

Fyzikální praktikum I

Úloha č. 7

Název úlohy: Studium kmitů vázaných oscilátorů

Jméno: David Němec

Studijní skupina: FP-F1X.18'P

Datum měření: 24.2.2025

Datum odevzdání: 3.3.2025

Připomínky opravujícího:

V referátu jsou sice drobné chyby, ale spíše formálního rázu. Nicméně celková kvalita referátu, s přihlédnutím k tomu, že se jedná o referát z prvního týdne měření, je výrazně nadstandardní.

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	2
Výsledky a zpracování měření	0–9	9
Diskuse výsledků	0–4	4
Závěr	0–1	1
Seznam použité literatury	0–1	1
Celkem	max. 17	17

Posuzoval: Hanuš

dne: 9/3/2025

1 Pracovní úkol

1. Změřte dobu kmitu T_0 dvou stejných nevázaných fyzických kyvadel.
2. Pro dvě různé pružiny změřte doby kmitů T_i dvou stejných fyzických kyvadel vázaných slabou pružnou vazbou vypouštěných z klidu při počátečních podmínkách:
 - a. $y_1=y_2=B$... doba kmitu T_1
 - b. $y_1=-y_2=B$... doba kmitu T_2
 - c. $y_1=0, y_2=B$
 - I. doba kmitu T_3
 - II. doba $T_s/2$, za kterou dojde k maximální výměně energie mezi kyvadly
3. Vypočtěte kruhové frekvence $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ a ω_4 odpovídající dobám T_0, T_1, T_2, T_3 a T_s , ověřte měřením platnost vztahů odvozených pro ω_3 a ω_4 .
4. Vypočtěte stupeň vazby κ .
5. Pro jednu pružinu změřte závislost stupně vazby na vzdálenosti zavěšení pružiny od uložení závěsu kyvadla a graficky znázorněte.

2 Teorie

Dokážeme-li zajistit, aby se fyzické kyvadlo kývalo jen s malými odchylkami a bez tření, můžeme pro veličiny popisující jeho pohyb využít vztahy analogické těm pro matematické kyvadlo nebo jakýkoliv jiný harmonický oscilátor. Podle [1] tak můžeme vlastní kruhovou frekvenci pohybu fyzického kyvadla ω_0 vyjádřit jako

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{I}}, \quad (1)$$

kde D značí direkční moment fyzického kyvadla a I jeho moment setrvačnosti.

Nyní vezmeme dvě stejná fyzická kyvadla (označíme je jako kyvadlo 1 a 2), která spojíme slabou pružnou vazbou (např. pomocí pružiny) a budeme hledat rovnice popisující jejich pohyb. Nejprve si musíme uvědomit, že v klidové poloze budou obě kyvadla vychýlena o úhel α oproti vertikálnímu směru, tedy oproti stavu bez vazby. V případě vazby ve formě natažené pružiny se obě kyvadla vychýlí směrem k sobě o tento úhel α . V klidové poloze na kyvadla působí jen moment sil způsobený pružinou. Jsou-li direkční momenty D obou kyvadel stejné, platí pro obě stejný vztah [1]

$$D\alpha = M_0, \quad (2)$$

kde M_0 je moment sil pružiny působící na kyvadlo 1 resp. 2.

V obecné poloze (uvažujeme, že kyvadlo 1 je vychýleno o orientovaný úhel φ_1 oproti klidové poloze a kyvadlo 2 o úhel φ_2) lze podle [1] pro momenty vnějších sil působících na kyvadlo 1 psát

$$-D(\varphi_1 + \alpha) + M_0 + D^*(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (3)$$

kde D^* je direkční moment pružiny. S využitím (2) pak pro kyvadlo 1 dostaneme pohybovou rovnici

$$I\ddot{\varphi}_1 = -D\varphi_1 - D^*(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4)$$

a pro kyvadlo 2 analogicky

$$I\ddot{\varphi}_2 = -D\varphi_2 + D^*(\varphi_1 - \varphi_2) . \quad (5)$$

Obecným řešením těchto diferenciálních rovnic jsou podle [1] funkce

$$\varphi_1 = a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + b_2 \sin \omega_2 t \quad (6)$$

$$\varphi_2 = a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t - a_2 \cos \omega_2 t - b_2 \sin \omega_2 t , \quad (7)$$

kde $\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{I}}$ a $\omega_2 = \sqrt{\frac{D+2D^*}{I}}$ a a_1, b_1, a_2, b_2 jsou integrační konstanty, které určíme z počátečních podmínek.

Pro určení kruhových frekvencí je však snazší změřit periodu a využít vztah

$$\omega = \frac{2\pi}{T} , \quad (8)$$

než měřit direkční moment a moment setrvačnosti kyvadla.

Dále definujeme stupeň vazby κ jako [1]

$$\kappa = \frac{D^*}{D+D^*} , \quad (9)$$

což se dá pomocí vztahů pro kruhové frekvence ω_1 a ω_2 přepsat na

$$\kappa = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} . \quad (10)$$

Nyní rozebereme tři různé počáteční konfigurace:

1. Pro stejně velké počáteční výchylky stejným směrem ($\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = A$ a $\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0$)

dostaneme z rovnic (6) a (7), že musí být $a_1 = A$ a $b_1 = a_2 = b_2 = 0$. Pro výchylky φ_1 a φ_2 tedy platí [1]

$$\varphi_1 = \varphi_2 = A \cos \omega_1 t \quad (11)$$

a obě kyvadla se pohybují stejně jako bez vazby.

2. Pro stejně velké počáteční výchylky opačným směrem ($\varphi_1(0) = -\varphi_2(0) = A$ a $\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0$) máme $a_2 = A$ a $a_1 = b_1 = b_2 = 0$ a pro výchylky pak platí [1]

$$\varphi_1 = -\varphi_2 = A \cos \omega_2 t . \quad (12)$$

Mezi kyvadlem 1 a 2 je tedy fázový posun π , ale jinak kmitají se stejnou maximální výchylkou i frekvencí.

3. Pro jedno vychýlené kyvadlo ($\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = A$ a $\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0$) určíme konstanty jako $a_1 = -a_2 = \frac{A}{2}$ a $b_1 = b_2 = 0$. Pro výchylky platí vztahy [1]

$$\varphi_1 = \frac{A}{2}(\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) = A \sin \left[\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)t \right] \sin \left[\frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)t \right] \quad (13)$$

$$\varphi_2 = \frac{A}{2}(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) = A \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)t \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)t \right]. \quad (14)$$

Jsou-li kyvadla vázána slabou vazbou (direkční moment pružiny D^* je malý), pak se ω_2 liší od ω_1 jen o malou hodnotu. Na rovnice (13) a (14) se díky tomu dá nahlížet i tak, že kyvadla kmitají s kruhovou frekvencí

$$\omega_3 = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1), \quad (15)$$

jejich amplitudy se mění s frekvencí

$$\omega_4 = \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1) \quad (16)$$

a fázový posun pohybu kyvadel i jejich amplitud je $\frac{\pi}{2}$ (kyvadlo 2 předbíhá kyvadlo 1).

Výpočet chyb

Chyba aritmetického průměru je [2]

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{\mu})^2, \quad (17)$$

kde $\tilde{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ je aritmetický průměr naměřených hodnot x_1, x_2, \dots, x_n . Vzorec pro výpočet chyby nepřímo měřené náhodné veličiny $y = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ je podle [2]

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_i} \right)^2 \sigma_{\theta_i}^2, \quad (18)$$

kde $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ jsou jednotlivé nezávislé veličiny. Ze statistické (σ_{stat}) a systematické (σ_{sys}) chyby určíme celkovou chybu (σ_{celk}) podle vztahu [2]

$$\sigma_{celk}^2 = \sigma_{stat}^2 + \sigma_{sys}^2. \quad (19)$$

2.1 Metoda měření

Byl studován pohyb dvou stejných fyzických kyvadel na dlouhých závěsech opatřených posuvnými háčky pro uchycení pružinky. Vazba byla realizována pomocí slabých pružin, nejprve pružinou A s tuhostí 7 N/m a poté pružinou B s tuhostí 4 N/m. Kyvadla se dala vychýlit o zvolený úhel, jehož hodnota se dala odečíst na stupnici pod kyvadly. Součástí aparatury bylo i mechanické zařízení, díky kterému se dala kyvadla uvolnit ve stejný čas. Ta se poté kývala jen v jedné rovině a tento pohyb byl zaznamenáván pomocí sonaru GoMotion, který měřil vzdálenost od bližšího kyvadla. Odečet časových hodnot ze sonaru byl prováděn v programu Logger Lite.

2.2 Měřicí přístroje a jejich chyby

1. Stupnice pro určení počáteční výchylky s nejmenším dílkem 0,1 cm:

Chyba byla odhadnuta jako 0,1 cm místo poloviny nejmenšího dílku, protože hrot kyvadla, kterým se výchylka měřila byl od stupnice trochu vzdálen a hodnota výchylky se nedala určit úplně přesně.

2. Svinovací metr s nejmenším dílkem 0,1 cm:

Metr byl použit na měření vzdálenosti zavěšení pružiny od uložení závěsu kyvadla. Vzhledem k tomu, že háček s pružinou byl poněkud vzdálen od svislého směru pod uložení závěsu kyvadla, odhaduji chybu také na 0,1 cm místo poloviny nejmenšího dílku.

3. Sonar GoMotion se snímkovací frekvencí 25 Hz:

Sonar měřil čas velmi přesně, hodnoty se daly odečíst přímo z programu v počítači, chyba určení času je tedy stejná jako snímkovací frekvence sonaru (0,04 s).

4. Termohygrobarometr Commeter C4130:

Přístroj byl použit pro změření laboratorních podmínek (teploty, tlaku, vlhkosti) během experimentu. Chyby v jejich určení (viz tabulka 1) byly zjištěny z příloženého návodu k použití tohoto přístroje.

3 Výsledky měření

Během experimentu byly určeny laboratorní podmínky, na jeho průběh a naměřené hodnoty však neměly vliv.

Tabulka 1: Laboratorní podmínky

	naměřená hodnota	chyba
teplota okolí	24,2 °C	0,4 °C
tlak vzduchu	995 hPa	2 hPa
vlhkost vzduchu	29,9 %	2,5 %

3.1 Měření doby kmitu jednotlivých kyvadel bez vazby

Tabulka 2: Doby deseti kmitů obou kyvadel bez vazby

číslo měření	kyvadlo 1: $10T_0$ / s	kyvadlo 2: $10T_0$ / s
1	18,96	18,96
2	18,96	18,96
3	18,96	18,96
4	18,96	18,96
5	18,96	18,96

Byla změřena doba deseti kmitů každého kyvadla, měření byla pětkrát opakována. Chyba určení času je dána vzorkovací frekvencí sonaru GoMotion ($\sigma_{sys} = 0,04$ s). Statistická chyba deseti period byla určena podle vztahu (17) jako chyba aritmetického průměru a podle (19) zkombinována se systematickou chybou. Dosazením do (18) za funkci $f = T_0 = \frac{1}{10} 10T_0$ dostaneme

$$\sigma_{T_0} = \frac{1}{10} \sigma_{10T_0}, \quad (20)$$

Kde σ_{10T_0} je celková chyba určení doby $10T_0$. Pro obě kyvadla tak byla určena vlastní perioda jako $T_{0,A} = T_{0,B} = (1,896 \pm 0,004)$ s.

3.2 Měření doby kmitu vázaných kyvadel

Dále byla kyvadla spojena vazbou ve formě pružinky A (o tuhosti 7 N/m) a pružinky B (o tuhosti 4 N/m) ve vzdálenosti $h_0 = (31,8 \pm 0,1)$ cm od uložení závěsu kyvadel. Několikrát byla změřena doba deseti period.

Tabulka 3: Doby deseti kmitů stejně vychýlených kyvadel vázaných pružinkou A a B

číslo měření	pružinka A: $10T_1$ / s	pružinka B: $10T_1$ / s
1	18,92	18,96
2	18,96	18,96
3	18,96	19,00
4	18,96	18,96
5	18,96	19,00

Chyby deseti period byly určeny analogicky jako v případě period jednotlivých kyvadel a opět podle vztahu (20) určena chyba jedné periody. Pro pružinku A tedy vyšlo $T_{1,A} = (1,895 \pm 0,004)$ s a pro pružinku B pak $T_{1,B} = (1,898 \pm 0,004)$ s.

Stejným způsobem se měřil pohyb kyvadel s opačnými počátečními výchylkami.

Tabulka 4: Doby deseti kmitů opačně vychýlených kyvadel vázaných pružinkou A a B

číslo měření	pružinka A: $10T_2$ / s	pružinka B: $10T_2$ / s
1	17,12	17,96
2	17,12	17,88
3	17,08	17,92
4	17,12	17,92
5	17,16	17,92

Doba jedné periody a její chyba byla vypočtena stejným způsobem jako v případě stejných počátečních výchylek. Pro pružinku A je $T_{2,A} = (1,712 \pm 0,004)$ s a pro pružinku B je $T_{2,B} = (1,792 \pm 0,004)$ s.

V případě jednoho kyvadla v rovnovážné poloze a jednoho v maximální výchylce byla změřena doba pouze pěti period T_3 , protože mimo oblast s vysokými amplitudami se čas maximální výchylky špatně určoval. Místo doby $\frac{T_S}{2}$, za kterou dojde k maximální výměně energie mezi kyvadly, byla měřena doba T_S mezi dvěma minimálními hodnotami amplitudy kyvadla 1 (tedy kdy mělo kyvadlo 2 maximální část energie), protože se tento časový interval z grafu lépe určoval. Naměřené hodnoty shrnuje tabulka 5.

Tabulka 5: Doby kmitů při počátečním vychýlení pouze jednoho kyvadla

číslo měření	pružinka A: $5T_3$ / s	pružinka B: $5T_3$ / s	pružinka A: T_S / s	pružinka B: T_S / s
1	9,00	9,16	17,00	33,28
2	9,04	9,24	17,40	33,05
3	9,00	9,20	17,16	33,60
4	8,88	9,24	17,20	33,36
5	8,96	9,20	17,20	33,20

Chybu jedné periody T_3 nyní určíme dosazením $T_3 = \frac{1}{5}5T_3$ za funkci f do vztahu (18) a dostaneme

$$\sigma_{T_3} = \frac{1}{5} \sigma_{5T_3} \quad (21)$$

a analogicky pak použitím $\frac{T_S}{2} = \frac{1}{2}T_S$ dostaneme pro chybu doby $\frac{T_S}{2}$ vztah

$$\sigma_{\frac{T_S}{2}} = \frac{1}{2} \sigma_{T_S}, \quad (22)$$

kde σ_{5T_3} a σ_{T_S} jsou celkové chyby určení doby $5T_3$ resp. T_S . Pro jednu periodu T_3 tedy máme $T_{3,A} = (1,795 \pm 0,008)$ s a $T_{3,B} = (1,842 \pm 0,008)$ s a pro dobu $\frac{T_S}{2}$ pak $\frac{T_{S,A}}{2} = (8,60 \pm 0,02)$ s a $\frac{T_{S,B}}{2} = (1,665 \pm 0,003) \cdot 10$ s.

3.3 Výpočet kruhových frekvencí a stupně vazby

Pro získání kruhové frekvence využijeme vztah (8), do kterého dosadíme příslušnou periodu, jen pro ω_S upravíme tento vztah na $\omega_S = \frac{\pi}{\frac{T_S}{2}}$. Chybu kruhových frekvencí vypočteme pomocí vztahu (18) jako

$$\sigma_{\omega_i} = \frac{2\pi}{T_i^2} \sigma_{T_i} \quad \text{pro } i \in \{0,1,2,3\} \quad (23)$$

$$\sigma_{\omega_S} = \frac{\pi}{\left(\frac{T_S}{2}\right)^2} \sigma_{\frac{T_S}{2}}. \quad (24)$$

Vypočtené hodnoty shrnuje tabulka 6.

Tabulka 6: periody a kruhové frekvence kmitů kyvadel v jednotlivých případech

pružina A: $T_{i,A} / s$	pružina A: $\omega_{i,A} / s^{-1}$	pružina B: $T_{i,B} / s$	pružina B: $\omega_{i,B} / s^{-1}$
$T_{0,A} = 1,896 \pm 0,004$	$\omega_{0,A} = 3,314 \pm 0,007$	$T_0 = 1,896 \pm 0,004$	$\omega_{0,B} = 3,314 \pm 0,007$
$T_{1,A} = 1,895 \pm 0,004$	$\omega_{1,A} = 3,315 \pm 0,007$	$T_{1,B} = 1,898 \pm 0,004$	$\omega_{1,B} = 3,311 \pm 0,007$
$T_{2,A} = 1,712 \pm 0,004$	$\omega_{2,A} = 3,670 \pm 0,009$	$T_{2,B} = 1,792 \pm 0,004$	$\omega_{2,B} = 3,506 \pm 0,008$
$T_{3,A} = 1,795 \pm 0,008$	$\omega_{3,A} = 3,500 \pm 0,016$	$T_{3,B} = 1,842 \pm 0,008$	$\omega_{3,B} = 3,412 \pm 0,015$
$\frac{T_{S,A}}{2} = 8,60 \pm 0,02$	$\omega_{S,A} = 0,365 \pm 0,001$	$\frac{T_{S,B}}{2} = (1,665 \pm 0,003) \cdot 10$	$\omega_{S,B} = 0,1887 \pm 0,0003$

Cílem bylo ověřit platnost teoretických vztahů pro kruhové frekvence, tedy že $\omega_1 = \omega_0$, $\omega_3 = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)$ a $\omega_S = 2\omega_4 = 2\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1) = \omega_2 - \omega_1$.

Tabulka 7: srovnání teoretických a naměřených hodnot kruhových frekvencí

	A: teoretická	A: naměřená	B: teoretická	B: naměřená
ω_1 / s^{-1}	$3,314 \pm 0,007$	$3,315 \pm 0,007$	$3,314 \pm 0,007$	$3,311 \pm 0,007$
ω_3 / s^{-1}	$3,493 \pm 0,006$	$3,500 \pm 0,016$	$3,409 \pm 0,005$	$3,412 \pm 0,015$
ω_S / s^{-1}	$0,355 \pm 0,006$	$0,365 \pm 0,001$	$0,195 \pm 0,005$	$0,1887 \pm 0,0003$

Chyby teoretických hodnot byly vypočítány dosazením vztahu pro příslušnou kruhovou frekvenci do vzorce (18), konkrétně $\sigma_{\omega_1} = \sigma_{\omega_0}$ a $\sigma_{\omega_3} = \sigma_{\omega_S} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{\omega_2}^2 + \sigma_{\omega_1}^2}$.

Stupeň vazby určíme podle (10) a jeho chybu pak podle (18) dosazením vztahu (10) za funkci f , konkrétně

$$\sigma_{\kappa} = \frac{4\omega_2\omega_1}{(\omega_2^2 + \omega_1^2)^2} \sqrt{\omega_1^2 \sigma_{\omega_2}^2 + \omega_2^2 \sigma_{\omega_1}^2} \quad (25)$$

Tabulka 8: Stupně vazby pro jednotlivé pružiny ve vzdálenosti $h_0 = (31,8 \pm 0,1) \text{ cm}$

pružina	κ
A	$0,101 \pm 0,003$
B	$0,057 \pm 0,003$

3.4 Závislost stupně vazby na vzdálenosti pružiny od uchycení kyvadel

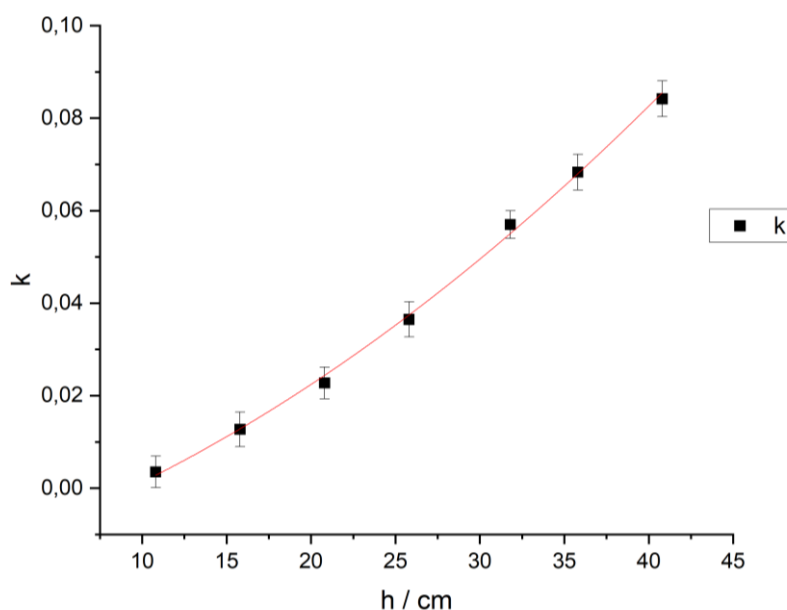
Měření probíhalo s pružinou B o tuhosti 4 N/m, protože lépe splňuje podmínku slabé vazby. Pružina byla uchycena postupně v různých vzdálenostech od uložení závěsu kyvadel a byla změřena doba deseti period T_1 a T_2 , pokaždé třikrát. Z nich pak byly obdobným způsobem jako v předchozích úkolech vypočítány příslušné kruhové frekvence a stupeň vazby i jeho chyba. Nejprve podle (17) chyba aritmetického průměru period zkombinovaná podle (19) se systematickou chybou sonaru (danou jeho vzorkovací frekvencí) a nakonec podle (20) vypočítaná chyba jedné periody. Podle vztahu (23) se určily chyby příslušných

kruhových frekvencí a z nich pak podle (25) chyba stupně vazby. Pro $h = (31,8 \pm 0,1)$ cm byly použity již naměřené hodnoty z předchozích úkolů. Data shrnuje tabulka 9.

Tabulka 9: Změřené periody a vypočtené kruhové frekvence a stupeň vazby v závislosti na vzdálenosti uchycení vazby od uložení závěsu kyvadel

$h \pm 0,1$ / cm	T_1 / s	T_2 / s	ω_1 / s^{-1}	ω_2 / s^{-1}	κ
10,8	$1,895 \pm 0,005$	$1,888 \pm 0,004$	$3,316 \pm 0,009$	$3,328 \pm 0,007$	$0,003 \pm 0,003$
15,8	$1,897 \pm 0,005$	$1,873 \pm 0,005$	$3,312 \pm 0,009$	$3,354 \pm 0,009$	$0,013 \pm 0,004$
20,8	$1,896 \pm 0,004$	$1,853 \pm 0,005$	$3,314 \pm 0,007$	$3,390 \pm 0,009$	$0,023 \pm 0,003$
25,8	$1,897 \pm 0,005$	$1,829 \pm 0,005$	$3,312 \pm 0,009$	$3,434 \pm 0,009$	$0,036 \pm 0,004$
31,8	$1,898 \pm 0,004$	$1,792 \pm 0,004$	$3,311 \pm 0,007$	$3,506 \pm 0,008$	$0,057 \pm 0,003$
35,8	$1,895 \pm 0,005$	$1,769 \pm 0,005$	$3,316 \pm 0,009$	$3,55 \pm 0,01$	$0,068 \pm 0,004$
40,8	$1,895 \pm 0,005$	$1,741 \pm 0,005$	$3,316 \pm 0,009$	$3,61 \pm 0,01$	$0,084 \pm 0,004$

Jak ukazuje graf 1, závislost stupně vazby na vzdálenosti pružiny od uložení závěsu kyvadel se dá nejlépe popsat kvadratickým polynomem $\kappa = ah^2 + bh + c$, kde $c = (-1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-2}$, $b = (1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$ a $a = (3,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$.



Graf 1: Závislost stupně vazby na vzdálenosti pružiny B od uložení závěsu kyvadel

4 Diskuse

Pohyb kyvadel byl studován pomocí sonaru relativně vysoké snímkovací frekvence, a proto je určení časových okamžiků velmi přesné. Před uvolněním kyvadel bylo vždy vyčkáno, než ustanou všechny vibrace, odečet časových hodnot začal, až se kmity ustálily a neobsahovaly drobné vedlejší pohyby dané chvěním kyvadel po jejich uvolnění. Zdroje systematických chyb tedy budou pocházet spíše z nepřesného nastavení počáteční výchylky, neboť bylo obtížné odečíst její přesnou hodnotu. Tato hodnota se sice ve výpočtech nikde

neobjevuje, ale při nedodržení stejné (resp. opačné) výchylky nejsou přesně splněny počáteční podmínky prvního (resp. druhého) nastavení experimentu a kyvadla tak mohou kmitat lehce odlišným způsobem, než předpokládáme. Stejně tak je nutné, aby byla pružina uchycena na obou kyvadlech ve stejné výšce, což opět nebylo úplně jednoduché a mohlo tak přispět do nejistot měření. Bylo však ověřeno, že kruhové frekvence ω_0 a ω_1 se u obou pružin v rámci chyby rovnají, nastavení experimentu tedy bylo vcelku přesné a správné.

Experimentálně zjištěná hodnota kruhové frekvence ω_3 se od té teoretické moc neliší, v rámci chyby (která byla kvůli změřením menšího počtu kmitů relativně větší) se shodují. Hodnota ω_5 zjištěná z periody T_5 se však od té teoreticky vypočtené z frekvencí ω_2 a ω_1 liší o více než jednu standardní odchylku teoretické hodnoty. A to i za uvážení, že tato odchylka je vzhledem k odečítání dvou blízkých frekvencí relativně velká. Tento nesoulad mezi měřeními a teorií může být dán nepřesným změřením periody T_5 . Ta se dala z grafu odečíst jen přibližně, bylo těžké určit přesný okamžik, kdy kyvadlo přestane kmitat.

Relativní odchylka stupně vazby je pro malé vzdálenosti pružiny od uchycení kyvadel velmi vysoká, pro větší vzdálenost se však zmenšuje a ukazuje docela přesně na kvadratickou závislost stupně vazby na vzdálenosti pružiny od uchycení kyvadel. Vzhledem k velikosti chyb by však vztah mohla relativně dobře popisovat i lineární závislost.

5 Závěr

V rámci chyby dané především snímkovací frekvencí sonaru bylo nejprve ověřeno, že obě kyvadla kmitají se stejnou periodou a že tato perioda zůstane nezměněná i za realizace vazby mezi kyvadly, ovšem za předpokladu, že počáteční výchylka obou kyvadel byla stejná. Pokud byly počáteční výchylky opačné, bude výsledná perioda záviset na tuhosti pružiny, a dokonce i na jejím umístění, obojí má totiž vliv na směrný moment pružiny. Teoretický vztah pro kruhovou frekvenci kmitů v případě jednoho kyvadla v rovnovážné poloze a druhého maximálně vychýleného můžeme považovat za (v rámci chyby) ověřený. Platnost vztahu pro frekvenci výměny energie mezi kyvadly už však tolik jistá není a je potřeba přesnějšího měření.

Závislost stupně vazby na výšce uchycení pružiny se ukázala jako kvadratická, i když s uvážením chyb by vcelku vyhovovala i lineární závislost. Pro její jistější určení by bylo třeba zvětšit rozsah vzdáleností, kde byla vazba realizována.

Literatura

- [1] Kolektiv ZFP KVOF MFF UK: Studium kmitů vázaných oscilátorů [online]. [cit. 3.3.2025]
https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_107.pdf
- [2] J. English: Úvod do praktické fyziky I: Zpracování výsledků měření. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2006