



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS  
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

## MATERIAL DIDÁTICO OPERAÇÕES ELEMENTARES

Osmir Custódio Mariano

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Hellena Christina  
Fernandes Apolinário

Palmas  
Março de 2018

# Sumário

<b>1</b>	<b>Sistemas de Equações Lineares</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.1.1	Equação Linear . . . . .	1
1.1.2	Sistemas de equações lineares . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Operações Elementares com matrizes</b>	<b>2</b>
2.0.1	Operações Elementares . . . . .	2
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>4</b>

# 1 Sistemas de Equações Lineares

## 1.1 Introdução

Na matemática, provavelmente um dos problemas considerados mais importantes é a resolução de sistemas de equações lineares. Leon (1) destaca a importância desse conteúdo na Álgebra Linear, visto que muitos dos problemas matemáticos que são encontrados em aplicações científicas e industriais abordam em alguma etapa do processo a resolução de um sistema linear. Usando os métodos matemáticos modernos, em muitos dos casos é possível minimizar o problema a um único sistema de equações lineares. E as aplicações e utilização de sistemas de equações lineares está presente em várias áreas como administração, sociologia, economia, ecologia, demografia, engenharia, física, genética, entre outras.

### 1.1.1 Equação Linear

Por definição uma equação linear é uma equação da forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$$

onde  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são os coeficientes,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são incógnitas e  $b$  é o termo independente.

### 1.1.2 Sistemas de equações lineares

Um sistema de equações lineares refere-se a um conjunto de equações do tipo:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

## 2 Operações Elementares com matrizes

Para o estudo de sistemas de equações lineares a primeira parte que deve-se atentar são as operações elementares que são aplicadas sobre matrizes, a qual através delas é possível resolver problemas de Álgebra Linear em sistemas de equações lineares, tais como escalonamento (matriz forma escada), resolução de sistemas de equações lineares, etc.

### 2.0.1 Operações Elementares

As operações elementares sobre as linhas de uma matriz são um total de três:

- Permutação de duas linhas ( $L_i \rightarrow L_j$ ):

*Exemplo:*

$$L_2 \rightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Na permutação simplesmente é trocada a linha por outra de acordo com a especificação. No exemplo acima, foi trocada a posição da linha 2 pela a linha 3, onde antes a linha 2 seus valores eram 5 e 0 com a troca ficou -3 e 4.

- Multiplicação de uma linha por um escalar  $k$ , não nulo. ( $L_i \rightarrow k \cdot L_i$ ):

*Exemplo:*

$$L_2 \rightarrow 2 \cdot L_2$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 \times 5 & 2 \times 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 10 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- Substituição de uma linha por sua soma com outra equação previamente multiplicada por um escalar  $k$  não nulo ( $L_i \rightarrow L_i + k \cdot L_j$ ):

*Exemplo:*

$$L_2 \rightarrow L_2 + 2 \cdot L_1$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 + 2 \times 1 & 0 + 2 \times 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

# Referências Bibliográficas

- 1 LEON, S. J. *Álgebra linear com aplicações*. [S.l.]: Editora Prentice Hall, 1998.