



Artificial Intelegence

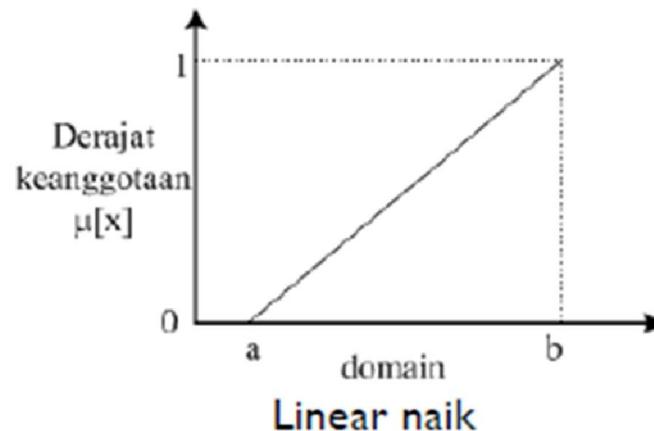
Fungsi Keanggotaan

Arief Arfriandi, S.T., M.Eng.

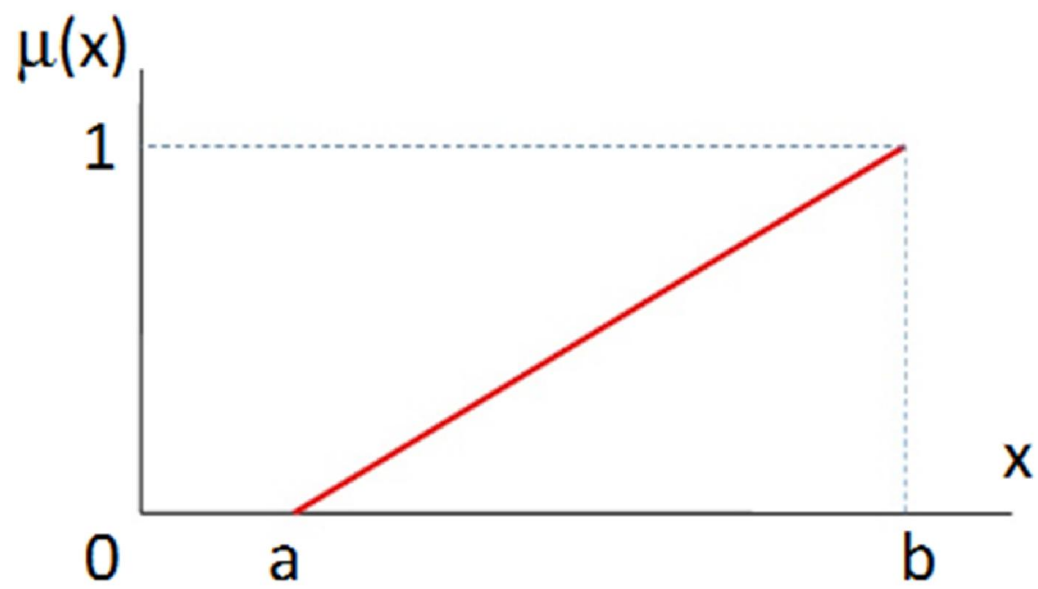


Fungsi Keanggotaan

- Fungsi Keanggotaan (*Membership Function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan **pemetaan titik-titik input data** (sumbu x) **kepada nilai keanggotaannya** (sering juga disebut derajat keanggotaan) yang mempunyai **interval mulai 0 sampai 1**.
- Menggunakan pendekatan fungsi:
 - Linear naik
 - Linear turun
 - Kurva segitiga
 - Kurva trapesium
 - Kurva Sigmoid
 - Kurva Phi
 - Kurva Beta
 - Kurva Gauss
- Fungsi Linear naik dan Linear turun
 - Berupa suatu garis lurus.
 - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 0 bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih tinggi.
 - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 1 pada sisi kiri bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih rendah.



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \\ (x - a) / (b - a) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , x > b \end{cases}$$



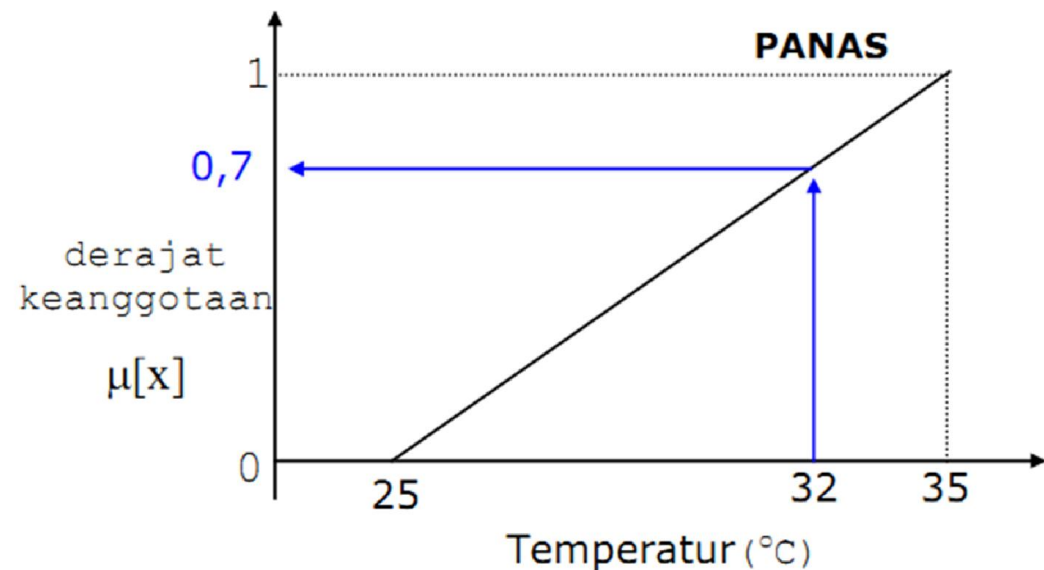
$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases}$$



FUNGSI KEANGGOTAAN HIMPUNAN FUZZY (MEMBERSHIP FUNCTION)

1 Representasi LINIER NAIK

Fungsi keanggotaan untuk himpunan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar



$$\mu_{\text{Panas}}(27) = \text{????}$$

$$\mu_{\text{Panas}}(34) = \text{????}$$

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 = 0,7\end{aligned}$$



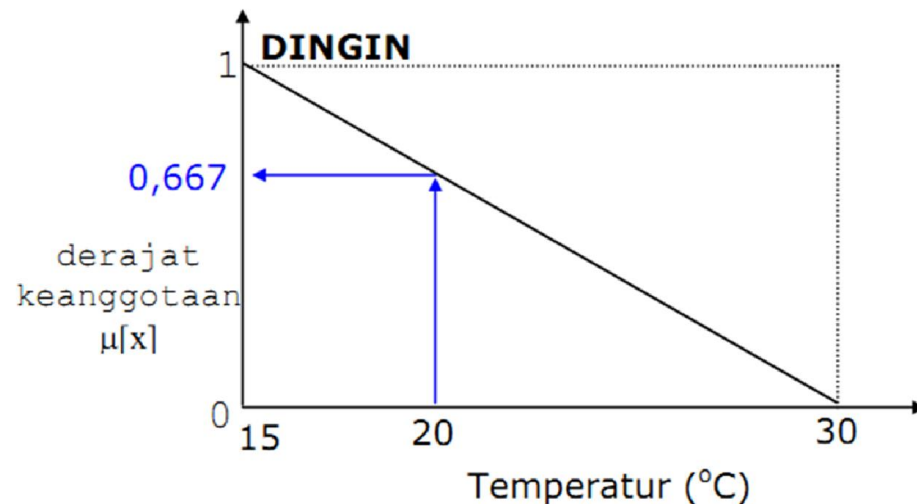
FUNGSI KEANGGOTAAN HIMPUNAN FUZZY (MEMBERSHIP FUNCTION)

1

Representasi LINIER TURUN

Contoh:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar



$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667\end{aligned}$$

$$\mu_{\text{dingin}}(25) = \text{????}$$

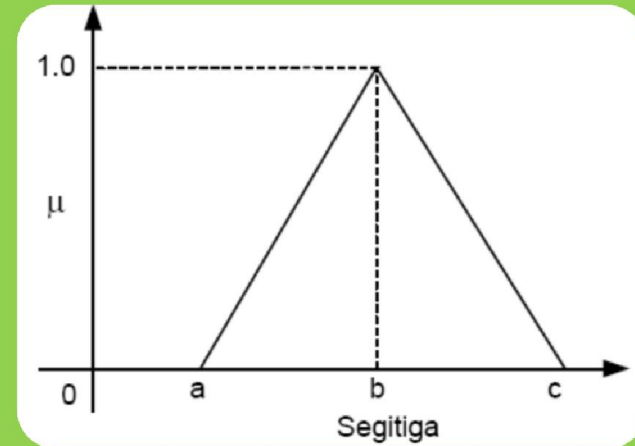
$$\mu_{\text{dingin}}(17) = \text{????}$$

2

Representasi segitiga (triangular)

Ditentukan oleh 3 parameter {a, b, c} sebagai berikut :

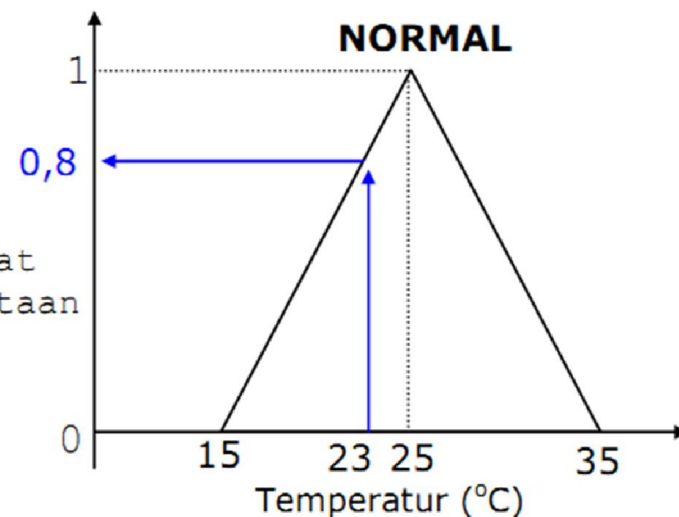
$$\text{triangle}(x : a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$



Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8 \end{aligned}$$

derajat
keanggotaan
 $\mu[x]$

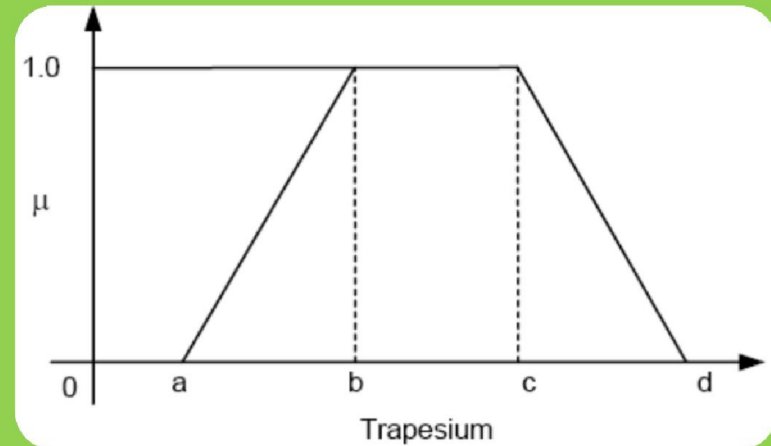


3

Representasi Trapezium

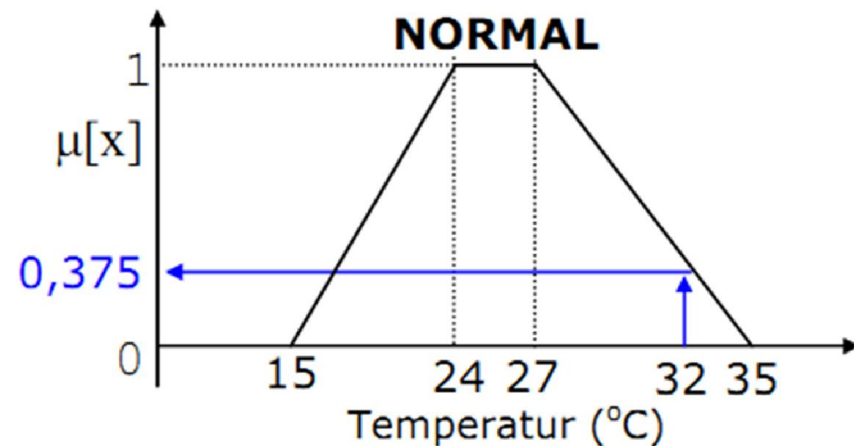
Ditentukan oleh 4 parameter {a,b,c,d} sebagai berikut :

$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}$$



Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

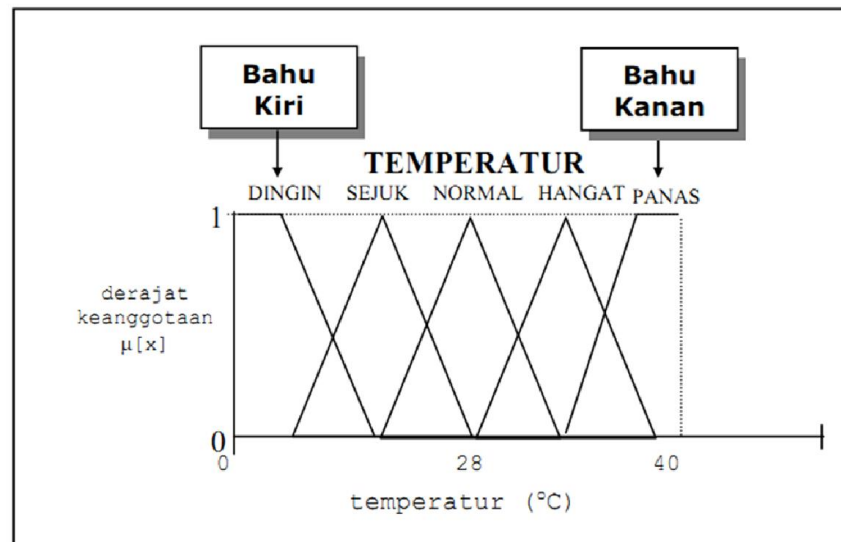
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 = 0,375 \end{aligned}$$



4

Representasi bentuk BAHU

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.



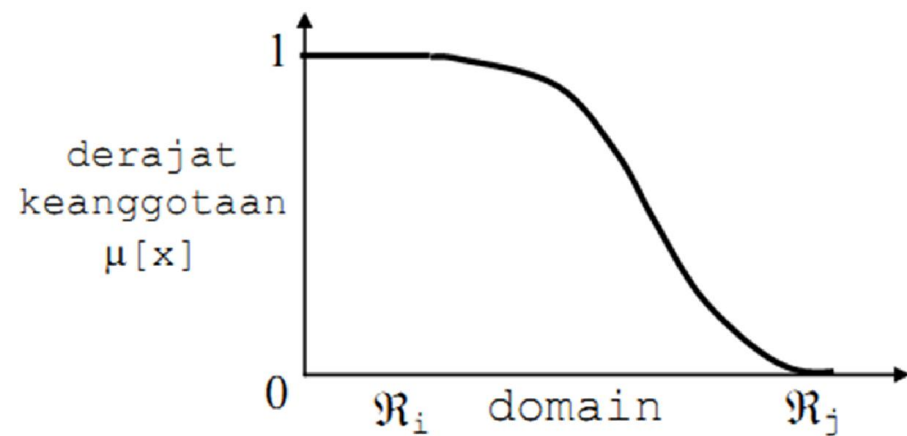
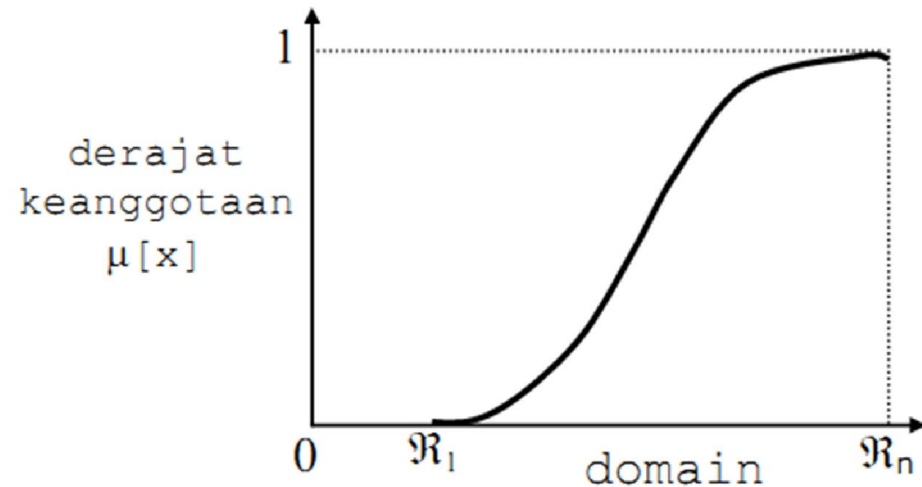
5

Representasi bentuk S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi

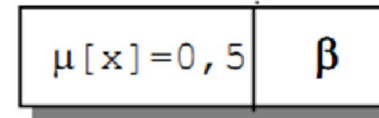
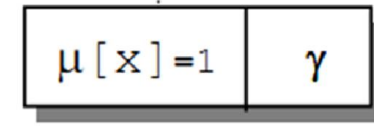
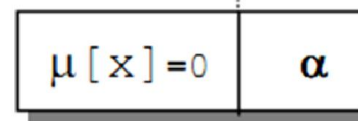
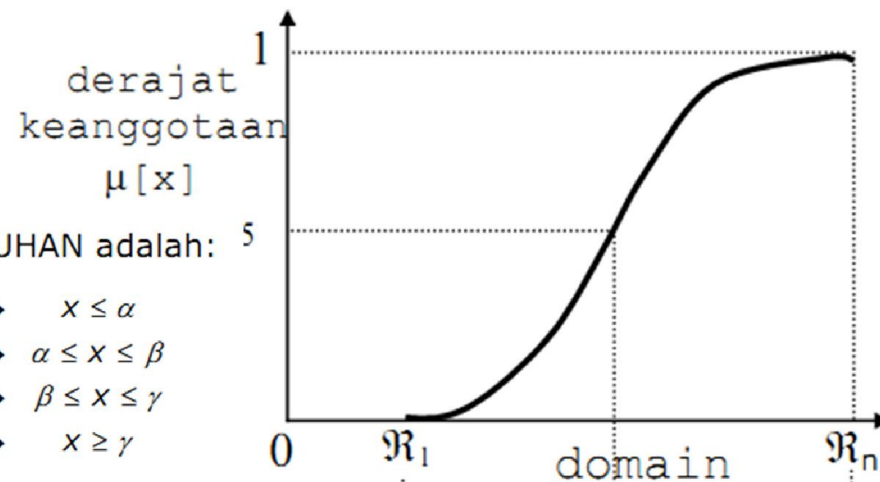
Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0)



5 Representasi bentuk S

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$



Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((\gamma - x) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar.

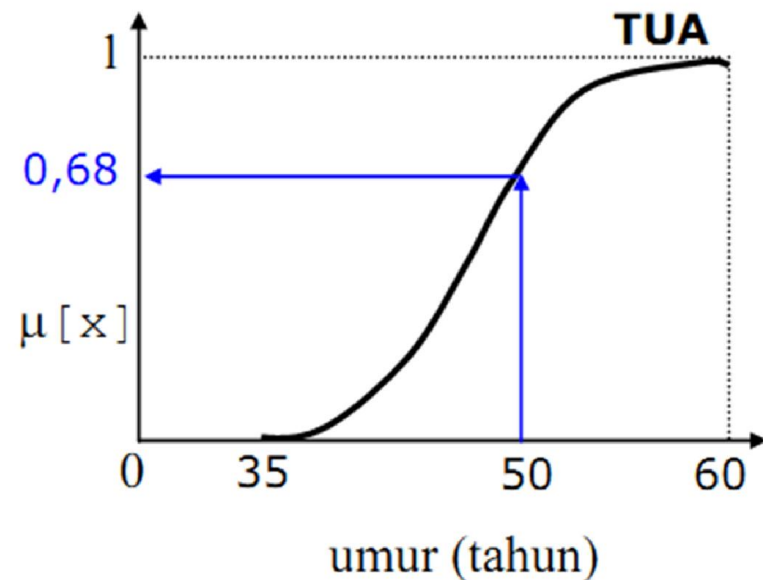
5 Representasi bentuk S

Contoh

Fungsi keanggotaan untuk himpunan TUA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$

$$\mu_{tua}(42) = \text{????}$$

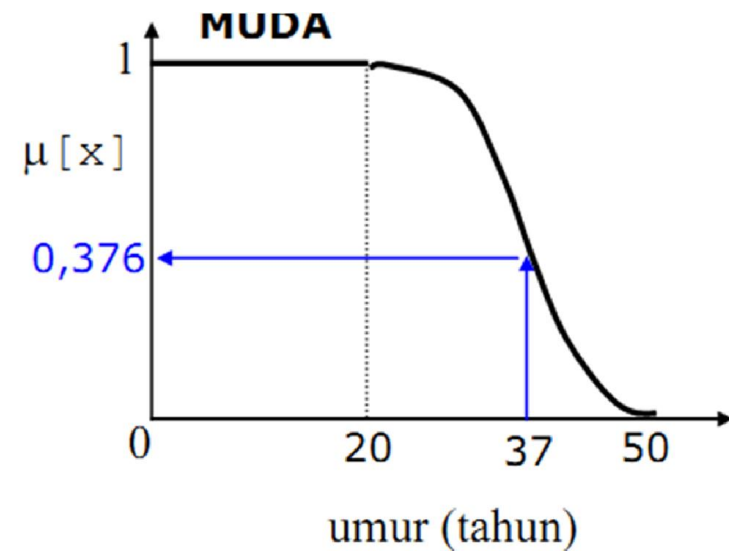


5 Representasi bentuk S

Contoh

Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Muda}}(37) &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0,376\end{aligned}$$





Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu:

- himpunan fuzzy μ ,
- beta,
- Gauss.

6

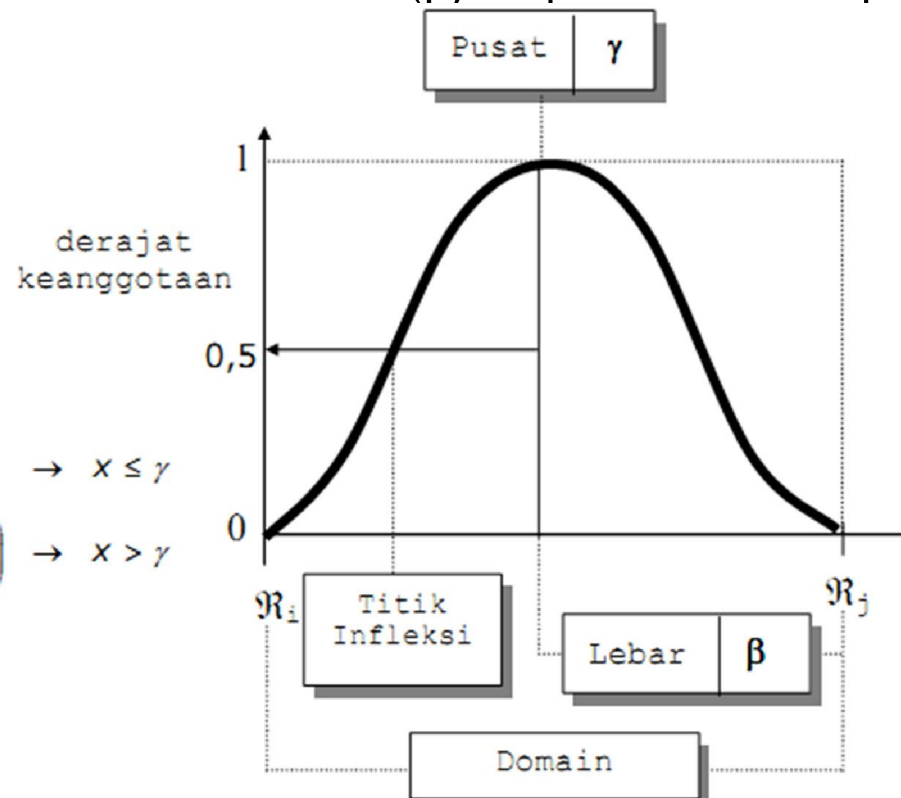
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva PI

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar

Fungsi Keanggotaan:

$$\Pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & \rightarrow x > \gamma \end{cases}$$



6

Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

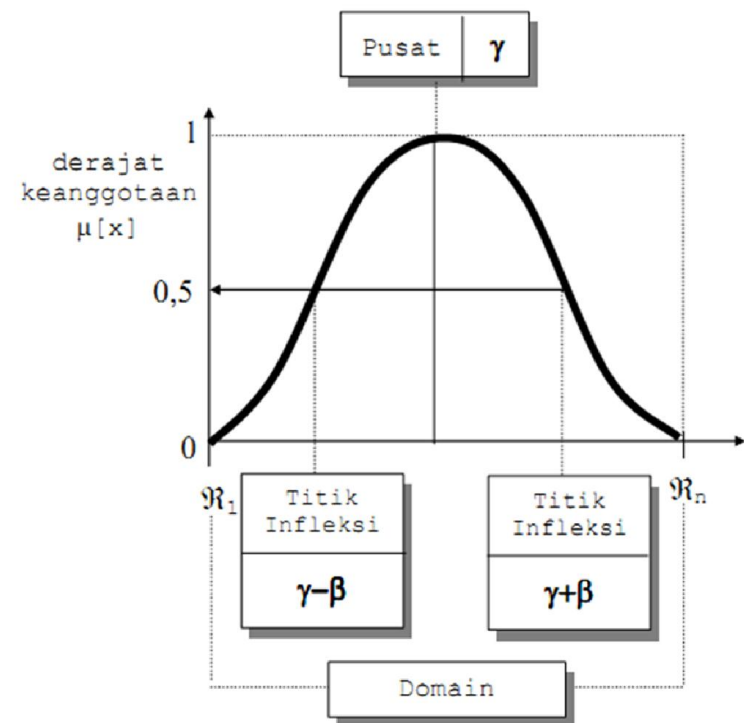
Kurva Beta

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.



6

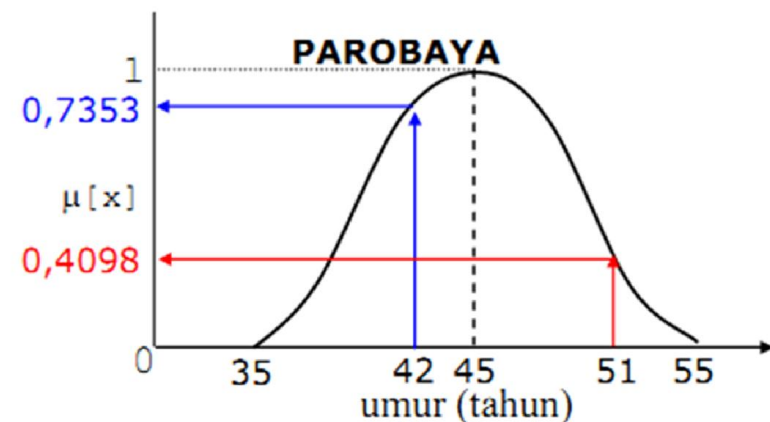
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva Beta

Fungsi keanggotaan untuk himpunan
SETENGAH BAYA pada variabel
umur seperti terlihat pada Gambar

$$\mu_{1/2BAYA}[42] = 1/(1+((42-45)/5)^2) = 0,7353$$

$$\mu_{1/2BAYA}[51] = 1/(1+((51-45)/5)^2) = 0,4098$$



6

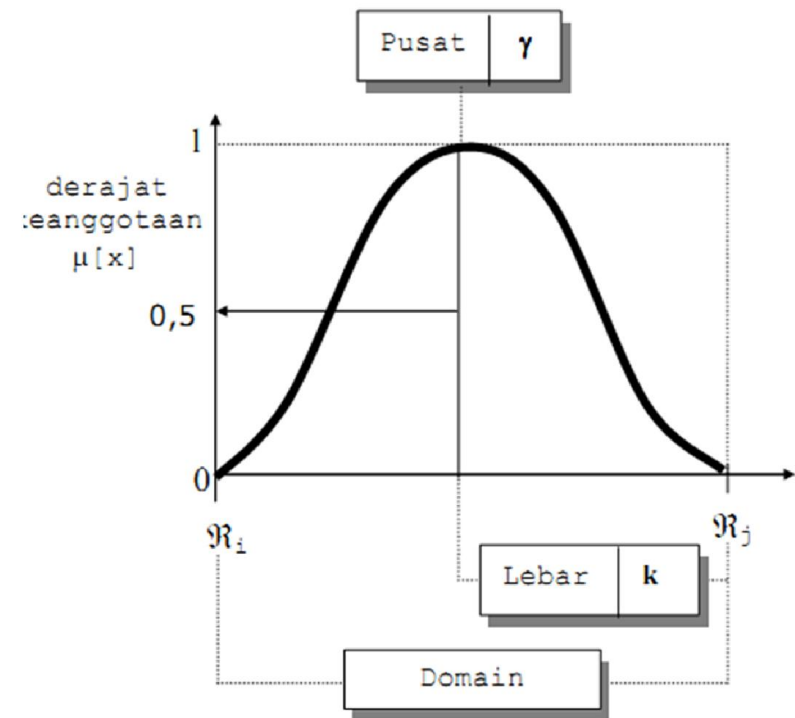
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva Gauss

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva

Fungsi Keanggotaan:

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2}$$





Operasi Logika (Operasi Himpunan Fuzzy)

Operasi logika adalah operasi yang **mengkombinasikan** dan memodifikasi **2 atau lebih** himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan baru hasil operasi dua himpunan disebut *firing strength* atau α predikat, ada 3 operasi dasar yang diciptakan oleh Zadeh :

1. Operator AND, berhubungan dengan **operasi intersection** pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengambil nilai minimum antar kedua himpunan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu_{MUDA}[27] = 0,6$

dan nilai keanggotaan 2 juta pada himpunan penghasilan TINGGI adalah

$$\mu_{GAJITINGGI}[2juta] = 0,8$$

maka -predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah nilai keanggotaan minimum :

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2juta]) \\ &= \min(0,6 ; 0,8) \\ &= 0,6\end{aligned}$$



2. **Operator OR**, berhubungan dengan **operasi union** pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengambil nilai maximum antar kedua himpunan.

$$\mu A \cup B = \max(\mu A[x], \mu B[y])$$

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu \text{MUDA}[27] = 0,6$ dan nilai keanggotaan 2 juta pada himpunan penghasilan TINGGI adalah

$$\mu \text{GAJITINGGI}[2\text{juta}] = 0,8$$

maka -predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah nilai keanggotaan maksimum :

$$\begin{aligned} \mu \text{MUDA} \cup \text{GAJITINGGI} &= \max(\text{MUDA}[27], \\ &\text{GAJITINGGI}[2\text{juta}]) = \max(0,6 ; 0,8) \\ &= 0,8 \end{aligned}$$



3. **Operasi NOT**, berhubungan dengan operasi *komplemen* pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan dari 1.

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu_{\text{MUDA}}[27] = 0,6$ maka -predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDA}'}[27] &= 1 - \mu_{\text{MUDA}}[27] \\ &= 1 - 0,6 \\ &= 0,4\end{aligned}$$



Istilah-Istilah

- **Fuzzification:** definisi dari himpunan fuzzy dan penentuan derajat keanggotaan dari *crisp input* pada sebuah himpunan fuzzy
- **Inferensi:** evaluasi kaidah/aturan/rule fuzzy untuk menghasilkan output dari tiap rule
- **Composisi:** agregasi atau kombinasi dari keluaran semua rule
- **Defuzzification:** perhitungan *crisp output*

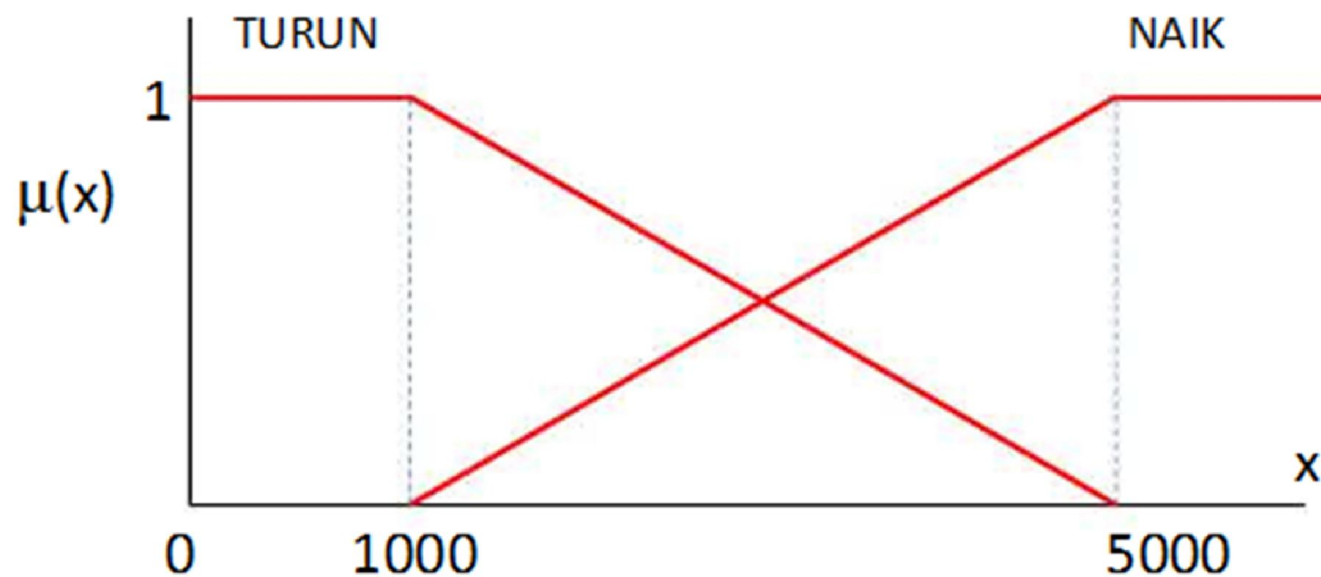


Contoh Soal

- Contoh persoalan
- Sebuah pabrik memproduksi sepatu setiap hari. Permintaan sepatu dari distributor tidak tentu, kadang naik dan kadang turun
- Permintaan tertinggi pernah mencapai 5000 pasang / hari, dan permintaan terkecil 1000 pasang/hari. Persediaan sepatu digudang juga bervariasi. Paling banyak angkanya mencapai 600 pasanga sehari, dan sedikitnya mencapai 100 pasang/hari.
- Gambarkan fungsi keanggotaan yang cocok untuk permintaan dan persediaan sepatu.



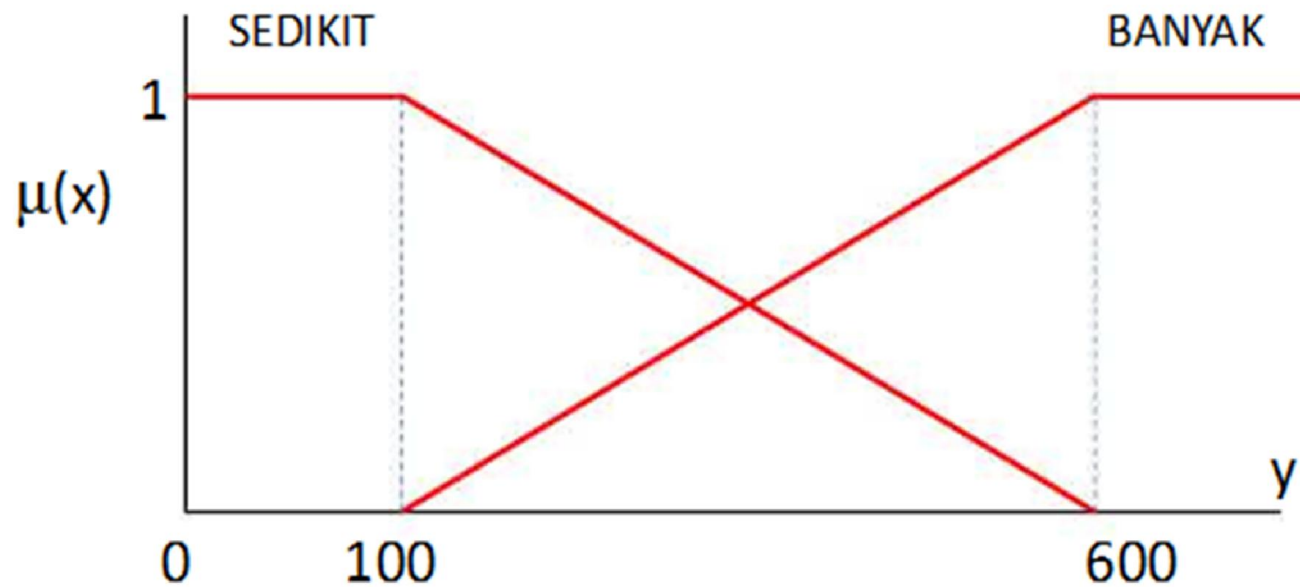
- Variabel *fuzzy*: permintaan dan persediaan
- Permintaan → ada 2 himpunan fuzzy: NAIK dan TURUN



$$\mu_{TURUN}(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1000 \\ \frac{5000-x}{4000}; & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0; & x \geq 5000 \end{cases} \quad \mu_{NAIK}(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 1000 \\ \frac{x-1000}{4000}; & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1; & x \geq 5000 \end{cases}$$



- Persediaan \rightarrow ada 2 himpunan fuzzy: BANYAK dan SEDIKIT



$$\mu_{SEDIKIT}(y) = \begin{cases} 1; & y \leq 100 \\ \frac{600-y}{500}; & 100 \leq y \leq 600 \\ 0; & y \geq 600 \end{cases} \quad \mu_{BANYAK}(y) = \begin{cases} 0; & y \leq 100 \\ \frac{y-100}{500}; & 100 \leq y \leq 600 \\ 1; & y \geq 600 \end{cases}$$



- Jika permintaan = 4000 pasang sepatu, maka

$$\mu_{NAIK}(4000) = \frac{4000 - 1000}{4000} = 0.75$$

$$\mu_{TURUN}(4000) = \frac{5000 - 4000}{4000} = 0.25$$



CONTOH LAIN

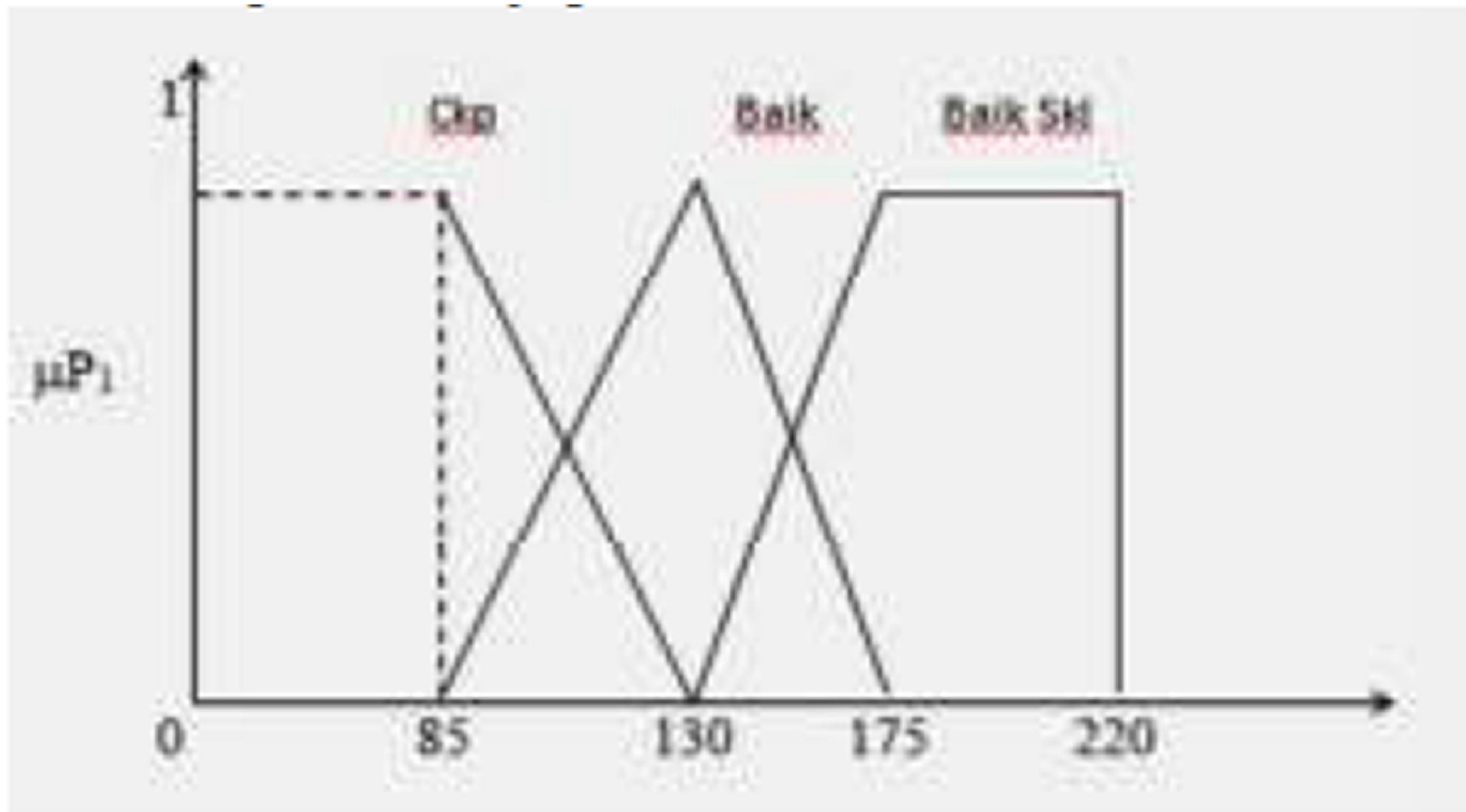
- Diandaikan akan dibuat suatu aplikasi yang digunakan untuk mengukur kompetensi Kepribadian dari seorang guru.
- Komponen Kompetensi Kepribadian yang digunakan, yaitu:
- P1 : Pengalaman Mengajar
- P2 : Penilaian dari atasan dan pengawas
- P3 : Pengurus organisasi di bidang kependidikan dan sosial
- P4 : Pengalaman menjadi pengurus organisasi tambahan
- P5 : Penghargaan yang relevan dengan bidang pendidikan
- Skor penilaian diberikan dengan skala A (Kurang Baik), B (Cukup), C (Baik Sekali).

- P1 : *Pengalaman mengajar.*
Pengalaman mengajar adalah masa kerja sebagai guru pada jenjang, jenis, dan satuan pendidikan formal tertentu. Bukti fisik dari komponen pengalaman mengajar ini berupa keputusan, surat tugas, atau surat keterangan dari lembaga yang berwenang. Skor penilaian pengalaman mengajar diambil berdasarkan Sertifikasi Guru Dalam Jabatan Tahun 2010 seperti pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Tabel Pengalaman Mengajar

Pengalaman Mengajar	Skor
>31 tahun	220
29 - 31 tahun	205
26 - 28 tahun	190
23 - 25 tahun	175
20 - 22 tahun	160
17 - 19 tahun	145
14 - 16 tahun	130
11 - 13 tahun	115
8 - 10 tahun	100
5 - 7 tahun	85

- P1 : *Pengalaman mengajar*. Pengalaman mengajar terdiri dari 3 himpunan fuzzy, yaitu:
 - Cukup : 85-130
 - Baik : 85-175
 - Baik Sekali : 130-220



- P2 : *Penilaian dari atasan dan pengawas.*
- Penilaian dari atasan dan pengawas adalah penilaian atasan terhadap kompetensi kepribadian dan sosial. Skor penilaian dari atasan diambil berdasarkan Sertifikasi Guru Dalam Jabatan Tahun 2010 seperti pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Tabel Penilaian dari Atasan dan Pengawas

Bukti	Aspek yang dinilai	Skor maks
Dokumen hasil penilaian oleh atasan dan/atau pengawas tentang kompetensi kepribadian dan kompetensi sosial	1. Ketaatan menjalankan ajaran agama	5
	2. Tanggung jawab	5
	3. Kejujuran	5
	4. Kedisiplinan	5
	5. Keteladanan	5
	6. Etos kerja	5
	7. Inovasi dan kreativitas	5
	8. Kemampuan menerima kritik dan saran	5
	9. Kemampuan berkomunikasi	5
	10. Kemampuan bekerja sama	5
	Jumlah	50

Keterangan :

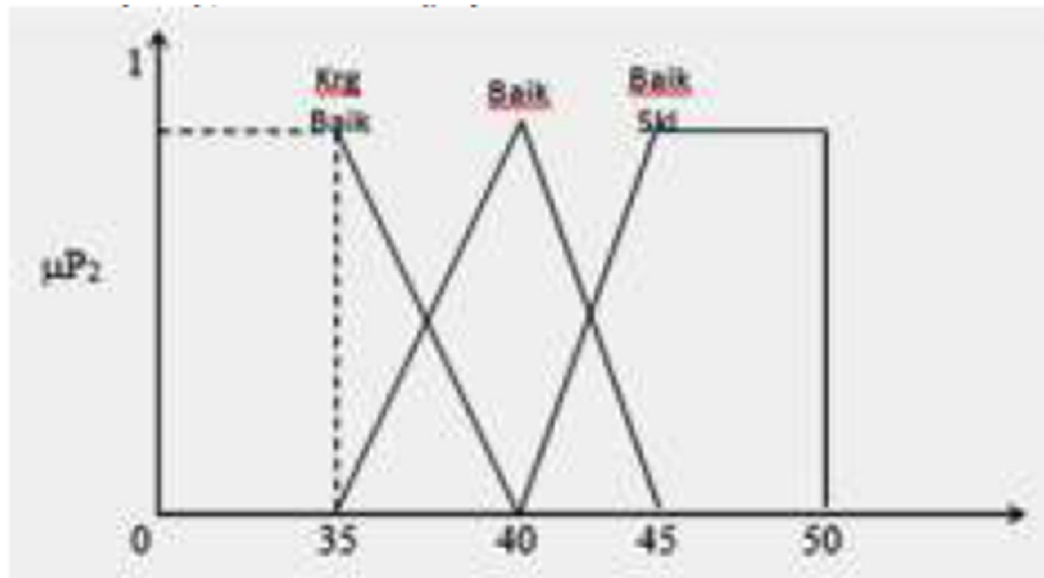
- Jika komponen ini dinilai oleh dua penilai, yaitu atasan dan pengawas, maka skor komponen ini adalah rerata dari keduanya.
- Dalam kondisi tertentu terkait factor geografis, penilaian dapat dilakukan hanya oleh atasan.

Himpunan fuzzy yang dibentuk adalah :

Kurang Baik : 35-40

Baik : 35-45

Baik Sekali : 40-50



$$\mu_{Krg\text{Baik}}(P2) = \begin{cases} 1 & P2 = 35 \\ \frac{40 - P2}{40 - 35} & 35 \leq P2 \leq 40 \\ 0 & P2 \geq 40 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P2 &= 35 \\ 35 &\leq P2 \leq 40 \\ P2 &\geq 40 \end{aligned}$$

$$\mu_{Baik}(P2) = \begin{cases} \frac{P2 - 35}{40 - 35} & 35 \leq P2 \leq 40 \\ \frac{45 - P2}{45 - 40} & 40 \leq P2 \leq 45 \\ 0 & P2 \geq 45 \text{ atau } P2 = 35 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 35 &\leq P2 \leq 40 \\ 40 &\leq P2 \leq 45 \\ P2 &\geq 45 \text{ atau } P2 = 35 \end{aligned}$$

$$\mu_{Baik\text{Skl}}(P2) = \begin{cases} 0 & P2 \leq 40 \\ \frac{P2 - 40}{45 - 40} & 40 \leq P2 \leq 45 \\ 1 & 45 \leq P2 \leq 50 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P2 &\leq 40 \\ 40 &\leq P2 \leq 45 \\ 45 &\leq P2 \leq 50 \end{aligned}$$