Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0,8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Формула Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$n = 100$

$p = 0,8$

$q = 1 - 0,8 = 0,2$

$k = 85$

$$P_{100}(k = 85) = C_{100}^{85} \cdot 0,8^{85} \cdot 0,2^{100-85} = \frac{100!}{85!(100-85)!} \cdot$$

$$\cdot 0,8^{85} \cdot 0,2^{15} \approx 0,0481$$

Ответ: Вероятность того, что условия задачи будут реализованы составляет примерно 4,81 %.

Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0,0004. В жилом комплексе после ремонта в один включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что перегорят ровно две?

Распределение Пуассона

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$m = 2$

$e \approx 2,72$ – число Эйлера

$\lambda = n \cdot p_2 = 5000 \cdot 0,0004 = 2$

$$P_2 \approx \frac{2^2}{2!} \cdot e^{-2} \approx 0,2707$$

Ответ: Вероятность того, что перегорят 2 лампочки при заданных условиях составляет примерно 27,07 %.

Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет равно 70 раз?

Формула Бернулли

$$P_n(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$n = 144$

$p = 0,5$

$q = 1 - 0,5 = 0,5$

$k = 70$

$$P_{144}(k=70) = C_{144}^{70} \cdot 0,5^{70} \cdot 0,5^{144-70} = \frac{144!}{70!(144-70)!} \cdot 0,5^{70} \cdot 0,5^{74} \approx 0,0628$$

Ответ: Вероятность того, что орел выпадет 70 раз при 144 подбрасываниях равна приблизительно 6,28 %.

В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. Какова вероятность того, что все мячи белые? Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

1). Какова вероятность того, что все мячи белые?

Определим кол-во сочетаний из 2 элементов при 10 возможных.

$$C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!\ 8!} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45 \text{ сочетаний}$$

Это пока не требуется

Теперь определим количество сочетаний 3 мячей, не являющихся белыми, взятых в количестве 2.

$$C_{3}^{2} = 3$$

$$1 - \frac{3}{45} = \frac{42}{45}$$ - вероятность взять хотя бы 1 белый мяч

Найдем количество сочетаний по 2 элемента из 7 белых шаров.

$$C_{7}^{2} = 21$$

$$\frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$ - вероятность взять из 1-ой коробки 2 белых мяча

Для проверки (я пока путаюсь в этом материале) найдем данную вероятность ещё одним способом.

A_1 - из 1-ой коробки взяли белый шар

$$P(A_1) = \frac{7}{10}$$

A_2 - из 1-ой коробки после выполнения условия A_1 снова взяли белый шар

$$P(A_2 | A_1) = \frac{7-1}{10-1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(A_1 A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) = \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{30} =$$

$$= \frac{7}{15}$$

Аналогичным образом найдем вероятность достать 2 белых шара из 2-ой коробки.

$C_{11}^{2} = 55$ вариантов возможных сочетаний по 2 элемента из 11

$C_{9}^{2} = 36$ сочетаний взять 2 белых шара из 9.

$\frac{36}{55} = 0,6(54)$ - вероятность взять из 2-ой коробки 2 белых шара подряд.

B_1 - из 2-го ящика взяли белый шар.

$$P(B_1) = \frac{9}{11}$$

B_2 - из 2-го ящика после выполнения условия B_1 снова взяли белый шар.

$$P(B_2 | B_1) = \frac{9-1}{11-1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$P(B_1 B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) = \frac{9}{11} \cdot \frac{4}{5} = \frac{36}{55} =$$

$$= 0,6(54)$$

$$C = (A_1 A_2)(B_1 B_2) \Rightarrow P(C) = P(A_1 A_2) \cdot P(B_1 B_2) =$$

$$= \frac{7}{15} \cdot \frac{36}{55} = \frac{252}{825} \approx 0,30(54)$$

Ответ: вероятность того, что все мячи будут белые составит примерно 30,54 %

2) Какова вероятность того, что равно два мяча белые?

2.1) Из 1-го ящика вытащим 2 белых мяча из 2-го — прочие:

$\frac{7}{15}$ — вероятность вытащить из 1-го ящика 2 белых мяча

$C_2^2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} = 1$ — сочетание взять 2 прочих шара одновременно из 2 прочих имеющихся во 2-ой коробке шаров

$\frac{1}{55}$ — вероятность вытащить 2 прочих шара из 2-го ящика одновременно

$\frac{7}{15} \cdot \frac{1}{55} = \frac{7}{825}$ — вероятность из 1-го ящика вытащить 2 белых мяча из 2-го — 2 прочих.

2.2) Из 2-го ящика вытащить 2 белых мяча из 1-го — прочие.

$\frac{36}{55}$ — вероятность взять из 2-го ящика 2 белых шара подряд.

$C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$ — комбинации взять 2 прочих шара одновременно из 3 прочих имеющихся 1-ом ящике шаров

$\frac{3}{45} = \frac{1}{15}$ — вероятность вытащить 2 прочих шара из 1-го ящика одновременно.

$\frac{36}{55} \cdot \frac{1}{15} = \frac{36}{825}$

2.3) Из 1-го ящика вытащим 1 белый мяч и из 2-го тоже

$7 \cdot 3 = 21$ - количество сочетаний белых и прочих шаров возможно, если тащить по 2 шара из 1-го ящика

$\frac{21}{45}$ - вероятность вытащить из 1-го ящика 2 разных шара.

$9 \cdot 2 = 18$ - сочетаний белых и прочих шаров, если тащить по 2 шара из 2-го ящика

$\frac{18}{55}$ - вероятность вытащить из 2-го ящика 2 разных шара.

$$\frac{21}{45} \cdot \frac{18}{55} = \frac{432}{2475} = \frac{144}{825}$$

$$P = \frac{7}{825} + \frac{36}{825} + \frac{144}{825} = \frac{187}{825} = 0,22(6)$$

Ответ: вероятность того, что ровно 2 мяча будут белые составит примерно 22,6 %

3). Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

3.1) $1 - \frac{3}{45} = \frac{42}{45}$ – вероятность того, что после 2-ух попыток из 1-го ящика будет вытащен хотя бы 1 белый шар.

3.2) $1 - \frac{1}{55} = \frac{54}{55}$ – вероятность того, что после 2-ух попыток из 2-го ящика будет вытащен хотя бы 1 белый шар

Неправильно!!
А нет, правильно :)

3.3) $\frac{42}{45} + \frac{54}{55} - \frac{42 \cdot 54}{45 \cdot 55} = \frac{2310 + 2430}{2475} -$

$- \frac{2268}{2475} = \frac{2472}{2475} = 0,99(87)$

Ответ: вероятность того, что хотя бы один мяч будет белый при заданных условиях равняется примерно 99,87 %

3.1) $\frac{3}{45}$ – вероятность вытащить из 1-ой коробки одновременно 2 прочих мяча за 2 попытки.

3.2) $\frac{1}{55}$ – вероятность вытащить из 2-ой коробки одновременно 2 прочих мяча за 2 попытки.

3.3) Если одновременно произойдут 2 этих события, то мы не вытащим ни одного белого шара, значит

$$1 - \frac{3}{45} \cdot \frac{1}{55} = 1 - \frac{3}{2475} = \frac{2472}{2475} = 0,99(87)$$

Ответ: вероятность того, что хотя бы один мяч будет белый при заданных условиях равняется примерно 99,87 %