

VERSUCH V601

Der Franck-Hertz-Versuch

Jannis Vornholt

jannis.vornholt@tu-dortmund.de

Alfredo Manente

alfredo.manente@tu-dortmund.de

Durchführung: 20.04.2021

Abgabe: 27.04.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Frank-Hertz-Versuch	3
1.2	Störeinflüsse	5
2	Durchführung	7
3	Messwerte	8
3.1	integrale Energieverteilung	8
3.2	Frank-Hertz Kurve	9
4	Auswertung	11
4.1	mittlere freie Weglänge.	11
4.2	Differentielle Energieverteilung.	11
4.3	Erste Anregungsenergie und Wellenlänge der emittierten Strahlung.	13
5	Diskussion	15
	Literatur	16

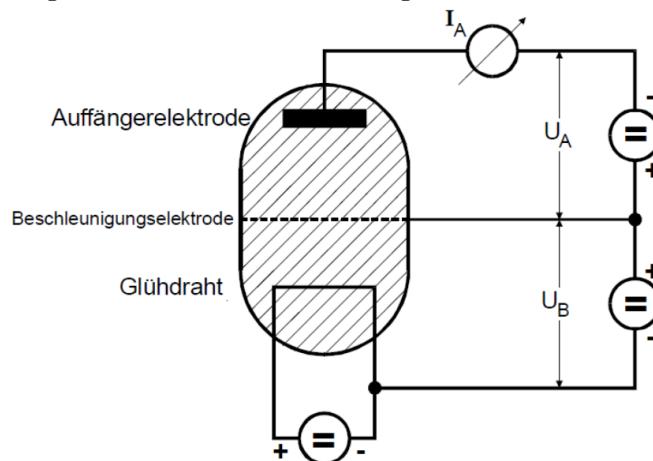
1 Theorie

Ziel dieses Versuchs, ist zum einen der Frank-Hertz-Versuch, mit dem die Energiedifferenz $E_1 - E_0$, des ersten Anregungszustandes und des Grundzustandes von Hg-Atomen bestimmt werden soll. Zum anderen soll die Energieverteilung der für diesen Versuch genutzten Elektronen bestimmt werden.

1.1 Frank-Hertz-Versuch

Der für den Frank-Hertz-Versuch verwendete Versuchsaufbau, ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Im wesentlichen besteht der Versuchsaufbau aus einem evakuierten Gefäß, in welchem ein Glühdraht, eine Beschleunigungselektrode, eine Auffängerelektrode und Quecksilber enthalten sind.

Abbildung 1: Schematische Abbildung des Frank-Hertz-Versuch.



Das Quecksilber verdampft zum Teil spontan, bis ein Gleichgewichtsdampfdruck $p_{\text{sät}}$ erreicht ist, welcher nur von der Umgebungstemperatur abhängt. Der Glühdraht wird durch einen Gleichstrom erhitzt, bis es zum glühelektrischen Effekt kommt. Durch diesen Effekt, treten Elektronen aus dem Glühdraht aus und bilden eine Elektronenwolke um diesen. An die Beschleunigungselektrode wird eine positive Beschleunigungsspannung U_B angelegt, wodurch die ausgetretenen Elektronen in der Elektronenwolke, in Richtung Beschleunigungselektrode beschleunigt werden. Am Ende der Beschleunigungsstrecke besitzen die Elektronen, die vorher eine kinetische Energie von Null hatten, die kinetische Energie,

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} = e_0 U_B. \quad (1)$$

Mit der Elementarladung e_0 [1]. Hinter der Beschleunigungselektrode befindet sich in einem Abstand die Auffängerelektrode, an welche eine negative Gegenspannung

U_A geschlossen ist. Durch die Gegenspannung, erreichen nur solche Elektronen die Auffängerelektrode, welche eine Geschwindigkeit in Feldrichtung v_z mit

$$\frac{m \cdot v_z^2}{2} \geq e_0 U_A, \quad (2)$$

haben. Diese Elektronen werden dann an der Auffängerelektrode als Auffängerstrom I_A gemessen. Die Elektronen treffen nun beim Beschleunigen auf Hg-Atome, was einen Stoß zur Folge hat. Ist die Energie des Elektrons kleiner als die Anregungsenergie $E_1 - E_0$, kommt es zu einem elastischen Stoß. Da der Massenunterschied zwischen Elektron und Hg-Atom bei etwa 1/1.836.201 liegt, verliert das Elektron eine vernachlässigbar geringe Menge Energie ΔE , die bei einem zentralen Stoß etwa,

$$\Delta E = \frac{4mM}{(m+M)^2} E \approx 1,1 \cdot 10^{(-5)} E \quad (3)$$

beträgt. Allerdings kann die Richtungsänderung des Elektrons erheblich sein. Ist nun die Energie des Elektrons größer oder gleich der Anregungsenergie $E_1 - E_0$, kommt es zum inelastischen Stoß und das Elektron regt das Hg-Atom an. Dabei gibt das Elektron genau die Energie $E_1 - E_0$ an das Hg-Atom ab und behält selbst die Energie $E - (E_1 - E_0)$. Das Hg-Atom geht während der Relaxationszeit von etwa $10^{(-8)}$ sec wieder in den Grundzustand über, wobei es ein Lichtquant mit der Energie

$$h\nu = E_1 - E_0 \quad (4)$$

emittiert. Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum [2] und ν die Frequenz der Lichtquelle. Durch Unterscheidung dieser beiden Stöße in Abhängigkeit von der Energie der Elektronen, die von der Beschleunigungsspannung abhängig ist, kann die Anregungsenergie $E_1 - E_0$ bestimmt werden. Dafür wird bei konstanter U_A die Beschleunigungsspannung gleichmäßig erhöht und in einer Graphik I_A gegen U_B aufgetragen. Am Anfang, wenn U_B kleiner ist als U_A erreichen keine Elektronen die Auffängerelektrode und es wird kein Strom I_A gemessen. Wird die Beschleunigungsspannung erhöht und übersteigt die Gegenspannung, haben die Elektronen genug Energie um die Auffängerelektrode zu erreichen, lediglich die Richtungsänderung der Elektronen, durch die elastischen Stöße mit den Hg-Atomen, verhindern dies zum Teil, da dadurch die Geschwindigkeitskomponente v_z verringert wird. Steigt U_B weiter, so erreichen die Elektronen selbst nach Stößen mit Hg-Atomen noch die Auffängerelektrode, zudem werden mehr Elektronen aus der Elektronenwolke um den Glühdraht abgesaugt, dadurch steigt der Strom I_A . Erreichen bei weiterer Erhöhung von U_B die Elektronen eine Energie von $E_1 - E_0$, regen sie die Hg-Atome beim Stoß an und geben ihre ganze Energie ab. Dadurch haben sie nicht mehr genug Energie um die Gegenspannung zu überwinden und der Auffängerstrom fällt schlagartig ab. Dieser Verlauf wiederholt sich bei weiter steigendem U_B , bis hin zu mehreren Hg-Atom anregungen pro Elektron. Graphik 2 zeigt den beschriebenen idealisierten Verlauf von I_A abhängig von U_B .

Anhand einer solchen Graphik kann nun die Anregungsenergie $E_1 - E_0$ des Hg-Atoms bestimmt werden, da der Abstand zweier Maxima dem 1.Anregungspotential

$$U_1 := \frac{1}{e_0} (E_1 - E_0) \quad (5)$$

Abbildung 2: Idealkurve des Frank-Hertz-Versuch.



entspricht.

1.2 Störeinflüsse

Bei tatsächlichen Versuchen sieht der Verlauf von I_A nicht aus, wie in Graphik 2 dargestellt. Das hat mehrere Gründe. Zum einen weicht das tatsächliche Beschleunigungspotential zwischen Glühdrat und Beschleunigungselektrode von der Spnnung U_B ab, wenn die Austrittsarbeit der Elektronen bei dem Glühdraht unterschiedlich von der Austrittsarbeit der Beschleunigungselektrode ist. Das tatsächliche Beschleunigungspotential ist gegeben durch

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - \frac{1}{e_0}(\Phi_B - \Phi_G), \quad (6)$$

wobei Φ die Austrittsarbeit des Glühdrahts bzw. der Beschleunigungselektrode beschreibt. Dadurch ist die Frank-Hertz-Kurve um das Kontaktpotential

$$K := \frac{1}{e_0}(\Phi_B - \Phi_G) \quad (7)$$

verschoben. Zum anderen haben die Elektronen keine einheitliche Energie, sondern ein Energiespektrum. Das bedeutet, dass die Elektronen nicht alle mit der, wie zuvor angenommem, gleichen Anfangsgeschwindigkeit null starten, sondern unterschiedliche Anfangsgeschwindigkeiten haben. Dadurch finden die Anregungen der Hg-Atome nicht auf einen Schlag bei einer bestimmten Beschleunigungsspannung statt, sondern verteilen sich über eine gewisse Beschleunigungsspannung. Die I_A -Kurve fällt dadurch nicht schlagartig auf null, das Maximum flacht stattdessen ab und es ergibt sich eine stetige Kurve. Zudem hängt die Kurve stark vom Dampfdruck des Quecksilbers ab, da dieser die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes zwischen Hg-Atom und Elektron beeinflusst. Ist der Druck zu gering, also die mittlere freie Weglänge \bar{w} groß, gelangen Elektronen ohne Wechselwirkung

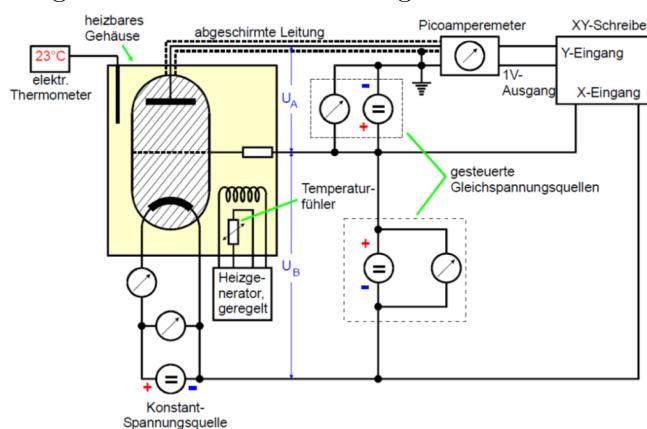
bis zur Auffängerelektrode. Ist \bar{w} zu klein, folgen schon während der Beschleunigungsphase der Elektronen viele elastische Stöße, mit entsprechender Richtungsänderung der Elektronen, wodurch wiederum weniger Elektronen die Auffängerelektrode erreichen. Um beide Phänomene möglichst gering zu halten ist eine mittlere freie Weglänge, die 1000 bis 4000 mal kleiner ist, als der Abstand a zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode, ideal. Aus der kinetischen Gastheorie folgt für \bar{w}

$$\bar{w}[\text{cm}] = \frac{0,0029}{p_{st}} [\text{p in mbar}]. \quad (8)$$

2 Durchführung

Die einzelnen Komponenten werden wie in Abbildung 3 elektrisch verbunden. Das Millimeterpapier wird auf dem XY-Schreiber befestigt. Für die Bestimmung der Energieverteilung der Elektronen wird U_B auf 10V gestellt und U_A läuft gleichmäßig von null bis 10V. Für ein möglichst guten Graphen wird der XY-Schreiber so kalibriert, dass die Kurve möglichst groß und vollständig auf dem Blatt zu sehen ist, dabei wird U_A auf die X-Achse und I_A auf die Y-Achse aufgetragen. Nach der Kalibrierung wird die Kappe des Stiftes entfernt und die erste Kurve bei Raumtemperatur, in diesem Fall 24°C, gezeichnet. Danach wird die Temperatur mit Hilfe des Heizgenerators auf 143°C erhöht und ein neues Blatt in den XY-Schreiber gelegt. Es findet eine erneute Kalibrierung der Y-Achse statt. Anschließend wird die Kurve gezeichnet.

Abbildung 3: Schematische Schaltung des Frank-Hertz-Versuch.



Für den Frank-Hertz-Versuch wird die Temperatur weiter auf 180°C erhöht und erneut ein neues Blatt beutzt. U_A wird auf 1V gestellt und U_B läuft gleichmäßig von 0V bis 55V. Erneut wird der XY-Schreiber kalibriert, dabei wird U_B auf die X-Achse aufgetragen und I_A erneut auf die Y-Achse. Anschließend wird der Graph gezeichnet. Für die letzte Messung wird die Temperatur noch einmal auf 200°C erhöht, ein neues Blatt eingelegt und die Y-Achse kalibriert. Danach wird auch der Graph gezeichnet.

3 Messwerte

3.1 integrale Energieverteilung

Tabelle 1: Temperaturen T_1 , T_2 und Spannungen U_A , U_B für die integrale Energieverteilung.

$$\begin{array}{l|l} 0V \leq U_A \leq 10V & T_1 \approx 24^\circ\text{C} \\ U_B = 10V & T_2 = 143^\circ\text{C} \end{array}$$

Abbildung 4: Die integrale Energieverteilung bei $\approx 24^\circ\text{C}$.

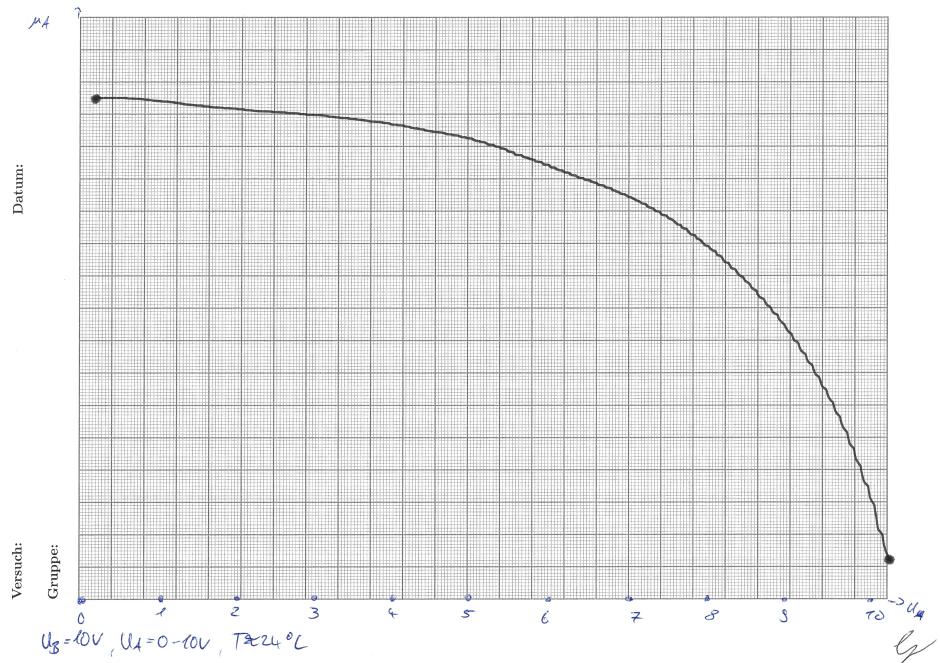
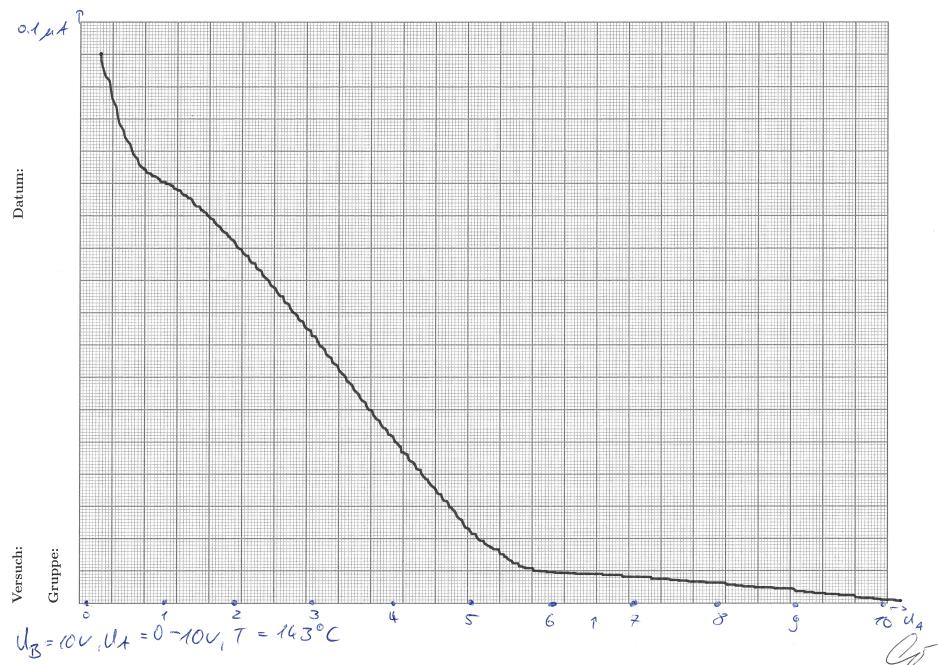


Abbildung 5: Die integrale Energieverteilung bei 143°C.



3.2 Frank-Hertz Kurve

Tabelle 2: Temperaturen T_3 , T_4 und Spannungen U_A , U_B für die Frank-Hertz Kurven.

$$U_A = 1V \quad \parallel \quad T_3 = 180^\circ C \\ 0V \leq U_B \leq 55V \quad \parallel \quad T_4 = 200^\circ C$$

Abbildung 6: Verlauf der Frank-Hertz Kurve bei 180°C.

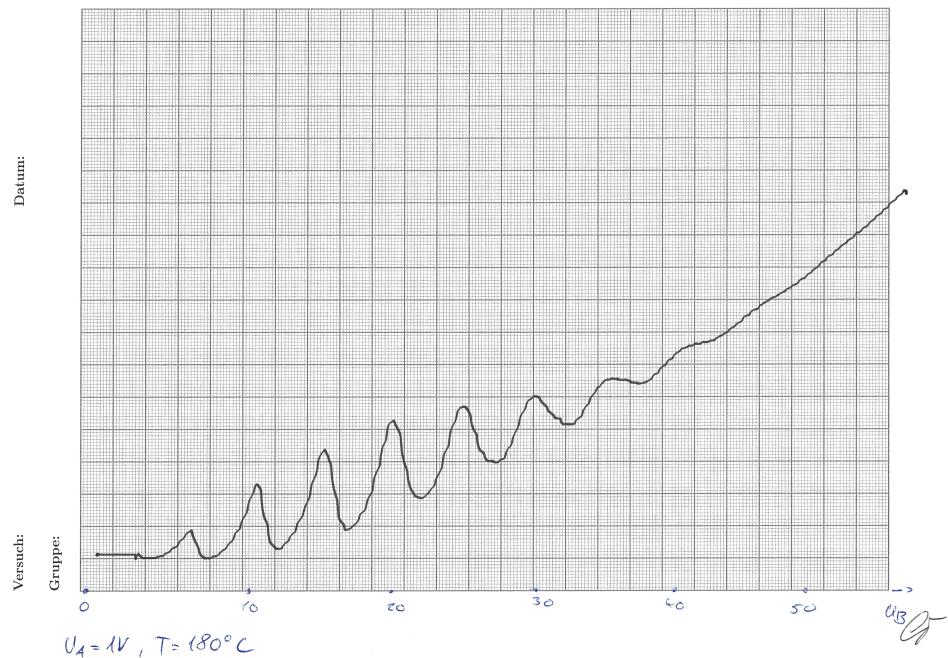
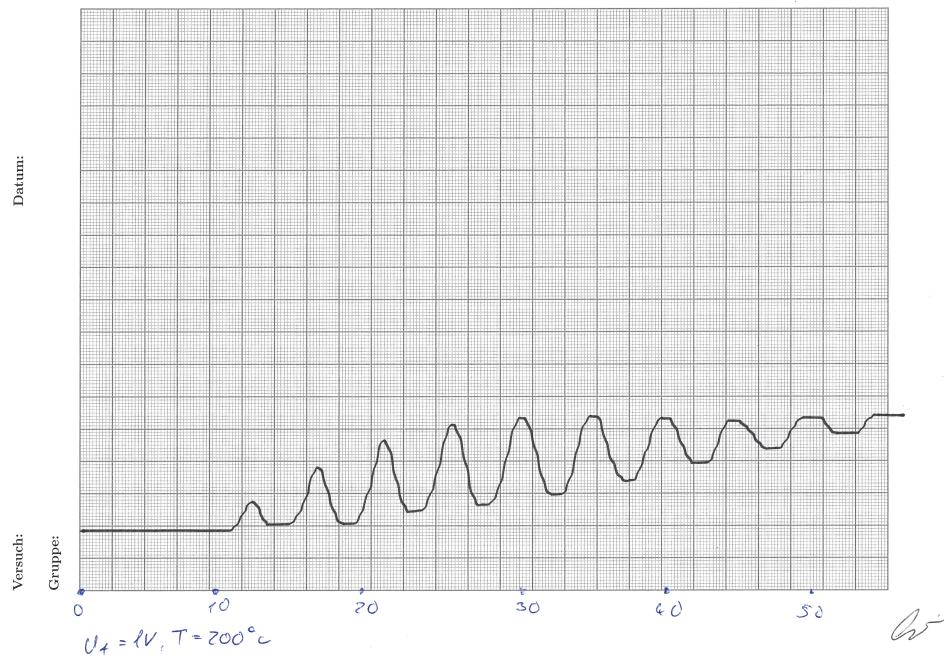


Abbildung 7: Verlauf der Frank-Hertz Kurve bei 200°C.



4 Auswertung

4.1 mittlere freie Weglänge.

Die mittlere freie Weglänge \bar{w} ist abhängig vom Sättigungsdruck $p_{\text{sät}}$. Daher wird zunächst der Sättigungsdruck für alle vier Temperaturen berechnet. Dazu wird Gleichung (9) aus der Dampfdruck-Kurve als Funktion der Temperatur T hergeleitet.

$$p_{\text{sät}} = 5,5 \cdot 10^7 \cdot \exp(-6876/T) \quad (9)$$

Damit kann nun gemäß Gleichung (8) die freie mittlere Weglänge ermittelt werden. Jedoch ist die mittlere freie Weglänge alleine nicht so wichtig, wie das Verhältnis zwischen \bar{w} und dem Abstand a, zwischen der Glüh-Kathode und der Beschleunigungselektrode, a/\bar{w} . Die Ergebnisse aus den Berechnungen sind in Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 3: Werte im Zusammenhang der freien mittleren Weglänge \bar{w} .

$T[\text{K}]$	$p_{\text{sät}}[\text{mbar}]$	$\bar{w}[\text{cm}]$	a/\bar{w}
297,15	0,0049	0,591	1,7
416,15	3,6691	$7,904 \cdot 10^{-4}$	1265,2
453,15	14,1407	$2,051 \cdot 10^{-4}$	4876,1
473,15	26,8551	$1,080 \cdot 10^{-4}$	9260,4

4.2 Differentielle Energieverteilung.

Es wird die differentielle Energieverteilung der Elektronen bestimmt. Dies ist das Verhältnis zwischen der Anzahl der Elektronen, deren Energie in einem Intervall E bis $E + dE$ liegt und ihrer Energie E. Ein Maß für die Anzahl der Elektronen ist der Auffängerstrom I_A . Für die Energie wird genutzt, dass nur Elektronen, deren Geschwindigkeit v_z in Feldrichtung die Ungleichung

$$E_z := \frac{m}{2} v_z^2 \geq e_0 U_A \quad (10)$$

erfüllen, die Auffängerelektrode erreichen. Bildet man die Differenz der Ströme $I_A(U_A) - I_A(U_A + \Delta U_A)$, so erhält man die gesuchte Anzahl der Elektronen, deren Energie zwischen E_Z und $E_Z + \Delta E_Z$ liegen. In den folgenden Graphen 8 und 9 wird die differentielle Energieverteilung dargestellt, wobei $\Delta U_A = 0,25\text{V}$ gewählt wurde.

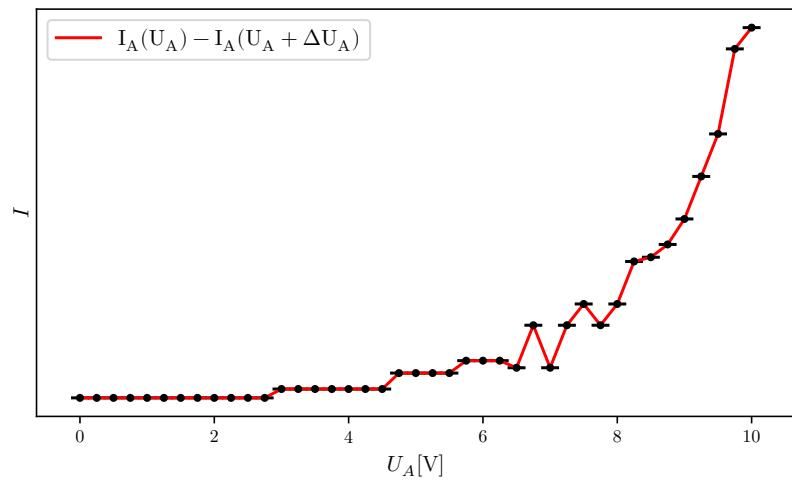


Abbildung 8: Differentielle Energieverteilung bei 24°C.

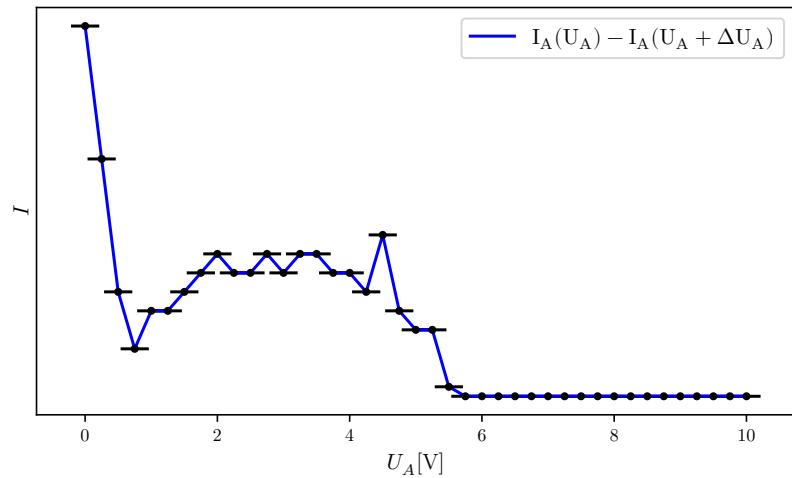


Abbildung 9: Differentielle Energieverteilung bei 143°C.

4.3 Erste Anregungsenergie und Wellenlänge der emittierten Strahlung.

Erste Anregungsenergie Das erste Anregungspotential U_1 wird ermittelt indem, die Abstände der Maxima im Graphen 7 und 6 gemessen und gemittelt werden. Also gilt für die Mittelwertbildung

$$U_1 = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 U_{1,k}. \quad (11)$$

Die Standardabweichung des Mittelwerts wird dann als Unsicherheit ΔU_1 gewählt, womit gilt

$$\Delta U_1 = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{k=1}^5 (U_{1,k} - U_1)^2}. \quad (12)$$

Die erste Anregungsenergie $E_1 - E_0$ kann aus dem ersten Anregungspotential U_1 durch umstellen der Gleichung (5), zu

$$E_1 - E_0 = U_1 e_0, \quad (13)$$

ermittelt werden. Der dazugehörige Fehler wird mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\Delta(E_1 - E_0) = \sqrt{e_0^2 \cdot \Delta U_1^2} \quad (14)$$

Wellenlänge der emittierten Strahlung Die beim Wechsel auf den Grundzustand emittierte Strahlung wird durch die Gleichung (4) beschrieben. Diese kann nun umgestellt werden, sodass die Wellenlänge der emittierten Strahlung nach

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c \cdot h}{E_1 - E_0} = \frac{c \cdot h}{U_1 e_0} \quad (15)$$

berechnet werden kann. Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum [3] und h das Planck'sche Wirkungsquantum [2]. Die darauf folgende Unsicherheit $\Delta \lambda$ berechnet sich zu

$$\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{-c \cdot h}{(U_1 e_0)^2} \right)^2 \cdot \Delta(U_1 e_0)^2} \quad (16)$$

Die Werte für die erste Anregungsenergie und der Wellenlänge, der emittierten Strahlung, können aus Tabelle 4 genommen werden.

Auswirkung des zentralen elastischen Stoßes. Am Graphen 7 kann erkannt werden, dass die Steigung der Maxima mit höheren Spannungen abnimmt. Zum Ende des Spannungsverlaufes fällt die Steigung sogar. Da dies, besonders bei den letzten zwei Maxima, mit einer Abflachung und Ausbreitung der Maxima einhergeht kann davon ausgegangen

Tabelle 4: Erste Anregungsenergie und Wellenlänge, der emittierten Strahlung.

Temperatur [°C]	U_1 [V]	$(E_1 - E_0) \cdot 10^{-19}$ [J]	$\lambda \cdot 10^{-7}$ [m]
200	$4,68 \pm 0,16$	$7,50 \pm 0,25$	$2,65 \pm 0,09$
180	$4,88 \pm 0,22$	$7,82 \pm 0,35$	$2,54 \pm 0,11$

werden, dass dies eher durch die Richtungsänderungen der Elektronen beim elastischen Stoß mit den Hg-Atomen im Raum zwischen Beschleunigungselektrode und Auffänger-elektrode zustande kommt. Was aber nicht dem zentralen elastischen Stoß gleicht. Die Maxima im mittleren Bereich jedoch liegen fast auf einer Höhe ohne eine bemerkbare Ausbreitung der Maxima. Dies ist wahrscheinlich auf den Energieverlust beim elastischen Stoß zurückzuführen. Also müssen die zentralen elastischen Stöße besonders im mittleren Bereich des Spannungsverlaufs beachtet werden. Jedoch ist zu erkennen, dass im Graphen 6 der Effekt der zentralen elastischen Stöße viel mehr zu vernachlässigen ist. Dort ist der Einfluss der Richtungsänderungen der Elektronen viel mehr zu beachten.

5 Diskussion

Die integrale Energieverteilung bei 24°C im Graphen 4 weicht vom Idealverlauf ab, indem das Gefälle viel langsamer abfällt. Wo im Idealverlauf eine starke Senkung im mittleren Bereich des Spannungsverlaufs zu erkennen ist, wobei der Strom dann einen minimalen Wert einhält, wurde in diesem Versuch eine stetigere Senkung des Auffängerstroms ermittelt, wo der Strom erst zum Ende sein Minimum erreicht. Diese Abweichung kann aus vielen Quellen stammen. Zum einen könnte die Gleichstrom-Versorgung am Glühdraht zu einer zu hohen Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen nach Austritt des Metalls geführt haben. Weiter wurde die Beschleunigungsspannung nur auf $U_B = 10V$ gesetzt, anstelle von 11V, da sonst die Kalibrierung des XY-Schreibers nicht möglich gewesen wäre. Der XY-Schreiber, zusammen mit dem Picoamperemeter, sind relativ grob und schwer einstellbar gewesen, woher wahrscheinlich die größte Unsicherheit in den Ergebnissen stammt. Dies ist besonders an der Eichung der X-Achse erkennbar. Diese wurde vor der Aufzeichnung mit den gleichen Einstellungen der Y-Skala geeicht und ist trotzdem verschoben. Im Gegensatz dazu fällt die Kurve im Graphen 5 bei 143°C viel stärker schon zu Beginn des Spannungsverlaufes. Im mittleren Spannungsbereich hat die Kurve schon fast das Stromminimum erreicht. Jedoch sind hier die gleichen Fehlerquellen und eine ähnliche Unsicherheit, wie beim Kurvenverlauf davor zu erwarten. Die Frank-Hertz Kurve bei 180°C besitzt eine sehr deutliche Steigung, jedoch breiten sich die Maxima schlagartig zum Ende des Spannungsverlaufes aus. Nachdem $U_B = 40V$ erreicht hat, ist kein Frank-Hertz Verlauf mehr zu erkennen, sondern es bildet sich eine stetig ansteigende Kurve. Der Ursprung dessen ist die steigende Spannung bei einem zu großen Verhältnis von a/\bar{w} . Das hat zur Folge, dass die Richtungsänderungen der Elektronen beim elastischen Stoß mit den Hg-Atomen in dem Bereich zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode stark ansteigt. Das Verhältnis beträgt bei 180°C, $a/\bar{w} = 4876.1$, was jedoch verhältnismäßig knapp über den Literaturwerten von 1000 bis 4000 liegt. Besonders ist so eine starke Abflachung bei 200°C nicht erkennbar, obwohl dort $a/\bar{w} = 9260.4$ beträgt. Auch hier sind nebenbei noch die gleichen Fehlerquellen zu berücksichtigen, welche in den vorherigen Aufnahmen vorkamen. Jedoch ist der Verlauf der Frank-Hertz Kurve bei 200°C sehr nahe an dem Idealverlauf. Die Maxima sind sehr gut zu erkennen, das erste Anregungspotential U_1 ist konsistent, also sind die Maxima immer in einem gleichen Abstand positioniert, und die Abflachung der Maxima ist verhältnismäßig sehr gering. Was hier noch erkennbar ist, ist die schwache Steigung der Extrema, was mit dem Energieverlust der Elektronen beim zentralen elastischen Stoß in Verbindung gesetzt werden kann. Sowohl die berechnete Anregungsenergie von 4,68eV bei 200°C als auch die 4,88eV bei 180°C liegen in der selben Größenordnung und sind nah am Literaturwert von 4,9eV [4]. Damit ist die Bestimmung der Elementaren Größe dieses Versuchs gut gelungen und der Versuch kann in seiner Gesamtheit als gelungen angesehen werden. Die Phänomene der integralen Energieverteilung und der Frank-Hertz Verlauf waren gut zu erkennen und die errechneten Werte waren recht nahe an den Literaturwerten.

Literatur

- [1] Wikipedia. *Elektron*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Elektron> (besucht am 26.04.2021).
- [2] Wikipedia. *Plancksches Wirkungsquantum*. 2021. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Wirkungsquantum (besucht am 26.04.2021).
- [3] Wikipedia. *Lichtgeschwindigkeit*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Lichtgeschwindigkeit> (besucht am 26.04.2021).
- [4] URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1612#:~:text=Der%20Grund%20ist%20dass%20die,Quecksilber%2D%20oder%20Neonatome%20anregen%20k%C3%B6nnen.&text=Diese%20kinetische%20Energie%20der%20Elektronen,des%20Neonatoms%20von%2018%20eV..>
- [5] *Anleitung zu Versuch Nr. 601: Frank-Hertz Versuch*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.
- [6] *Fehler Formeln*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.