Actividad: Intervalos de Confianza

Alfonso Pineda | A01660394

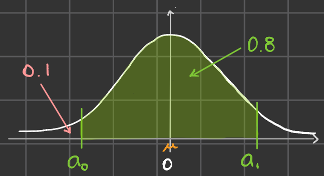
Problema 1

Un estudio de calidad se está realizando para evaluar el diámetro promedio de tuercas producidas por una fábrica. Se toma una muestra aleatoria de 75 tuercas y se encuentra que el diámetro promedio en la muestra es de 8.5 mm, con una desviación estándar muestral de 0.3 mm. Calcular un intervalo de confianza del 80% para la media real del diámetro de las tuercas producidas.

$n = 75$

$\bar{x} = \hat{\mu} = 8.5$

$\sigma = 0.3$



T.L.C

$\mathbb{P}(z > a) = 0.1$

$1 - \mathbb{P}(z \le a) = 0.1$

$1 - 0.1 = \mathbb{P}(z \le a)$

$0.9 = \mathbb{P}(z \le a)$

$\therefore V_c = 1.29$

Encontrar a_0 y a_1 tal que...

$\mathbb{P}(a_0 \le \mu \le a_1) = 0.8$

$\mathbb{P}(-a_0 \ge -\mu \ge -a_1) = 0.8$

$$\mathbb{P}\left(\frac{\bar{x}-a_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge \frac{\bar{x}-a_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.8$$

$\dfrac{\bar{x}-a_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 1.29$, $\qquad \dfrac{\bar{x}-a_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 1.29$

$\bar{x} - a_0 = 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad \bar{x} - a_1 = 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$a_0 = \bar{x} - 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad a_1 = \bar{x} + 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\therefore \mu = \bar{x} \pm 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Limite Superior

$\Rightarrow \bar{x} + 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 8.5 + 1.29\left(\frac{0.3}{\sqrt{75}}\right)$

$= 8.544$

Limite Inferior

$\Rightarrow \bar{x} - 1.29\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 8.5 - 1.29\left(\frac{0.3}{\sqrt{75}}\right)$

$- 8.455$

Intervalo de Confianza

$[-8.455, 8.544]$ 80%

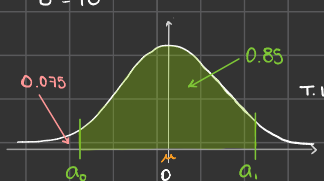
Problema 2

Un investigador está estudiando la cantidad de tiempo que los conductores pasan en el tráfico durante las horas pico. Se toma una muestra aleatoria de 200 conductores y se encuentra que el tiempo promedio en la muestra es de 45 minutos, con una desviación estándar muestral de 10 minutos. Calcular un intervalo de confianza del 85% para la media real del tiempo que los conductores pasan en el tráfico.

$n = 200$

$\bar{x} = \hat{\mu} = 45$

$\sigma = 10$



T.L.C

$\mathbb{P}(z > a) = 0.075$

$1 - \mathbb{P}(z \le a) = 0.075$

$1 - 0.075 = \mathbb{P}(z \le a)$

$0.925 = \mathbb{P}(z \le a)$

$\therefore V_c = 1.44$

$\mu = \bar{x} \pm V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Limite Superior

$\Rightarrow 45 + 1.44\left(\frac{10}{\sqrt{200}}\right) = 46.018$

Limite Inferior

$\Rightarrow 45 - 1.44\left(\frac{10}{\sqrt{200}}\right) = 43.981$

Intervalo de Confianza

$[43.981, 46.018]$ 85%

Problema 3

Determina cuantas muestras se deben tener para los problemas 1 y 2 si se desea que el ancho del intervalo de confianza sea 1.5.

Escribe tu respuesta a mano, en hojas de papel o en tu tablet. Sube tu respuesta a canvas en formato PDF. Coloca tu nombre y matrícula en la respuesta

Ancho Width

$$W = \underbrace{\bar{x} + V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}_{\text{Lim. Superior}} - \underbrace{\left[\bar{x} - V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right]}_{\text{Lim. Inferior}}$$

$1.5 = 2V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\frac{3}{4} = V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\frac{3}{4V_c} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$3\sqrt{n} = 4V_c\sigma$

$n = \left(\frac{4}{3}V_c\sigma\right)^2$

Problema 1

$n = \left(\frac{4}{3}V_c\sigma\right)^2$

$= \left[\frac{4}{3}(1.29)(0.3)\right]^2$

$= 0.266$

Problema 2

$n = \left(\frac{4}{3}V_c\sigma\right)^2$

$= \left[\frac{4}{3}(1.44)(10)\right]^2$

$= 368.64$