

## IX. Měření modulu pružnosti v tahu

### Měření modulu $E$ z protažení drátu

Působí-li na drát délky  $l_0$  a průřezu  $S$  síla  $F$ , potom v oboru pružné deformace je prodloužení drátu  $\Delta l$  dáno výrazem

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{l_0 F}{S}, \quad (1)$$

kde  $E$  je modul pružnosti v tahu, který udává poměr mezi napětím  $\sigma$

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2)$$

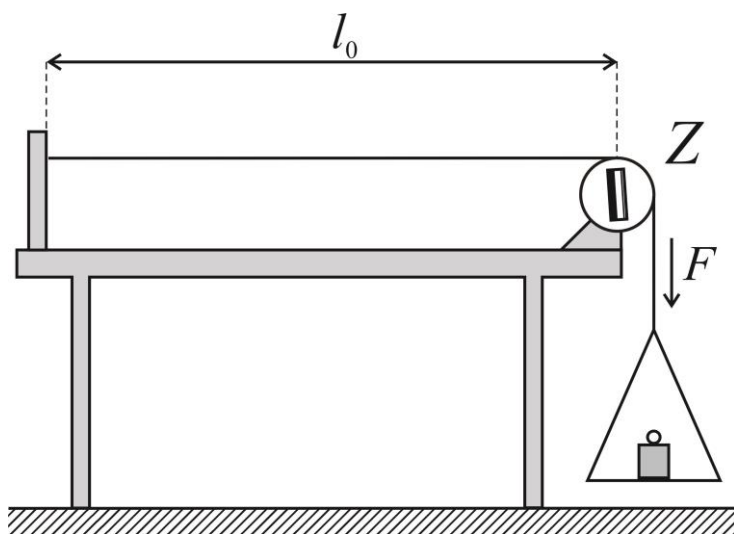
a relativním prodloužením (deformací)  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (3)$$

Z rovnic (1), (2) a (3) plyne

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{l_0 F}{\Delta l \cdot S}. \quad (4)$$

Zařízení pro měření modulu pružnosti v tahu z protažení drátu je znázorněno na obr. 1. Výsledkem měření je stanovení modulu pružnosti v tahu výpočtem z rovnice (4). K tomu je třeba změřit průměr drátu  $d$ , délku drátu  $l_0$ , pomocí závaží kladených na misku působit na drát známou silou  $F$  a měřit příslušná prodloužení  $\Delta l$ . Délka drátu  $l_0 \approx 1 \text{ m}$ , průměr drátu  $d \approx 0,5 \text{ mm}$ . K počátečnímu vyrovnaní a vypnutí drátu slouží závaží hmotnosti  $m = 1 \text{ kg}$ , pro vlastní měření jsou připravena závaží hmotnosti  $m = 0,1 \text{ kg}$ .



Obr. 1: Měření protažení drátu

Prodloužení drátu se měří *zrcátkovou metodou*. Drát je proto na jednom konci veden přes kladku poloměru  $r$  k misce, na kterou se kladou závaží. V ose kladky je upevněno zrcátko  $Z$ . Protažení drátu se tímto způsobem převádí na pootočení zrcátka. Úhel pootočení zrcátka  $\Delta\alpha$  souvisí s prodloužením drátu vztahem

$$r\Delta\alpha = \Delta l \quad (5)$$

a měří se metodou zrcátka a stupnice. Rovnoměrně osvětlená svíslá stupnice je umístěna ve vzdálenosti  $L$  od zrcátka tak, aby bylo možné dalekohledem pozorovat obraz stupnice v zrcátku. Při

rovnovážné poloze zrcátka je v dalekohledu vidět dílek stupnice  $n_0$ , po otočení zrcátka a úhel  $\Delta\alpha$  dílek stupnice  $n$ . Pro vzdálenost  $n - n_0$  platí

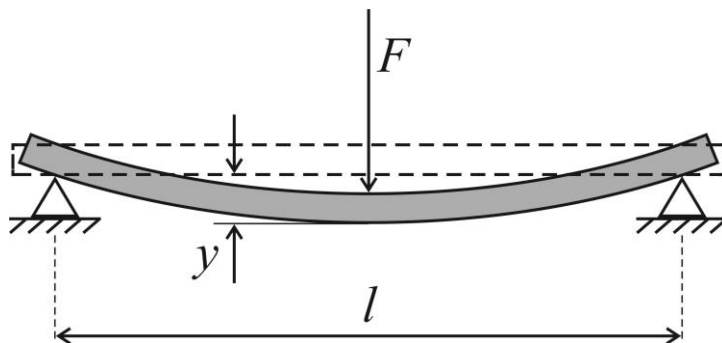
$$\operatorname{tg}(2\Delta\alpha) = \frac{n - n_0}{L} . \quad (6)$$

Vzhledem k velikosti úhlu pootočení zrcátka lze užít pro výpočet  $\Delta\alpha$  přibližného vzorce

$$\Delta\alpha \approx \frac{n - n_0}{2L} . \quad (7)$$

### **Měření modulu $E$ z průhybu trámku**

Modul pružnosti v tahu lze určovat i metodami nepřímými např. z velikosti průhybu ohýbaných tyčí. Mezi tyto metody patří i metoda měření  $E$  z průhybu trámku obdélníkového průřezu podepřeného dvěma břity ve vzdálenosti  $l$  (viz obr. 2). Při zatížení trámku uprostřed silou  $F$  se trámek prohne tak, že v působišti síly vznikne průhyb  $y$ , pro který platí



Obr. 2: Průhyb trámku

$$y = \frac{Fl^3}{48EI_p} , \quad (8)$$

kde  $I_p$  je plošný moment setrvačnosti průřezové plochy tyče vzhledem k vodorovné ose, kolmé k délce trámku a procházející těžištěm.

Pro obdélníkový průřez trámku výšky  $b$ , šířky  $a$  lze  $I_p$  vyjádřit vztahem

$$I_p = \frac{ab^3}{12} . \quad (9)$$

Po dosazení z (9) do (8) dostaneme výchozí vztah pro určení modulu  $E$  touto metodou

$$E = \frac{Fl^3}{4yab^3} . \quad (10)$$

Průhyb trámku měříme objektivovým mikrometrem, pro měření ostatních délek jsou připraveny pásové měřítka, posuvné měřítka a mikrometr ( $l \approx 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ ,  $a \approx 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $b \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ).

### **Literatura:**

- [1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1967, kap. 2.3, st. 2.3.1, čl. 2.3.1.1.
- [2] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1983, kap. 2.3, st. 2.3.1, čl. 2.3.1.1.
- [3] Z. Horák, F. Krupka: Fyzika, SNTL, Praha 1981, kap. 2.6.1, 2.6.2