Actividad - Diferencia entre medias poblacionales

August 28, 2023

1 Actividad: Diferencia entre Medias Poblacionales

Alfonso Pineda Cedillo | A01660394

Fecha de entrega: 28 de Agosto de 2023

Instrucciones

Resuleve los siguientes problemas en Python:

Problema 1:
Un científico de datos está analizando los niveles de sódio en dos lotes diferentes de un mismo producto. El científico quiere determinar si los niveles de sódio son iguales para ambos lotes, por lo tanto, recabó las siguientes dos muestras de datos

Lote A -(número de muestras 15): Nivel de Sodio (mg) $\longrightarrow$ 180, 160, 170, 190, 200, 175, 185, 195, 180, 170, 190, 185, 200, 175, 165
Lote B - (número de muestras 20): Nivel de Sodio (mg) $\longrightarrow$ 210, 215, 220, 225, 230, 215, 220, 225, 230, 235, 210, 215, 220, 225, 230, 215, 220, 225, 230, 23

La varianza poblacional para el lote A es 57.05 y para el lote B 34.63. Con un nivel del confianza del 85% determina si ambos lotes tienen en promedio el mismo nivel de sódio.

Problema 4:
Se han tomado dos muestras del número de días que tardan los egresados de las universidades A y B en encontrar trabajo

Universidad A: $\longrightarrow$ 180, 200, 190, 210, 175, 185, 195, 180, 205, 190, 200, 185, 210, 175, 195
Universidad B: $\longrightarrow$ 210, 215, 220, 225, 230, 215, 220, 225, 230, 235, 210, 215, 220, 225, 230, 235

Utilizando un nivel de confianza del 95%, determina si hay evidencia estadística suficiente para concluir que existe una diferencia significativa en el tiempo promedio de busqueda de empleo entre ambas universidades.

1.1 Solución

Considerando que ambos problemas siguen una distribución T-student, a continuación se plantean un par de consideraciones previas a la solución de los problemas planteados.

Los grados de libertad (V) están dados por:

$$V = \frac{\left(\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{n}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{m}\right)^2}{m-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n}\right)^2}{n-1}}$$

Donde:

S_1^2 es la varianza muestral 1
S_2^2 es la varianza muestral 2
m es el tamaño de la muestra 1 n es el tamaño de la muestra 2

Por otra parte, nuestro estadístico de prueba (variable aleatoria) T está dada por:

$$T = \frac{\overline{x} - \overline{y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{n}\right)}}$$

Donde:

$\overline{x}$ es la media muestral 1
$\overline{y}$ es la media muestral 2
μ_1 es el valor esperado poblacional 1
μ_2 es el valor esperado poblacional 2

Importamos las librerías necesarias para dar solución a los problemas

[18]:
```
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy.stats import t
import matplotlib.pyplot as plt
```

1.1.1 Problema 1

Para el problema 1, consideraremos como hipótesis nula, que ambos lotes contienen los mismos niveles de sodio, es decir:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

Definimos los datos brindados por el problema (niveles de sodio, varianzas y nivel de confianza)

[19]:
```
data_lote_a = [180, 160, 170, 190, 200, 175, 185, 195, 180, 170, 190, 185, 200,
 ↪175, 165]
data_lote_b = [210, 215, 220, 225, 230, 215, 220, 225, 230, 235, 210, 215, 220,
 ↪225, 230, 215, 220, 225, 230, 235]

variance_lote_a = 57.05
variance_lote_b = 34.63
```

```python
confidence_level = 0.85
```

Calculamos los grados de libertad:

$$V = \frac{\left(\frac{57.05}{15} + \frac{34.63}{20}\right)^2}{\frac{\left(\frac{57.05}{15}\right)^2}{14} + \frac{\left(\frac{34.63}{20}\right)^2}{19}} = 25.72084436354434$$

[20]:
```python
n_a = len(data_lote_a)
n_b = len(data_lote_b)
degrees_freedom_numerator = ((variance_lote_a / n_a) + (variance_lote_b /
    n_b))**2
degrees_freedom_denominator = (((variance_lote_a/n_a)**2 / (n_a - 1)) +
    ((variance_lote_b/n_b)**2 / (n_b - 1)))
degrees_freedom = degrees_freedom_numerator / degrees_freedom_denominator
print("Grados de libertad: ", degrees_freedom)
```

```
Grados de libertad:  25.72084436354434
```

Obtenemos el valor de nuestro estadístico de prueba T:

$$T = \frac{181.\overline{3} - 222.5}{\sqrt{\left(\frac{57.05}{15} + \frac{34.63}{20}\right)}} = -17.498202130510283$$

Recordando que $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$> \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$

[21]:
```python
# Medias muestrales
mean_lote_a = np.mean(data_lote_a)
mean_lote_b = np.mean(data_lote_b)

# Valor calculado de T
T = (mean_lote_a - mean_lote_b) / np.sqrt((variance_lote_a / n_a) +
    (variance_lote_b / n_b))
print("Estadístico de prueba T: ", T)
```

```
Estadístico de prueba T:  -17.498202130510283
```

Obtenemos el valor crítico de nuestra distribución T-student

[22]:
```python
critical_value = t.ppf((1 + confidence_level) / 2, degrees_freedom)
print('Valor crítico: ', critical_value)
```

```
Valor crítico:  1.4838528853642412
```

Una vez obtenido nuestro valor crítico, lo usamos para obtener nuestro intervalo de confianza

[23]:
```python
confidence_interval = (-critical_value, critical_value)
print("Intervalo de confianza: ", confidence_interval)
```

```
Intervalo de confianza:  (-1.4838528853642412, 1.4838528853642412)
```

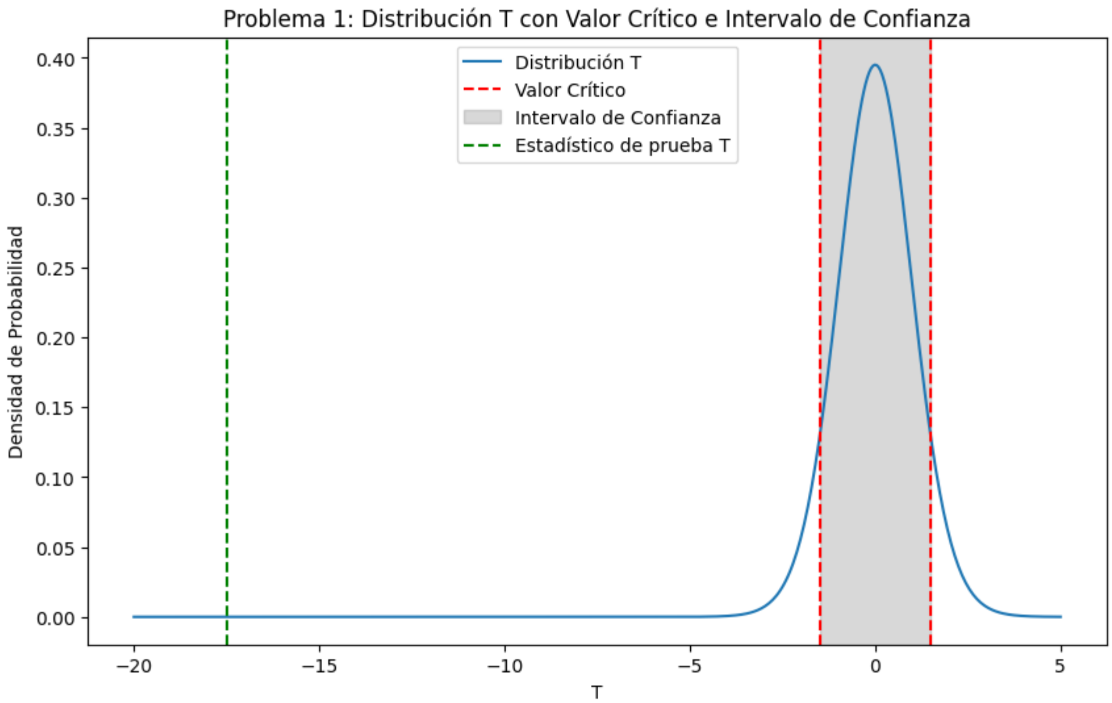
Comprobamos que nuestro estadístico T se encuentre dentro de nuestro intervalo de confianza previamente calculado y validamos si se cumple o no la hipótesis nula H_0.

[24]:
```
if confidence_interval[0] <= T <= confidence_interval[1]:
    print(f"Se acepta la hipótesis nula porque T = {T} está dentro del␣
 ↪intervalo {confidence_interval}")
else:
    print(f"Se rechaza la hipótesis nula porque T = {T} está fuera del␣
 ↪intervalo {confidence_interval}")
```

```
Se rechaza la hipótesis nula porque T = -17.498202130510283 está fuera del
intervalo (-1.4838528853642412, 1.4838528853642412)
```

Realizamos un gráfico para mostrar de manera más visual los resultados obtenidos.

[25]:
```
# Valores para la distribución T
x = np.linspace(-20, 5, 500)
y = t.pdf(x, df=degrees_freedom)

# Crear la figura y los ejes
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x, y, label=f'Distribución T')
plt.axvline(x=critical_value, color='red', linestyle='dashed', label='Valor␣
 ↪Crítico')
plt.axvline(x=-critical_value, color='red', linestyle='dashed')

# Mostrar el intervalo de confianza
plt.axvspan(-critical_value, critical_value, alpha=0.3, color='gray',␣
 ↪label='Intervalo de Confianza')

# Agregar el valor de la variable T
plt.axvline(x=T, color='green', linestyle='dashed', label='Estadístico de␣
 ↪prueba T')

# Etiquetas y título
plt.xlabel('T')
plt.ylabel('Densidad de Probabilidad')
plt.title('Problema 1: Distribución T con Valor Crítico e Intervalo de␣
 ↪Confianza')
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```



1.1.2 Problema 4

Para el problema 4, consideraremos como hipótesis nula, que ambas universidades cuentan con el mismo tiempo promedio de busqueda de empleo, es decir:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

Definimos los datos brindados por el problema (días de búsqueda de empleo y nivel de confianza)

[26]:
```
# Datos de las muestras
data_universidad_a = [180, 200, 190, 210, 175, 185, 195, 180, 205, 190, 200,␣
↪185, 210, 175, 195]
data_universidad_b = [210, 215, 220, 225, 230, 215, 220, 225, 230, 235, 210,␣
↪215, 220, 225, 230, 235]

# Nivel de confianza
confidence_level = 0.95
```

Realizamos el cálculo de las varianzas muestrales

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

Donde:

S^2 es la varianza muestral.
n es el tamaño de la muestra.
x_i es cada valor individual en la muestra.

$\overline{x}$ es la media de la muestra.

Para la universidad A:

$$S_A^2 = \frac{1}{14}\left[(180 - 191.\overline{6})^2 + \cdots + (195 - 191.\overline{6})^2\right] = 138.09523809523813$$

Para la universidad B:

$$S_B^2 = \frac{1}{15}\left[(210 - 222.5)^2 + \cdots + (235 - 222.5)^2\right] = 66.\overline{6}$$

[27]:
```
variance_universidad_a = np.var(data_universidad_a, ddof=1)
variance_universidad_b = np.var(data_universidad_b, ddof=1)
```

Calculamos los grados de libertad:

$$V = \frac{\left(\frac{138.09}{15} + \frac{66.66}{16}\right)^2}{\frac{\left(\frac{138.09}{15}\right)^2}{14} + \frac{\left(\frac{66.66}{16}\right)^2}{15}} = 24.79904545029167$$

[28]:
```
# Tamaños de las muestras
n_a = len(data_universidad_a)
n_b = len(data_universidad_b)

# Cálculo de grados de libertad
degrees_freedom_numerator = ((variance_universidad_a / n_a) +
 ↪(variance_universidad_b / n_b))**2
degrees_freedom_denominator = (((variance_universidad_a / n_a)**2 / (n_a - 1))
 ↪+ ((variance_universidad_b / n_b)**2 / (n_b - 1)))
degrees_freedom = degrees_freedom_numerator / degrees_freedom_denominator
print("Grados de libertad: ", degrees_freedom)
```

```
Grados de libertad:  24.79904545029167
```

Obtenemos el valor de nuestro estadístico de prueba T:

$$T = \frac{191.\overline{6} - 222.5}{\sqrt{\left(\frac{138.09}{15} + \frac{66.66}{16}\right)}} = -8.431518513947449$$

Recordando que $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$\Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$$

[29]:
```
# Medias muestrales
mean_universidad_a = np.mean(data_universidad_a)
mean_universidad_b = np.mean(data_universidad_b)

# Valor calculado de T
T = (mean_universidad_a - mean_universidad_b) / np.sqrt((variance_universidad_a
 ↪/ n_a) + (variance_universidad_b / n_b))
print("Variable de prueba T:", T)
```

```
Variable de prueba T: -8.431518513947449
```

Obtenemos el valor crítico de nuestra distribución T-student

[30]:
```
critical_value = t.ppf((1 + confidence_level) / 2, degrees_freedom)
print('Valor crítico: ', critical_value)
```

```
Valor crítico:  2.0603851146644385
```

Una vez obtenido nuestro valor crítico, lo usamos para obtener nuestro intervalo de confianza

[31]:
```
confidence_interval = (-critical_value, critical_value)
print("Intervalo de confianza: ", confidence_interval)
```

```
Intervalo de confianza:  (-2.0603851146644385, 2.0603851146644385)
```

Comprobamos que nuestro estadístico T se encuentre dentro de nuestro intervalo de confianza previamente calculado y validamos si se cumple o no la hipótesis nula H_0.

[32]:
```
if confidence_interval[0] <= T <= confidence_interval[1]:
    print(f"Se acepta la hipótesis nula porque T = {T} está dentro del␣
 ↪intervalo {confidence_interval}")
else:
    print(f"Se rechaza la hipótesis nula porque T = {T} está fuera del␣
 ↪intervalo {confidence_interval}")
```

```
Se rechaza la hipótesis nula porque T = -8.431518513947449 está fuera del
intervalo (-2.0603851146644385, 2.0603851146644385)
```

Realizamos un gráfico para mostrar de manera más visual los resultados obtenidos.

[33]:
```
# Valores para la distribución T
x = np.linspace(-9, 5, 500)
y = t.pdf(x, df=degrees_freedom)

# Crear la figura y los ejes
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x, y, label=f'Distribución T')
plt.axvline(x=critical_value, color='red', linestyle='dashed', label='Valor␣
 ↪Crítico')
plt.axvline(x=-critical_value, color='red', linestyle='dashed')

# Mostrar el intervalo de confianza
plt.axvspan(-critical_value, critical_value, alpha=0.3, color='gray',␣
 ↪label='Intervalo de Confianza')

# Agregar el valor de la variable T
plt.axvline(x=T, color='green', linestyle='dashed', label='Estadístico de␣
 ↪prueba T')

# Etiquetas y título
plt.xlabel('T')
plt.ylabel('Densidad de Probabilidad')
```

```
plt.title('Problema 2: Distribución T con Valor Crítico e Intervalo de␣
    ↪Confianza')
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```