

HERRAMIENTAS MATEMATICAS PARA LA LOCALIZACION ESPACIAL

Alfredo Rizo Martinez

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA Cinemática de Robots

Herramientas matemáticas para la localización espacial

Representación de la posición

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos.

Sistema cartesiano de referencia

Los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre si con un origen definido.

Coordenadas cartesianas

Con su sistema coordenado OXY de referencia, un punto A vendrá expresado por las componentes (X, Y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. Esta asociado un vector $p(X, Y)$.

Coordenadas polares $p(r, \theta)$

- P punto o vector
- r distancia desde el origen
- θ ángulo que forma el vector

Coordenadas esféricas

Se utilizan para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones

- Sistema OXYZ

Coordenadas esféricas (r, θ, ϕ)

ϕ ángulo formado por un vector p con el eje OZ.

Representación de la orientación

Queda definido en el espacio a través de los datos de su posición.

Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por tres grados de libertad o tres objetos respecto a un sistema de referencia.

Matrices de rotación

Son el método mas extendido para la descripción de orientación debido a la comodidad que proporciona el uso de algebra matricial.

Dos sistemas de referencia OXY y OUV con mismo origen O.

- Sistema OXY fijo
- Sistema OUV móvil

$$P = p_u i_u + p_v j_v$$

Angulo de Euler (ϕ , θ , ψ)

Representan los valores de los giros a realizar sobre tres ejes ortogonales entre si. Es necesario conocer los valores de los ángulos.

- WUW
- WVW
- XYZ

Ángulos Euler.

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante un matriz de rotación es necesario definir nueve elementos.

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres ángulos: ϕ , θ , ψ , denominados ángulos de Euler que representan los valores de los giros a realizar sobre tres ejes ortogonales entre sí, de modo que girando sucesivamente el sistema OXYZ.

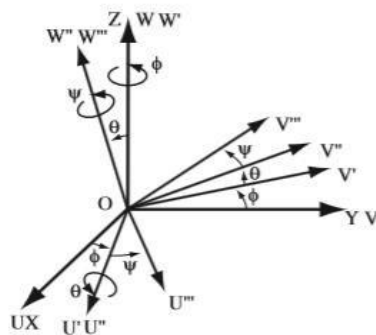
Ángulos Euler WUW.

Es una de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados.

Se le suele asociar con los movimientos básicos de un giróscopo.

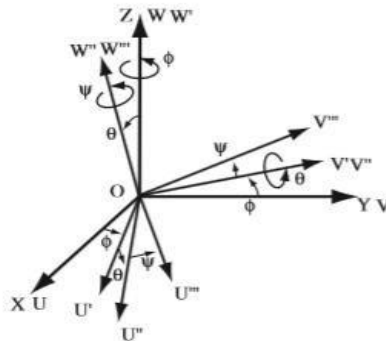
Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, inicialmente coincidentes, se puede colocar al sistema.

OUVW en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos



Ángulos Euler WWW.

Es otra de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados. Sólo se diferencia del anterior en la elección del eje sobre el que se realiza el segundo giro. Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW.



Par de rotación.

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector k (k_x, k_y, k_z) y un ángulo de giro θ .

