

# Màxima versemblança

Aleix Torres i Camps

## 1 Pròleg

En aquest document s'explica mitjançant un entrada escalonada què és i per a què serveix la funció de màxima versemblança (*maximum likelihood*) i la seva acompanyant més freqüent, la funció de màxima logversemblança (*maximum loglikelihood*). L'objectiu del mateix és descriure el context en que es situa a cada moment, per a que així fer més intuitius els passos que segueixen a la deducció de la funció de màxima versemblança. També s'inclouen, en tot moment, **exemples** amb la finalitat de fer el document més pràctic i allunyar-nos puntualment de l'abstractis-me i la generalització.

## 2 Què és la funció de màxima versemblança?

### La funció de densitat (i de probabilitat):

Sigui  $Y$  una variable aleatòria que pot dependre del paràmetre  $\theta$ , aquest poguent ser un vector  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ , direm que la seva funció de densitat (o de probabilitat si és discreta) és:

$$f_Y(y; \theta) \quad \text{on } y \text{ és la variable de la funció}$$

En el cas d'una mostra aleatòria de grandària  $N$ , suposant rèpliques independents  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$  la funció de densitat de la mostra és

$$f_{\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}}(y_1, y_2, \dots, y_N; \theta) = \prod_{i=1}^N f_{Y_i}(y_i; \theta)$$

és a dir, el producte de les funcions de densitat de les  $Y_i$ .

---

### Exemple d'una mostra en que cada variable segueix una *distribució de Poisson*

Suposant un succés aleatori que cada variable de la mostra és independent idènticament distribuïda (i.i.d.) i segueixen un *distribució de Poisson*, és a dir,  $Y_i \sim \text{Poisson}(\lambda)$ , cada una té per funció de probabilitat:

$$f_{Y_i}(y_i; \lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{y_i}}{y_i!}$$

I, per tant, la funció de probabilitat d'una mostra de grandària  $N$  és

$$f_Y(y; \lambda) = \prod_{i=1}^N e^{-\lambda} \frac{\lambda^{y_i}}{y_i!} = e^{-N\lambda} \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^N y_i}}{\prod_{i=1}^N y_i!}$$

---

### La funció de densitat (i de probabilitat) d'un model:

El següent pas és considerar què passaria si les variables  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$  depenguessin dels valors d'unes variables explicatives  $X$ , quan  $\{X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_N = x_N\}$  (on cada  $X_i$  pot pendre un vector de valors). Aleshores la funció de densitat de la variable és

$$f_{Y_i|X_i}(y_i; x_i, \theta)$$

## 3 Exemples detallats