

Modelado y simulación

All but war is simulation

U.S. Army Simulation Training Center

Profesor Ignacio García Juliá

Grado en Ingeniería Matemática

Universidad Francisco de Vitoria

Introducción

Prólogo	3
Modelos matemáticos	6

Prólogo

En el primer artículo de la revista SIMULATION, en otoño de 1963, el editor John McLeod escribió que la simulación significaba «el acto de representar algunos aspectos del mundo real mediante números o símbolos que pueden manipularse fácilmente para facilitar su estudio». Dos años más tarde, se modificó a «el desarrollo y uso de modelos para el estudio de la dinámica de sistemas existentes o hipotéticos». Casi 60 años después, la comunidad de la simulación aún no ha llegado a una definición universalmente aceptada. Cualquiera de las dos definiciones citadas u otras posteriores transmiten una noción básica, a saber, que la simulación pretende reforzar o complementar la comprensión de un sistema. Las definiciones varían en cuanto a la descripción de las herramientas y los métodos para lograrlo.

El campo de la simulación ha experimentado un crecimiento exponencial en importancia debido a su capacidad para mejorar el funcionamiento de los sistemas y las personas, en un entorno seguro y controlable y a un coste reducido. Comprender el comportamiento de sistemas complejos con las últimas innovaciones tecnológicas en campos como el transporte, la comunicación, la medicina, la industria aeroespacial, la meteorología, la banca, la fabricación, etc., es una tarea de enormes proporciones. Requiere asimilar las leyes naturales subyacentes y los principios científicos que rigen los subsistemas y componentes individuales. Se requiere un enfoque multifacético, en el que la simulación puede desempeñar un papel destacado, tanto en la validación del diseño de un sistema como en la formación del personal para que sea competente en su funcionamiento.

La simulación es un tema transversal las disciplinas académicas tradicionales. Las tripulaciones de los aviones pasan horas volando en misiones simuladas en simuladores de aviones para llegar a ser competentes en el uso de los subsistemas de a bordo durante el vuelo normal y en posibles condiciones de emergencia. Los astronautas pasan años entrenando en simuladores de transbordadores y orbitadores para prepararse para futuras misiones en el espacio. Los operadores de centrales eléctricas y procesos petroquímicos se exponen a la simulación para obtener el máximo rendimiento del sistema. Los eco-

nomistas recurren a modelos de simulación para predecir las condiciones económicas de ciudades y países para los responsables políticos. Las simulaciones de catástrofes naturales ayudan a la preparación y planificación para mitigar la posibilidad de eventos catastróficos. En los ejércitos modernos, la simulación se ha convertido en un instrumento natural, tanto en la formación como en el adiestramiento, bien sea de unidades como de los Puestos de Mando involucrados en la toma de decisiones, siempre bajo presión e incertidumbre. Así, podríamos recorrer la casi totalidad de la actividad humana constatando que la simulación es no solo necesaria sino en la mayoría de los casos imprescindible.

Aunque los modelos matemáticos creados por los diseñadores de aeronaves, los ingenieros nucleares, los militares o los economistas son específicos para cada aplicación, muchas de las ecuaciones tienen una forma análoga a pesar de que los fenómenos descritos por cada modelo son muy diferentes. La simulación ofrece a los profesionales de cada uno de estos campos las herramientas para explorar las soluciones de los modelos como alternativa a la experimentación con el sistema real, siempre caro y muchas veces imposible de desplegar.

Estos apuntes pretenden servir de introducción a los conceptos fundamentales de la simulación de sistemas continuos y de los sistemas basados en eventos discretos, ambas, ramas de la simulación aplicada a los sistemas dinámicos cuyas señales cambian a lo largo de un continuo o discreto de puntos en el tiempo o el espacio. Se ocupan de los modelos matemáticos de sistemas de tiempo continuo (p.e., circuitos eléctricos, procesos térmicos, dinámica de poblaciones, suspensión de vehículos, fisiología humana, etc.) y de los modelos de sistemas de tiempo discreto creados para simularlos. Los modelos matemáticos de sistemas continuos consisten en una combinación de ecuaciones diferenciales algebraicas y ordinarias. Los modelos de sistemas en tiempo discreto son una mezcla de ecuaciones algebraicas y diferenciales.

Los sistemas que pasan de un estado a otro en momentos aleatorios se denominan sistemas de eventos discretos. La simulación de eventos discretos es una rama complementaria de la simulación, separada de la simulación de sistemas continuos, con un fundamento matemático basado en la teoría de la probabilidad. Ejemplos de sistemas de eventos discretos son instalaciones como un banco, un peaje, un supermercado, la entrada en un avión de los pasajeros, la gestión de uno o varios puertos o aeropuertos, la logística, el transporte o la sala de urgencias de un hospital, donde los clientes llegan y son atendidos de alguna manera. Una planta de fabricación con múltiples etapas de producción de duración incierta para generar un producto acabado es otro candidato a la simulación de eventos discretos.

La simulación de eventos discretos es una herramienta importante para optimizar el rendimiento de los sistemas que cambian internamente en momentos imprevisibles debido a la influencia de eventos aleatorios. Los programas de ingeniería que tratan del análisis de datos suelen incluir un curso básico de simulación de eventos discretos durante el grado. Por ello, se hará hincapié en esta rama de la simulación ya que comprende la mayoría de los problemas a los que nuestros alumnos se han de enfrentar en el futuro.

En las últimas décadas, la rápida evolución de las tecnologías informáticas, de comunicación y de sensores ha provocado la proliferación de «nuevos» sistemas dinámicos, en su mayoría tecnológicos y a menudo muy complejos. Los ejemplos están a nuestro alrededor: redes informáticas y de comunicaciones; sistemas de fabricación automatizados; sistemas de control del tráfico aéreo; sistemas de mando, control, comunicación e información (C3I) altamente integrados; sistemas avanzados de supervisión y control en automóviles o grandes edificios; sistemas de transporte inteligentes; sistemas de software distribuidos; etc. Una parte importante de la «actividad» de estos sistemas, a veces toda, se rige por reglas operativas diseñadas por el ser humano; su dinámica se caracteriza, por tanto, por la ocurrencia asíncrona de eventos discretos, algunos controlados (como pulsar una tecla del teclado, encender un equipo o enviar un paquete de mensajes) y otros no (como un fallo espontáneo del equipo o una pérdida de paquetes), algunos observados por sensores y otros no. Estas características se prestan al término de sistema de eventos discretos para esta clase de sistemas dinámicos.

El arsenal matemático centrado en las ecuaciones diferenciales y en las diferencias que se ha empleado en la ingeniería de sistemas y de control para modelar y estudiar los procesos temporales regidos por las leyes de la naturaleza es inadecuado o simplemente inapropiado para los sistemas de eventos discretos. El reto consiste en desarrollar nuevos marcos de modelado, técnicas de análisis, herramientas de diseño, métodos de prueba y procedimientos sistemáticos de control y optimización para esta nueva generación de sistemas altamente complejos. Para afrontar este reto necesitamos un enfoque multidisciplinar. En primer lugar, tenemos que basarnos en los conceptos y técnicas de la teoría de sistemas y de control (para la optimización del rendimiento mediante el control de retroalimentación), la informática (para el modelado y la verificación de los procesos impulsados por eventos) y la investigación operativa (para el análisis y la simulación de modelos estocásticos de sistemas de eventos discretos). En segundo lugar, tenemos que desarrollar nuevos marcos de modelización, técnicas de análisis y procedimientos de control adecuados para los sistemas de eventos discretos. Por último, necesitamos introducir nuevos paradigmas que combinen las técnicas matemáticas con el procesamiento de datos experimentales. El papel del propio ordenador como herramienta para el diseño, el análisis y el control de sistemas se está convirtiendo en algo fundamental para el desarrollo de estas nuevas técnicas y paradigmas.

Las capacidades que tienen los sistemas de eventos discretos, o que se pretende que tengan, son extremadamente emocionantes. Su complejidad, en cambio, es abrumadora. Se necesitan metodologías potentes no sólo para mejorar los procedimientos de diseño, sino también para prevenir los fallos, que pueden ser realmente catastróficos a este nivel de complejidad, y para aprovechar todo el potencial de estos sistemas.

No es de extrañar que hayan surgido muchos libros de texto excelentes en este ámbito para uso de la comunidad académica y los profesionales.

En el ámbito académico, la simulación continua ha evolucionado de forma diferente a la simulación de eventos discretos. Los temas de la simulación continua, como la respuesta de los sistemas dinámicos, el modelado matemático, las ecuaciones diferenciales, las

ecuaciones en diferencias y la integración numérica, están dispersos en varios cursos de ingeniería, matemáticas y ciencias naturales. En el pasado, la mayoría de los cursos de modelado y simulación de sistemas continuos se limitaban a un campo específico como la ingeniería mecánica, eléctrica y química o a áreas científicas como la biología, la ecología y la física.

Se está produciendo una transformación en la enseñanza de la simulación. Cada vez más universidades empiezan a ofrecer cursos de grado y de postgrado en el ámbito de la simulación de sistemas continuos diseñados para un público interdisciplinar. Varias instituciones ofrecen ahora programas de máster y doctorado en simulación que incluyen una serie de cursos tanto de simulación de sistemas continuos como de eventos discretos.

El ingrediente esencial para que la simulación sea interesante y estimulante es la inclusión de ejemplos del mundo real. Sin modelos de sistemas del mundo real, una primera clase de simulación es poco más que una exposición estéril de integración numérica aplicada a ecuaciones diferenciales.

La modelización y la simulación están inextricablemente relacionadas. Los modelos matemáticos son el punto de partida en la evolución de los modelos de simulación. Las soluciones analíticas de los modelos de ecuaciones diferenciales se presentan, cuando es posible, como una alternativa a la simulación y una forma sencilla, insistimos, cuando sea posible, de demostrar la exactitud de una solución simulada.

Modelos matemáticos

Introducción

Los modelos son un componente esencial de la simulación. Antes de probar sobre el terreno un nuevo prototipo de sistema de frenado para automóviles o un avión de varios millones de euros, es habitual «probar» los componentes por separado y el sistema global en un entorno simulado basado en algún tipo de modelo. Un meteorólogo predice la trayectoria prevista de una «gota fría» utilizando modelos meteorológicos que incorporan las variables climáticas pertinentes y su efecto en la trayectoria de la tormenta. Un economista emite una previsión cuantitativa de la economía basada en variables económicas clave y sus interrelaciones con la ayuda de modelos informáticos. Antes de que un operador de una central nuclear se ponga a los mandos, se realiza una amplia formación en un simulador basado en modelos en el que el individuo se familiariza con la dinámica de la central en condiciones rutinarias y de emergencia. Los profesionales de la salud tienen acceso a un simulador de pacientes humanos para formarse en el reconocimiento y diagnóstico de enfermedades. Las organizaciones de protección civil, 112 o FCSE, pueden planificar las evacuaciones de emergencia de civiles de zonas utilizando modelos de tráfico para simular los movimientos de los vehículos a lo largo de las principales vías de acceso.

La palabra «modelo» es un término genérico que se refiere a una entidad conceptual o física que se asemeja, imita, describe, predice o transmite información sobre el compor-

tamiento de algún proceso o sistema. La ventaja de tener un modelo es poder explorar el comportamiento intrínseco de un sistema de forma económica y segura. El sistema físico que se modela puede ser inaccesible o incluso inexistente, como en el caso de un nuevo diseño de un avión o de un componente de automóvil.

Los modelos físicos son a menudo versiones reducidas de un sistema mayor de componentes interconectados, como en el caso de un modelo de avión. Las propiedades aerodinámicas de los diseños de fuselajes y carrocerías de aviones y automóviles de alto rendimiento se evalúan mediante modelos físicos en túneles de viento. En el pasado, para la visualización de los simuladores se utilizaban tableros con carreteras, terrenos, modelos miniaturizados de edificios y paisajes, junto con diminutas cámaras fijadas al chasis de los vehículos terrestres o de los pilotos. La tecnología actual se basa casi exclusivamente en imágenes generadas por ordenador.

En principio, el comportamiento de los sistemas dinámicos puede explicarse mediante ecuaciones y fórmulas matemáticas, que incorporan principios científicos u observaciones empíricas, o ambos, relacionados con el sistema. Cuando los parámetros y las variables del sistema cambian continuamente en el tiempo o el espacio, los modelos consisten en ecuaciones algebraicas y diferenciales acopladas. En algunos casos, se emplean tablas de búsqueda con datos empíricos para calcular los parámetros. Las ecuaciones pueden complementarse con desigualdades matemáticas que limitan la variación de una o más variables dependientes. El conjunto de ecuaciones y datos numéricos empleados para describir el comportamiento dinámico de un sistema en términos cuantitativos se denomina colectivamente «modelo matemático del sistema».

Los modelos de ecuaciones diferenciales parciales aparecen cuando una variable dependiente es función de dos o más variables independientes. Por ejemplo, los parámetros eléctricos como la resistencia y la capacitancia se distribuyen a lo largo de la longitud de los conductores que transportan señales eléctricas (corrientes y tensiones). Estas señales se atenúan a lo largo de grandes distancias de cableado. La tensión en un punto x medida desde una referencia arbitraria se escribe $v(x, t)$ en lugar de simplemente $v(t)$, y el circuito se modela en consecuencia.

Un modelo matemático para la temperatura de una habitación necesitaría ecuaciones para predecir $T(x, y, z, t)$ si una sonda de temperatura colocada en varios puntos dentro de la habitación revela variaciones significativas de la temperatura con respecto a x, y, z además de las variaciones temporales. Las ecuaciones diferenciales parciales que describen la tensión del cable $v(x, t)$ y la temperatura de la habitación $T(x, y, z, t)$ se denominan modelos de «parámetros distribuidos».

Los modelos matemáticos de sistemas dinámicos en los que la única variable independiente es el «tiempo» comprenden ecuaciones diferenciales ordinarias. Lo mismo se aplica a los sistemas con una única variable espacial independiente; sin embargo, estos no se denominan comúnmente sistemas dinámicos, ya que las variaciones de las variables dependientes son de naturaleza espacial y no temporal. Los modelos de ecuaciones diferenciales ordinarias de sistemas dinámicos se denominan modelos de «parámetros

agrupados» porque la variación espacial de los parámetros del sistema es despreciable o bien se aproxima mediante secciones agrupadas con valores de parámetros constantes. En el ejemplo de la temperatura de la habitación, si todo el contenido de la habitación puede ser representado por una sola capacitancia térmica o un conjunto de ellas, entonces una sola temperatura $T(t)$ es suficiente para describir la habitación. Nos centramos exclusivamente en los sistemas dinámicos con modelos de parámetros globales, en adelante denominados simplemente modelos matemáticos.

Directrices

Cuando uno está involucrado en un proceso de modelado es importante observar las directrices que han demostrado ser útiles para llevar a cabo la tarea. Algunas de estas directrices son:

- El primer paso de un proceso de modelización es identificar el sector de la realidad que se va a considerar y establecer los objetivos del proceso de modelización.
- A continuación, es importante determinar los mecanismos que hay que tener en cuenta y los detalles que podemos obviar, utilizando las observaciones empíricas y los conocimientos disponibles del sistema real.
- Las variables y los parámetros del modelo deben tener interpretación en el modelo real. En el caso de los modelos que reflejan mecanismos causales que actúan en el sistema real, debe seguirse estrictamente esta directriz. Los parámetros de los componentes del modelo que reflejan mecanismos físicos, químicos, económicos o biológicos deben tener una interpretación en el mecanismo correspondiente. Esto permite interpretar los cambios en los parámetros como cambios en el sistema real y viceversa.
- Si un modelo no alcanza los objetivos fijados, hay que modificarlo o abandonarlo y sustituirlo por otro nuevo. Esta directriz parece obvia. Sin embargo, a los matemáticos que participan en el proceso de modelización les suele gustar un modelo matemático que proporcione una estructura matemática interesante o que tiene una belleza especial por cualquier motivo. Pero puede ser que el modelo matemáticamente interesante tenga un rendimiento bastante pobre con respecto a los objetivos del proceso de modelización.
- No se debe extrapolar el modelo más allá de la región de ajuste o estudio.
- No se debe aplicar un modelo a menos que se comprendan los supuestos simplificadores en los que se basa y se pueda comprobar su aplicabilidad.
- También es importante entender que el modelo no es la realidad y que no se debe distorsionar la realidad para ajustarla al modelo.
- No hay que quedarse con un modelo desacreditado y no hay que limitarse a un solo modelo, ya que más de un modelo puede ser útil para comprender diferentes aspectos de un mismo fenómeno.
- Es imprescindible ser consciente de las limitaciones inherentes a los modelos.
- No existe el mejor modelo, sino mejores modelos.

Se puede formular un buen modelo si el modelador se hace las siguientes preguntas:

1. ¿Se parece la estructura del modelo al sistema que se está modelando?
2. ¿Por qué es apropiado utilizar el modelo seleccionado en una aplicación determinada?
3. ¿Cuál es el rendimiento del modelo?
4. ¿Ha sido analizado el modelo por alguien distinto de los autores del mismo?
5. ¿Existe una documentación adecuada del modelo para todos los que deseen estudiarlo?
6. ¿Qué supuestos y datos se han utilizado para producir los resultados del modelo para la aplicación específica?
7. ¿Cuál es la precisión de los resultados del modelo?