Aplicación de cadenas de Markov en el mercado de acciones Argentino

Miguel Alfaro, *Padrón: 97743*

1er. Cuatrimestre de 2019
75.26 Simulación
Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

Índice

1. Introducción

1.1. Caso de estudio

El siguiente trabajo tiene como objetivo estudiar, implementar y analizar los resultados de utilizar el modelo de cadenas de Markov para el análisis de acciones o índices de mercados, para esto se seleccionó el siguiente paper:

Application of Markov Chain Model in the Stock Market Trend Analysis of Nepal Madhav Kumar Bhusal Central Department of Statistics, Tribhuvan University, Kirtipur, Kathmandu, Nepal. [1]

1.2. Cadenas de Markov

La cadenas de Markov, también conocidas como modelo de Markov o proceso de Markov, es un concepto de la teoría de probabilidades y estadística que establece una fuerte dependencia entre que tenga lugar un evento y un evento anterior.
Según señaló Markov, en sistemas o procesos estocásticos que presentan un estado presente o actual es posible conocer su desarrollo histórico y, por lo tanto, establecer una descripción de la probabilidad futura de los mismos.
La base de las cadenas es la conocida como propiedad de Markov, la cual resume lo dicho anteriormente en la siguiente regla: lo que la cadena experimente en un momento t + 1 solamente depende de lo acontecido en el momento t (el inmediatamente anterior).

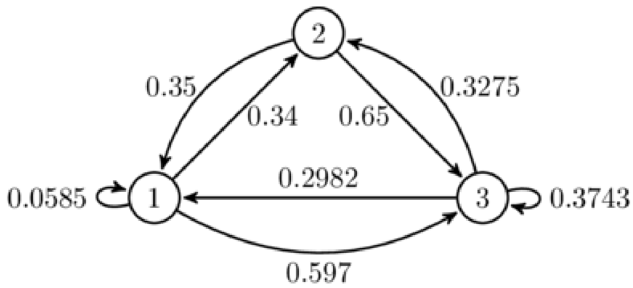

Figura 1: Cadena de Markov (Grafo)

En la representación en forma de grafo, se tiene en nodos cada estado del sistema y en las aristas que los unen la probabilidad que estando en un estado determinado pasemos al siguiente estado conectado por esta arista. Por lo tanto, el grafo será dirigido para indicar las distintas conexiones entre estados.

1.3. Aplicación en el estudio del mercado

Una de las propiedades mas importantes de las cadenas de Markov es que el cambio de un estado a otro sólo depende del estado actual, además resultan sencillas de implementar y con sólo tener datos historicos de un proceso estocástico podemos armar un modelo facilmente que nos permita estudiarlos y analizarlo. Ya sea su evolución tanto en el corto como en el largo plazo.

Es por esto que las cadenas de Markov resultan muy utilizadas para el estudio de estos procesos, en este caso, el campo de las finanzas (acciones, indices, futuros, etc..) no son la excepción, es por esto que con una simple búsqueda se encuentras muchos papers sobre la aplicación de este modelo en esta área.

1.4. Objetivos

Este informe tiene como objetivo analizar el comportamiento de diferentes indices utilizando este modelo de Markov entrenandoló con datos historicos.

- Estudiar el comportamiento asintótico de estos índices
- Determinar el número esperado de visitas en cada estado
- Determinar el tiempo de retorno una vez que salimos de un estado

2. Implementación

En esta sección se explica el procedimiento realizado para poder obtener los resultados de los diferentes indices de los mercados o acciones. Y que puede ser aplicado para cualquier tipo de indice o acción del mercado.

2.1. Datos

Para comenzar bajamos el dataset en formato .csv el cual contiene los datos del índice día por día. En este caso nos interesa sólo el dato de la variación con respecto al dia anterior.
Por como vienen formateados los valores fue necesario hacer algunas conversiones, por ejemplo, la variación venía en formato String pero fue necesario convertirlo a Float ya que necesitamos hacer las comparaciones para determinar los diferentes estados del sistema en cada día.

2.2. Estados

Para poder analizar el comportamiento de un índice/acción es necesario determinar los estados que vamos a tener y las diferentes transiciones entre estos.

En el paper en cuestión se utilizaron los siguientes estados:

2.2.1. Incremento (U)

Cuando la acción tuvo una variación mayor a cero con respecto al dia anterior, indicamos este estado con la letra (U) de UP en íngles.

2.2.2. Estacionario (S)

El estado estacionario se da cuando la acción no tuvo cambios con respecto al dia anterior, es decir, si un dia la acción sube 2 % estaríamos en el estado (U), pero si el día siguiente no tuvo variación (0 %) pasaríamos al estado (S) en nuestro modelo de Markov.

En este caso se podría haber sido mas flexible y poner un umbral, el paper no detalla la estrategia utilizada por lo que consideraremos un estado estacionario si la variación fue estrictamente cero portento.

2.2.3. Decremento (D)

Análogamente el estado (D) de Decrease, se da cuando tuvimos una variación negativa con respecto al día anterior.

2.3. Obteniendo la matriz de transición

Una vez que tenemos los datos ya formateados necesitamos saber el estado de cada tiempo t, en nuestro caso este tiempo t se mide en días, es decir cada paso del tiempo es un dia distinto en nuesto modelo.
Según los estados que se definieron anteriormente se obtienen, a partir de la variación diaria de la acción, los distintos estados de cada día y el día anterior.

Luego se cuentan las ocurrencias de sucesiones de estados, es decir, cuántos días la acción pasó de subir (U) a seguir subiendo (U) o a quedarse estacionaria (S) o a bajar (D), también necesitamos saber cuántos días pasó de estar estacionaria (S) a subir (U) o seguir estacionaria (S) o bajar (D) y por último cuántos días de bajar (D) a subir (U), estar estacionaria (S) o seguir bajando (D).

Teniendo asi todas las combinaciones posibles de transiciones entre estados, con esto podemos armar una matriz de estados donde tendriamos estas cantidades.

	Incremento (U)	Estacionario (S)	Decremento (D)
Incremento (U)	UU	US	UD
Estacionario (S)	SU	SS	SD
Decremento (D)	DU	DS	DD

Donde UU representa la cantidad de veces que se pasó del estado U al U, US del U al S y asi sucesivamente.

Luego para obtener las probabilidades de la matriz de transición hace falta dividir cada elemento de las filas por la suma total de dichos elementos, es decir, para conocer por ejemplo la probablidad de que dado que estoy en el estado U siga en el estado U necesito dividir la cantidad de transiciones de U a U (UU) por el total de veces que estuve en el estado U, esto es UU + US + UD.

Haciendo este cálculo obtenemos la matriz de transición que representa nuestro modelo de Markov y ya podemos emplear sus propiedades para poder estudiar el comportamiento de la acción en cuestion.

2.4. Obteniendo el estado inicial

Para obtener el vector de estado incial es necesario calcular las diferentes probabilidades de los diferentes estados (U, S y D) por lo que sólo basta dividir la cantidad de ocurrencia de cada estado en particular por la cantidad total de estados.

Esto se denota como $\pi(0) = [\pi_1, \pi_2, \pi_3]$

2.5. Calcular las probabilidades en un tiempo determinado

En el modelo de Markov una vez que obtenemos la matriz de transiciones y el estado incial podemos obtener las probabilidades de estar en cualquier estado en un tiempo determinado.

Esto podemos denotarlo cómo $\pi(i+1) = \pi(i) * P$, dónde $\pi(i)$ es el vector estado en el instante i y P es la matriz de transición.

2.6. Comportamiento asintótico

Para estudiar el comportamiento asintótico tenemos que hacer converger la matriz de transición P a su límite. Para calcular el vector de probabilidades en un tiempo i podemos hacer $\pi = P^t.\pi$, por lo que necesitamos tender t a infinito para poder estudiar el comportamiento asintótico. $P^t, t \to \infty$ y así obtenemos las probabilidades asintóticas de cada estado. Es decir, cual es la probabilidad de que dicha acción suba p_U, se mantenga estable p_S o baje p_D.

2.7. Determinando el número de visitas en cada estado

Para conocer el numero de visitas en cada estado dado que estamos en otro se puede calcular multiplicando cada fila de la matriz de transicion en el tiempo i, por el numero de estados totales que queremos estudiar.

2.8. Determinando el tiempo de vuelta a un estado dado

Las probabilidades asintóticas se pueden utlizar también para calcular el tiempo que pasa desde que sale de un estado hasta que se vuelve al mismo, y este tiempo es inverso a la probabilidad de que cuando se esta en un estado determinado siga en el mismo.

Por ejemplo si estoy en el estado U, voy a tener una probabilidad p_{UU} de seguir en el estado U, si quiero calcular el tiempo que va a pasar en media para volver a este estado se puede calcular como $1/p_{UU}$

3. Resultado: MERVAL

En el caso del Merval se tomaron 10 años de datos para hacer el siguiente análisis.[2]

En esta sección se aplica todo lo explicado en el apartado de implementación, el código para reproducir los resultados se encuentra disponible en el repositorio de github [3], se recomienda seguir esta sección con el código para poder entender cómo se llegó a los diferentes resultados.

3.1. Matriz de transición

Para obtener la matriz de transición debemos de calcular cada probabilidad condicional, para esto primero debemos de contar las ocurrencias de cada estado y el salto a lo otros.

El total de estados (o muestras diarias) obtenidas fueron de 2449. La cantidad de días que el Merval subió fue de 1312, se mantuvo estacionario sólo 22 días y bajó 1115 días.

Luego es necesario contar la cantidad de transiciones, los resultados fueron:

- **Subió y volvió a subir** 736 días
- **Subió y se mantuvo estacionaria** 15 días
- **Subió y bajó** 561 días
- **Estuvo estacionaria y sube** 11 días
- **Estuvo estacionaria y sigue estacionaria** 1 día
- **Estuvo estacionaria y bajó** 10 días
- **Bajó y sube** 565 días
- **Bajó y se mantiene estacionaria** 6 días
- **Bajó y vuelve a bajar** 543 días

Luego dividiendo cada valor por la suma de los elementos de cada fila se obtienen las diferentes probabilidades, quedando la matriz de transición.

	Incremento (U)	Estacionario (S)	Decremento (D)
Incremento (U)	0.56097561	0.01143293	0.42759146
Estacionario (S)	0.5	0.04545455	0.45454545
Decremento (D)	0.50718133	0.005386	0.48743268

3.2. Grafo

Con los valores anteriormente obtenidos podemos armar la representación de la cadena de Markov como un Grafo.

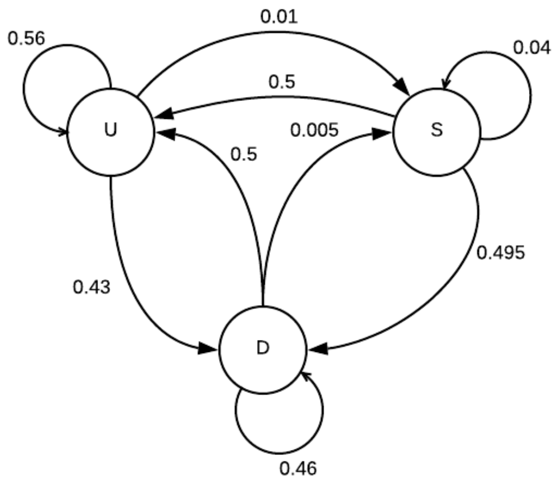

Figura 2: Representácion de la cadena de Markov.

3.3. Estado inicial

En este caso el estado inicial es: $\pi(0) = [0{,}53572887, 0{,}00898326, 0{,}45487954]$ Es decir, la probabilidad de comenzar en el estado (U) es 0.54, en el caso estacionario (S) vemos que es una probabilidad muy pequeña 0.009 y para el caso de que baje (D) 0.45 aproximadamente.

3.4. Probabilidades en un tiempo determinado

En este caso nos sirve estudiar por ejemplo que ocurre en unos días sabiendo que estamos en un estado determinado por lo que ya conociendo la matriz de transición podemos ver como quedan las probabilidades en ,supongamos por ejemplo 5 días, de terminar en cada estado.

3.4.1. Comenzando en U

$\pi(5) = [0{,}5359479, 0{,}008987, 0{,}45506511]$

3.4.2. Comenzando en S

$\pi(5) = 0{,}53594733, 0{,}00898691, 0{,}45506576]$

3.4.3. Comenzando en D

$\pi(5) = [0{,}5359475, 0{,}00898685, 0{,}45506565]$

Vemos que las probabilidades son muy parecidas, esto se debe a que la matriz de transiciones converge rápidamente a sus valores asintóticos y es por esto que el estado incial pierde importancia.

3.5. Comportamiento asintótico

Para calcular los valores asintóticos lo único que debemos de hacer es multiplicar reiteradas veces la matriz de transición por si misma, esto convergerá a los vectores de probabilidades que son independientes del estado inicial.

Quedando: $\pi = [0{,}53594771, 0{,}00898693, 0{,}45506536]$

Como observamos anteriormente las probabilidades de que el índice suba son similares a las que baje, y que se mantenga estacionario son muy pocas.

3.6. Número de visitas en cada estado

Si queremos conocer cuanto tiempo se espera que el índice esté en cada estado sólo debemos multiplicar la cantidad de días N por la probabilidad de que este en ese estado.
Por ejemplo en 5 días esperaríamos:

- 2.67 días de subas
- 0.04 días de mantenerse estacionario
- 2.27 días de bajas

3.7. Tiempo de vuelta a cada estado

En el caso de cuanto tiempo deberiamos de esperar para salir de un estado y volver al mismo nos encontramos con los siguientes resultados:

- 1.78 días para salir y volver a una suba
- 21.99 días para salir y volver a un estado estacionario
- 2.05 días para salir y volver a una baja del índice

4. Conclusión

Luego de realizar la implementación y obtener los resultados presentados en este informe se llega a la conclusión de que el índice estudiado resultó un caso interesante.

Donde podemos ver una tendencia a subir ya que la probabilidad del estado de suba U es mayor que la de baja D. Por lo que podríamos decir que si tuvieramos que dar algún veredicto diríamos que a la larga va a subir.

Pero aún asi vemos que esto nos indica que es un índice bastante inestable ya que las probabilidades de de que se mantenga estacionario son muy bajas (esto se puede deber a que se tomó que el índice se encuentra estable si la variación es de 0 % en lo cuál se podría haber dado un margen de flexibilidad a la hora de determinar los estados).

Esto también lo vemos reflejado en los tiempos de mantenernos en un estado o de retorno una vez que salimos de uno. En una semana de trading esperariamos que más de dos dias suba el índice, un poco más de dos baje y otro tiempo esté estacionario. También esperamos que si salimos de una suba del indice se vuelva mas rápido que cuando salimos de una baja, sin embargo, si salimos de un periodo estacionario tendriamos que esperar una media de 22 días para volver a este estado.

Aún así no podemos tomar éste análisis con toda la confianza ya que no nos debemos olvidar que se trata de un proceso estocástico, es decir, no determinista y en este caso en particular está sujeto a variables imposibles de analizar como son decisiones políticas, económicas, etc.

Pero con este análisis podemos concluir que invertir en el MERVAL hoy, es equivalente a tirar una moneda.

5. Referencias

1. Paper: Application of Markov Chain Model in the Stock Market Trend Analysis of Nepal Madhav Kumar Bhusal Central Department of Statistics, Tribhuvan University, Kirtipur, Kathmandu, Nepal. https://www.researchgate.net/publication/326929460_Application_of_Markov_Chain_Model_in_the_Stock_Market_Trend_Analysis_of_Nepal

2. Datos históricos del MERVAL: https://es.investing.com/indices/merv-historical-data

3. Repositorio github: https://github.com/AlfaroMiguel/tp-simulacion