bernoulli.

y se tiene

$$\text{Trabajo} = pV = pw/\gamma$$

lo cual se denomina energía de flujo en la ecuación (6-8).

La cantidad total de energía de estas tres formas poseídas por el elemento de fluido es la suma E ,

$$\begin{aligned} E &= \text{FE} + \text{PE} + \text{KE} \\ E &= wp/\gamma + wz + w^2/2g \end{aligned}$$

Cada uno de estos términos se expresa en unidades de energía, que son newton-metros ($N \cdot m$) en el sistema de unidades SI y libras-pie ($ft-lb$) en el sistema de uso común en Estados Unidos.

Considere ahora el elemento de fluido de la figura 6.6, el cual va de la sección 1 a la sección 2. Los valores de p , z y w son diferentes en las dos secciones. En la sección 1, la energía total es

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{w^2}{2g}$$

En la sección 2, la energía total es

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{w^2}{2g}$$

Si no se añade energía al fluido ni se pierde energía entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de conservación de la energía exige que

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{w^2}{2g} &= \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{w^2}{2g} \end{aligned}$$

El peso del elemento w es común a todos los términos y se puede realizar su división. Así, la ecuación se convierte en

▷ Ecuación de Bernoulli

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (6-9)$$

Esto se conoce como *ecuación de Bernoulli*.

6.6 INTERPRETACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Cada término de la ecuación de Bernoulli, ecuación (6-9), resultó de dividir una expresión dada para la energía entre el peso de un elemento del fluido. Por lo tanto,

En la ecuación de Bernoulli, cada término es una forma de la energía que posee un fluido por unidad de peso del fluido que fluye en el sistema.

Las unidades para cada término son “energía por unidad de peso”. En el sistema SI, las unidades son $N \cdot m/N$ y en el sistema de uso común en Estados Unidos las unidades son $lb \cdot ft/lb$.

Sin embargo, tenga en cuenta que la unidad de fuerza (o peso) aparece en el numerador y el denominador y es posible cancelarla. La unidad resultante es simplemente el metro (m) o el pie (ft) y puede ser interpretada como una altura. En el análisis del flujo de fluidos, los términos se expresan normalmente como “carga”, refiriéndose a una altura situada por encima de un nivel de referencia. En forma específica,

P/γ se llama *carga de presión*.

z se llama *carga de elevación*.

$v^2/2g$ se llama *carga de velocidad*.

La suma de estos tres términos se denomina carga total.

Debido a que cada término de la ecuación de Bernoulli representa una altura, un diagrama similar al mostrado en la figura 6.7 ayuda a visualizar la relación que hay entre los tres tipos de energía. A medida que el fluido se desplaza del punto 1 al punto 2, la magnitud de cada término puede cambiar de valor. Sin embargo, si no se pierde ni se añade energía al fluido, la carga total se mantiene en un nivel constante. La ecuación de Bernoulli se utiliza para determinar la forma en que los valores de la carga de presión, la carga de elevación y la carga de velocidad cambian a medida que el fluido se desplaza a través del sistema.

En la figura 6.7 se puede ver que la carga de velocidad en la sección 2 será menor que en la sección 1. Es posible demostrar esto mediante la ecuación de continuidad,

$$\begin{aligned} A_1 \cdot 1 &= A_2 \cdot 2 \\ 2 &= 1(A_1/A_2) \end{aligned}$$

Puesto que $A_1 < A_2$, A_2 debe ser menor que A_1 . Y debido a que la velocidad se eleva al cuadrado en el término de la carga de velocidad, $v_2^2/2g$ es mucho menor que $v_1^2/2g$.

Por lo general, cuando el tamaño de la sección se expande, como lo hace en la figura 6.7, la carga de presión aumenta debido a que la carga de velocidad disminuye. Así es como se construyó la figura 6.7. Sin embargo, el cambio real también se ve afectado por el cambio en la carga de elevación; en este caso, la carga de elevación aumentó entre los puntos 1 y 2.

En resumen,

la ecuación de Bernoulli explica los cambios en la carga de elevación, la carga de presión y la carga de velocidad entre dos puntos de un sistema de flujo de fluidos. Se supone que no hay pérdidas ni adiciones de energía entre los dos puntos, por lo que la carga total permanece constante.

Al escribir la ecuación de Bernoulli, es esencial que las presiones existentes en los dos puntos de referencia se expresen ambas como presiones absolutas o bien ambas como presiones

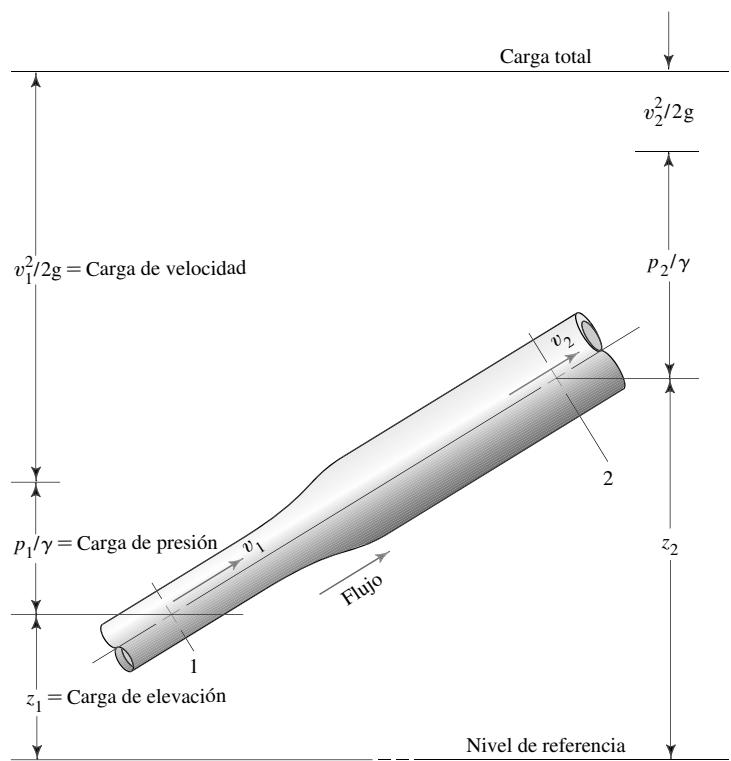


FIGURA 6.7 Carga de presión, carga de elevación, carga de velocidad y carga total.

manométricas. Es decir, ambas deben tener la misma presión de referencia. En la mayoría de los problemas será conveniente utilizar la presión manométrica porque las partes del sistema de fluidos expuestas a la atmósfera tendrán entonces presión cero. Además, la mayoría de las presiones se miden por medio de un manómetro en relación con la presión atmosférica local.

6.7 RESTRICCIONES A LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Aunque la ecuación de Bernoulli es aplicable a un gran número de problemas prácticos, existen varias limitaciones que deben ser entendidas para poder aplicarla correctamente.

1. Es válida sólo para fluidos incompresibles porque se supone que el peso específico del fluido es el mismo en las dos secciones de interés.
2. No puede haber dispositivos mecánicos entre las dos secciones de interés que agreguen o retiren energía del sistema, pues la ecuación establece que en el fluido la energía total permanece constante.
3. No puede haber transferencia de calor hacia el fluido o fuera de él.
4. No puede haber pérdida de energía debido a la fricción.

En realidad ningún sistema satisface todas estas restricciones. Sin embargo, existen muchos sistemas para los que se obtendrá sólo un error insignificante al utilizar la ecuación de Bernoulli. Además, el uso de esta ecuación permite realizar un cálculo rápido si sólo se requiere una estimación aproximada. En el capítulo 7, las limitaciones 2 y 4 se eliminarán mediante la ampliación de la ecuación de Bernoulli para obtener la *ecuación general de la energía*.

6.8 APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Se presentarán varios problemas de ejemplo programados para ilustrar el uso de la ecuación de Bernoulli. Aunque no es posible cubrir todos los tipos de problemas con un determinado método de solución, el enfoque general para los problemas de flujo de fluidos se describe a continuación.

Procedimiento para aplicar la ecuación de Bernoulli

1. Decida qué elementos son conocidos y cuáles se deben encontrar.
2. Defina las dos secciones del sistema que se utilizarán para escribir la ecuación de Bernoulli. Una sección se elige por la cantidad de valores de datos que se conocen. La segunda sección suele ser aquella en la que se debe calcular algo.
3. Escriba la ecuación de Bernoulli para las dos secciones seleccionadas en el sistema. Es importante que la ecuación se escriba *en la dirección del flujo*. Es decir, el flujo debe proceder de la sección ubicada en el lado izquierdo de la ecuación *hacia* la sección del lado derecho.
4. Sea explícito al etiquetar los subíndices para los términos de la carga de presión, la carga de elevación y la carga de velocidad en la ecuación de Bernoulli. Debe tener en cuenta dónde se ubican los puntos de referencia del sistema en un bosquejo.
5. Simplifique la ecuación, si es posible, mediante la cancelación de términos que sean cero o de los que sean iguales en ambos lados de la ecuación.
6. Resuelva la ecuación algebraica y despeje el término deseado.
7. Sustituya las cantidades conocidas y calcule el resultado, teniendo cuidado de usar unidades consistentes durante todo el cálculo.

PROBLEMA DE EJEMPLO PROGRAMADO

Problema de ejemplo**6.9**

En la figura 6.7, el agua a 10 °C fluye de la sección 1 a la sección 2. En la sección 1, que tiene 25 mm de diámetro, la presión manométrica es de 345 kPa y la velocidad de flujo es de 3.0 m/s. La sección 2, que tiene 50 mm de diámetro, está a 2.0 m por encima de la sección 1. Suponiendo que no hay pérdidas de energía en el sistema, calcule la presión p_2 .

Liste los elementos que se conocen a partir del planteamiento del problema antes de ver el siguiente panel.

$$\begin{aligned} D_1 &= 25 \text{ mm} & v_1 &= 3.0 \text{ m/s} & z_2 - z_1 &= 2.0 \text{ m} \\ D_2 &= 50 \text{ mm} & p_1 &= 345 \text{ kPa (man)} \end{aligned}$$

Se debe encontrar la presión p_2 . En otras palabras, se pide calcular la presión existente en la sección 2, que es diferente de la presión de la sección 1 porque hay un cambio en la elevación y en el área de flujo entre las dos secciones.

Se utilizará la ecuación de Bernoulli para resolver el problema. ¿Cuáles son las dos secciones que deben usarse para escribir la ecuación?

En este caso, las opciones para las secciones 1 y 2 son obvias. En la sección 1, se conoce p_1 , v_1 y z_1 . La presión desconocida, p_2 , está en la sección 2.

Ahora escriba la ecuación de Bernoulli. [Vea la ecuación (6-9)].

La ecuación debería verse así:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{v_1^2}{2}}{g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\frac{v_2^2}{2}}{g}$$

Los tres términos de la izquierda se refieren a la sección 1 y los tres de la derecha se refieren a la sección 2.

Despeje p_2 en términos de las demás variables.

La solución algebraica para p_2 podría verse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{v_1^2}{2}}{g} &= \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\frac{v_2^2}{2}}{g} \\ \frac{p_2}{\gamma} &= \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{v_1^2}{2}}{g} - z_2 - \frac{\frac{v_2^2}{2}}{g} \\ p_2 &= \gamma \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\frac{v_1^2}{2}}{g} - z_2 - \frac{\frac{v_2^2}{2}}{g} \right) \end{aligned}$$

Esto es correcto. Sin embargo, es conveniente agrupar las cargas de elevación y las cargas de velocidad de manera que se consideren las diferencias en los valores de cantidades similares. Además, puesto que $\gamma(p_1/\gamma) = p_1$, la solución final para p_2 debe ser

$$p_2 = p_1 + \gamma \left(z_1 - z_2 + \frac{\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}}{g} \right) \quad (6-10)$$

¿Se conocen todos los valores de los términos ubicados en el lado derecho de esta ecuación?

Todo está dado, a excepción de γ , v_2 y g . Por supuesto, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Como en el sistema fluye agua a 10 °C, $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$. ¿Cómo se puede determinar v_2 ?

Utilizando la ecuación de continuidad:

$$\begin{aligned} A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ v_2 &= v_1 (A_1/A_2) \end{aligned}$$

Ahora calcule v_2 .

Se debe obtener $v_2 = 0.75 \text{ m/s}$, lo cual se encuentra a partir de

$$A_1 = \pi D_1^2/4 = \pi(25 \text{ mm})^2/4 = 491 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \pi D_2^2/4 = \pi(50 \text{ mm})^2/4 = 1963 \text{ mm}^2$$

$$v_2 = v_1(A_1/A_2) = 3.0 \text{ m/s}(491 \text{ mm}^2/1963 \text{ mm}^2) = 0.75 \text{ m/s}$$

Ahora sustituya los valores conocidos en la ecuación (6-10).

$$p_2 = 345 \text{ kPa} + \frac{9.81 \text{ kN}}{\text{m}^3} \left(-2.0 \text{ m} + \frac{(3.0 \text{ m/s})^2 - (0.75 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \right)$$

Observe que $z_1 - z_2 = -2.0 \text{ m}$. No se conocen z_1 ni z_2 , pero se sabe que z_2 es 2.0 m mayor que z_1 . Por lo tanto, la diferencia $z_1 - z_2$ debe ser negativa.

Ahora complete el cálculo de p_2 .

La respuesta final es $p_2 = 329.6 \text{ kPa}$. Esto es, 15.4 kPa menos que p_1 . Los detalles de la solución son:

$$p_2 = 345 \text{ kPa} + \frac{9.81 \text{ kN}}{\text{m}^3} \left(-2.0 \text{ m} + \frac{(9.0 - 0.563)\text{m}^2/\text{s}^2}{2(9.81)\text{m/s}^2} \right)$$

$$p_2 = 345 \text{ kPa} + \frac{9.81 \text{ kN}}{\text{m}^3} (-2.0 \text{ m} + 0.43 \text{ m})$$

$$p_2 = 345 \text{ kPa} - 15.4 \text{ kN/m}^2 = 345 \text{ kPa} - 15.4 \text{ kPa}$$

$$p_2 = 329.6 \text{ kPa}$$

La presión p_2 es una presión manométrica porque se calculó en relación con p_1 , que también es una presión manométrica. En las soluciones a los problemas posteriores, siempre se supondrá que las presiones son manométricas a menos que se indique lo contrario.

6.8.1 Tanques, depósitos y boquillas expuestos a la atmósfera

En la figura 6.8 se muestra un sistema de flujo de fluidos en el que un sifón extrae el fluido de un tanque o depósito y lo entrega mediante una boquilla situada en el extremo de la tubería. Observe que la superficie del tanque (punto A) y la corriente de fluido libre que sale de la boquilla (sección F) no están limitadas por fronteras sólidas y sí están expuestas a la atmósfera presente. Por lo tanto, en dichas secciones la presión es la presión manométrica cero. En estos casos, se utiliza la siguiente regla:

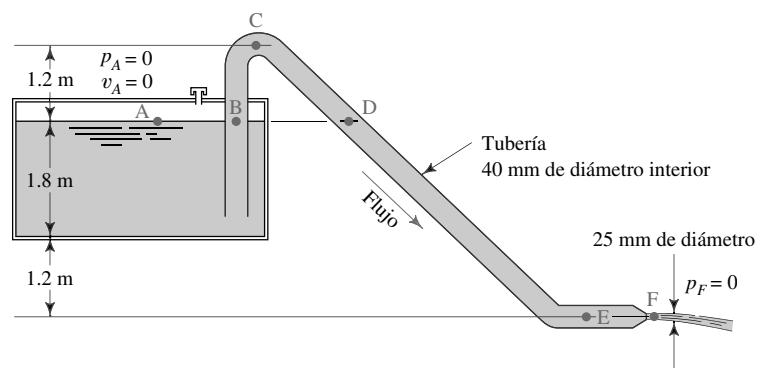
Cuando en un punto de referencia el fluido está expuesto a la atmósfera, la presión es cero y el término de la carga de presión puede cancelarse en la ecuación de Bernoulli.

Se puede suponer que el depósito del que se está extrayendo el fluido es muy grande comparado con el tamaño del área de flujo que hay dentro de la tubería. Ahora bien, puesto que

$= Q/A$, en la superficie de un tanque de este tipo la velocidad será muy pequeña. Además, cuando se usa la velocidad para calcular la carga de velocidad, $v^2/2g$, la velocidad se eleva al cuadrado. El proceso de elevar al cuadrado un número pequeño mucho menor que 1.0 produce un número aún menor. Por estas razones, se adopta la siguiente regla:

Se considera que en la superficie de un tanque o depósito la carga de velocidad es cero y se puede cancelar en la ecuación de Bernoulli.

FIGURA 6.8 Sifón para el problema de ejemplo 6.10.



6.8.2 Cuando los dos puntos de referencia están en la misma tubería

En la figura 6.8, observe también que varios puntos de interés (los puntos de B a E) se encuentran dentro de la tubería, la cual tiene un área de flujo uniforme. Bajo las condiciones de flujo estable que se suponen para estos problemas, la velocidad será la misma a lo largo de la tubería. Entonces, al existir flujo estable, se aplica la siguiente regla:

Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están dentro de una tubería del mismo tamaño, los términos de la carga de velocidad son iguales en ambos lados de la ecuación y pueden ser cancelados.

6.8.3 Cuando las elevaciones son iguales en los dos puntos de referencia

De manera similar, se aplica la regla siguiente cuando los puntos de referencia están en el mismo nivel:

Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están a la misma altura, los términos de la carga de elevación z_1 y z_2 son iguales y pueden cancelarse.

Las cuatro observaciones realizadas en las secciones 6.8.1 a 6.8.3 permiten simplificar la ecuación de Bernoulli y facilitar las manipulaciones algebraicas. El problema de ejemplo 6.10 utiliza estas observaciones.

PROBLEMA DE EJEMPLO PROGRAMADO

Problema de ejemplo

6.10

La figura 6.8 muestra un sifón que se utiliza para sacar agua de una piscina. El tubo que forma el sifón tiene un diámetro interior de 40 mm y termina en una boquilla de 25 mm de diámetro. Si se supone que no hay pérdidas de energía en el sistema, calcule la rapidez del flujo de volumen a través del sifón y la presión en los puntos B a E.

El primer paso para la solución de este problema consiste en calcular la rapidez del flujo de volumen, Q , mediante la ecuación de Bernoulli. Los dos puntos más convenientes a utilizar en este cálculo son A y F. ¿Qué se conoce acerca del punto A?

El punto A es la superficie libre del agua en la piscina. Por lo tanto, $p_A = 0$ Pa. También, debido a que el área superficial de la piscina es muy grande, la velocidad del agua en la superficie es casi cero. Por lo tanto, se supondrá que $v_A = 0$.

¿Qué se sabe del punto F?

El punto F está en la corriente de agua que corre libre fuera de la boquilla. Debido a que la corriente está expuesta a la presión atmosférica, la presión $p_F = 0$ Pa, también sabemos que el punto F está a 3.0 m por debajo del punto A.

Ahora escriba la ecuación de Bernoulli para los puntos A y F.

Usted debe tener

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_F}{\gamma} + z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

Si se toma en cuenta la información de los dos paneles anteriores, ¿cómo se puede simplificar esta ecuación?

Puesto que $p_A = 0$ Pa, $p_F = 0$ Pa y v_A es aproximadamente cero, estos términos se pueden cancelar en la ecuación. Lo restante es

$$\begin{aligned} \frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} &= \frac{p_F}{\gamma} + z_F + \frac{v_F^2}{2g} \\ z_A &= z_F + \frac{v_F^2}{2g} \end{aligned}$$

El objetivo es calcular la rapidez del flujo de volumen, la cual depende de la velocidad. Ahora despeje v_F .

Se debe obtener

$$v_F = \sqrt{(z_A - z_F)2g}$$

¿Qué valor tiene $z_A - z_F$?

En la figura 6.8 se ve que $z_A - z_F = 3.0$ m. Observe que la diferencia es positiva porque z_A es mayor que z_F . Ahora es posible obtener el valor de v_F .

El resultado es

$$v_F = \sqrt{(3.0 \text{ m})(2)(9.81 \text{ m/s}^2)} = \sqrt{58.9} \text{ m/s} = 7.67 \text{ m/s}$$

Ahora, ¿cómo se puede calcular Q ?

Calcule la rapidez del flujo de volumen a partir de su definición, $Q = A v$.

El resultado es

$$Q = A_F v_F$$

$$v_F = 7.67 \text{ m/s}$$

$$A_F = \pi(25 \text{ mm})^2/4 = 491 \text{ mm}^2$$

$$Q = 491 \text{ mm}^2 \left(\frac{7.67 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2} \right) = 3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Con esto se ha completado la primera parte del problema. Ahora use la ecuación de Bernoulli para determinar p_B . ¿Cuáles son los dos puntos que se deben utilizar?

Los puntos A y B son los mejores. Tal como se mostró en los paneles anteriores, el uso del punto A permite simplificar la ecuación en gran medida; y como se está buscando p_B , es necesario elegir el punto B.

Escriba la ecuación de Bernoulli para los puntos A y B, simplifiquela como antes y despeje p_B .

El siguiente es un posible procedimiento de solución:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Puesto que $p_A = 0$ Pa y $v_A = 0$, se tiene

$$z_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$p_B = \gamma [(z_A - z_B) - v_B^2/2g]$$

(6-11)

¿A qué es igual $z_A - z_B$?

Es igual a cero. Debido a que los dos puntos están al mismo nivel, sus elevaciones son iguales. ¿Se puede encontrar v_B ?

Podemos calcular v_B mediante la ecuación de continuidad:

$$Q = A_B v_B$$

$$v_B = Q/A_B$$

El área de un tubo con diámetro de 40 mm puede encontrarse en el apéndice J. Complete el cálculo de v_B .

El resultado es

$$v_B = Q/A_B$$

$$Q = 3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_B = 1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \quad (\text{de acuerdo con el apéndice J})$$

$$v_B = \frac{3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 3.00 \text{ m/s}$$

Ahora se tienen todos los datos necesarios para calcular p_B a partir de la ecuación (6-11).

La presión en el punto B es

$$\begin{aligned} p_B &= \gamma[(z_A - z_B) - \frac{v_B^2}{2g}] \\ \frac{v_B^2}{2g} &= \frac{(3.00)^2 m^2}{s^2} \times \frac{s^2}{(2)(9.81)m} = 0.459 \text{ m} \\ p_B &= (9.81 \text{ kN/m}^3)(0 - 0.459 \text{ m}) \\ p_B &= -4.50 \text{ kN/m}^2 \\ p_B &= -4.50 \text{ kPa} \end{aligned}$$

El signo negativo indica que p_B está 4.50 kPa por debajo de la presión atmosférica. Observe que cuando se trata con fluidos en movimiento, *no* es aplicable el concepto de que los puntos ubicados en el mismo nivel tienen la misma presión, como sí se hace al tratar con fluidos en reposo.

Los siguientes tres paneles presentan las soluciones para las presiones p_C , p_D y p_E , las cuales pueden encontrarse de una manera muy similar a la utilizada para p_B . Complete la solución para p_C antes de ver el siguiente panel.

La respuesta es $p_C = -16.27 \text{ kPa}$. Se utiliza la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{v_C^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ y $v_A = 0$, calculamos la presión en el punto C mediante el siguiente proceso.

$$\begin{aligned} z_A &= \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{v_C^2}{2g} \\ p_C &= \gamma[(z_A - z_C) - \frac{v_C^2}{2g}] \\ z_A - z_C &= -1.2 \text{ m} \quad (\text{negativa, porque } z_C \text{ es mayor que } z_A) \\ c &= b = 3.00 \text{ m/s} \quad (\text{porque } A_C = A_B) \\ \frac{v_C^2}{2g} &= \frac{v_B^2}{2g} = 0.459 \text{ m} \\ p_C &= (9.81 \text{ kN/m}^3)(-1.2 \text{ m} - 0.459 \text{ m}) \\ p_C &= -16.27 \text{ kN/m}^2 \\ p_C &= -16.27 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Complete el cálculo de p_D antes de ver el panel siguiente.

La respuesta es $p_D = -4.50 \text{ kPa}$. Esto es igual que en el caso de p_B porque la elevación y la velocidad en los puntos B y D son iguales. La solución mediante la ecuación de Bernoulli probaría esto.

Ahora encuentre p_E .

La presión en el punto E es de 24.93 kPa. Se utiliza la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g}$$

Puesto que $p_A = 0$ y $v_A = 0$, se tiene

$$\begin{aligned} z_A &= \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g} \\ p_E &= \gamma[(z_A - z_E) - v_E^2/2g] \\ z_A - z_E &= +3.0 \text{ m} \\ e &= b = 3.00 \text{ m/s} \\ \frac{v_E^2}{2g} &= \frac{v_B^2}{2g} = 0.459 \text{ m} \\ p_E &= (9.81 \text{ kN/m}^3)(3.0 \text{ m} - 0.459 \text{ m}) \\ p_E &= 24.93 \text{ kN/m}^2 \\ p_E &= 24.93 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Resumen de los resultados del problema de ejemplo 6.10

- La velocidad del flujo a partir de la boquilla y, por lo tanto, la rapidez del flujo de volumen entregado por el sifón, dependen de la diferencia de elevación que haya entre la superficie libre del fluido y la salida de la boquilla.
- En el punto B la presión está por debajo de la presión atmosférica a pesar de ubicarse al mismo nivel que el punto A, el cual se encuentra expuesto a la atmósfera. En la ecuación (6-11), la ecuación de Bernoulli muestra que la carga de presión en B disminuye por el tamaño de la carga de velocidad. Es decir, parte de la energía se convierte en energía cinética, lo que resulta en una presión más baja en B.
- Cuando existe flujo estable, la velocidad de flujo es la misma en todos los puntos donde el tamaño del tubo es igual.
- La presión en el punto C es la más baja del sistema, puesto que el punto C se encuentra en la elevación más alta.
- En el punto D la presión es la misma que en el punto B porque ambos se encuentran a la misma elevación y la carga de velocidad en los dos puntos es igual.
- En el punto E la presión es la más alta del sistema porque el punto E se encuentra en la elevación más pequeña.

6.8.4 Medidores Venturi y otros sistemas cerrados con velocidades desconocidas

La figura 6.9 muestra un dispositivo llamado *medidor Venturi* que puede utilizarse para medir la velocidad de flujo en un sistema de flujo de fluidos. En el capítulo 15 se proporciona una descripción más completa del medidor Venturi. Sin embargo, el análisis de un dispositivo de este tipo se basa en la aplicación de la ecuación de Bernoulli. La sección con diámetro reducido

mostrada en el punto B hace que la velocidad de flujo aumente ahí con la correspondiente disminución en la presión. Se demostrará que la velocidad de flujo depende de la *diferencia de presión* entre los puntos A y B. Por lo tanto, resulta conveniente usar un manómetro diferencial como el mostrado.

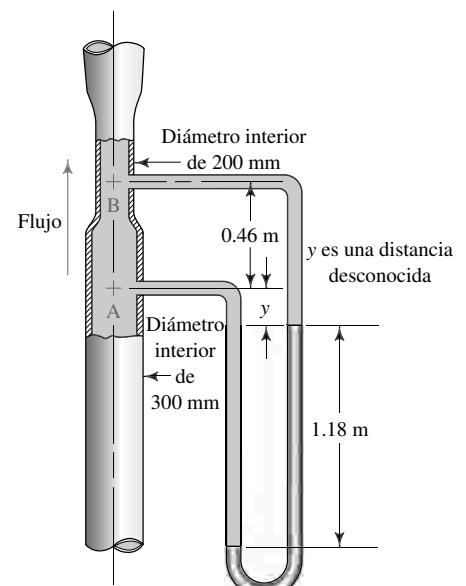
En la solución del siguiente problema, también se demostrará que es necesario combinar la ecuación de continuidad con la ecuación de Bernoulli para obtener la velocidad de flujo deseada.

Problema de ejemplo**6.11**

El medidor Venturi que se muestra en la figura 6.9 conduce agua a 60 °C. Las dimensiones interiores se maquinan a los tamaños mostrados en la figura. La gravedad específica del fluido de medición del manómetro es de 1.25. Calcule la velocidad de flujo en la sección A y la rapidez del flujo de volumen del agua.

Solución La solución del problema se mostrará siguiendo los pasos indicados al principio de esta sección, pero no se utilizará la técnica programada.

FIGURA 6.9 Sistema del medidor Venturi para el problema de ejemplo 6.11.



1. *Decida cuáles elementos se conocen y cuáles deben encontrarse.* Se conoce la diferencia de elevación entre los puntos A y B. El manómetro permite determinar la diferencia de presión entre los puntos A y B. En A y B los tamaños de las secciones son conocidos.

La velocidad no se conoce en ningún punto del sistema y se pide específicamente encontrar la velocidad en el punto A.

2. *Decida cuáles son las secciones de interés.* Los puntos A y B son las opciones obvias.
 3. *Escriba la ecuación de Bernoulli entre los puntos A y B:*

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{\frac{V_A^2}{2}}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{\frac{V_B^2}{2}}{2g}$$

El peso específico γ es para el agua a 60 °C, que es de 9.65 kN/m³ (apéndice A).

4. *Simplifique la ecuación*, si es posible, mediante la eliminación de los términos que sean cero o los términos que sean iguales en ambos lados de la ecuación. Aquí no puede hacerse ninguna simplificación.
 5. *Resuelva la ecuación en forma algebraica para obtener el término deseado.* Este paso requerirá un esfuerzo significativo. En primer lugar, note que las dos velocidades son desconocidas. Sin embargo, es posible encontrar la diferencia de presiones entre A y B y la diferencia de elevación es conocida. Por lo tanto, resulta conveniente llevar tanto los términos de presión como los de elevación al lado izquierdo de la ecuación en la forma de diferencias. Después, los dos términos de velocidad pueden trasladarse al lado derecho. El resultado es

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) = \frac{\frac{V_B^2}{2} - \frac{V_A^2}{2}}{2g} \quad (6-12)$$

6. *Calcule el resultado.* Se requieren varios pasos. La diferencia de elevación es

$$z_A - z_B = -0.46 \text{ m} \quad (6-13)$$

El valor es negativo porque B es mayor que A. Este valor se utilizará posteriormente en la ecuación (6-12).

El término de la diferencia en la carga de presión puede evaluarse al escribir la ecuación para el manómetro. Se usará γ_g para el peso específico del fluido de medición, donde

$$\gamma_g = 1.25(\gamma_w \text{ a } 4^\circ\text{C}) = 1.25(9.81 \text{ kN/m}^3) = 12.26 \text{ kN/m}^3$$

Aquí se produce un nuevo problema porque los datos de la figura 6.9 no incluyen la distancia vertical desde el punto A hasta el nivel del fluido de medición ubicado en el brazo derecho del manómetro. Se demostrará que este problema se elimina simplemente al denominar esta distancia desconocida con y o con cualquier otro nombre de variable.

Ahora es posible escribir la ecuación del manómetro empezando en A:

$$p_A + \gamma(y) + \gamma(1.18 \text{ m}) - \gamma_g(1.18 \text{ m}) - \gamma(y) - \gamma(0.46 \text{ m}) = p_B$$

Note que los dos términos que contienen la variable desconocida y se pueden cancelar.

Al despejar la diferencia de presión $p_A - p_B$, se encuentra que

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= \gamma(0.46 \text{ m} - 1.18 \text{ m}) + \gamma_g(1.18 \text{ m}) \\ p_A - p_B &= \gamma(-0.72 \text{ m}) + \gamma_g(1.18 \text{ m}) \end{aligned}$$

Sin embargo, observe en la ecuación (6-12) que en realidad se requiere $(p_A - p_B)/\gamma$. Al dividir ambos lados de la ecuación anterior entre γ , se obtiene el término deseado:

$$\begin{aligned} \frac{p_A - p_B}{\gamma} &= -0.72 \text{ m} + \frac{\gamma_g(1.18 \text{ m})}{\gamma} \\ &= -0.72 \text{ m} + \frac{12.26 \text{ kN/m}^3(1.18 \text{ m})}{9.65 \text{ kN/m}^3} \\ (p_A - p_B)/\gamma &= -0.72 \text{ m} + 1.50 \text{ m} = 0.78 \text{ m} \end{aligned} \quad (6-14)$$

Ahora ya se ha evaluado todo el lado izquierdo de la ecuación (6-12). No obstante, observe que todavía hay *dos* incógnitas en el lado derecho, A_A y A_B . Puede eliminarse una incógnita al encontrar otra ecuación independiente que relacione esas dos variables. Para ello, una ecuación conveniente es la *ecuación de continuidad*,

$$A_{A,A} = A_{B,B}$$

Al expresar $\frac{A_B}{A_A}$ en términos de $\frac{A_A}{A_B}$, se obtiene

$$\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2$$

Las áreas para las secciones con 200 mm y 300 mm de diámetro pueden encontrarse en el apéndice J. Entonces,

$$\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{7.069 \times 10^{-2}}{3.142 \times 10^{-2}}\right) = 2.25 \frac{A_B}{A_A}$$

Pero se necesita $\frac{V_B^2}{A_B^2}$:

$$\frac{V_B^2}{A_B^2} = 5.06 \frac{V_A^2}{A_A^2}$$

Entonces,

$$\frac{V_B^2}{A_B^2} - \frac{V_A^2}{A_A^2} = 5.06 \frac{V_A^2}{A_A^2} - \frac{V_A^2}{A_A^2} = 4.06 \frac{V_A^2}{A_A^2} \quad (6-15)$$

Ahora se pueden introducir estos resultados, la diferencia de la carga de elevación [ecuación (6-13)] y la diferencia de la carga de presión [ecuación (6-14)], de nuevo en la ecuación (6-12) y completar la solución. La ecuación (6-12) se convierte en

$$0.78 \text{ m} - 0.46 \text{ m} = 4.06 \frac{V_A^2}{A_A^2}/2g$$

Al despejar V_A se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{V_A^2}{A_A^2} &= \sqrt{\frac{2g(0.32 \text{ m})}{4.06}} = \sqrt{\frac{2(9.81 \text{ m/s}^2)(0.32 \text{ m})}{4.06}} \\ V_A &= 1.24 \text{ m/s} \end{aligned}$$

El planteamiento del problema también pidió la rapidez del flujo de volumen, la cual se puede calcular a partir de

$$Q = A_V V_A = (7.069 \times 10^{-2} \text{ m}^2)(1.24 \text{ m/s}) = 8.77 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

Con lo que se completa este problema de ejemplo.

6.9 TEOREMA DE TORRICELLI

En el sifón analizado en el problema de ejemplo 6.10, se observó que la velocidad de flujo desde el sifón depende de la diferencia de elevación que haya entre la superficie libre del fluido y la salida del sifón. La figura 6.10 muestra una aplicación clásica de

esta observación. El fluido fluye desde el lado del tanque por una boquilla lisa y redondeada. Para determinar la velocidad de flujo desde la boquilla, escriba la ecuación de Bernoulli entre un punto de referencia en la superficie del fluido y un punto en el chorro que sale de la boquilla:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Sin embargo, $p_1 = p_2 = 0$ y V_1 es aproximadamente cero. Por lo tanto,

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Entonces, al despejar V_2 se obtiene

$$V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Sea $h = (z_1 - z_2)$; entonces se tiene

⇒ **Teorema de Torricelli**

$$V_2 = \sqrt{2gh} \quad (6-16)$$

La ecuación (6-16) se llama *teorema de Torricelli* en honor a Evangelista Torricelli, quien lo descubrió hacia 1645. Vea el recurso de internet 1.

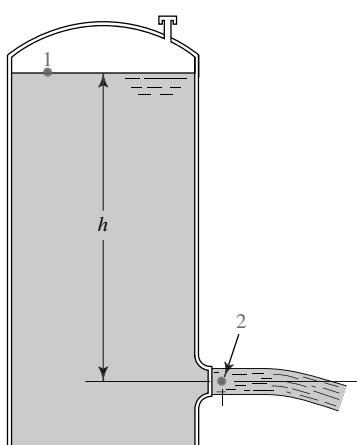


FIGURA 6.10 Flujo desde un tanque.

Problema de ejemplo**6.12**

Para el tanque mostrado en la figura 6.10, calcule la velocidad de flujo desde la boquilla para un fluido con profundidad h de 3.00 m.

Solución Esta es una aplicación directa del teorema de Torricelli:

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.81 \text{ m/s}^2)(3.0 \text{ m})} = 7.67 \text{ m/s}$$

Problema de ejemplo**6.13**

Para el tanque mostrado en la figura 6.10, calcule la velocidad de flujo desde la boquilla y la rapidez del flujo de volumen para un rango de profundidad entre 3.0 m y 0.50 m a intervalos de 0.50 m. En la boquilla, el diámetro del chorro es de 50 mm.

Solución Se puede aplicar el mismo procedimiento utilizado en el problema de ejemplo 6.12 para determinar la velocidad a cualquier profundidad. Así, en $h = 3.0 \text{ m}$, $v_2 = 7.67 \text{ m/s}$. La rapidez del flujo de volumen se calcula multiplicando esta velocidad por el área del chorro:

$$A_j = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ (de acuerdo con el apéndice J)}$$

Entonces,

$$Q = A_j v_2 = (1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(7.67 \text{ m/s}) = 1.51 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

Al utilizar el mismo procedimiento, es posible calcular los siguientes datos:

Profundidad h (m)	v_2 (m/s)	Q (m^3/s)
3.0	7.67	1.51×10^{-2}
2.5	7.00	1.38×10^{-2}
2.0	6.26	1.23×10^{-2}
1.5	5.42	1.07×10^{-2}
1.0	4.43	0.87×10^{-2}
0.5	3.12	0.61×10^{-2}

La figura 6.11 presenta una gráfica de la velocidad y de la rapidez del flujo de volumen contra la profundidad.

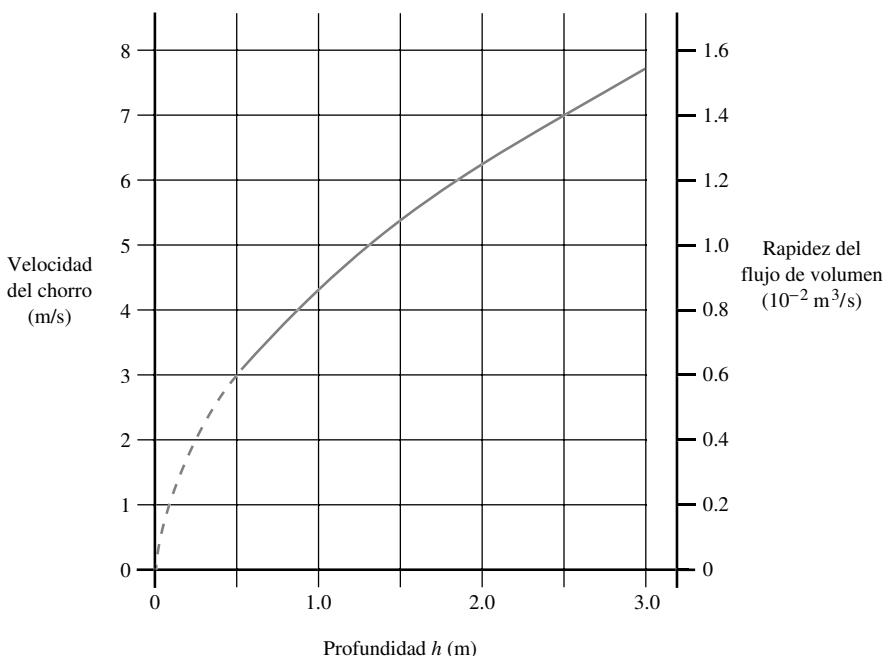
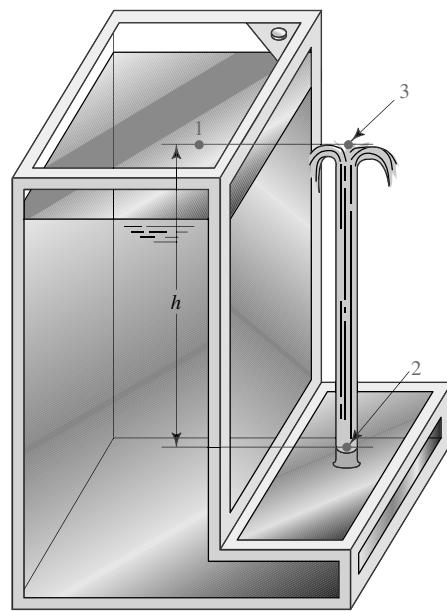


FIGURA 6.11 Velocidad del chorro y rapidez del flujo de volumen contra la profundidad de fluido.

FIGURA 6.12 Chorro vertical.

La figura 6.12 muestra otra aplicación interesante del teorema de Torricelli, en la cual un chorro de fluido se dispara hacia arriba. Si no se producen pérdidas de energía, el chorro alcanzará una altura igual a la elevación de la superficie libre del fluido en el tanque. Por supuesto, a esta altura la velocidad en el chorro es cero. Esto se puede demostrar usando la ecuación de Bernoulli. Primero, obtenga una expresión para la velocidad del chorro en el punto 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ésta es una situación idéntica a la encontrada en el desarrollo inicial del teorema de Torricelli. Entonces, como en la ecuación (6-16),

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Ahora, escriba la ecuación de Bernoulli entre el punto 2 y el punto 3 al nivel de la superficie libre del fluido, pero en la corriente del fluido:

$$\frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g}$$

Sin embargo, $p_2 = p_3 = 0$. Entonces, al despejar v_3 , se tiene

$$v_3 = \sqrt{\frac{2}{\gamma} + 2g(z_2 - z_3)}$$

De la ecuación (6-16), $\frac{2}{\gamma} = 2gh$. Además, $(z_2 - z_3) = -h$. Entonces,

$$v_3 = \sqrt{2gh + 2g(-h)} = 0$$

Este resultado verifica que la corriente sólo llega hasta la altura de la superficie libre del fluido que hay en el tanque.

Para hacer que un chorro vaya más alto (como ocurre con algunas fuentes decorativas, por ejemplo), es posible desarrollar mayor presión encima del fluido que hay en el depósito, también puede usarse una bomba para lograr una presión más alta.

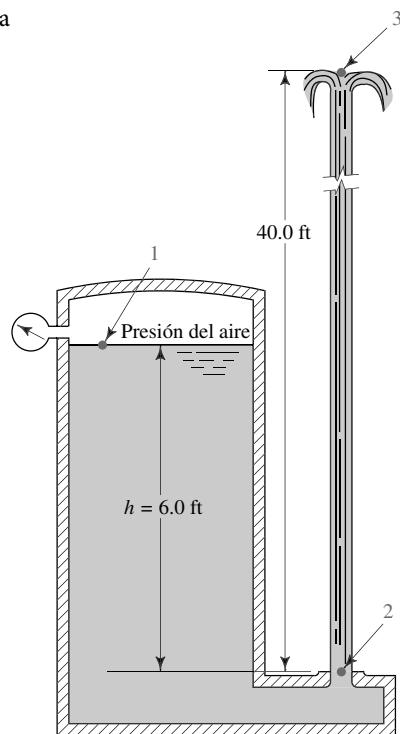
**Problema de ejemplo
6.14**

Con base en un sistema similar al que se muestra en la figura 6.13, calcule la presión del aire requerida por encima del agua para hacer que el chorro se eleve hasta 40.0 pies desde la boquilla. La profundidad $h = 6.0$ ft.

Solución Primero, utilice la ecuación de Bernoulli para obtener una expresión de la velocidad de flujo desde la boquilla como una función de la presión del aire.

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

FIGURA 6.13 Tanque presurizado que suministra un chorro vertical. También se utiliza para los problemas 6.93 y 6.94.



Aquí, se puede ver que $p_1 = 0$ y $p_2 = 0$. Al despejar v_2 se obtiene

$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + (z_1 - z_2)]}$$

Igual que antes, si $h = (z_1 - z_2)$, se tiene

$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + h]} \quad (6-17)$$

Esto es similar al teorema de Torricelli. Se ha demostrado anteriormente que para $v = \sqrt{2gh}$, el chorro se eleva a una altura h . Por analogía, el sistema presurizado haría que el chorro se elevara hasta una altura de $(p_1/\gamma) + h$. Entonces, en este problema, si se desea alcanzar una altura de 40.0 ft y $h = 6.0$ ft,

$$p_1/\gamma + h = 40.0 \text{ ft}$$

$$p_1/\gamma = 40.0 \text{ ft} - h = 40.0 \text{ ft} - 6.0 \text{ ft} = 34.0 \text{ ft}$$

y

$$p_1 = \gamma(34.0 \text{ ft})$$

$$p_1 = (62.4 \text{ lb}/\text{ft}^3)(34.0 \text{ ft})(1 \text{ ft}^2)/(144 \text{ in}^2)$$

$$p_1 = 14.73 \text{ psig}$$

En el capítulo 4, la carga de presión p/γ en este tipo de aplicaciones se definió como *carga piezométrica*. Entonces, la *carga total* encima de la boquilla es $p_1/\gamma + h$.

6.10 FLUJO DEBIDO A UNA CARGA DESCENDENTE

Tal como se estableció antes, la mayoría de los problemas considerados en este libro son para situaciones en las que la rapidez del flujo es constante. Sin embargo, en la sección 6.9 se demostró que la rapidez del flujo depende de la carga de presión disponible para occasionar el flujo. Los resultados del problema de ejemplo 6.13, representados en la figura 6.11, muestran que la velocidad de flujo y la rapidez del flujo de volumen calculadas a partir de un orificio localizado en un tanque disminuyen en forma no lineal a medida que el fluido fluye desde el tanque y la profundidad del fluido disminuye.

En esta sección, se desarrollará un método útil para calcular el tiempo requerido para vaciar un tanque, considerando la variación de la velocidad a medida que disminuye la profundidad. La figura 6.14 muestra un tanque con una boquilla lisa y redondeada en el fondo por la cual se descarga el fluido. Para una profundidad dada h del fluido, el teorema de Torricelli establece que la velocidad del flujo en el chorro es

$$j = \sqrt{2gh}$$

La rapidez del flujo de volumen a través de la boquilla es $Q = A_j j$ en unidades como metros cúbicos por segundo (m^3/s) o pies