

VERSUCH V311

Der Hall-Effekt

Jannis Vornholt
jannis.vornholt@tu-dortmund.de

Alfredo Manente
alfredo.manente@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.12.2020

Abgabe: 26.01.2021

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Ladungsträger pro Volumen n	3
2.2 Zahl der Ladungsträger pro Atom z	3
2.3 Mittlere Flugzeit	4
2.4 Mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d	4
2.5 Beweglichkeit	5
2.6 Totalgeschwindigkeit v	5
2.7 Mittlere freie Wellenlänge \bar{l}	5
2.8 Elektronen Löcher	6
2.9 Fehler durch $U_{\text{stör}}$	6
3 Durchführung	7
4 Messwerte	8
5 Fehlerrechnung	10
6 Auswertung	10
6.1 Berechnung der Hall-Spannung U_{Hall}	10
6.2 Berechnung der Ladungsträger pro Volumen n	13
6.3 Berechnung der Ladungsträger pro Atom z	15
6.4 Berechnung der mittleren Flugzeit t	16
6.5 Berechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d	16
6.6 Bestimmung der Beweglichkeit μ	17
6.7 Berechnung der mittleren Totalgeschwindigkeit $ \bar{v} $	17
6.8 Berechnung der mittleren freien Weglänge $\bar{\ell}$	18
6.9 Graphische Auswertung des Magnetfelds bei unterschiedlicher Polung	19
7 Diskussion	20
Literatur	20

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs "Der Hall-Effekt", ist die Bestimmung mikroskopischer Parameter, der Leitungselektronen eines Strom durchflossenen Metalls, durch die Bestimmung des Widerstands des Metalls und der Hall-Spannung.

2 Theorie

Der Hall-Effekt entsteht, wenn man eine leitende Platte mit Dicke d und Breite b an einen konstanten Strom I_q anschließt und senkrecht zu diesem ein homogenes Magnetfeld mit Flussdichte B schaltet. Durch das Magnetfeld wirkt eine Lorentzkraft auf die Elektronen, wodurch sich ein elektrisches Feld bildet, welches eine elektrische Kraft auf die Elektronen ausübt, die entgegen der Lorentzkraft wirkt. Nach kurzer Zeit entsteht ein Gleichgewicht, in dem sich die Lorentz- und die elektrische Kraft ausgleichen, dann kann die Hall-Spannung U_H parallel zum elektrischen Feld gemessen werden. Für die Hall-Spannung ergibt sich aus dem Gleichgewicht von Lorentz- und elektrischer Kraft

$$U_H = -\frac{1}{ne_0} \frac{BI_q}{d}, \quad (1)$$

wobei n die Ladungsträgerdichte ist und e_0 die Elementarladung eines Elektrons [S.5, 1]. Zudem liegt d orthogonal zu I_q und B , also parallel zu U_H .

2.1 Ladungsträger pro Volumen n

Für die Ladungsträger pro Volumen n ergibt sich nach Umstellen der Gleichung für die Hall-Spannung nun

$$n = -\frac{1}{U_H e_0} \frac{BI_q}{d}. \quad (2)$$

2.2 Zahl der Ladungsträger pro Atom z

Aus den Ladungsträgern pro Volumen lässt sich die Zahl der Ladungsträger pro Atom z berechnen. Dafür wird die Atomanzahl pro Volumen N definiert

$$N = \frac{nm_1}{m}, \quad (3)$$

mit m_1 der Masse pro Atom des untersuchten Materials und m der Masse der untersuchten Folie/Platte m ergibt sich dabei aus der Dichte des Materials ρ multipliziert mit dem Volumen des Präparats. Die Zahl der Ladungsträger z ist nun

$$z = \frac{n}{N} = \frac{nm_1}{m} = \frac{nm_1}{\rho V}. \quad (4)$$

2.3 Mittlere Flugzeit

Die Mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$ beschreibt die durchschnittliche Zeit, die sich ein Elektron, ohne Zusammenstoß, bewegen kann. Aus dem Zusammenhang zwischn dem Widerstand R und den bekannten oder leicht messbaren Größen m_0 (Ruhemasse eines Elektrons), e_0 , n , $\bar{\tau}$, L (Länge des Leiters) und Q (Querschnitt des Leiters),

$$R = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{n\bar{\tau}} \frac{L}{Q}, \quad (5)$$

ergibt sich

$$\bar{\tau} = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{nR} \frac{L}{Q}. \quad (6)$$

[S.4, 1]

2.4 Mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d

Die Mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d , gibt die durchschnittliche Geschwindigkeit der Elektronen im Leiter an, wenn ein Strom an den Leiter angeschlossen ist. Dies entspricht nicht der durchschnittlichen Geschwindigkeit der Elektronen, da diese sich nicht ausschließlich parallel zum angeschlossenen Strom bewegen, sondern in in alle Richtungen, was vor allem durch stöße verursacht wird. Bei angeschlossenem Strom erfahren die Elektronen im Leiter eine Beschleunigung b

$$b = \frac{e_0}{m_0} E \quad (7)$$

in Richtung des elektrischen Feldes E . Für die Zeitspanne $\bar{\tau}$ ergibt sich dann die Beschleunigung

$$\Delta \bar{v} = -\frac{e_0}{m_0} E \bar{\tau}. \quad (8)$$

Aus dem Zusammenhang der gleichmäßig beschleunigten Bewegung der Elektronen und der Annahme, die mittlere Geschwindigkeit eines Elektrons, nach einem Stoß, sei null, folgt für die Mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d

$$\bar{v}_d = \frac{1}{2} \Delta \bar{v} = -\frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} E \bar{\tau}. \quad (9)$$

Zudem gilt für die Stromdichte j

$$j = \frac{I}{Q} = -n \bar{v}_d e_0, \quad (10)$$

also für \bar{v}_d

$$\bar{v}_d = -\frac{j}{ne_0} = -\frac{I}{Qne_0}. \quad (11)$$

2.5 Beweglichkeit

Die Beweglichkeit μ der Elektronen ist definiert als Proportionalitätskonstante zwischen der Driftgeschwindigkeit und der äußeren Elektrischen Feldstärke, also

$$\bar{v}_d = \mu E \quad (12)$$

Aus Gleichung (8) folgt

$$E = -\frac{\Delta\bar{v}m_0}{e_0\bar{\tau}} \quad (13)$$

und daraus mit Gleichung (12) wiederum

$$\mu = \frac{\bar{v}_d}{-\frac{\Delta\bar{v}m_0}{e_0\bar{\tau}}} = -\frac{\bar{v}_d e_0 \bar{\tau}}{\Delta\bar{v}m_0}, \quad (14)$$

mit $\Delta\bar{v} = 2\bar{v}_d$, aus Gleichung (9).

2.6 Totalgeschwindigkeit v

Die Totalgeschwindigkeit v ist nicht äquivalent oder proportional zur Driftgeschwindigkeit. Sie wird durch die Wärmebewegung des Leiters erzeugt. Nach Berücksichtigung des Pauli-Verbots, der Fermi-Dirac-Verteilung und der Fermi-Energie E_F

$$E_F = \frac{h^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3}{8\pi}n\right)^2}, \quad (15)$$

kann \bar{v} durch

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} = \frac{h}{m_0} \sqrt[3]{\frac{3}{8\pi}n}. \quad (16)$$

beschrieben werden [S.6-7, 1]. Dabei ist h das Planksche Wirkungsquantum.

2.7 Mittlere freie Wellenlänge \bar{l}

Die Mittlere freie Weglänge \bar{l} beschreibt den Weg, den ein Elektron im Mittel zwischen zwei Stößen zurücklegt. Dieser hängt lediglich von der Totalgeschwindigkeit und der mittleren Flugzeit ab.

$$\bar{l} = \bar{\tau}v. \quad (17)$$

Da wir nur \bar{v} berechnen können, gilt hier

$$\bar{l} \approx \bar{\tau}\bar{v}. \quad (18)$$

2.8 Elektronen Löcher

Bei manchen Metallen kommt es vor, dass wenn ein Strom angeschlossen wird, sich einige Elektronen aus den unteren Schalen lösen. Dadurch entstehen "Löcher" die als positive Ladung angesehen werden können und somit ebenfalls zur Leitfähigkeit des Metalls beitragen. Ebenso verursachen sie auch eine Hall-Spannung. Da sich diese "Löcher" entgegenger Richtung der Elektronen bewegen, hat die Hall-Spannung ein umgekehrtes Vorzeichen. Diesen Effekt nennt man anomalen Hall-Effekt. So kann man anhand der Hall-Spannung bestimmen ob die Leitungselektronen oder die "Löcher" verantwortlich für die Leitfähigkeit sind. Allerdings nur, wenn lediglich ein Ladungsträger vorliegt, also "Löcher" oder Leitungselektronen. Bei ähnlich starker Beteiligung an der Leitfähigkeit, muss das Metall abhängig von der Temperatur untersucht werden, um den Leitungsträger zu bestimmen [S.8, 1].

2.9 Fehler durch $U_{\text{stör}}$

Beim Messen der Hall-Spannung tritt ein systematischer Fehler auf, da die Messpunkte A und B nicht auf einer Äquipotentialfläche angebracht werden können. Dadurch entsteht eine Störspannung $U_{\text{stör}}$, die eine Hall-Spannung vortäuscht. Um diesen Fehler zu korrigieren muss die Hall-Spannung zwei mal gemessen werden. Bei der zweiten Messung muss lediglich das Magnetfeld umgepolst werden. So wird bei der ersten Messung $U_{\text{ges}+} = U_H + U_{\text{stör}}$ gemessen und bei der zweiten $U_{\text{ges}-} = -U_H + U_{\text{stör}}$ [S.9, 1]. Für die korrekte Hall-Spannung ergibt sich dann

$$U_H = U_{\text{ges}+} - U_{\text{ges}-}. \quad (19)$$

3 Durchführung

Bei diesem Versuch sollen mithilfe der Hall-Spannung und des Widerstands die im Kapitel 2 beschriebenen Größen, für Silber bestimmt werden. Dafür werden am Anfang die Maße, der benutzten Silberfolie ausgemessen. Danach Wird die Länge und Dicke eines Silberdrahtes gemessen und anschließend der Widerstand des Drahtes gemessen. Dann wird die magnetische Flussdichte, der beiden Spulen, die das Homogene Magnetfeld erzeugen, mit einem Teslameter, gemessen. Dies geschieht indem der, an die in reihe geschalteten Spulen geschlosse, Strom von null bis fünf Amper, in 0,5A schritten erhöht wird. Dies wird wiederholt, nachdem die Spulen umgepolt wurden. Nach diesen Messungen, werden die Spulen zurück gepolt. Anschließend wird die Hall-Spannung gemessen. Dafür wird die Folie zwischen die Spulen geklemmt, die Folie an einen Strom orthogonal zum Magnetfeld geschlossen und ein Voltmeter orthogonal zu Strom und Magnetfeld, an die Folie geschlossen. Als erstes bleibt der Strom, der die Probe durchfließt, konstant bei 2A und der Strom, der an die Spulen geschlossen ist wird von null bis fünf Amper, in 0,5A Schritten erhöht. Dieser Vorgang wird nach der Umpolung des Magnetfeldes wiederholt. Nachdem die Magnetfeldpolung wieder in die Ausgangslage zurück gepolt wurde, bleibt der Strom, der Spulen, konstant bei 2A und der Strom, der die Silberfolie durchfließt wird von null bis 5 Amper, in 0,5A Schritten erhöht. Der Vorgang wird erneut nach der umpolung des Magnetfeldes wiederholt.

4 Messwerte

Tabelle 1: Messwerte für die Eigenschaften der Silber Probe und des Silber Drahtes.

Draht:	
Widerstand[Ω]	0,6
Länge[m]	1,73
Dicke $\cdot 10^{-4}$ [m]	2,47
Folie:	
Länge $\cdot 10^{-2}$ [m]	2,5
Breite $\cdot 10^{-2}$ [m]	1,5
Dicke $\cdot 10^{-4}$ [m]	2,47

Tabelle 2: Die gemessenen Magnetfeldstärken bei positiver und negativer Polung.

$I[\text{A}]$	$B_{\text{pos. Polung}} \cdot 10^{-2}[\text{T}]$	$B_{\text{neg. Polung}} \cdot 10^{-2}[\text{T}]$
0	1,590	1,680
0.5	5,690	5,890
1	1,293	1,421
1.5	1,981	2,150
2	2,680	2,890
2.5	3,362	3,566
3	4,024	4,210
3.5	4,791	4,835
4	5,358	5,421
4.5	5,902	5,956
5	6,405	6,434

Tabelle 3: Die gemessenen Gesamtspannungen an der Silber-Probe, wobei der Strom an der Probe konstant gehalten wurde bei $I_{\text{Probe}} = 2\text{A}$.

$I[\text{A}]$	$U_{\text{pos. ges. Probe const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$	$U_{\text{neg. ges. Probe const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$
0	3,440	3,390
0.5	3,330	3,440
1	3,260	3,500
1.5	3,190	3,580
2	3,110	3,650
2.5	3,050	3,720
3	2,990	3,830
3.5	2,940	3,860
4	2,900	3,930
4.5	2,840	3,970
5	2,790	4,030

Tabelle 4: Die gemessenen Gesamtspannungen an der Silber-Probe, wobei der Strom an den Elektromagneten konstant gehalten wurde bei $I = 2\text{A}$

$I[\text{A}]$	$U_{\text{pos. ges. B const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$	$U_{\text{neg. ges. B const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$
0	1,900	5,000
0.5	1,000	1,420
1	1,800	2,350
1.5	2,600	3,250
2	3,400	4,200
2.5	4,200	5,100
3	5,100	6,000
3.5	5,900	6,950
4	6,670	7,850
4.5	7,450	8,750
5	8,250	9,700

5 Fehlerrechnung

In der folgenden Auswertung der Messwerte, werden die zu den Messgrößen errechneten Fehler mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet [2]. Diese besitzt die Form

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \cdot (\Delta z)^2}. \quad (20)$$

6 Auswertung

6.1 Berechnung der Hall-Spannung U_{Hall}

Es wird eine lineare Regression durchgeführt, um die gemessenen Gesamtspannungen mit Theoriewerten zu vergleichen. Es wird die Funktion

$$f(x) = a \cdot x + b \quad (21)$$

an die Messdaten angeglichen, wobei die resultierenden Parameter aus der Tabelle 5 entnommen werden können.

Tabelle 5: Parameter für die lineare Regression der Messwerte für die Gesamtspannung.

	$a[\text{V/A}]$	$b[\text{V}]$
$U_{\text{ges+}, \text{Probe const.}}$	$1,256 \cdot 10^{-6} \pm 4,916 \cdot 10^{-8}$	$-3,390 \cdot 10^{-5} \pm 1,454 \cdot 10^{-7}$
$U_{\text{ges-}, \text{Probe const.}}$	$-1,336 \cdot 10^{-6} \pm 3,733 \cdot 10^{-8}$	$-3,384 \cdot 10^{-5} \pm 1,104 \cdot 10^{-7}$
$U_{\text{ges+}, \text{B const.}}$	$-1,618 \cdot 10^{-5} \pm 6,012 \cdot 10^{-8}$	$-1,868 \cdot 10^{-6} \pm 1,778 \cdot 10^{-7}$
$U_{\text{ges-}, \text{B const.}}$	$-1,837 \cdot 10^{-5} \pm 2,639 \cdot 10^{-8}$	$-5,055 \cdot 10^{-6} \pm 7,806 \cdot 10^{-8}$

Die Messwerte mitsamt der Geraden der linearen Regression wurden für einen besseren Vergleich graphisch dargestellt in folgenden Graphen.

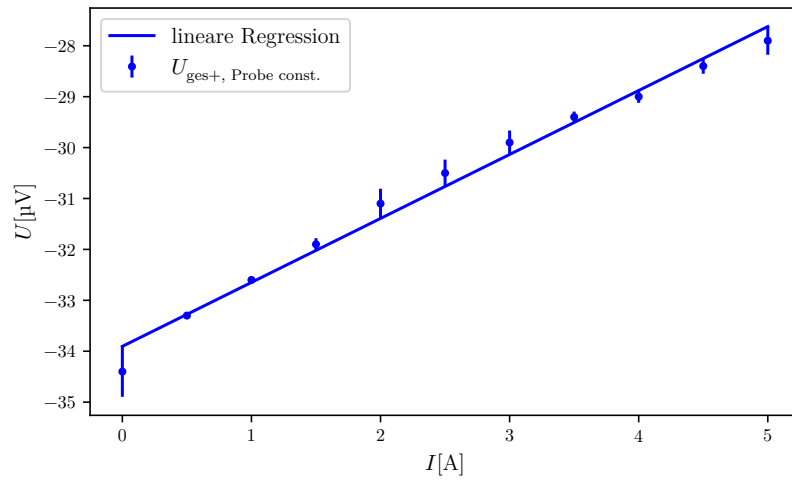


Abbildung 1: Die Gesamtspannung bei positiver Polung und konstantem Strom an der Probe.

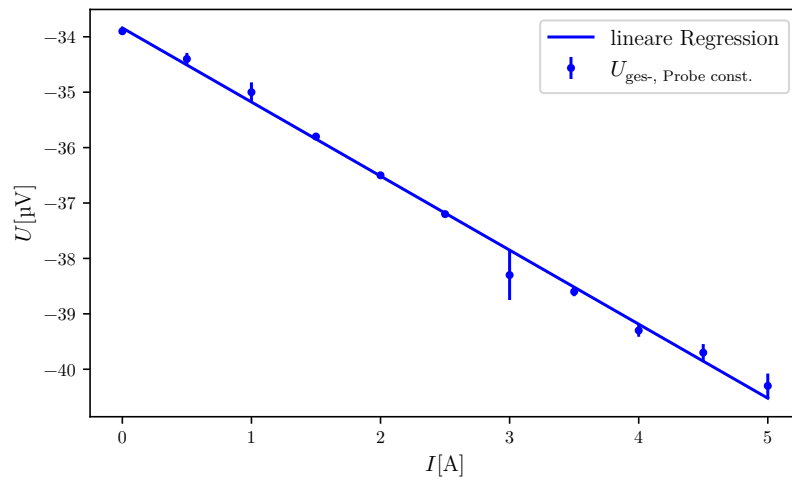


Abbildung 2: Die Gesamtspannung bei negativer Polung und konstantem Strom an der Probe.

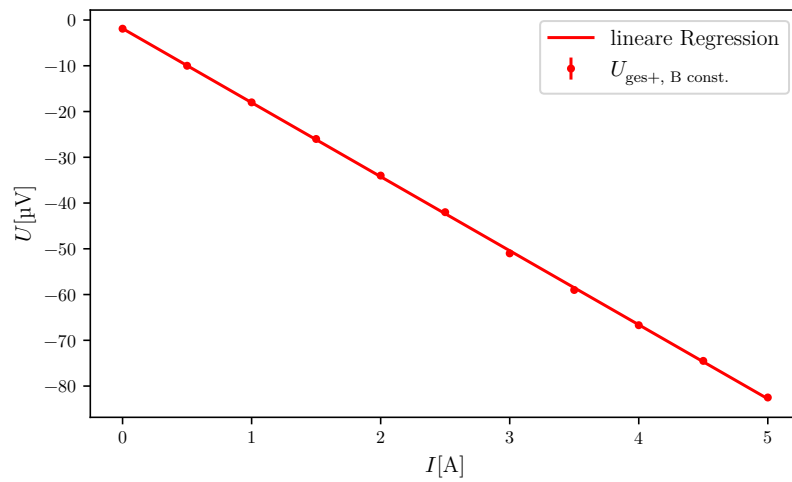


Abbildung 3: Die Gesamtspannung bei positiver Polung und konstantem Strom an dem Elektromagneten.

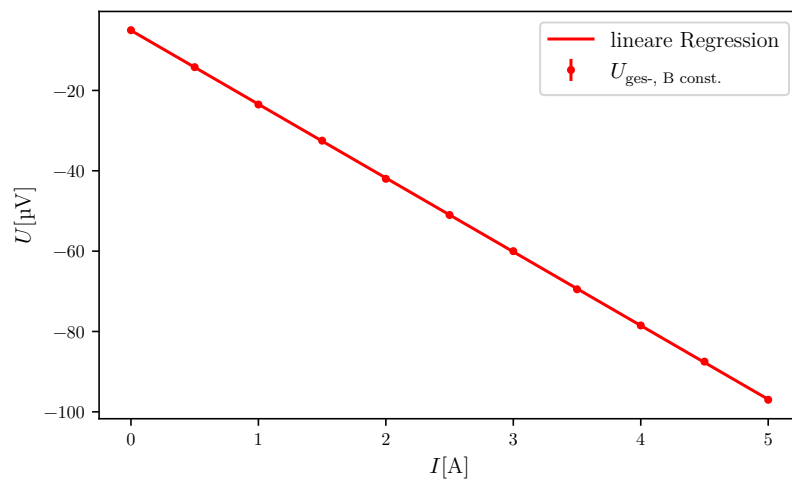


Abbildung 4: Die Gesamtspannung bei negativer Polung und konstantem Strom an dem Elektromagneten.

Wenn man nun die Abstände der einzelnen Messwerte zu der Theoriekurve als Fehler zu den gemessenen Spannungen hinzufügt folgen die Werte aus Tabelle 6.

Tabelle 6: Gemessene Gesamtspannungen und die dazugehörigen Fehler.

$I[\text{A}]$	$U_{\text{ges+}, \text{Probe const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$	$U_{\text{ges-}, \text{Probe const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$	$U_{\text{ges+}, \text{B const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$	$U_{\text{ges-}, \text{B const.}} \cdot 10^{-5}[\text{V}]$
0	$3,440 \pm 0,049$	$3,390 \pm 0,005$	$1,900 \pm 0,003$	$5,000 \pm 0,005$
0.5	$3,330 \pm 0,002$	$3,440 \pm 0,010$	$1,000 \pm 0,004$	$1,420 \pm 0,003$
1	$3,260 \pm 0,004$	$3,500 \pm 0,017$	$1,800 \pm 0,005$	$2,350 \pm 0,007$
1.5	$3,190 \pm 0,012$	$3,580 \pm 0,004$	$2,600 \pm 0,014$	$3,250 \pm 0,010$
2	$3,110 \pm 0,029$	$3,650 \pm 0,001$	$3,400 \pm 0,023$	$4,200 \pm 0,021$
2.5	$3,050 \pm 0,026$	$3,720 \pm 0,001$	$4,200 \pm 0,032$	$5,100 \pm 0,002$
3	$2,990 \pm 0,023$	$3,830 \pm 0,045$	$5,100 \pm 0,058$	$6,000 \pm 0,015$
3.5	$2,940 \pm 0,010$	$3,860 \pm 0,008$	$5,900 \pm 0,048$	$6,950 \pm 0,016$
4	$2,900 \pm 0,012$	$3,930 \pm 0,011$	$6,670 \pm 0,009$	$7,850 \pm 0,002$
4.5	$2,840 \pm 0,014$	$3,970 \pm 0,015$	$7,450 \pm 0,019$	$8,750 \pm 0,020$
5	$2,790 \pm 0,027$	$4,030 \pm 0,022$	$8,250 \pm 0,028$	$9,700 \pm 0,010$

Aus den gemessenen Gesamtspannungen lässt sich nun die tatsächliche Hall-Spannung berechnen, durch

$$U_{\text{Hall}} = \frac{1}{2} (U_{\text{ges+}} - U_{\text{ges-}}). \quad (22)$$

Mit den dazugehörigen Fehlern erhält man für die Hall-Spannung, welche an der Silber-Probe entsteht die Werte aus 7.

Tabelle 7: Mit (22) berechnete Hall-Spannungen.

$I[\text{A}]$	$U_{\text{Hall, Probe const}}[\text{V}]$	$U_{\text{Hall, B const.}}[\text{V}]$
0	$-0,250 \cdot 10^{-6} \pm 24,948 \cdot 10^{-8}$	$1,550 \cdot 10^{-6} \pm 3,157 \cdot 10^{-8}$
0.5	$0,550 \cdot 10^{-6} \pm 5,581 \cdot 10^{-8}$	$2,100 \cdot 10^{-6} \pm 2,764 \cdot 10^{-8}$
1	$1,200 \cdot 10^{-6} \pm 9,185 \cdot 10^{-8}$	$2,750 \cdot 10^{-6} \pm 4,689 \cdot 10^{-8}$
1.5	$1,950 \cdot 10^{-6} \pm 6,416 \cdot 10^{-8}$	$3,250 \cdot 10^{-6} \pm 8,909 \cdot 10^{-8}$
2	$2,700 \cdot 10^{-6} \pm 14,607 \cdot 10^{-8}$	$4,000 \cdot 10^{-6} \pm 15,805 \cdot 10^{-8}$
2.5	$3,350 \cdot 10^{-6} \pm 13,213 \cdot 10^{-8}$	$4,500 \cdot 10^{-6} \pm 16,420 \cdot 10^{-8}$
3	$4,200 \cdot 10^{-6} \pm 25,394 \cdot 10^{-8}$	$4,500 \cdot 10^{-6} \pm 30,079 \cdot 10^{-8}$
3.5	$4,600 \cdot 10^{-6} \pm 6,745 \cdot 10^{-8}$	$5,250 \cdot 10^{-6} \pm 25,730 \cdot 10^{-8}$
4	$5,150 \cdot 10^{-6} \pm 8,296 \cdot 10^{-8}$	$5,900 \cdot 10^{-6} \pm 5,005 \cdot 10^{-8}$
4.5	$5,650 \cdot 10^{-6} \pm 10,737 \cdot 10^{-8}$	$6,500 \cdot 10^{-6} \pm 14,214 \cdot 10^{-8}$
5	$6,200 \cdot 10^{-6} \pm 17,783 \cdot 10^{-8}$	$7,250 \cdot 10^{-6} \pm 15,322 \cdot 10^{-8}$

6.2 Berechnung der Ladungsträger pro Volumen n

Für die Berechnung der Ladungsträger pro Volumen n wird die Magnetfeldstärke B benötigt. Daher werden zunächst die Messwerte der Magnetfeldstärke bei den unterschiedlichen

Polungen gemittelt

$$\bar{B} = \frac{1}{2} (|B_{\text{pos. Polung}}| + |B_{\text{neg. Polung}}|) \quad (23)$$

und die Standardabweichung des entstandenen Mittelwertes für den Fehler berechnet.

$$\Delta \bar{B} = \sqrt{\frac{1}{2} \left((B_{\text{pos. Polung}} - \bar{B})^2 + (B_{\text{neg. Polung}} - \bar{B})^2 \right)} = \sqrt{\bar{B}^2 - \bar{B}^2} \quad (24)$$

Tabelle 8 zeigt die Mittelwerte mit Fehler und der Graph 5 stellt diese Werte graphisch dar.

Tabelle 8: Mittelwerte der Magnetfeldstärken bei positiver und negativer Polung.

$I[\text{A}]$	$\bar{B}[\text{T}]$
0	$0,164 \cdot 10^{-1} \pm 0,450 \cdot 10^{-3}$
0.5	$0,579 \cdot 10^{-1} \pm 10,000 \cdot 10^{-3}$
1	$1,357 \cdot 10^{-1} \pm 6,400 \cdot 10^{-3}$
1.5	$2,066 \cdot 10^{-1} \pm 8,450 \cdot 10^{-3}$
2	$2,784 \cdot 10^{-1} \pm 10,500 \cdot 10^{-3}$
2.5	$3,464 \cdot 10^{-1} \pm 10,200 \cdot 10^{-3}$
3	$4,116 \cdot 10^{-1} \pm 9,300 \cdot 10^{-3}$
3.5	$4,813 \cdot 10^{-1} \pm 2,200 \cdot 10^{-3}$
4	$5,389 \cdot 10^{-1} \pm 3,150 \cdot 10^{-3}$
4.5	$5,928 \cdot 10^{-1} \pm 2,700 \cdot 10^{-3}$
5	$6,419 \cdot 10^{-1} \pm 1,450 \cdot 10^{-3}$

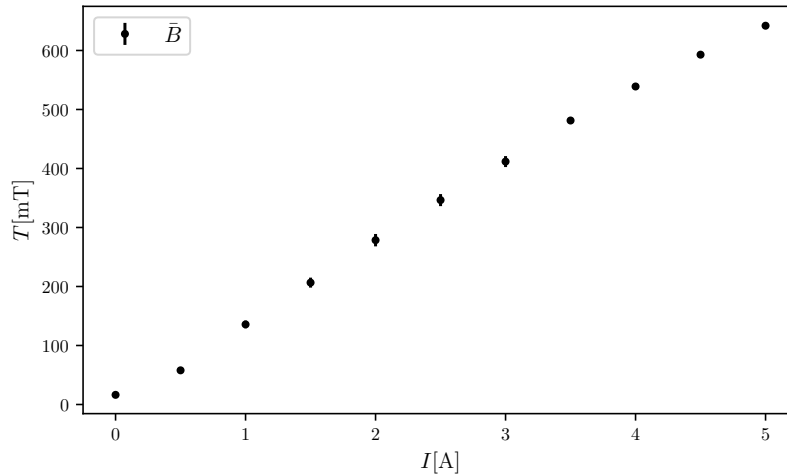


Abbildung 5: Das gemittelte Magnetfeld für verschiedene angelegte Ströme.

Mit den nun vorhandenen Werten für U_{Hall} und \bar{B} werden die Ladungsträger pro Volumen mit der Formel (2) ermittelt. Die Werte sind der Tabelle 9 zu entnehmen.

Tabelle 9: Ladungsträger pro Volumen n für die verschiedenen Hall-Spannungen.

$I[\text{A}]$	$n_{\text{Probe const.}} [1/\text{m}^3]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$n_{\text{B const.}} [1/\text{m}^3]$
0	$2,551 \cdot 10^{28} \pm 25,469 \cdot 10^{27}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$-4,106 \cdot 10^{28} \pm 4,227 \cdot 10^{27}$	0.5	$-1,293 \cdot 10^{25} \pm 0,516 \cdot 10^{27}$
1	$-4,411 \cdot 10^{28} \pm 3,966 \cdot 10^{27}$	1	$-1,975 \cdot 10^{25} \pm 0,817 \cdot 10^{27}$
1.5	$-4,131 \cdot 10^{28} \pm 2,169 \cdot 10^{27}$	1.5	$-2,507 \cdot 10^{25} \pm 1,168 \cdot 10^{27}$
2	$-4,023 \cdot 10^{28} \pm 2,653 \cdot 10^{27}$	2	$-2,716 \cdot 10^{25} \pm 1,483 \cdot 10^{27}$
2.5	$-4,033 \cdot 10^{28} \pm 1,985 \cdot 10^{27}$	2.5	$-3,017 \cdot 10^{25} \pm 1,583 \cdot 10^{27}$
3	$-3,823 \cdot 10^{28} \pm 2,468 \cdot 10^{27}$	3	$-3,621 \cdot 10^{25} \pm 2,779 \cdot 10^{27}$
3.5	$-4,081 \cdot 10^{28} \pm 0,627 \cdot 10^{27}$	3.5	$-3,621 \cdot 10^{25} \pm 2,239 \cdot 10^{27}$
4	$-4,082 \cdot 10^{28} \pm 0,699 \cdot 10^{27}$	4	$-3,682 \cdot 10^{25} \pm 1,423 \cdot 10^{27}$
4.5	$-4,093 \cdot 10^{28} \pm 0,899 \cdot 10^{27}$	4.5	$-3,760 \cdot 10^{25} \pm 1,639 \cdot 10^{27}$
5	$-4,039 \cdot 10^{28} \pm 1,162 \cdot 10^{27}$	5	$-3,746 \cdot 10^{25} \pm 1,619 \cdot 10^{27}$

6.3 Berechnung der Ladungsträger pro Atom z

Folgend kann nun auch die Anzahl der Ladungsträger pro Atom berechnet werden nach der Formel (3). Mit der Dichte $\rho = 10,49\text{g/cm}^3$ [3] und der molaren Masse $m_1 = 107,8682\text{u}$ [3] von Silber und noch der Avogadro Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} 1/\text{mol}$ [4] werden die Werte für z zu dem Ergebnis in Tabelle 10 berechnet.

Tabelle 10: Ladungsträger pro Atom z für die verschiedenen Hall-Spannungen.

$I[\text{A}]$	$z_{\text{Probe const.}} [1/N_{\text{Atom}}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$z_{\text{B const.}} [1/N_{\text{Atom}}]$
0	$4,356 \cdot 10^{11} \pm 43,489 \cdot 10^{10}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$-7,012 \cdot 10^{11} \pm 7,217 \cdot 10^{10}$	0.5	$-2,208 \cdot 10^{11} \pm 0,882 \cdot 10^{10}$
1	$-7,532 \cdot 10^{11} \pm 6,772 \cdot 10^{10}$	1	$-3,372 \cdot 10^{11} \pm 1,395 \cdot 10^{10}$
1.5	$-7,055 \cdot 10^{11} \pm 3,704 \cdot 10^{10}$	1.5	$-4,280 \cdot 10^{11} \pm 1,995 \cdot 10^{10}$
2	$-6,870 \cdot 10^{11} \pm 4,530 \cdot 10^{10}$	2	$-4,637 \cdot 10^{11} \pm 2,532 \cdot 10^{10}$
2.5	$-6,887 \cdot 10^{11} \pm 3,390 \cdot 10^{10}$	2.5	$-5,152 \cdot 10^{11} \pm 2,703 \cdot 10^{10}$
3	$-6,529 \cdot 10^{11} \pm 4,214 \cdot 10^{10}$	3	$-6,183 \cdot 10^{11} \pm 4,745 \cdot 10^{10}$
3.5	$-6,969 \cdot 10^{11} \pm 1,070 \cdot 10^{10}$	3.5	$-6,183 \cdot 10^{11} \pm 3,823 \cdot 10^{10}$
4	$-6,970 \cdot 10^{11} \pm 1,194 \cdot 10^{10}$	4	$-6,288 \cdot 10^{11} \pm 2,430 \cdot 10^{10}$
4.5	$-6,989 \cdot 10^{11} \pm 1,365 \cdot 10^{10}$	4.5	$-6,421 \cdot 10^{11} \pm 2,798 \cdot 10^{10}$
5	$-6,896 \cdot 10^{11} \pm 1,984 \cdot 10^{10}$	5	$-6,396 \cdot 10^{11} \pm 2,764 \cdot 10^{10}$

6.4 Berechnung der mittleren Flugzeit t

Die mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$ kann nun mithilfe der ermittelten Werte der Ladungsträger pro Volumen n nach der Formel (6) berechnet werden. Es folgen die Werte aus Tabelle 11.

Tabelle 11: Die mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$.

$I[\text{A}]$	$\bar{\tau}_{\text{Probe const.}}[\text{s}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$\bar{\tau}_{\text{B const.}}[\text{s}]$
0	$1,674 \cdot 10^{-13} \pm 1,671 \cdot 10^{-13}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$-1,039 \cdot 10^{-13} \pm 0,107 \cdot 10^{-15}$	0.5	$-3,302 \cdot 10^{-13} \pm 0,131 \cdot 10^{-15}$
1	$-0,968 \cdot 10^{-13} \pm 8,704 \cdot 10^{-15}$	1	$-2,162 \cdot 10^{-13} \pm 8,946 \cdot 10^{-15}$
1.5	$-1,033 \cdot 10^{-13} \pm 5,426 \cdot 10^{-15}$	1.5	$-1,703 \cdot 10^{-13} \pm 7,940 \cdot 10^{-15}$
2	$-1,061 \cdot 10^{-13} \pm 6,998 \cdot 10^{-15}$	2	$-1,572 \cdot 10^{-13} \pm 8,587 \cdot 10^{-15}$
2.5	$-1,058 \cdot 10^{-13} \pm 5,211 \cdot 10^{-15}$	2.5	$-1,415 \cdot 10^{-13} \pm 7,425 \cdot 10^{-15}$
3	$-1,116 \cdot 10^{-13} \pm 7,208 \cdot 10^{-15}$	3	$-1,179 \cdot 10^{-13} \pm 9,050 \cdot 10^{-15}$
3.5	$-1,046 \cdot 10^{-13} \pm 1,607 \cdot 10^{-15}$	3.5	$-1,179 \cdot 10^{-13} \pm 7,292 \cdot 10^{-15}$
4	$-1,046 \cdot 10^{-13} \pm 1,792 \cdot 10^{-15}$	4	$-1,159 \cdot 10^{-13} \pm 4,481 \cdot 10^{-15}$
4.5	$-1,043 \cdot 10^{-13} \pm 2,038 \cdot 10^{-15}$	4.5	$-1,135 \cdot 10^{-13} \pm 4,949 \cdot 10^{-15}$
5	$-1,057 \cdot 10^{-13} \pm 3,042 \cdot 10^{-15}$	5	$-1,140 \cdot 10^{-13} \pm 4,927 \cdot 10^{-15}$

6.5 Berechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d

Die mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d wird nun nach der Formel (11) berechnet, wobei für die Stromdichte $j = 1\text{A}/\text{mm}^2$ angenommen wird. Es folgen die Werte in Tabelle 12.

Tabelle 12: Die mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d für $j = 1\text{A}/\text{mm}^2$.

$I[\text{A}]$	$\bar{v}_{d, \text{Probe const.}}[\text{m/s}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$\bar{v}_{d, \text{B const.}}[\text{m/s}]$
0	$-3,919 \cdot 10^{-35} \pm 39,131 \cdot 10^{-36}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$2,435 \cdot 10^{-35} \pm 2,506 \cdot 10^{-36}$	0.5	$7,731 \cdot 10^{-35} \pm 3,087 \cdot 10^{-36}$
1	$2,266 \cdot 10^{-35} \pm 2,038 \cdot 10^{-36}$	1	$5,062 \cdot 10^{-35} \pm 2,094 \cdot 10^{-36}$
1.5	$2,420 \cdot 10^{-35} \pm 1,270 \cdot 10^{-36}$	1.5	$3,988 \cdot 10^{-35} \pm 1,859 \cdot 10^{-36}$
2	$2,485 \cdot 10^{-35} \pm 1,638 \cdot 10^{-36}$	2	$3,681 \cdot 10^{-35} \pm 2,010 \cdot 10^{-36}$
2.5	$2,479 \cdot 10^{-35} \pm 1,220 \cdot 10^{-36}$	2.5	$3,313 \cdot 10^{-35} \pm 1,738 \cdot 10^{-36}$
3	$2,615 \cdot 10^{-35} \pm 1,687 \cdot 10^{-36}$	3	$2,761 \cdot 10^{-35} \pm 2,119 \cdot 10^{-36}$
3.5	$2,450 \cdot 10^{-35} \pm 0,376 \cdot 10^{-36}$	3.5	$2,761 \cdot 10^{-35} \pm 1,707 \cdot 10^{-36}$
4	$2,449 \cdot 10^{-35} \pm 0,419 \cdot 10^{-36}$	4	$2,715 \cdot 10^{-35} \pm 1,049 \cdot 10^{-36}$
4.5	$2,442 \cdot 10^{-35} \pm 0,477 \cdot 10^{-36}$	4.5	$2,659 \cdot 10^{-35} \pm 1,158 \cdot 10^{-36}$
5	$2,475 \cdot 10^{-35} \pm 0,712 \cdot 10^{-36}$	5	$2,669 \cdot 10^{-35} \pm 1,153 \cdot 10^{-36}$

6.6 Bestimmung der Beweglichkeit μ .

Die Beweglichkeit μ kann nun mit den ermittelten Werten für \bar{v}_d und $\bar{\tau}$ nach der Formel (14) berechnet werden.

Tabelle 13: Die Beweglichkeit μ .

$I[\text{A}]$	$\mu_{\text{Probe const.}} [\text{m}^2/(\text{V s})]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$\mu_{\text{B const.}} [\text{m}^2/(\text{V s})]$
0	$-2,358 \cdot 10^{-21} \pm 4,078 \cdot 10^{-21}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$1,465 \cdot 10^{-21} \pm 2,612 \cdot 10^{-22}$	0.5	$4,652 \cdot 10^{-21} \pm 3,218 \cdot 10^{-22}$
1	$1,364 \cdot 10^{-21} \pm 2,124 \cdot 10^{-22}$	1	$3,046 \cdot 10^{-21} \pm 2,183 \cdot 10^{-22}$
1.5	$1,456 \cdot 10^{-21} \pm 1,324 \cdot 10^{-22}$	1.5	$2,400 \cdot 10^{-21} \pm 1,937 \cdot 10^{-22}$
2	$1,495 \cdot 10^{-21} \pm 1,708 \cdot 10^{-22}$	2	$2,215 \cdot 10^{-21} \pm 2,095 \cdot 10^{-22}$
2.5	$1,491 \cdot 10^{-21} \pm 1,271 \cdot 10^{-22}$	2.5	$1,993 \cdot 10^{-21} \pm 1,812 \cdot 10^{-22}$
3	$1,573 \cdot 10^{-21} \pm 1,759 \cdot 10^{-22}$	3	$1,661 \cdot 10^{-21} \pm 2,208 \cdot 10^{-22}$
3.5	$1,474 \cdot 10^{-21} \pm 3,922 \cdot 10^{-23}$	3.5	$1,661 \cdot 10^{-21} \pm 1,779 \cdot 10^{-22}$
4	$1,474 \cdot 10^{-21} \pm 4,375 \cdot 10^{-23}$	4	$1,633 \cdot 10^{-21} \pm 1,093 \cdot 10^{-22}$
4.5	$1,469 \cdot 10^{-21} \pm 4,975 \cdot 10^{-23}$	4.5	$1,600 \cdot 10^{-21} \pm 1,207 \cdot 10^{-22}$
5	$1,489 \cdot 10^{-21} \pm 7,423 \cdot 10^{-23}$	5	$1,606 \cdot 10^{-21} \pm 1,202 \cdot 10^{-22}$

6.7 Berechnung der mittleren Totalgeschwindigkeit $|\bar{v}|$.

Die Totalgeschwindigkeit $|\bar{v}|$ ist nach (16) abhängig von der Fermi-Energie E_F . Diese wird zunächst nach (15) berechnet, damit darauf folgend die Totalgeschwindigkeit nach (16) berechnet werden kann. Die Werte für die Fermi-Energie sind in Tabelle 14 niedergelegt und die dann berechneten Totalgeschwindigkeiten in Tabelle 15.

Tabelle 14: Die Fermi-Energie E_F .

$I[\text{A}]$	$E_{F, \text{ Probe const.}} [\text{J}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$E_{F, \text{ B const.}} [\text{J}]$
0	$4,201 \cdot 10^{-79} \pm 9,604 \cdot 10^{-25}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$5,770 \cdot 10^{-79} \pm 1,125 \cdot 10^{-24}$	0.5	$2,671 \cdot 10^{-79} \pm 7,658 \cdot 10^{-25}$
1	$6,052 \cdot 10^{-79} \pm 1,152 \cdot 10^{-24}$	1	$3,542 \cdot 10^{-79} \pm 8,819 \cdot 10^{-25}$
1.5	$5,794 \cdot 10^{-79} \pm 1,127 \cdot 10^{-24}$	1.5	$4,152 \cdot 10^{-79} \pm 9,548 \cdot 10^{-25}$
2	$5,692 \cdot 10^{-79} \pm 1,117 \cdot 10^{-24}$	2	$4,380 \cdot 10^{-79} \pm 9,806 \cdot 10^{-25}$
2.5	$5,701 \cdot 10^{-79} \pm 1,118 \cdot 10^{-24}$	2.5	$4,699 \cdot 10^{-79} \pm 1,015 \cdot 10^{-24}$
3	$5,502 \cdot 10^{-79} \pm 1,099 \cdot 10^{-24}$	3	$5,306 \cdot 10^{-79} \pm 1,079 \cdot 10^{-24}$
3.5	$5,747 \cdot 10^{-79} \pm 1,123 \cdot 10^{-24}$	3.5	$5,306 \cdot 10^{-79} \pm 1,079 \cdot 10^{-24}$
4	$5,747 \cdot 10^{-79} \pm 1,123 \cdot 10^{-24}$	4	$5,366 \cdot 10^{-79} \pm 1,085 \cdot 10^{-24}$
4.5	$5,758 \cdot 10^{-79} \pm 1,124 \cdot 10^{-24}$	4.5	$5,441 \cdot 10^{-79} \pm 1,093 \cdot 10^{-24}$
5	$5,707 \cdot 10^{-79} \pm 1,119 \cdot 10^{-24}$	5	$5,427 \cdot 10^{-79} \pm 1,091 \cdot 10^{-24}$

Tabelle 15: Die mittlere Totalgeschwindigkeit $|\bar{v}|$.

$I[\text{A}]$	$ \bar{v} _{\text{Probe const.}}[\text{m/s}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$ \bar{v} _{\text{B const.}}[\text{m/s}]$
0	$9,604 \cdot 10^{-25} \pm 2,796 \cdot 10^{-79}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$1,125 \cdot 10^{-24} \pm 3,959 \cdot 10^{-80}$	0.5	$7,111 \cdot 10^{-81} \pm 1,019 \cdot 10^{-26}$
1	$1,152 \cdot 10^{-24} \pm 3,627 \cdot 10^{-80}$	1	$9,772 \cdot 10^{-81} \pm 1,216 \cdot 10^{-26}$
1.5	$1,127 \cdot 10^{-24} \pm 2,027 \cdot 10^{-80}$	1.5	$1,290 \cdot 10^{-80} \pm 1,483 \cdot 10^{-26}$
2	$1,117 \cdot 10^{-24} \pm 2,502 \cdot 10^{-80}$	2	$1,594 \cdot 10^{-80} \pm 1,785 \cdot 10^{-26}$
2.5	$1,118 \cdot 10^{-24} \pm 1,871 \cdot 10^{-80}$	2.5	$1,643 \cdot 10^{-80} \pm 1,776 \cdot 10^{-26}$
3	$1,099 \cdot 10^{-24} \pm 2,367 \cdot 10^{-80}$	3	$2,714 \cdot 10^{-80} \pm 2,761 \cdot 10^{-26}$
3.5	$1,123 \cdot 10^{-24} \pm 5,885 \cdot 10^{-81}$	3.5	$2,187 \cdot 10^{-80} \pm 2,224 \cdot 10^{-26}$
4	$1,123 \cdot 10^{-24} \pm 6,566 \cdot 10^{-81}$	4	$1,382 \cdot 10^{-80} \pm 1,398 \cdot 10^{-26}$
4.5	$1,124 \cdot 10^{-24} \pm 7,501 \cdot 10^{-81}$	4.5	$1,581 \cdot 10^{-80} \pm 1,587 \cdot 10^{-26}$
5	$1,119 \cdot 10^{-24} \pm 1,094 \cdot 10^{-80}$	5	$1,563 \cdot 10^{-80} \pm 1,572 \cdot 10^{-26}$

6.8 Berechnung der mittleren freien Weglänge $\bar{\ell}$

Mithilfe der Totalgeschwindigkeit und der mittleren Flugzeit lassen sich nun die Werte für die mittlere freie Weglänge $\bar{\ell}$ nach der Formel (17) ermitteln. Diese sind in Tabelle 16 zu finden.

Tabelle 16: Die mittlere freie Weglänge $\bar{\ell}$.

$I[\text{A}]$	$\bar{\ell}_{\text{Probe const.}}[\text{m}]$	$I_{\text{Probe}}[\text{A}]$	$\bar{\ell}_{\text{B const.}}[\text{m}]$
0	$1,607 \cdot 10^{-37} \pm 1,691 \cdot 10^{-37}$	0	$0,000 \pm 0,000$
0.5	$-1,170 \cdot 10^{-37} \pm 1,270 \cdot 10^{-38}$	0.5	$-2,528 \cdot 10^{-37} \pm 1,064 \cdot 10^{-38}$
1	$-1,116 \cdot 10^{-37} \pm 1,057 \cdot 10^{-38}$	1	$-1,906 \cdot 10^{-37} \pm 8,317 \cdot 10^{-39}$
1.5	$-1,165 \cdot 10^{-37} \pm 6,451 \cdot 10^{-39}$	1.5	$-1,626 \cdot 10^{-37} \pm 7,992 \cdot 10^{-39}$
2	$-1,186 \cdot 10^{-37} \pm 8,247 \cdot 10^{-39}$	2	$-1,542 \cdot 10^{-37} \pm 8,877 \cdot 10^{-39}$
2.5	$-1,184 \cdot 10^{-37} \pm 6,146 \cdot 10^{-39}$	2.5	$-1,437 \cdot 10^{-37} \pm 7,950 \cdot 10^{-39}$
3	$-1,227 \cdot 10^{-37} \pm 8,351 \cdot 10^{-39}$	3	$-1,272 \cdot 10^{-37} \pm 1,029 \cdot 10^{-38}$
3.5	$-1,175 \cdot 10^{-37} \pm 1,903 \cdot 10^{-39}$	3.5	$-1,272 \cdot 10^{-37} \pm 8,296 \cdot 10^{-39}$
4	$-1,175 \cdot 10^{-37} \pm 2,122 \cdot 10^{-39}$	4	$-1,258 \cdot 10^{-37} \pm 5,127 \cdot 10^{-39}$
4.5	$-1,173 \cdot 10^{-37} \pm 2,416 \cdot 10^{-39}$	4.5	$-1,241 \cdot 10^{-37} \pm 5,702 \cdot 10^{-39}$
5	$-1,183 \cdot 10^{-37} \pm 3,589 \cdot 10^{-39}$	5	$-1,244 \cdot 10^{-37} \pm 5,669 \cdot 10^{-39}$

6.9 Graphische Auswertung des Magnetfelds bei unterschiedlicher Polung

Die Magnetfeldstärke B wurde hier für die positive und negative Polung graphisch dargestellt.

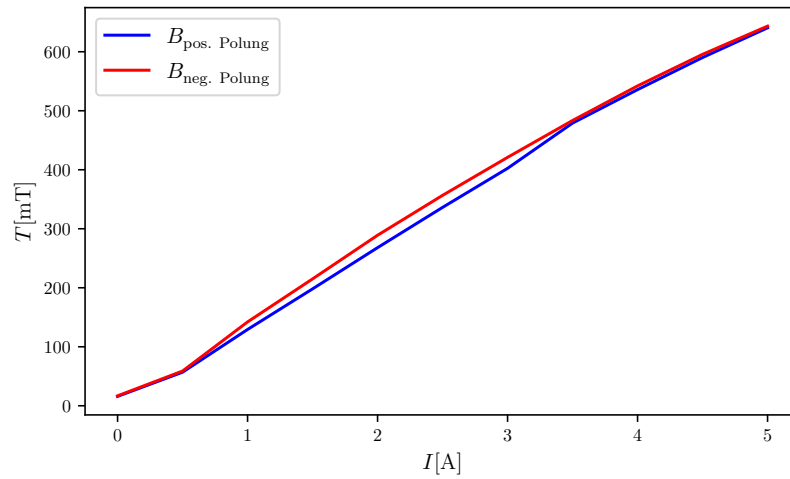


Abbildung 6: Der Verlauf der Magnetfeldstärken $B_{\text{pos. Polung}}$ und $B_{\text{neg. Polung}}$.

7 Diskussion

Aus den Messwerten und den dazugehörigen graphischen Abbildungen ist allgemein zu erkennen, dass die Veränderung der Spannung fast linear geschieht. Dies sieht man besonders an den kleinen Abständen zur Geraden der linearen Regression, welche bei konstanter Magnetfeldstärke kaum Abweichungen zeigen. Dementsprechen kann auch davon ausgegangen werden, dass der Messvorgang sehr präzise gewesen ist. Bei variabler Stromstärke an den Elektromagneten ist eine höhere Abweichung zu erkennen, was wahrscheinlich auf eine nicht ganz lineare Antwort der Magnetfeldstärke auf die Stromstärke zurückzugreifen ist. Dies ist auch etwas deutlicher in der graphischen Auswertung der Magnetfeldstärken bei den verschiedenen Polungen zu erkennen, welche besonder in den mittleren Bereichen der Stromstärke von einer linearen Form abweichen und auch voneinander abweichen. Dies wird jedoch durch Mittelwertbildung korrigiert. Außerdem ist noch zu erwähnen, dass bei konstantem Strom an der Probe die Spannungsveränderung unterschiedliche Vorzeichen beinhaltet, was durch die Umpolung und damit der Richtungsveränderung des Magnetfelds verursacht wird. Bei konstanter Magnetfeldstärke passiert bei beiden Polungen der Probe ein Spannungsabfall, welcher auch durch die Richtung des Magnetfeldes zu verschulden ist. Aufgrund der relativ präzisen Messungen und der Mittelwertbildung der Magnetfeldstärke kann man daher auch in den folgenden Berechnungen plausible und relativ präzise Werte erwarten. Dies ist auch an den erhaltenen Werten zu erkennen. Bis auf die Werte welche für für einen Strom von 0A errechnet wurden, zeigen die berechneten Werte keine großen unerwarteten Abweichungen. Besonders bei höheren Stromstärken scheinen die Rechnungen sehr präzise. Zu bemerken ist jedoch, dass bei konstanter Magnetfeldstärke alle Werte für die $0A = 0$ ergeben, da bei der Berechnung von n mit 0 multipliziert wird. Theoretisch wäre dieses Ergebnis richtig, da so kein Magnetfeld entstehen könnte durch die Elektromagneten, jedoch ist aus den Messwerten eine Grund-Magnetfeldstärke abzulesen.

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch Nr. 311: Der Hall-Effekt*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2020.
- [2] Wikipedia. *Fehlerfortpflanzung*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Fehlerfortpflanzung> (besucht am 18.01.2021).
- [3] Wikipedia. *Silber*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Silber> (besucht am 18.01.2021).
- [4] Wikipedia. *Avogadro-Konstante*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Avogadro-Konstante> (besucht am 18.01.2021).