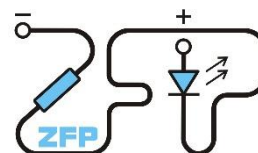


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF



# Fyzikální praktikum I

Úloha č. 19

Název úlohy: Volný pád koule ve viskózní kapalině

Jméno: David Němec

Studijní skupina: FP-F1X.18'P

Datum měření: 31.3.2025

Datum odevzdání: 7.4.2025

Připomínky opravujícího:

Pekna prace

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	2
Výsledky a zpracování měření	0–9	9
Diskuse výsledků	0–4	4
Závěr	0–1	1
Seznam použité literatury	0–1	1
Celkem	max. 17	17

Posuzoval: D.Drozdenco

dne: 15.04.2025

# 1 Pracovní úkol

1. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule, určete Reynoldsovo číslo.
2. Změřte dynamickou viskozitu olivového a ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

## 2 Teorie

### *Pohyb koule ve viskózní kapalině*

Pohybuje-li se těleso ve tvaru koule o poloměru  $r$  v kapalině o dynamické viskozitě  $\eta$ , působí na těleso odporová hydrodynamická síla o velikosti [1]:

zarovnání na střed

$$F_{\text{odpor}} = 6\pi\eta r v = 3\pi\eta d v, \quad (1)$$

kde  $v$  je okamžitá rychlost tělesa a  $d = 2r$  je jeho průměr.

Tento tzv. Stokesův vzorec však platí jen při laminárním obtékání tělesa kapalinou, tedy za podmínky, že Reynoldsovo číslo  $Re \ll 1$ , které je definováno jako [1]:

$$Re = \frac{d\rho_k v}{\eta}, \quad (2)$$

kde  $\rho_k$  je hustota kapaliny.

V důsledku rozdílu tíhové a vztlakové síly působící na těleso v kapalině, začne těleso postupně zrychlovat. Tím však stále poroste velikost odporové síly prostředí, která je podle (1) úměrná rychlosti pohybu. Rychlost se ustálí na terminální hodnotě  $v_t$ , při které budou tíhová, vztlaková a odporová síla v rovnováze. Ze vztahů pro tento rovnoměrný přímočarý pohyb lze podle [1] určit dynamickou viskozitu kapaliny jako

$$\eta = \frac{d^2(\rho - \rho_k)g}{18v_t}, \quad (3)$$

kde  $\rho$  je hustota padajícího tělesa a  $g$  je místní tíhové zrychlení.

Hustotu tělesa lze určit pyknometrickou metodou podle vztahu [2]:

$$\rho = \rho_k \frac{m_2 - m_1}{m_4 - m_3 + m_2 - m_1}, \quad (4)$$

kde  $m_1$  hmotnost prázdného pyknometru,  $m_2$  hmotnost pyknometru s tělísky, jejichž hustotu chceme měřit,  $m_3$  hmotnost pyknometru s tělísky naplněného kapalinou o známé hustotě  $\rho_k$  a  $m_4$  hmotnost pyknometru naplněného jen kapalinou s hustotou  $\rho_k$ .

### *Výpočet nejistot měření*

Výběrová směrodatná odchylka je [3]:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{\mu})^2}, \quad (5)$$

kde  $\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  je aritmetický průměr naměřených hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Vzorec pro výpočet odchylky nepřímo měřené náhodné veličiny  $y = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  je podle [3]:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \right)^2 \sigma_{\theta_i}^2}, \quad (6)$$

kde  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  jsou jednotlivé nezávislé veličiny.

Ze statistické nejistoty měření (nejistota typu A,  $\sigma_A$ ) a nejistoty měřidla (nejistota typu B,  $\sigma_B$ ) určíme celkovou nejistotu měření ( $\sigma_{celk}$ ) podle vztahu [3]

$$\sigma_{celk} = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}. \quad (7)$$

## 2.1 Metoda měření

Pro měření viskozit kapalin Stokesovou metodou byly využity kuličky tří různých poloměrů (barevně odlišené na žluté, zelené a průhledné) a dva oleje (ricinový a olivový). Poté bylo zjištěno, jaké kuličky (jakého poloměru) jsou vhodné pro danou kapalinu. Na dílenském mikroskopu byl změřen průměr dané kuličky a změřena doba pádu kuličky mezi dvěma gumičkami na odměrném válci plném viskózní kapaliny. Z tabulkových hodnot hustoty a viskozity obou olejů byla odhadnuta Reynoldsova čísla pro všechny kombinace kulička-olej. Na základě těchto odhadů byly vybrány vhodné kombinace využitelné k dalšímu měření, tedy ty, pro které platilo  $Re \ll 1$ .

V každé kombinaci kulička-olej byl nejprve změřen průměr každé kuličky. Pokud se pohledem do mikroskopu ukázalo, že kulička není pravidelná, byla pro měření použita jiná kulička. Poté byly kuličky postupně vhažovány do odměrného válce s olejem a měřena doba pádu mezi gumičkami. Horní gumička byla od hladiny oleje dostatečně vzdálena tak, aby se rychlost pádu kuličky stihla ustálit.

Pyknometrickou metodou byla změřena hustota každého druhu kuliček: postupně byla zjištěna hmotnost prázdného pyknometru, pyknometru s kuličkami, pyknometru s kuličkami doplněného destilovanou vodou a pyknometru naplněného pouze destilovanou vodou. Z této hustoty a předchozích naměřených veličin pak byla určena dynamická viskozita obou olejů.

## 2.2 Měřicí přístroje a jejich chyby

1. Svinovací metr s nejmenším dílkem 1 mm:

Metr byl použit na měření vzdálenosti mezi gumičkami na odměrném válci. Jeho nejistotu odhaduji kvůli tloušťce gumiček jako 1 mm.

2. Laboratorní váhy ExplorerPro: Váhy byly použity pro měření hmotnosti různě naplněného pyknometru (viz kap. 3.2). Jejich nejistota byla zjištěna z příložených specifikací přístroje jako 0,1 mg.

3. Teploměr s nejmenším dílkem 0,1 °C:

Teploměrem byla změřena teplota obou olejů. Vzhledem k tomu, že teplota se mohla během experimentu lehce měnit, odhaduji její nejistotu jako 0,1 °C.

4. Digitální stopky:

Stopkami byla změřena doba pádu kuličky úsekem mezi gumičkami. Jejich odchylka je řádově menší než reakční doba člověka  $\Delta t = 0,2$  s, proto ji ve výpočtech neuvažuji.

5. Termohygrobarometr Commeter C4130:

Přístroj byl použit pro změření laboratorních podmínek (teploty, tlaku, vlhkosti) během experimentu. Nejistoty v jejich určení (viz tabulka 1) byly zjištěny z příloženého návodu k použití tohoto přístroje.

### 3 Výsledky měření

Během experimentu byly určeny laboratorní podmínky (viz tab. 1), na jeho průběh však kromě teploty neměly vliv. Teplota jistě ovlivňuje hustotu obou olejů a destilované vody, ještě výrazněji však viskozitu olejů. Na to je třeba brát ohled při porovnávání experimentálně naměřených hodnot s těmi tabulkovými. V průběhu experimentu se však teplota výrazně neměnila, proto nebyla ohrožena správnost naměřených dat.

Tabulka 1: Laboratorní podmínky

	naměřená hodnota	chyba
teplota okolí	23,6 °C	0,4 °C
tlak vzduchu	992 hPa	2 hPa
vlhkost vzduchu	36,5 %	2,5 %

#### 3.1 Odhad Reynoldsových čísel pro různé kombinace kulička-olej

Dílenským mikroskopem byly změřeny typické rozměry kuliček každé barvy. Změřené hodnoty shrnuje tabulka 2. Nejistoty byly odhadnuty jako velikost nejmenšího dílku na stupnici dílenského mikroskopu.

Tabulka 2: Průměry kuliček

kulička	$d / \text{mm}$
žlutá	$2,87 \pm 0,01$
zelená	$2,14 \pm 0,01$
průhledná	$1,59 \pm 0,01$

Hustota olivového oleje byla z příloženého dokumentu zjištěna jako  $\rho_o = 916 \pm 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a hustota ricinového oleje jako  $\rho_r = 965 \pm 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Odhadované hodnoty viskozit olejů byly určeny z tabulek [4] jako  $\eta_o = 84 \pm 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  pro olivový olej a  $\eta_r = 986 \pm 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  pro ricinový. Teplota obou olejů byla změřena jako  $T = (24,0 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$ .

Dále byla změřena doba pádu kuličky v oleji mezi dvěma gumičkami napnutými kolem odměrného válce s olejem. Vzdálenost gumiček u válce s olivovým olejem byla změřena svinovacím metrem jako  $l_o = 18,2 \pm 0,1$  cm a u ricinového oleje jako  $l_r = 10,4 \pm 0,1$  cm.

Pro každou barvu byla provedena dvě měření doby pádu, z nich byl vypočten aritmetický průměr a jeho odchylka (podle (5) s  $n = 2$ ), která byla následně podle (7) zkombinována s dvojnásobnou reakční dobou člověka (projevila se v okamžiku průchodu horní gumičkou a spodní gumičkou). Rychlost pádu kuličky byla spočtena podle vztahu

$$v = \frac{l}{t}, \quad (8)$$

kde  $t$  je doba pádu kuličky mezi gumičkami a  $l$  je vzdálenost gumiček. Její odchylka pak byla určena dosazením (8) do (6) za funkci  $f$ , konkrétně jako  $\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2}$ .

Reynoldsovo číslo pak bylo odhadnuto podle (2) s tabulkovými hodnotami hustot a viskozit olejů. Jeho odchylka byla určena dosazením (2) do (6) za funkci  $f$ , konkrétně jako

$$\sigma_{Re} = Re \sqrt{\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho_k}}{\rho_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2}, \quad (9)$$

Doby a rychlosti pádu a odpovídající odhady Reynoldsových čísel pro každou kombinaci kulička-olej ukazuje tabulka 3.

Tabulka 3: Doby a rychlosti pádu a Reynoldsova čísla pro dané kombinace kulička-olej

olej	kulička	$t / s$	$v / \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$	$Re$
olivový	žlutá	$2,8 \pm 0,4$	$6,6 \pm 1,1$	$2,1 \pm 0,3$
	zelená	$4,3 \pm 0,4$	$4,2 \pm 0,4$	$0,99 \pm 0,10$
	průhledná	$7,6 \pm 0,4$	$2,39 \pm 0,17$	$0,41 \pm 0,03$
ricinový	žlutá	$9,8 \pm 0,4$	$1,06 \pm 0,05$	$(29,7 \pm 1,4) \cdot 10^{-3}$
	zelená	$16,5 \pm 0,4$	$0,629 \pm 0,017$	$(13,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$
	průhledná	$32,0 \pm 0,5$	$0,324 \pm 0,006$	$(5,05 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$

Jako vhodné pro další měření byly tedy zvoleny všechny kombinace kuliček s ricinovým olejem a průhledná kulička s olivovým olejem. Reynoldsovo číslo pro kombinaci zelená-olivový je jen o trochu menší než 1, nesplňuje tedy podmínku  $Re \ll 1$ . Díky dostatku času během měření však byl studován i tento hraniční případ, aby bylo zjištěno, jaký vliv má nesplnění podmínky pro laminární obtékání na výslednou hodnotu viskozity.

### 3.2 Měření hustoty kuliček

Hustota kuliček byla měřena pyknometrickou metodou, během které se postupně zváží různým způsobem naplněný pyknometr. Nejprve se určí hmotnost prázdného pyknometru (hmotnost  $m_1$ ). Poté se pyknometr naplní zhruba do poloviny kuličkami, jejichž hustotu chceme měřit a opět se zváží (hmotnost  $m_2$ ). Pyknometr s kuličkami se celý doplní destilovanou vodou a zváží se (hmotnost  $m_3$ ). Nakonec se pyknometr vyprázdní, vysuší a naplní destilovanou vodou a opět se zváží (hmotnost  $m_4$ ).

Každá hmotnost byla na laboratorních vahách 5krát změřena, z hodnot byl vypočten průměr a jeho odchylka (podle vztahu (5)), která byla následně podle (7) zkombinována s nejistotou vah. Výsledné průměrné hodnoty  $m_i$ , kde  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ , pro kuličku každé barvy shrnuje tabulka 4.

Tabulka 4: Průměrné hmotnosti různě naplněných pyknometrů s kuličkami dané barvy

kulička	$m_1 / \text{g}$	$m_2 / \text{g}$	$m_3 / \text{g}$	$m_4 / \text{g}$
žlutá	$19,0384 \pm 0,0003$	$23,5228 \pm 0,0003$	$32,0865 \pm 0,0004$	$29,3623 \pm 0,0004$
zelená	$9,5176 \pm 0,00015$	$13,8874 \pm 0,0003$	$21,3789 \pm 0,0003$	$18,3139 \pm 0,0002$
průhledná	$9,1467 \pm 0,0002$	$17,31590 \pm 0,00014$	$24,35092 \pm 0,00013$	$19,4014 \pm 0,0003$

Pyknometr byl plněn destilovanou vodou, jejíž hustota byla zjištěna z přiložených tabulek (vzatých z [4]) pro teplotu  $23,6^\circ\text{C}$  (podmínky experimentu). S uvažováním možnosti kolísání teploty o  $0,5^\circ\text{C}$  tak hustota vychází jako  $\rho_k = (997,4 \pm 0,1) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Hustoty kuliček pak byly vypočteny podle vztahu (4). Jejich odchylka byla počítána podle (6) dosazením (4) za funkci  $f$ . Tyto nejistoty však vychází řádově v desetinách až jednotkách  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , což je nereálná hodnota. Kvůli případným bublinkám uvnitř pyknometru nebo jeho nedokonalým naplněním bylo v pokynech k měření doporučeno uvažovat relativní nejistotu určení hustoty kuliček jako 1 %. Jednotlivé hustoty tedy byly určeny jako  $\rho_z = (2540 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro žluté kuličky,  $\rho_z = (2630 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro zelené a  $\rho_p = (2530 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro průhledné.

### 3.2 Měření viskozity olejů Stokesovou metodou

Nejprve byly změřeny průměry všech kuliček a poté byla změřena doba jejich pádu olejem. Byly studovány kombinace zelené a průhledné kuličky s olivovým olejem a všech kuliček s ricinovým olejem. U kombinace žlutá a zelená kulička s ricinovým olejem po pěti kuličkách, u ostatních kombinací po deseti kuličkách. Naměřené hodnoty průměru kuličky a doby pádu a vypočtenou viskozitu oleje pro každou kuličku ukazuje tabulka 5.

Tabulka 5: Průměry a doby pádu kuliček a tomu odpovídající viskozita

olivový olej				ricinový olej			
průhledná kulička	$d / \text{mm}$	$t / \text{s}$	$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$	průhledná kulička	$d / \text{mm}$	$t / \text{s}$	$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$
	$1,62 \pm 0,01$	$7,3 \pm 0,4$	$93 \pm 5$		$1,64 \pm 0,01$	$31,5 \pm 0,4$	$694 \pm 18$
	$1,56 \pm 0,01$	$7,8 \pm 0,4$	$92 \pm 5$		$1,58 \pm 0,01$	$31,3 \pm 0,4$	$640 \pm 17$
	$1,65 \pm 0,01$	$7,5 \pm 0,4$	$99 \pm 6$		$1,56 \pm 0,01$	$31,6 \pm 0,4$	$631 \pm 17$
	$1,60 \pm 0,01$	$7,8 \pm 0,4$	$97 \pm 5$		$1,64 \pm 0,01$	$29,9 \pm 0,4$	$659 \pm 17$
	$1,56 \pm 0,01$	$7,5 \pm 0,4$	$88 \pm 5$		$1,61 \pm 0,01$	$31,3 \pm 0,4$	$666 \pm 17$
	$1,57 \pm 0,01$	$7,6 \pm 0,4$	$91 \pm 5$		$1,64 \pm 0,01$	$31,1 \pm 0,4$	$685 \pm 18$
	$1,58 \pm 0,01$	$7,7 \pm 0,4$	$93 \pm 5$		$1,60 \pm 0,01$	$30,6 \pm 0,4$	$642 \pm 17$
	$1,60 \pm 0,01$	$7,6 \pm 0,4$	$94 \pm 5$		$1,57 \pm 0,01$	$31,7 \pm 0,4$	$640 \pm 17$
	$1,56 \pm 0,01$	$7,3 \pm 0,4$	$86 \pm 5$		$1,59 \pm 0,01$	$31,7 \pm 0,4$	$657 \pm 17$
	$1,57 \pm 0,01$	$7,8 \pm 0,4$	$93 \pm 5$		$1,56 \pm 0,01$	$31,3 \pm 0,4$	$626 \pm 16$

olivový olej				ricinový olej			
zelená kulička	$d / \text{mm}$	$t / \text{s}$	$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$	zelená	$d / \text{mm}$	$t / \text{s}$	$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$
	$2,16 \pm 0,01$	$4,1 \pm 0,4$	$97 \pm 10$		$2,14 \pm 0,01$	$16,5 \pm 0,4$	$660 \pm 20$
	$2,11 \pm 0,01$	$4,1 \pm 0,4$	$93 \pm 9$		$2,13 \pm 0,01$	$16,6 \pm 0,4$	$660 \pm 20$
	$2,13 \pm 0,01$	$4,2 \pm 0,4$	$97 \pm 9$		$2,12 \pm 0,01$	$16,2 \pm 0,4$	$630 \pm 20$
	$2,14 \pm 0,01$	$4,2 \pm 0,4$	$98 \pm 10$		$2,06 \pm 0,01$	$16,5 \pm 0,4$	$610 \pm 20$
	$2,08 \pm 0,01$	$4,1 \pm 0,4$	$92 \pm 9$		$2,18 \pm 0,01$	$16,3 \pm 0,4$	$680 \pm 20$
	$2,16 \pm 0,01$	$4,1 \pm 0,4$	$98 \pm 10$	žlutá	$2,99 \pm 0,01$	$9,1 \pm 0,4$	$670 \pm 30$
	$2,12 \pm 0,01$	$4,2 \pm 0,4$	$97 \pm 9$		$2,91 \pm 0,01$	$10,1 \pm 0,4$	$710 \pm 30$
	$2,07 \pm 0,01$	$4,2 \pm 0,4$	$93 \pm 9$		$2,79 \pm 0,01$	$10,5 \pm 0,4$	$680 \pm 30$
	$2,11 \pm 0,01$	$4,1 \pm 0,4$	$94 \pm 9$		$2,95 \pm 0,01$	$9,6 \pm 0,4$	$690 \pm 30$
	$2,13 \pm 0,01$	$4,0 \pm 0,4$	$93 \pm 9$		$2,94 \pm 0,01$	$9,8 \pm 0,4$	$700 \pm 30$

Pro výpočet viskozit byla z tabulek [5] použita hodnota místního tíhového zrychlení pro Prahu jako  $g = 9,81033(1)$ . Nejistoty určení jednotlivých viskozit byly vypočteny podle (6) dosazením (3) za funkci  $f$ , konkrétně jako

$$\sigma_{\eta} = \eta \sqrt{\left(2 \frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho}}{\rho - \rho_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2}, \quad (10)$$

kde nejistota určení rozdílu hustot  $\rho - \rho_k$  byla odhadnuta jako nejistota určení pouze hustoty kuliček  $\rho$ , protože nejistota určení hustoty oleje je vůči ní zanedbatelná.

Protože nejistoty jednotlivých viskozit jsou velmi podobné, lze pro výpočet výsledné hodnoty použít jednoduše aritmetického průměru namísto průměru váženého nejistotou. Jeho odchylka se pak spočítá podle (5 s  $n = 10$  nebo  $n = 5$ ). Vypočtené viskozity pro jednotlivé kombinace kulička-olej shrnuje tabulka 6.

Tabulka 6: Experimentálně změřené viskozity olejů

kulička	olivový olej	ricinový olej
žlutá	-----	$\eta_{z,r} = (689 \pm 10) \text{ mPa} \cdot \text{s}$
zelená	$\eta_{z,o} = (95 \pm 2) \text{ mPa} \cdot \text{s}$	$\eta_{z,r} = (648 \pm 17) \text{ mPa} \cdot \text{s}$
průhledná	$\eta_{p,o} = (92 \pm 4) \text{ mPa} \cdot \text{s}$	$\eta_{p,r} = (650 \pm 20) \text{ mPa} \cdot \text{s}$

Tyto hodnoty byly naměřené při teplotě olejů  $T = (24,0 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$ .

## 4 Diskuse

Na základě tabulkových hodnot viskozit olejů a několika měření doby pádu kuliček byla odhadnuta Reynoldsova čísla pro všechny kombinace kulička-olej jako  $Re_{z,o} = (2,1 \pm 0,3)$  pro žlutou kuličku v olivovém oleji,  $Re_{z,o} = (0,99 \pm 0,10)$  pro zelenou a  $Re_{p,o} = (0,41 \pm 0,03)$  pro průhlednou kuličku v olivovém oleji. Všechny jsou odhadnuty s relativní nejistotou kolem 10 %. Největší nejistotu do odhadu vneslo určení doby pádu, protože reakční doba člověka je vůči celkové době pádu relativně velká. Pro ricinový olej vychází Reynoldsova čísla jako  $Re_{z,o} = (29,7 \pm 1,4) \cdot 10^{-3}$  pro žlutou kuličku,  $Re_{z,o} = (13,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$

pro zelenou kuličku a  $Re_{p,o} = (5,05 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$  pro průhlednou kuličku. Relativní nejistoty odhadů pro ricinový olej jsou v řádu jednotek procent díky faktu, že kulička v tomto oleji padá pomaleji (díky vyšší viskozitě) a reakční doba člověka je oproti době pádu relativně menší.

Pro většinu kombinací kulička-olej je tedy splněna nutná podmínka  $Re \ll 1$ , pro platnost vztahu (1). Měřením však bylo ověřeno, že i pro  $Re \approx 1$  vztah platí, neboť viskozity olivového oleje určené pomocí průhledných ( $Re \ll 1$ ) a zelených ( $Re \approx 1$ ) kuliček se v rámci chyby téměř shodují ( $\eta_{p,o} = (92 \pm 4) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  a  $\eta_{z,o} = (95 \pm 2) \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ).

Hustota žlutých kuliček byla změřena jako  $\rho_z = (2540 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , zelených jako  $\rho_z = (2630 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a průhledných jako  $\rho_p = (2530 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Všechny jsou tedy řádově podobné hustotě skla  $\rho_{sklo} = (2500 \pm 100) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [5]. Relativní nejistoty hustot jsou 1 %, jak bylo odhadnuto na základě pokynů k měření. Odchylka vypočtená čistě jen z nejistot vah totiž vychází nereálně malá, při opakovaném měření by se ukázalo, že skutečná odchylka hodnoty je poněkud větší (řádově právě jednotky procent). Nesrovnalost mezi odchylkami vznikne případným nedokonalým naplněním pyknometru nebo přítomností bublinek a jiných nečistot uvnitř nebo i na povrchu pyknometru. Tyto nehomogenity však váhy nepoznají, a tak by určení odchylky jen z nejistot vah bylo značně zavádějící.

Viskozita olivového oleje byla určena jako  $\eta_{p,o} = (92 \pm 4) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  (relativní nejistota 4 %) sledováním pohybu průhledné kuličky a  $\eta_{z,o} = (95 \pm 2) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  (relativní nejistota 2 %) sledováním zelené kuličky. Obě hodnoty jsou v rámci chyby podobné, řádově se shodují i s tabulkovou hodnotou  $\eta_o = 84 \pm 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  [4] určenou pro teplotu oleje 20 °C. Za uvážení faktu, že teplota olivového oleje během měření byla lehce odlišná (24 °C), můžeme považovat výsledek experimentu za správný. Z tabulek je totiž patrné, že dynamická viskozita kapalin se s teplotou docela výrazně mění.

Viskozita ricinového oleje byla změřena jako  $\eta_{z,r} = (689 \pm 10) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  studiem pádu žluté kuličky,  $\eta_{z,r} = (648 \pm 17) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  studiem zelené kuličky a  $\eta_{p,r} = (650 \pm 20) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  studiem pádu průhledné kuličky. Odhaduji, že nejbližší skutečnosti bude hodnota za použití průhledné kuličky, protože tyto kuličky měly nejpravidelnější tvar a Reynoldsovo číslo je pro tuto kombinaci kulička-olej nejmenší. Hodnoty dynamických viskozit se od tabulkové  $\eta_r = 986 \pm 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  celkem liší, to je však dáno hlavně rozdílem teplot, při kterých byly tyto hodnoty měřeny. Viskozita ricinového oleje se s teplotou velmi mění, např. při teplotě 50 °C už tabulky [4] udávají hodnotu 125 mPa · s. Pravděpodobně tedy bude tabulková hodnota dynamické viskozity ricinového oleje při 24 °C podobná té experimentálně určené.

Největší nejistoty do výsledné hodnoty viskozit vneslo opět určení doby pádu, kvůli relativně velké reakční době člověka. Dále významně přispěla odchylka určení průměru kuličky, protože se ve vztahu pro viskozitu vyskytuje ve druhé mocnině. Zanedbat nelze ani určení rozdílu hustot  $\rho - \rho_k$ , kvůli dělení rozdílem dvou relativně „blízkých“ hodnot ve



vztahu pro relativní odchylku tohoto rozdílu. Naopak nejistota místního tíhového zrychlení je oproti ostatním nejistotám zanedbatelná.

Systematické chyby mohly při měření vzniknout, pokud by padající kulička stále zrychlovala i pro průchodu horní gumičkou. Pak by totiž neplatil vztah (3). Horní gumička však byla od hladiny oleje vzdálena dostatečně na to, aby se rychlost kuličky ustálila a mezi gumičkami se tedy kulička pohybovala rovnoměrně přímočaře. Pokud by kuličky nebyly přesně kulové mohly by během pádu olejem různě zrychlovat a zpomalovat podle jejich natočení. Čím větší plochou by totiž byly natočené ve směru pohybu, tím větší odporová síla by na ně působila. Žádné takové zrychlování však nebylo pozorováno a kuličky nejspíš lze považovat za přibližně kulové. Další problém s určením viskozity mohl nastat, pokud by se během experimentu výrazně měnila teplota oleje. Pak by byla v určitých měřeních zjištěna relativně vyšší (případně nižší) viskozita. Pohled do naměřených dat však nic takového nenásvědčuje. Navíc bylo zajištěno, aby se oleje nenacházely v blízkosti topení nebo např. pod lampičkou. V takovém případě by byly všechny naměřené hodnoty posunuté do nižších (kvůli vyšší teplotě) čísel.

## 5 Závěr

Odhad Reynoldsových čísel pro kombinaci kuliček s olivovým olejem je

$Re_{\text{ž},o} = (2,1 \pm 0,3)$  pro žlutou kuličku

$Re_{\text{z},o} = (0,99 \pm 0,10)$  pro zelenou kuličku a

$Re_{\text{p},o} = (0,41 \pm 0,03)$  pro průhlednou kuličku.

Pro kombinaci s ricinovým olejem vycházejí odhady

$Re_{\text{ž},o} = (29,7 \pm 1,4) \cdot 10^{-3}$  pro žlutou kuličku

$Re_{\text{z},o} = (13,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$  pro zelenou kuličku a

$Re_{\text{p},o} = (5,05 \pm 0,10) \cdot 10^{-3}$  pro průhlednou kuličku.

Hustoty kuliček byly změřeny pyknometrickou metodou jako

$\rho_{\text{ž}} = (2540 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro žluté kuličky,

$\rho_{\text{z}} = (2630 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro zelené a

$\rho_{\text{p}} = (2530 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  pro průhledné.

Viskozita olivového oleje byla Stokesovou metodou s průhlednou kuličkou určena jako

$\eta_{\text{p},o} = (92 \pm 4) \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

A studiem pohybu zelené kuličky jako  $\eta_{\text{z},o} = (95 \pm 2) \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

Viskozita ricinového oleje byla změřena jako

$\eta_{\text{ž},r} = (689 \pm 10) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  za použití žluté kuličky,

$\eta_{\text{z},r} = (648 \pm 17) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  za použití zelené kuličky a

$\eta_{\text{p},r} = (650 \pm 20) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  s použitím průhledné kuličky.

## Literatura

- [1] Kolektiv ZFP KVOF MFF UK: Volný pád koule ve viskózní kapalině [online].  
[cit. 6.4.2025], dostupné  
z [https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_119\\_pyknometr.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_119_pyknometr.pdf)
- [2] Kolektiv ZFP KVOF MFF UK: Pyknometrická metoda pro určení hustoty kapalin  
a pevných látek [online]. [cit. 6.4.2025] dostupné  
z [https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_119\\_pyknometr.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_119_pyknometr.pdf)
- [3] J. English: Úvod do praktické fyziky I: Zpracování výsledků měření. 1. vyd. Praha:  
Matfyzpress, 2006
- [4] BROŽ, J., V. ROSKOVEC a M. VALOUCH. Fyzikální a matematické tabulky. 1. vyd.  
Praha: SNTL, 1980
- [5] J. Mikulčák a kolektiv: Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy,  
9. vyd, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1979