IKI10400 • Struktur Data & Algoritma:

Sorting

Fakultas Ilmu Komputer • Universitas Indonesia

Slide acknowledgments:
Suryana Setiawan, Ade Azurat, Denny, Ruli Manurung

Outline

- Beberapa algoritma untuk melakukan sorting:
  - Bubble sort
  - Selection sort
  - Insertion sort
  - Shell sort
  - Merge sort
  - Quick sort
- Untuk masing-masing algoritma:
  - Ide dasar
  - Contoh eksekusi
  - Algoritma
  - Analisa *running time*/kompleksitas
- Algoritma-algoritma Sorting Lanjut

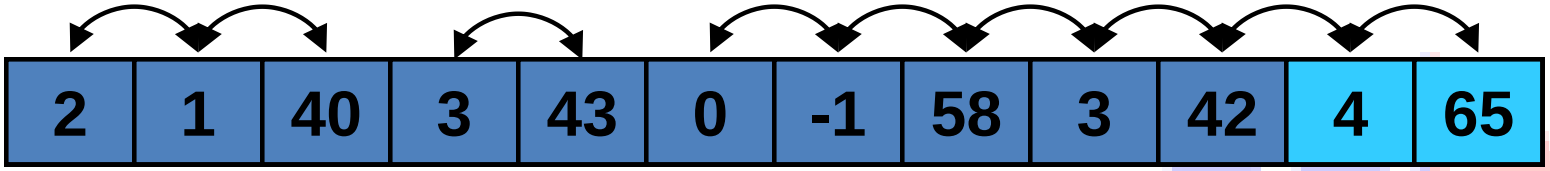
Sorting

- *Sorting* = pengurutan
- *Sorted* = terurut menurut kaidah/aturan tertentu
- Data pada umumnya disajikan dalam bentuk *sorted*.
- Contoh:
  - Nama di buku telpon
  - Kata-kata dalam kamus
  - File-file di dalam sebuah directory
  - Indeks sebuah buku
  - Data mutasi rekening tabungan
  - CD di toko musik
- Bayangkan jika data di atas tidak terurut!

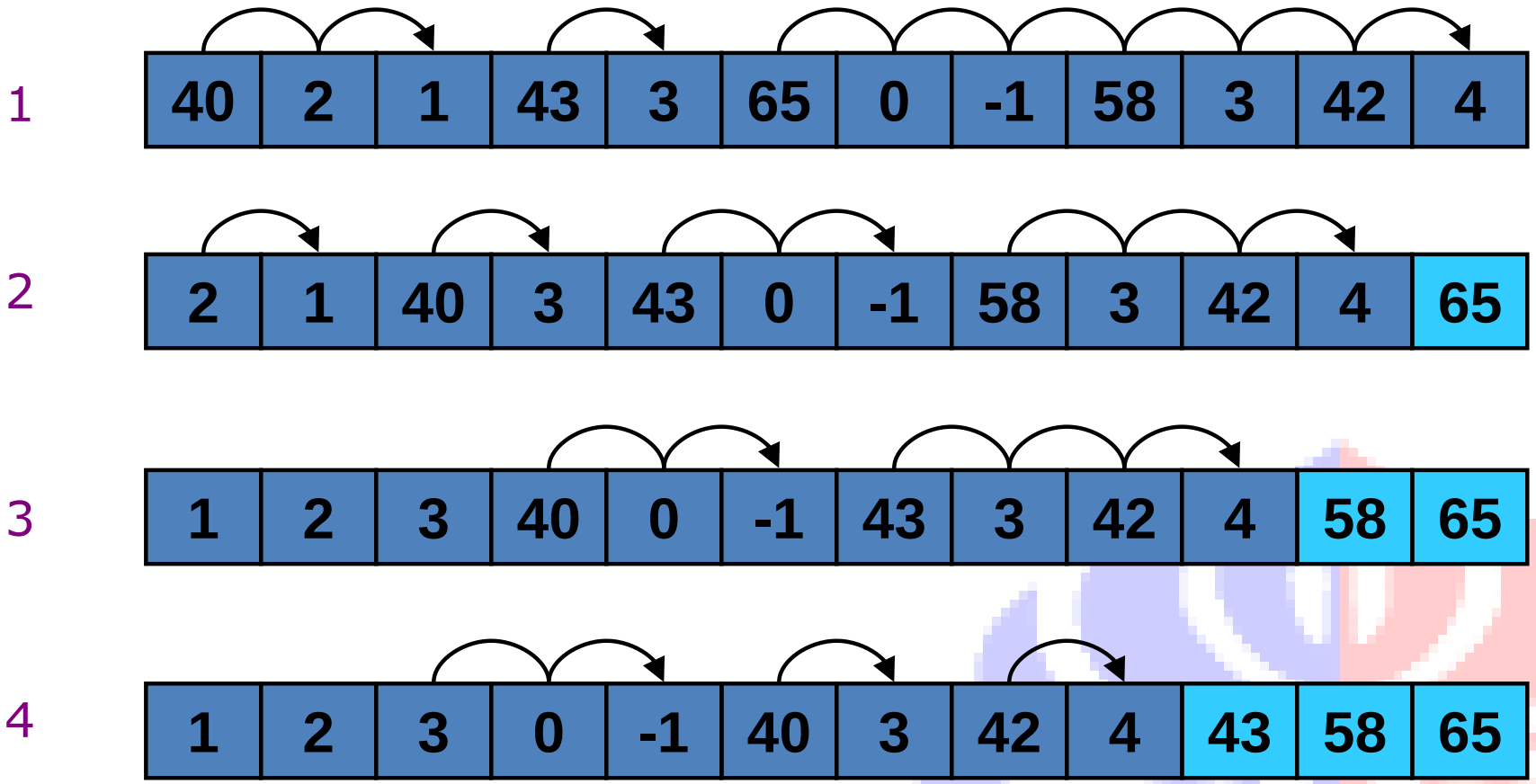
Bubble sort: Ide dasar

- Bubble = busa/udara dalam air – apa yang terjadi?
  - Busa dalam air akan naik ke atas. Mengapa?
  - Ketika busa naik ke atas, maka air yang di atasnya akan turun memenuhi tempat bekas busa tersebut.
- Pada setiap iterasi, bandingkan elemen dengan sebelahnya: yang “busa” naik, yang “air” turun!

Bubble sort: Sebuah iterasi

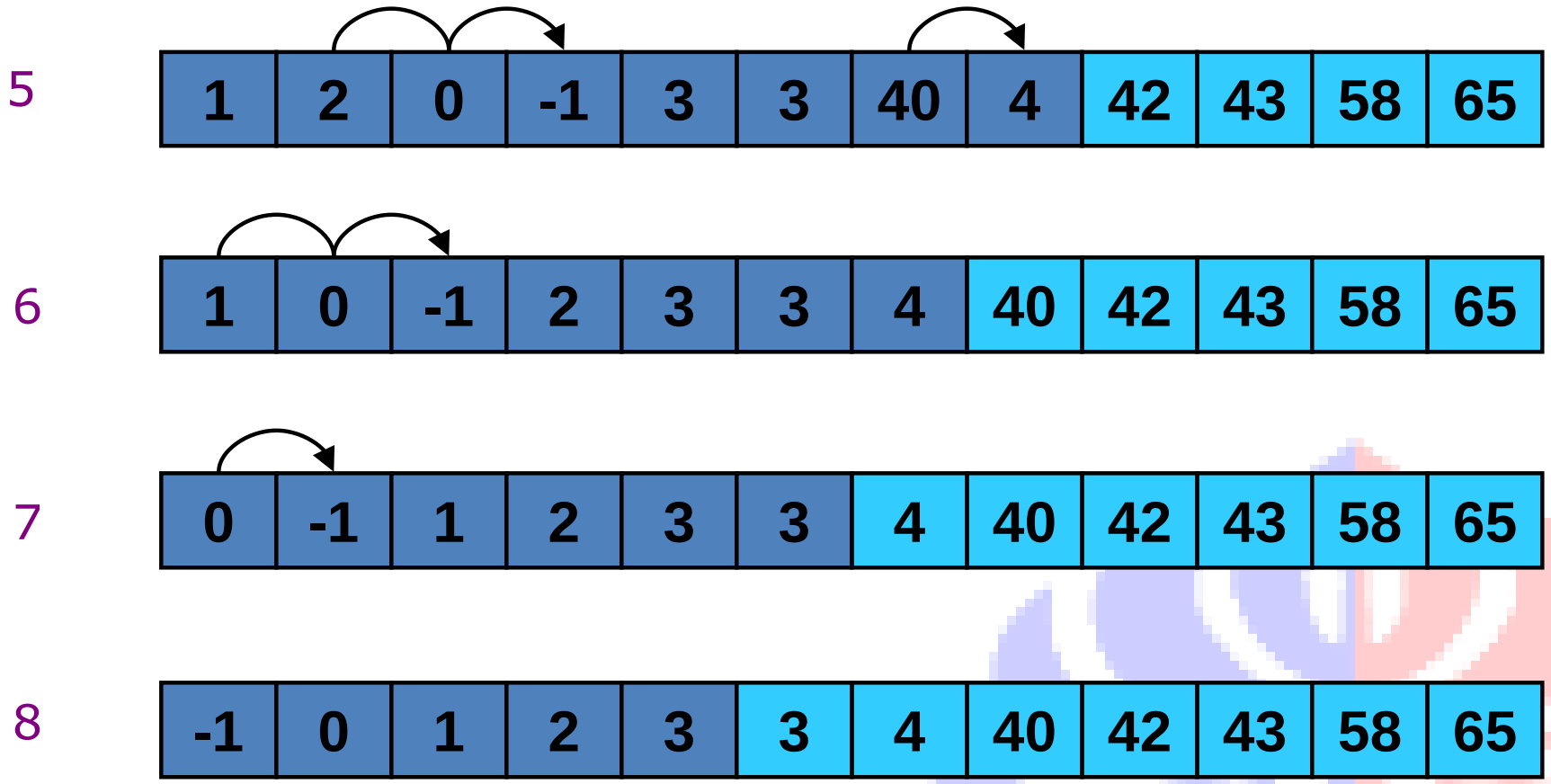


Bubble sort: Iterasi berikutnya



- Perhatikan bahwa pada setiap iterasi, dapat dipastikan satu elemen akan menempati tempat yang benar

Bubble sort: Terminasi algoritma



Berhenti di sini! Mengapa?

Bubble sort: Algoritma

```
void sort(int a[]) throws Exception
{
    for (int i = a.length-1; i>=0; i--) {
        boolean swapped = false;
        for (int j = 0; j<i; j++) {
            if (a[j] > a[j+1]) {
                int T = a[j];
                a[j] = a[j+1];
                a[j+1] = T;
                swapped = true;
            }
        }
        if (!swapped)
            return;
    }
}
```

Jika kiri lebih besar dari kanan, tukar

Jika tidak terjadi pertukaran lagi, selesai.

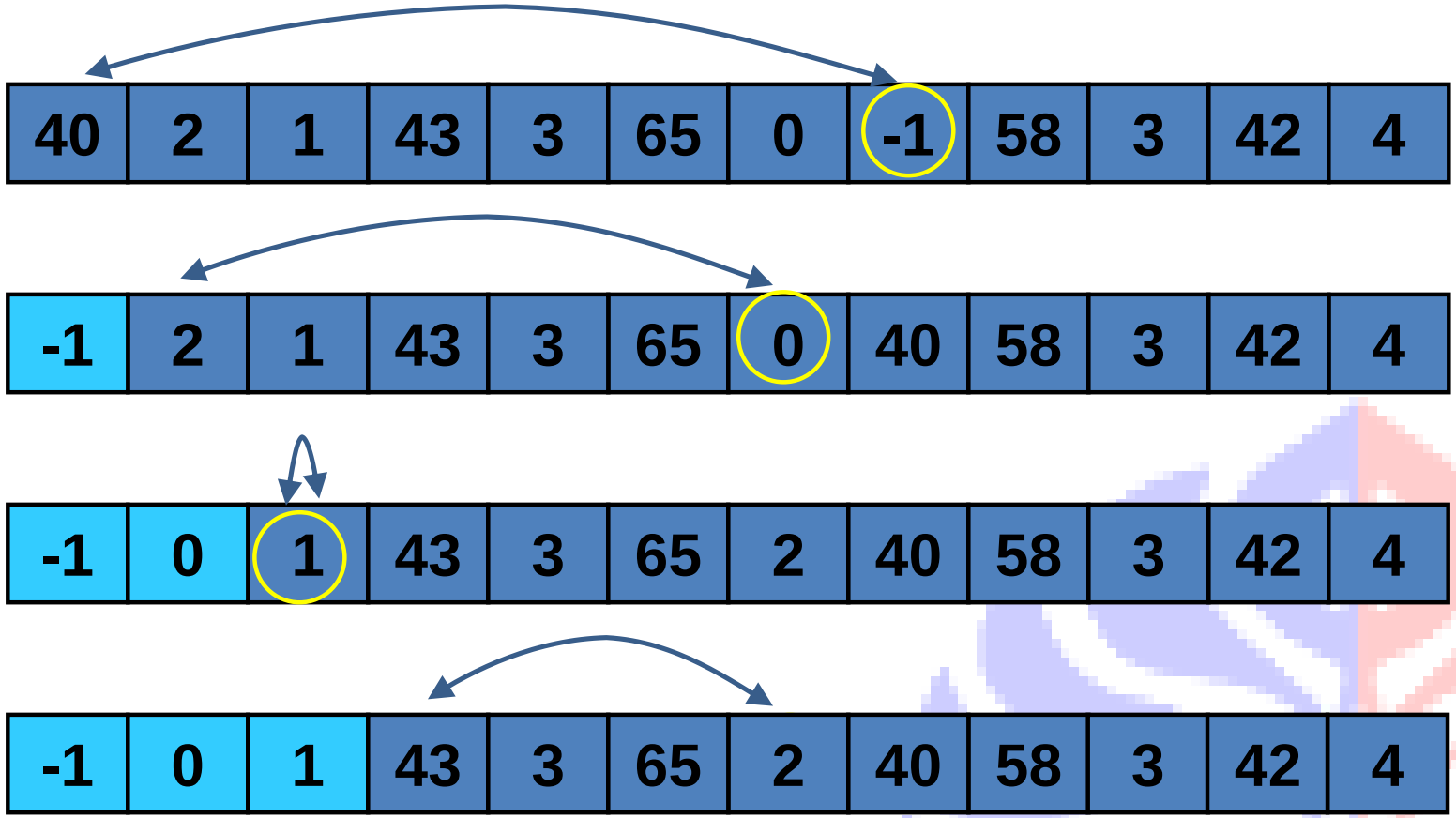
Bubble sort

- Running time:
  - Worst case: $O(n^2)$
  - Best case: O(n) – kapan? Mengapa?
- Variasi:
  - bi-directional bubble sort
    - original bubble sort: hanya bergerak ke satu arah
    - bi-directional bubble sort bergerak dua arah (bolak balik)

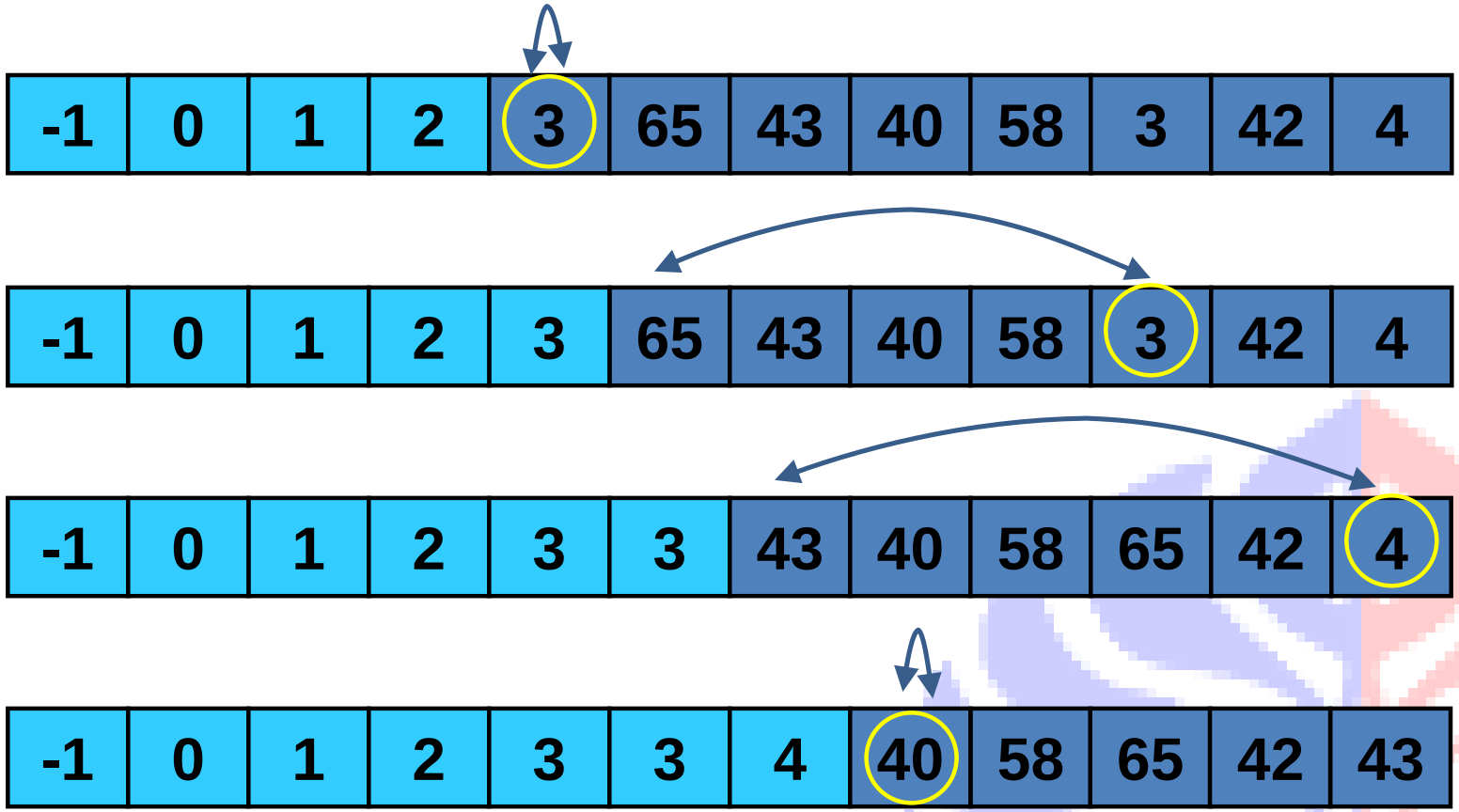
Selection sort: Ide dasar

- Kondisi awal:
  - Unsorted (semua data) & Sorted (sorted list kosong).
- Ambil yang terbaik (select) dari unsorted list, tambahkan di belakang sorted list.
- Lakukan terus sampai unsorted list habis.
- Variasi algoritma:
  - Sorted di kiri, unsorted di kanan (mencari minimum).
  - Sorted di kanan, unsorted di kiri (mencari maksimum).

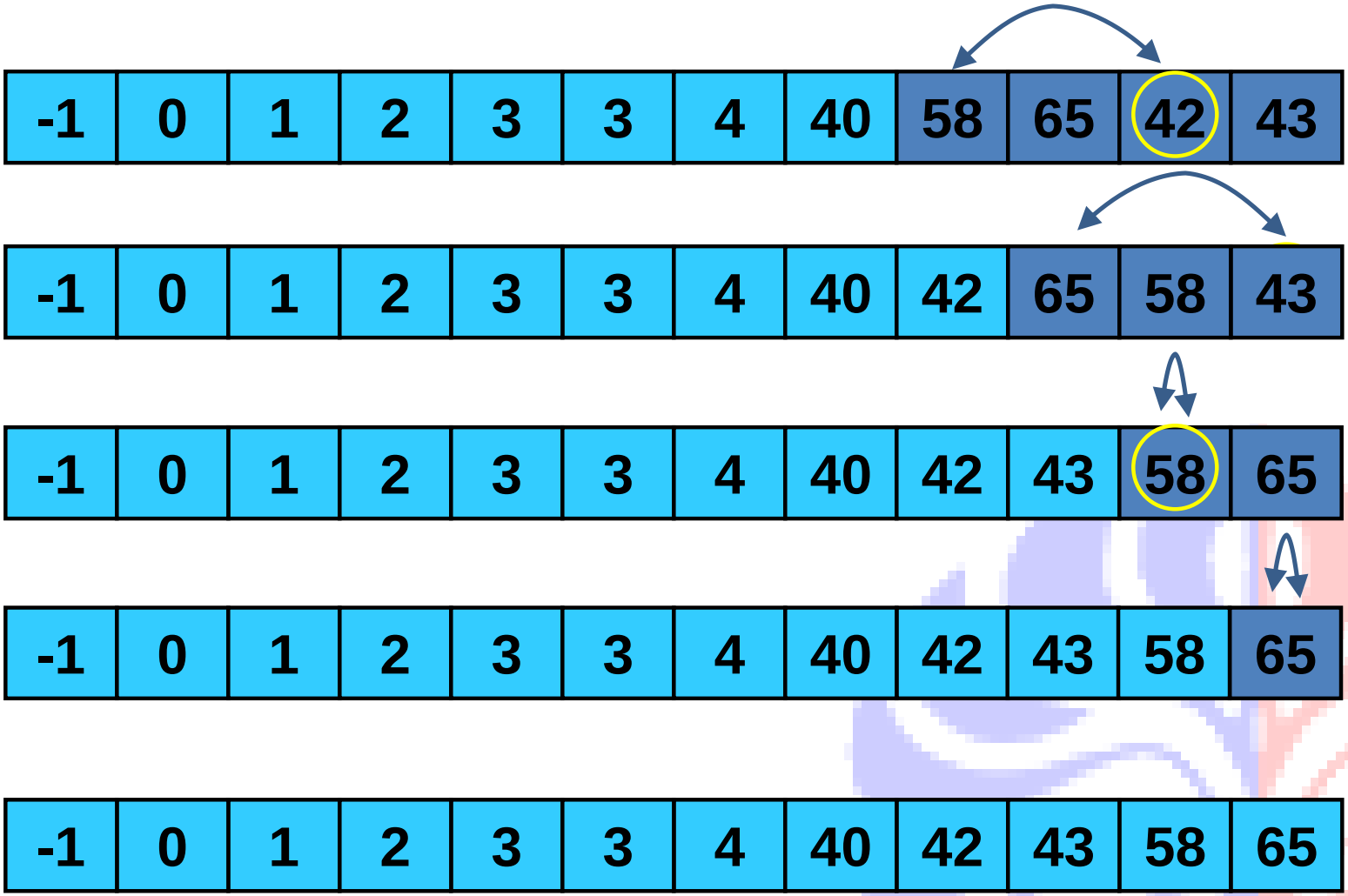
Selection sort (Sorted di Kiri): Contoh



Selection sort (Sorted di Kiri): Contoh (lanj.)



Selection sort (Sorted di Kiri): Contoh (lanj.)



Selection sort (Sorted di Kanan): Contoh

40	2	1	43	3	65	0	-1	58	3	42	4
40	2	1	43	3	4	0	-1	58	3	42	65
40	2	1	43	3	4	0	-1	42	3	58	65
40	2	1	3	3	4	0	-1	42	43	58	65

.

.

.

-1	0	1	2	3	3	4	40	42	43	58	65
-1	0	1	2	3	3	4	40	42	43	58	65

Selection sort: Algoritma Sorted di Kiri

```
void sort(int a[]) throws Exception
{
    for (int i = 0; i < a.length; i++) {
        int min = i;

        for (int j = i + 1; j < a.length; j++)
            if (a[j] < a[min])
                min = j;

        int T = a[min];
        a[min] = a[i];
        a[i] = T;
    }
}
```

Cari elemen terkecil dari unsorted list.

Pindahkan ke akhir sorted list.

Selection sort: Algoritma Sorted di Kanan

```
void sort(int a[]) throws Exception
{
    for (int i = a.length-1; i > 0; i--) {
        int max = i;

        for (int j = 0; j < i; j++)
            if (a[j] > a[max])
                max = j;

        int T = a[max];
        a[max] = a[i];
        a[i] = T;
    }
}
```

Cari elemen terbesar dari unsorted list.

Pindahkan ke awal sorted list.

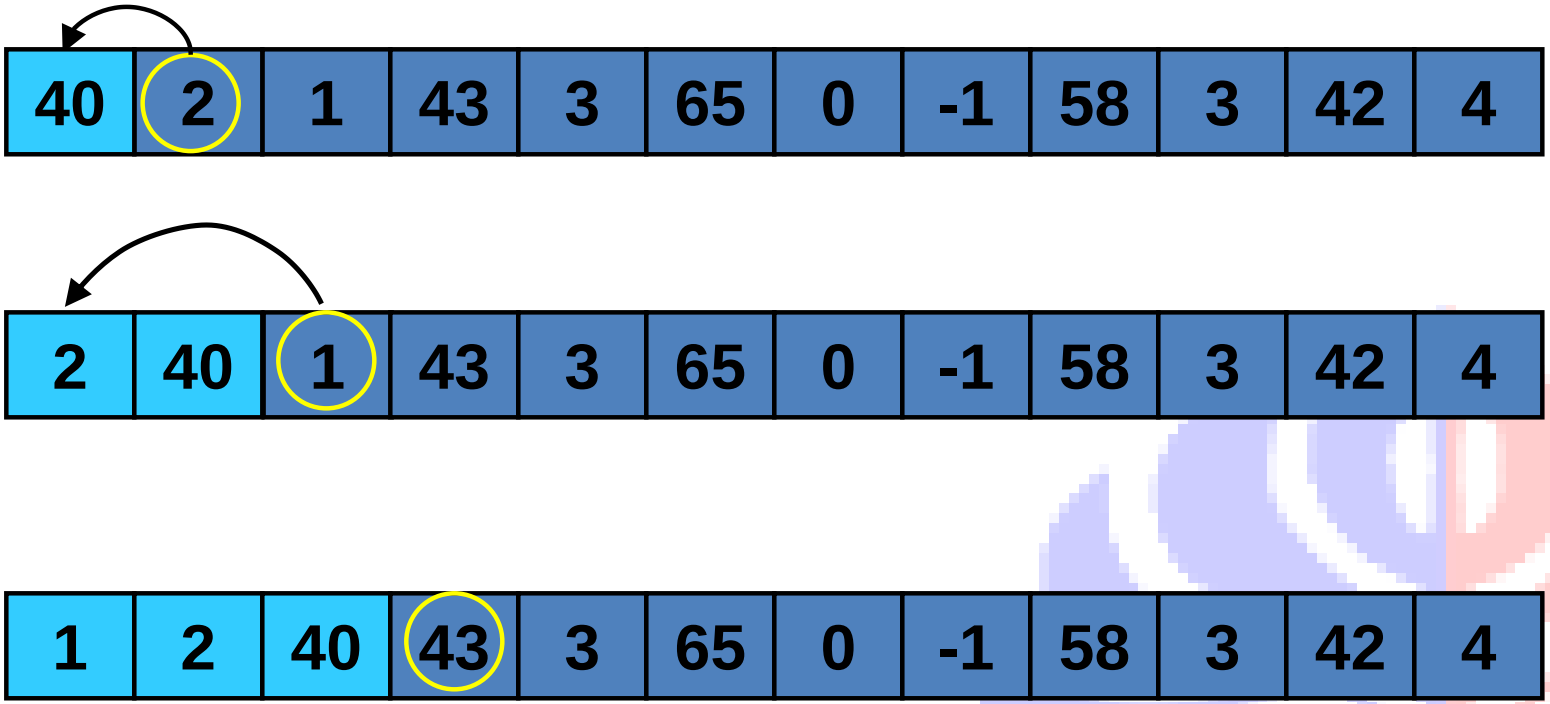
Selection sort: Analisis

- Running time:
  - Worst case: $O(n^2)$
  - Best case: $O(n^2)$
- Berdasarkan analisis *big-oh*, apakah selection sort lebih baik dari bubble sort?
- Apakah running time yang sebenarnya merefleksikan analisis tersebut?

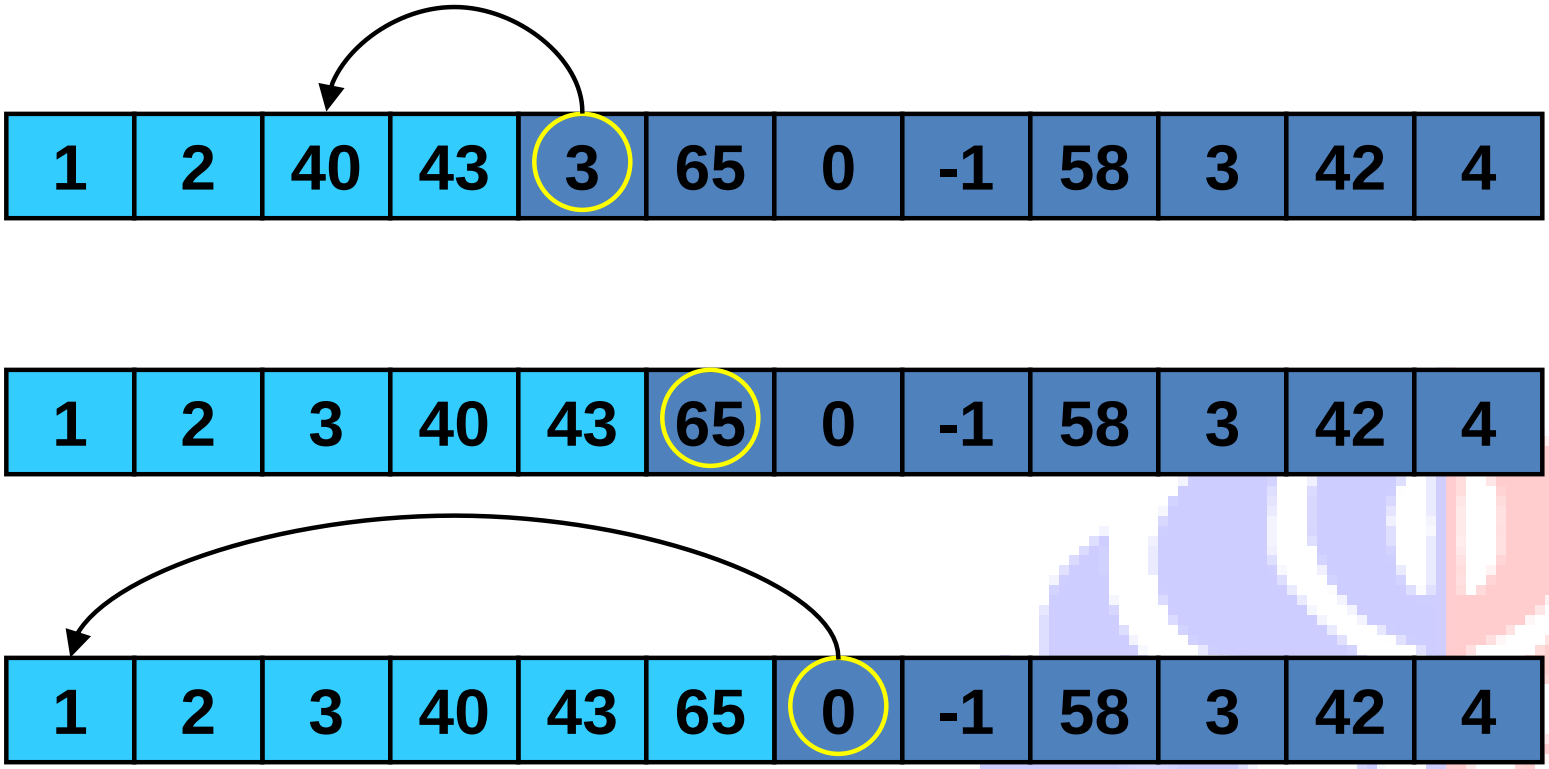
Insertion sort: Ide dasar

- Kondisi awal:
  - Unsorted list = data
  - Sorted list = kosong
- Ambil sembarang elemen dari unsorted list, sisipkan (insert) pada posisi yang benar dalam sorted list.
- Lakukan terus sampai unsorted list habis.
- Bayangkan anda mengurutkan kartu.

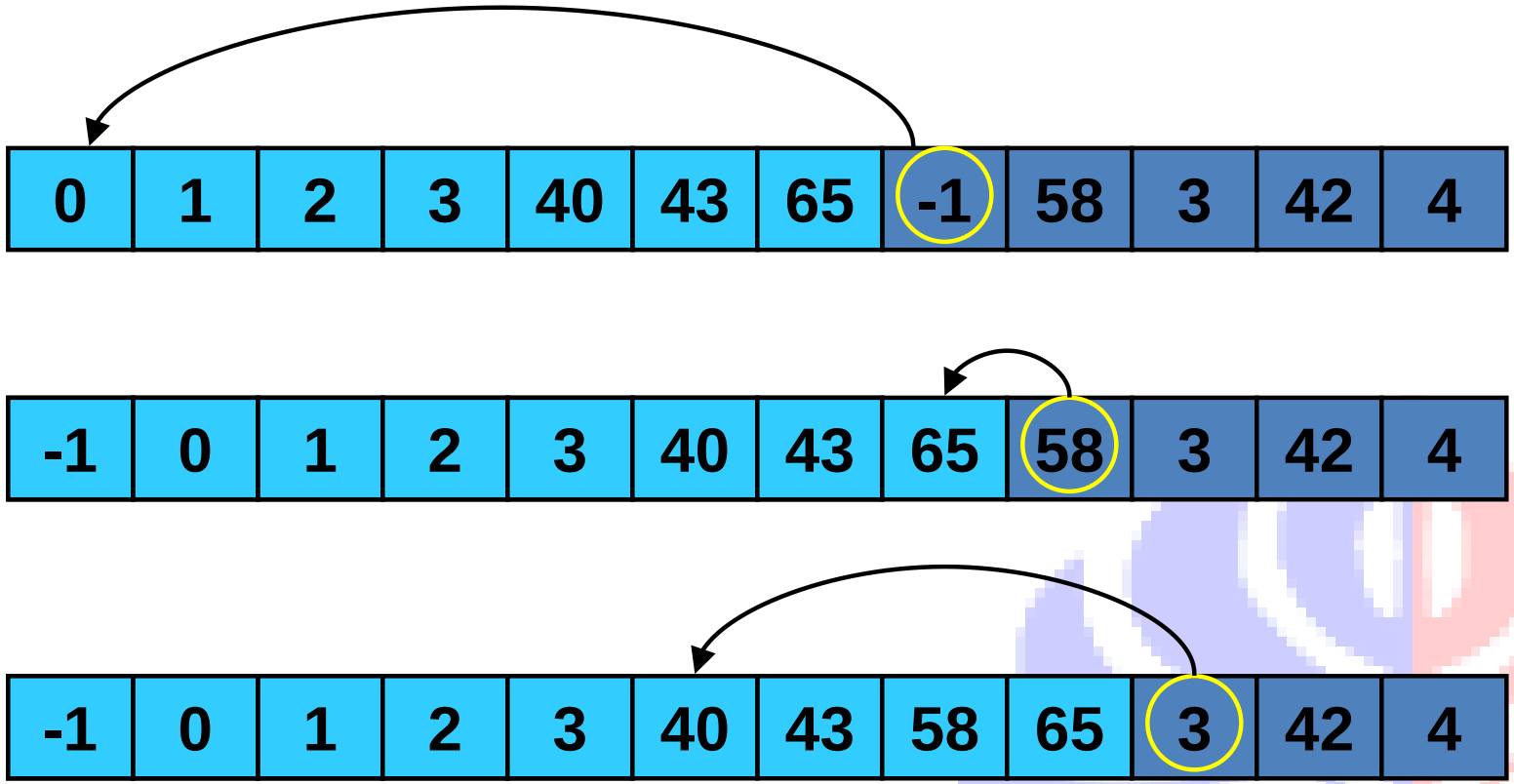
Insertion sort: Contoh



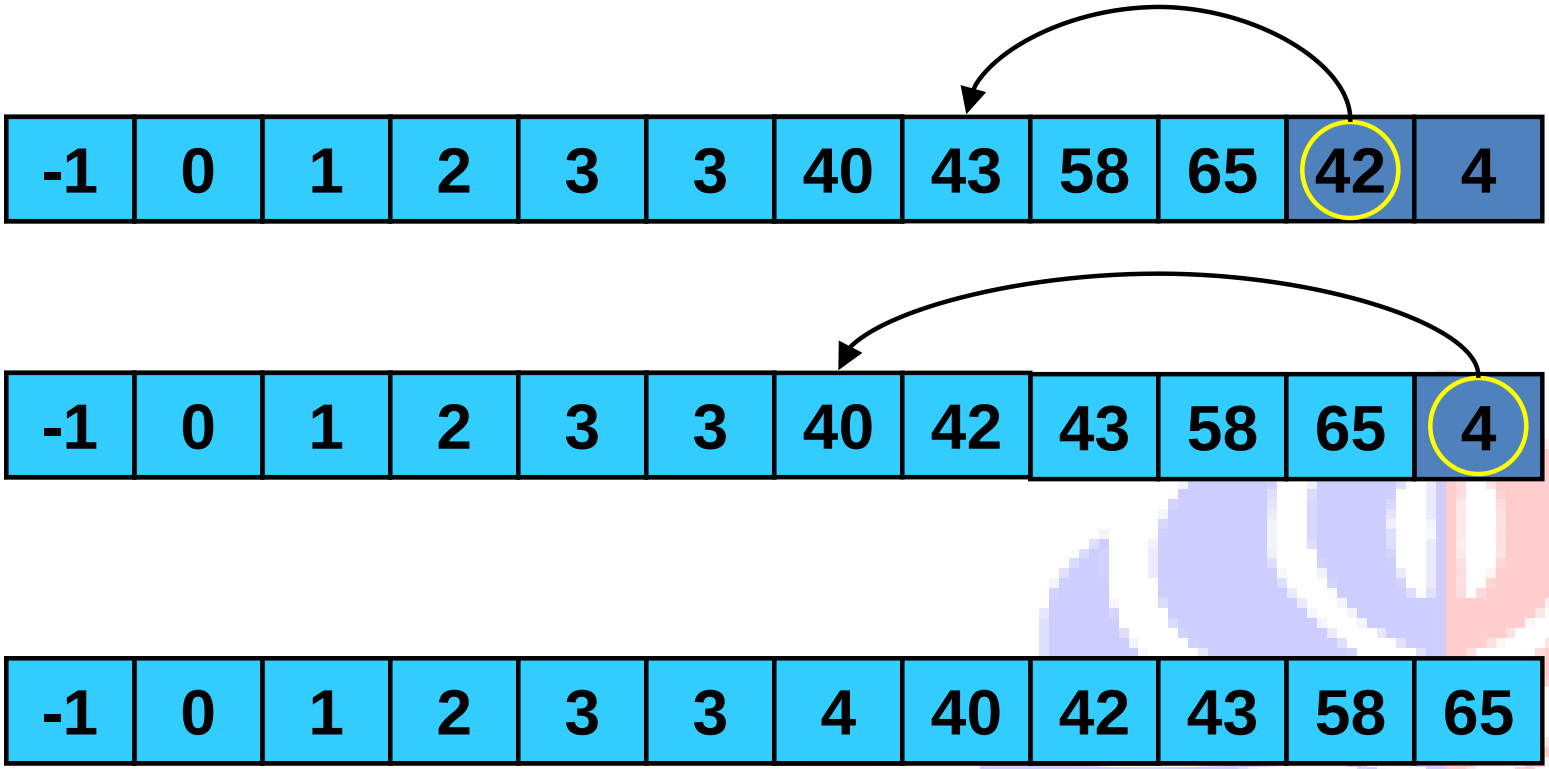
Insertion sort: Contoh (lanj.)



Insertion sort: Contoh (lanj.)



Insertion sort: Contoh (lanj.)



Insertion sort: Algoritma

- Insertion sort untuk mengurutkan array integer

```
public static void insertionSort (int[] a)
{
    for (int ii = 1; ii < a.length; ii++) {
        int jj = ii;

        while (( jj > 0) && (a[jj] < a[jj - 1])) {
            int temp = a[jj];
            a[jj] = a[jj - 1];
            a[jj - 1] = temp;
            jj--;
        }
    }
}
```

Ambil elemen pertama dalam unsorted list.

Sisipkan ke dalam sorted list.

- Perhatikan: ternyata nilai di `a[jj]` selalu sama ⇒ kita dapat melakukan efisiensi di sini!

Insertion sort: Algoritma (modif.)

- Insertion sort yang lebih efisien:

```
public static void insertionSort2 (int[] a)
{
    for (int ii = 1; ii < a.length; ii++) {
        int temp = a[ii];
        int jj = ii;
        while (( jj > 0) && (temp < a[jj - 1])) {
            a[jj] = a[jj - 1];
            jj--;
        }
        a[jj] = temp;
    }
}
```

Tidak segera ditukar, tapi disimpan di temp (hanya pergeseran)

Setelah pergeseran baru disisipkan.

Insertion sort: Analisis

- Running time analysis:
  - Worst case: $O(n^2)$
  - Best case: $O(n)$
- Apakah *insertion sort* lebih cepat dari *selection sort*?
- Perhatikan persamaan dan perbedaan antara *insertion sort* dan *selection sort*.

Terhantam tembok kompleksitas…

- Bubble sort, Selection sort, dan Insertion sort semua memiliki *worst case* sama: $O(N^2)$.
- Ternyata, untuk algoritma manapun yang pada dasarnya menukar elemen bersebelahan (adjacent items), ini adalah "best worst case": $\Omega(N^2)$
- Dengan kata lain, disebut *lower bound*
- Bukti: Section 8.3 buku Weiss

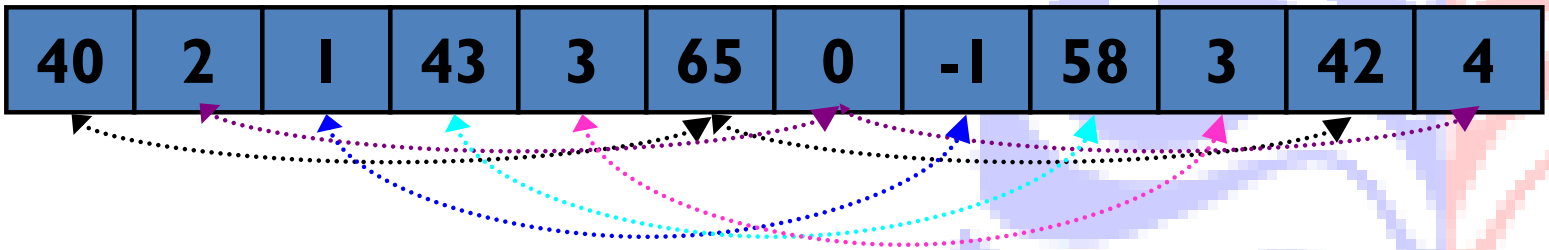
Shell sort

Ide Donald Shell (1959): Tukarlah elemen yang berjarak jauh!

Original:

40	2	1	43	3	65	0	-1	58	3	42	4

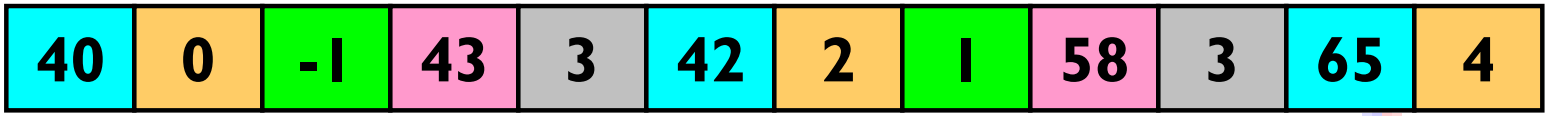
5-sort: Sort setiap item yang berjarak 5 (secara insertion sort):



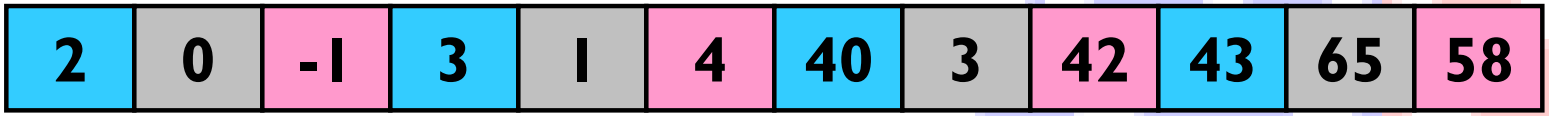
Shell sort

Original:

After 5-sort:



After 3-sort:



After 1-sort:

Shell sort: Gap values

- Gap: jarak antara elemen yang di-sort.
- Seiring berjalannya waktu, gap diperkecil. Shell sort juga dikenal sebagai Diminishing Gap Sort.
- Shell mengusulkan mulai dengan ukuran awal gap = N/2, dan dibagi 2 setiap langkah.
- Ada banyak variasi pemilihan gap.

Kinerja Shell sort

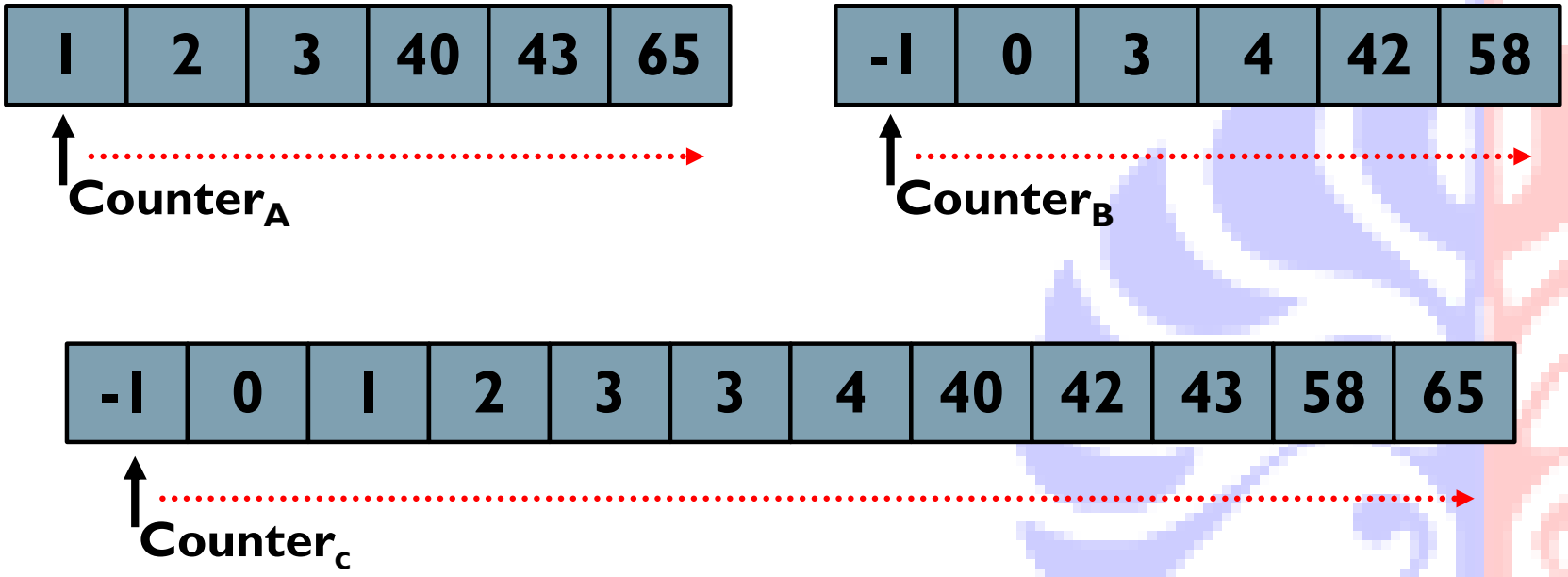
N	Insertion sort	Shell sort		
		Shell's	Nilai gap ganjil	Dibagi 2.2
1000	122	11	11	9
2000	483	26	21	23
4000	1936	61	59	54
8000	7950	153	141	114
16000	32560	358	322	269
32000	131911	869	752	575
64000	520000	2091	1705	1249

	$O(N^2)$	$O(N^{3/2})$	$O(N^{5/4})$	$O(N^{7/6})$
N dinaikkan 2 kali	Meningkat 4 kali	Meningkat 2.4 kali	Meningkat 2.33 kali	Meningkat 2.28 kali

Ada 3 "nested loop", tetapi Shell sort masih lebih baik dari Insertion sort. Mengapa?

Merge sort: Ide dasar

- Divide and conquer approach
- Idenya:
  - Menggabungkan (merge) 2 ***sorted* array** butuh waktu O(n)
  - Membagi sebuah array jadi 2 hanya butuh waktu O(1)



Merge sort: Implementasi operasi *merge*

- Implementasikan method yang me-*merge* 2 *sorted array* ke dalam 1 *sorted array*!
- Asumsi: `a` dan `b` sudah ter-sort, `|c| = |a|+|b|`

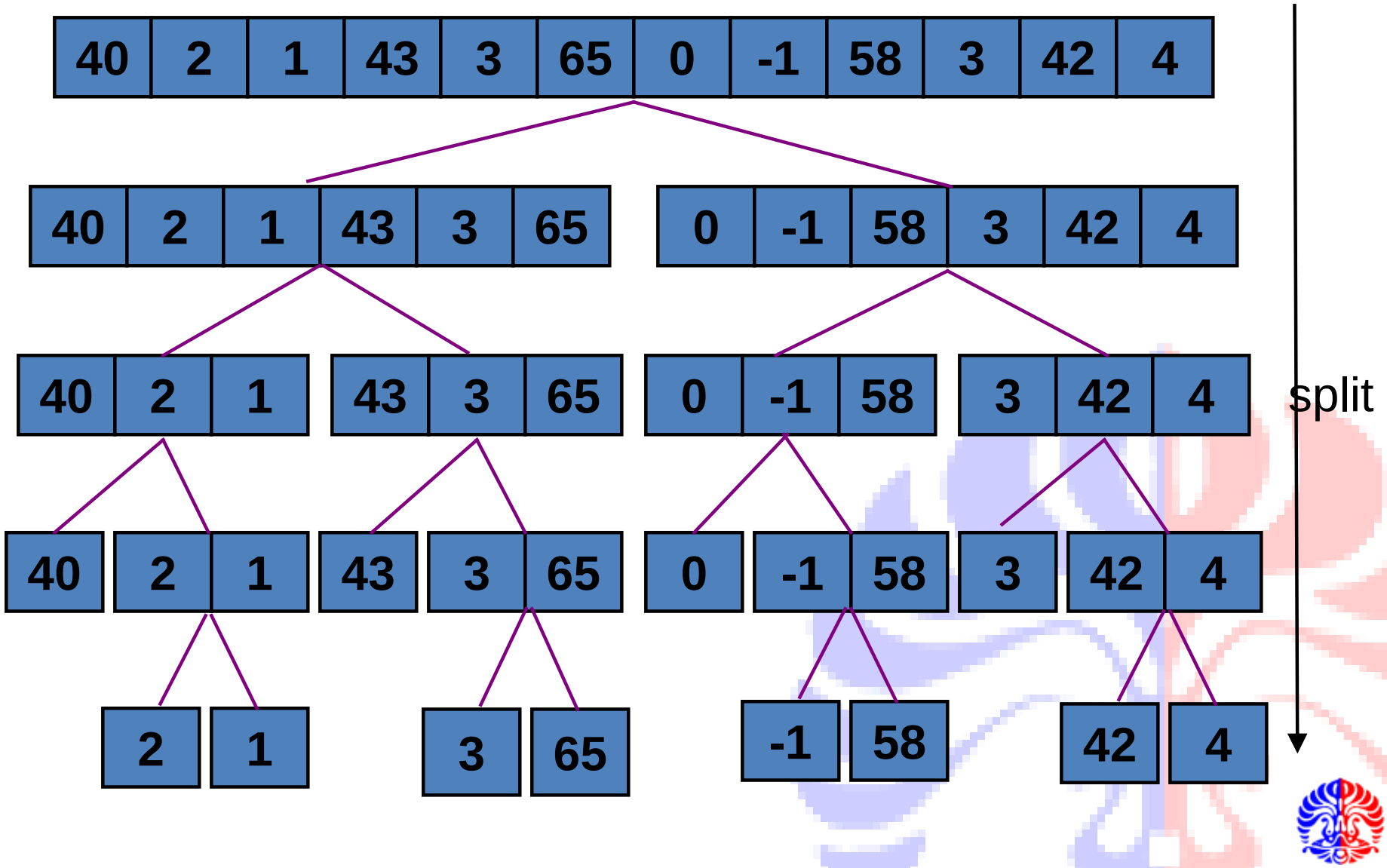
```
public static void merge (int[] a, int[] b, int[] c)
{









}
```

- Bisakah anda implementasikan tanpa perlu *temporary space*?

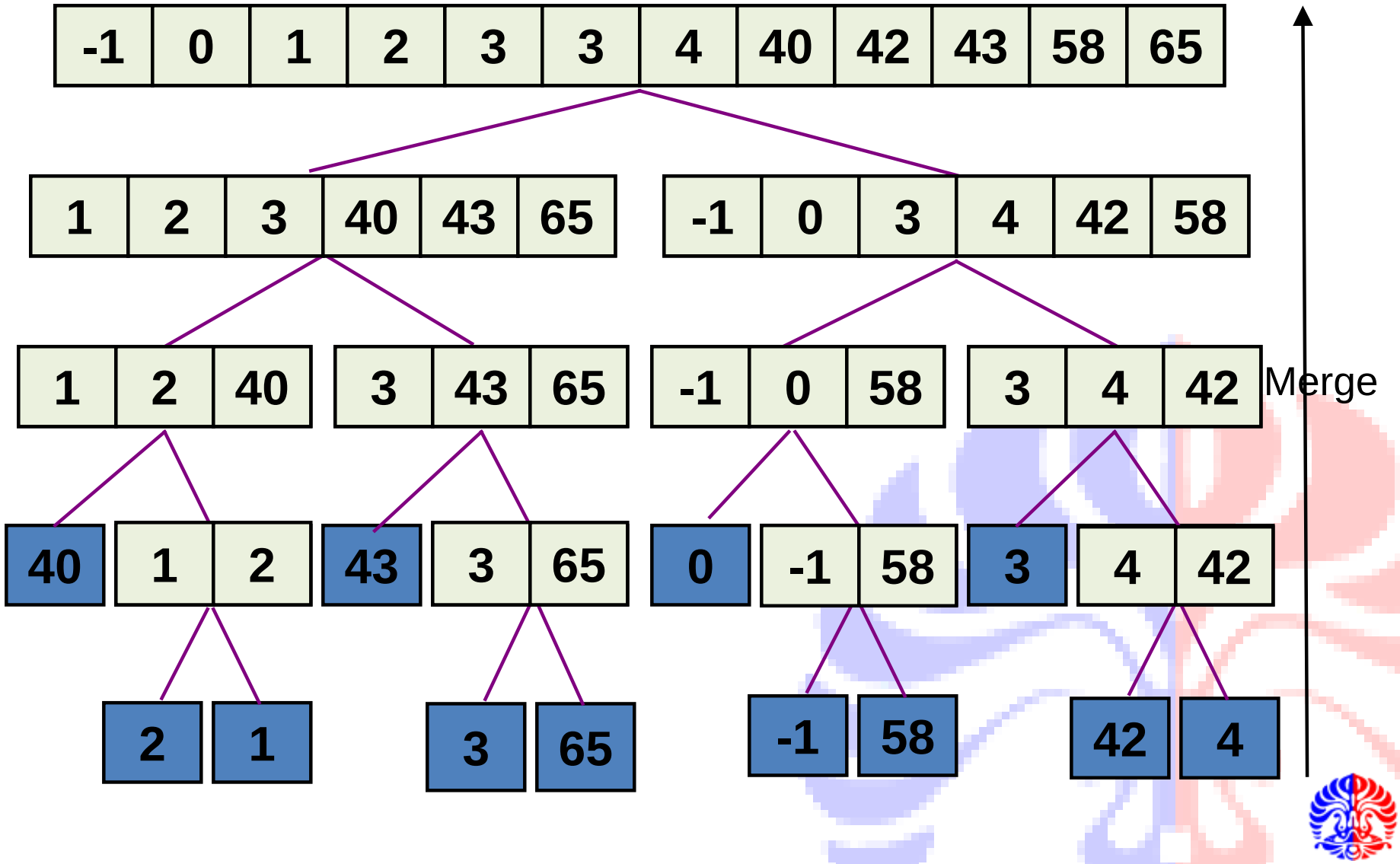
Merge sort: Algoritma rekursif

- *Base case*: jika jumlah elemen dalam array yang perlu di-sort adalah 0 atau 1.
- Recursive case: secara rekursif, sort bagian pertama dan kedua secara terpisah.
- Penggabungan: Merge 2 bagian yang sudah di-sort menjadi satu.

Merge sort: Contoh

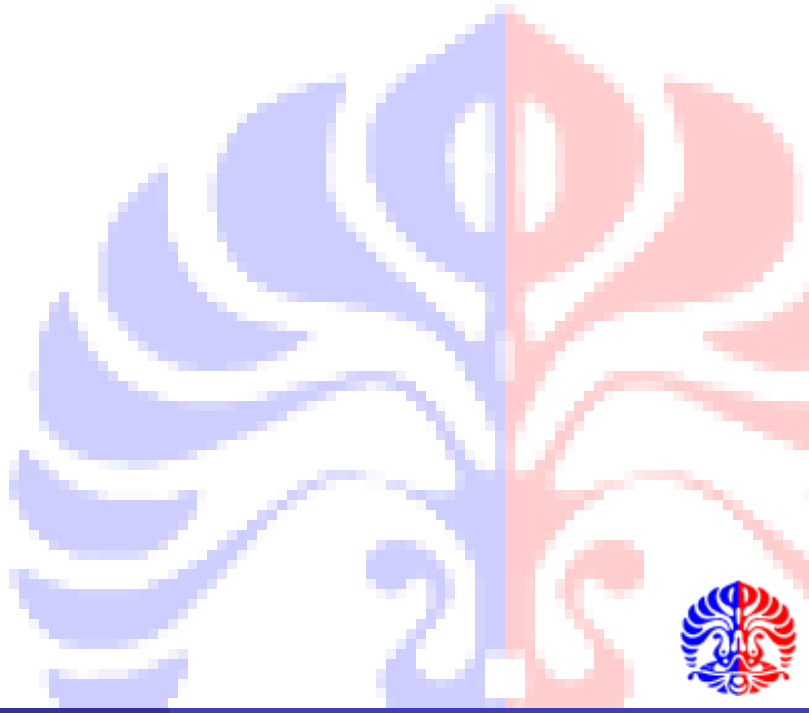


Merge sort: Contoh



Merge sort: Analisis

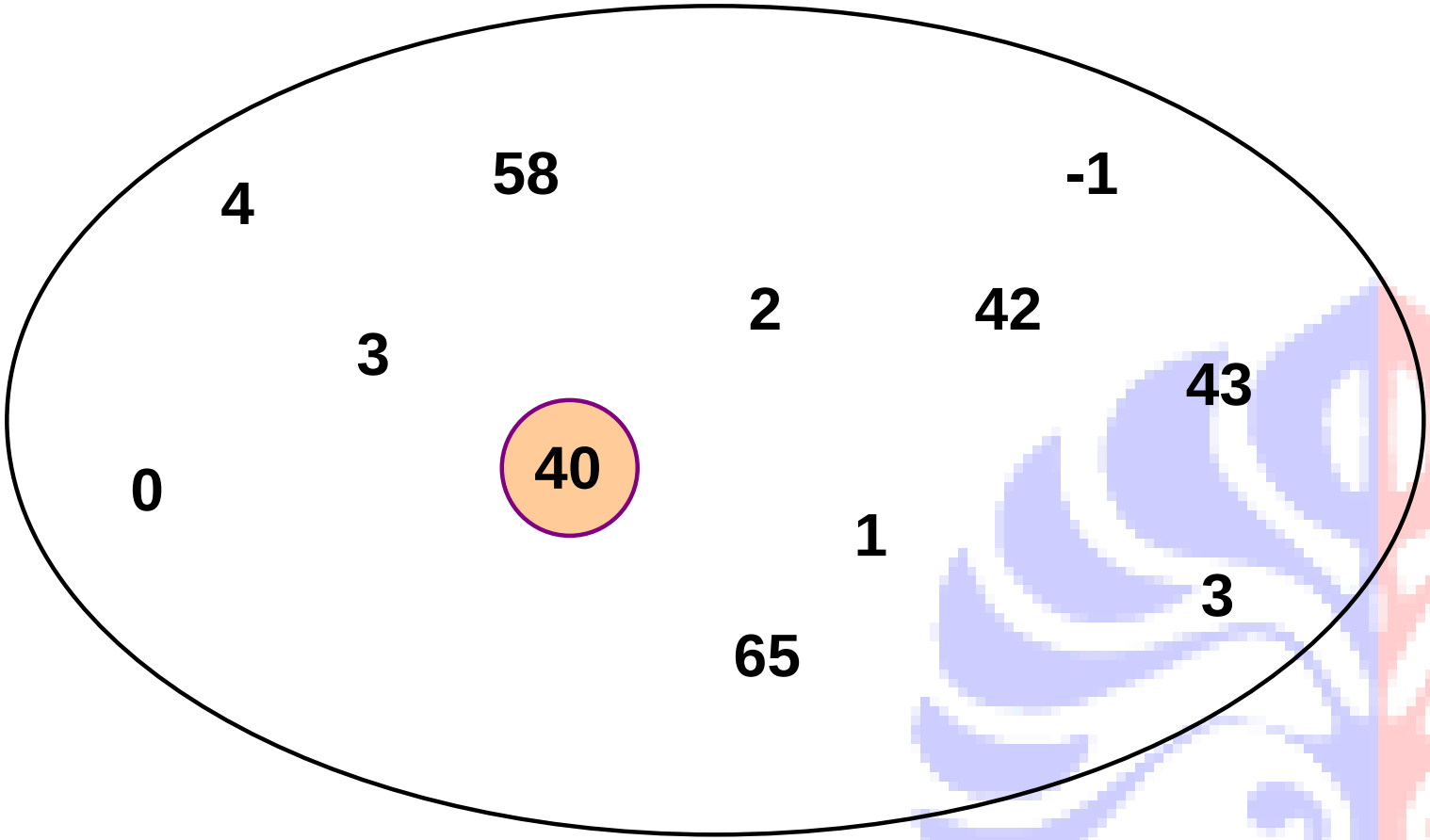
- Running Time: O(*n log n*)
- Mengapa?



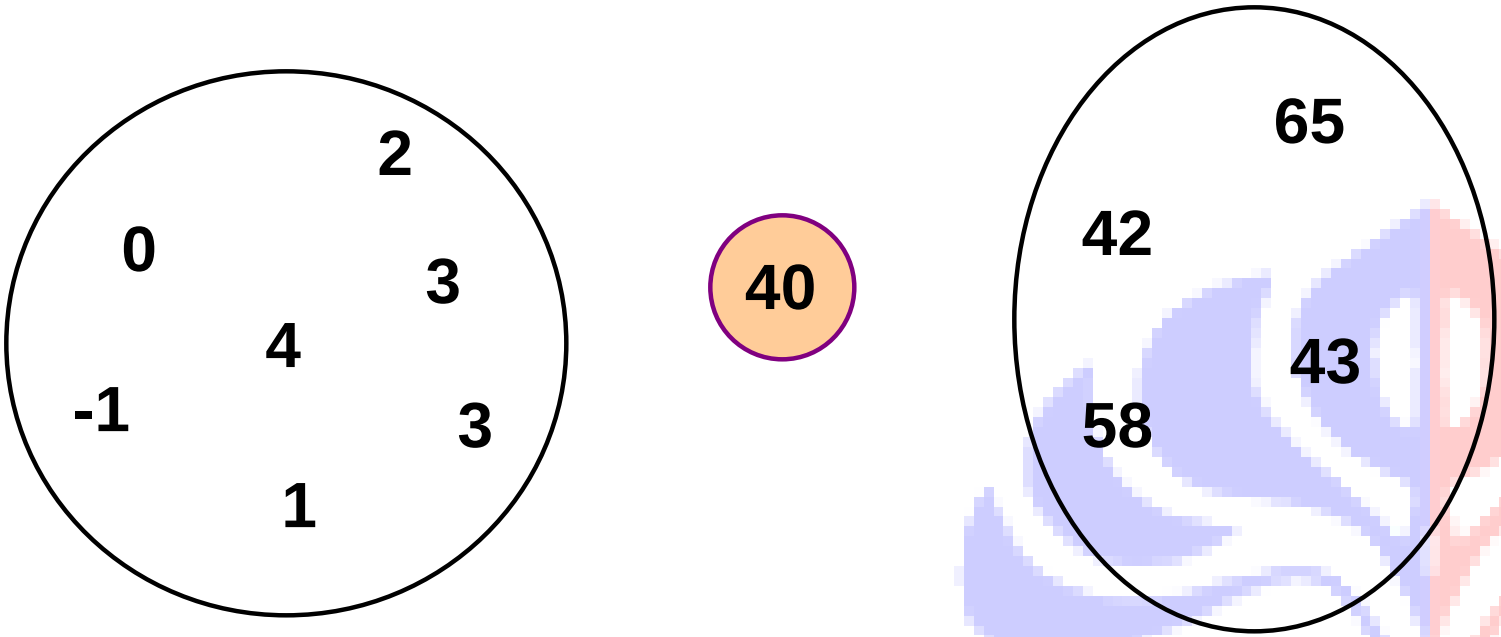
Quick sort: Ide dasar

- Divide and conquer approach
- Algoritma *quickSort(S)*:
  - Jika jumlah elemen dalam S = 0 atau 1, return.
  - Pilih sembarang elemen $v \in S$ – sebutlah pivot.
  - Partisi S – {v} ke dalam 2 bagian:
    - $L = \{x \in S - \{v\} \mid x \leq v\}$
    - $R = \{x \in S - \{v\} \mid x \geq v\}$
  - Kembalikan nilai *quickSort(L)*, diikuti *v*, diikuti *quickSort(R)*.

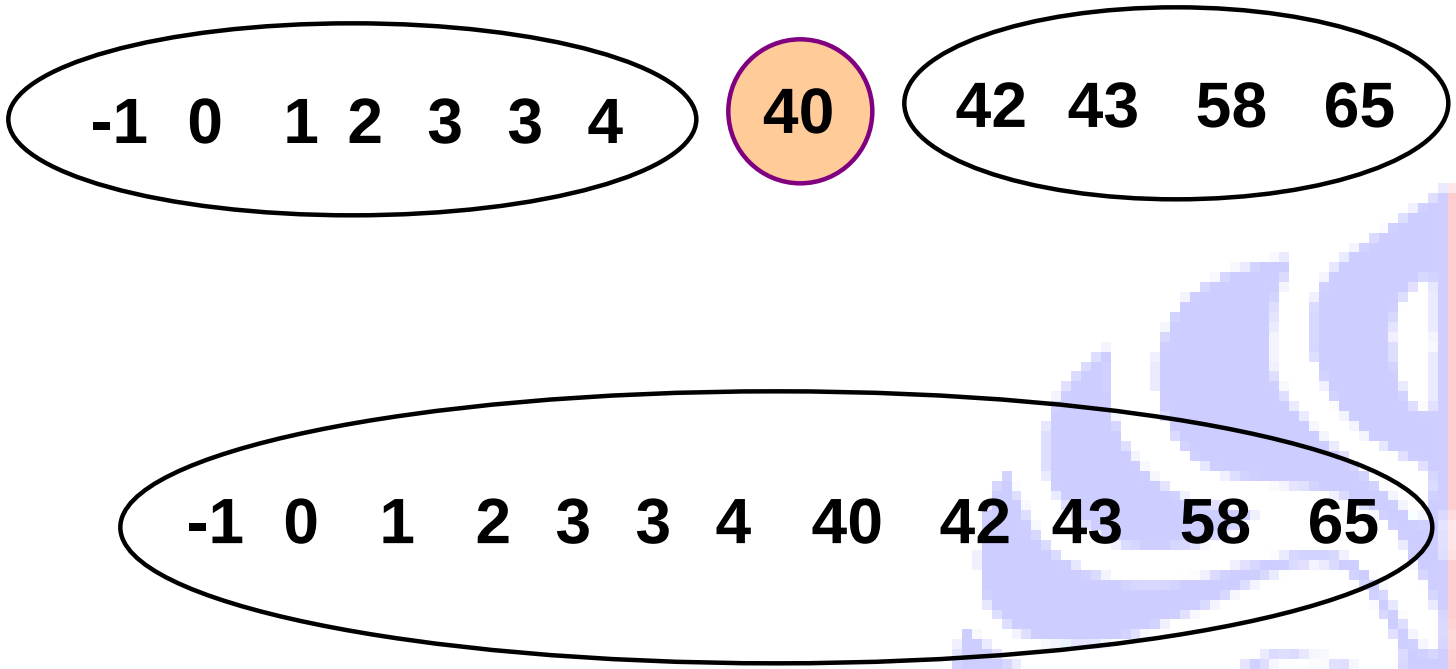
Quick sort: Pilih elemen *pivot*



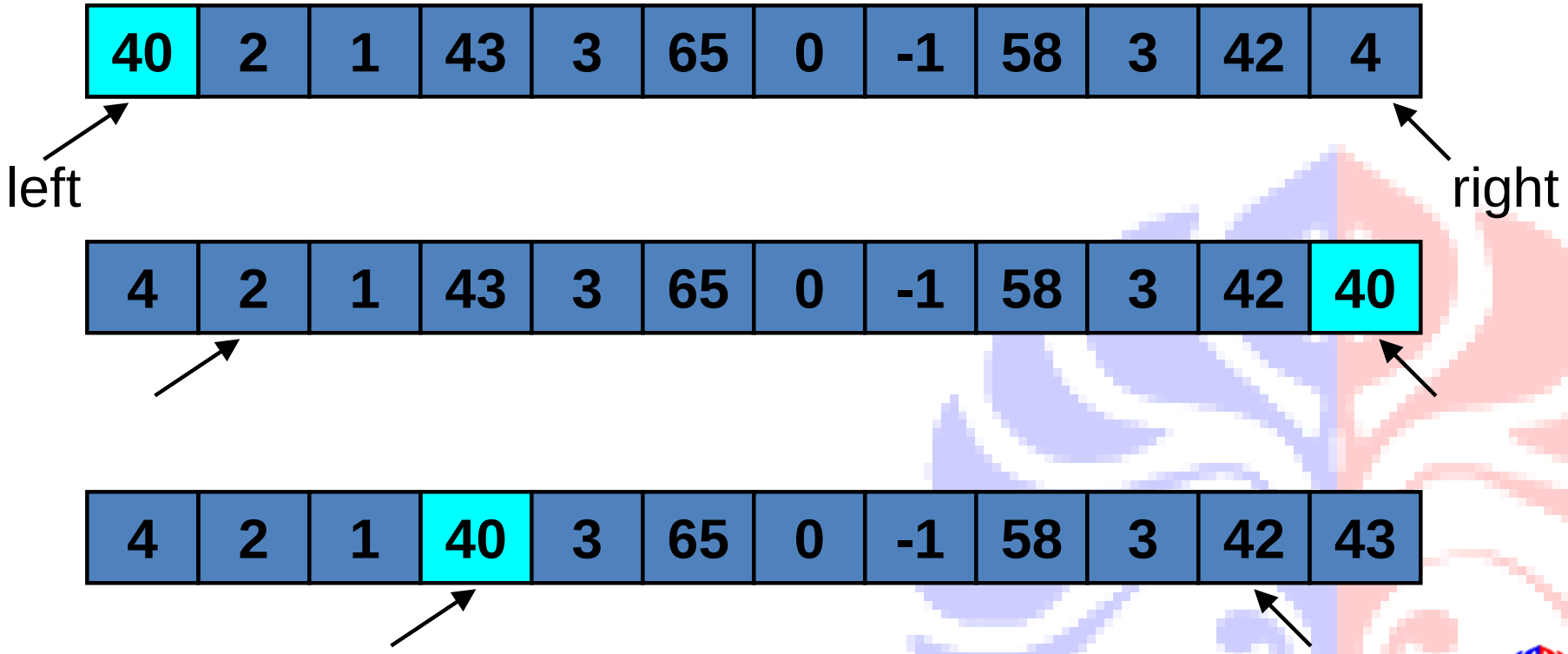
Quick sort: Partition



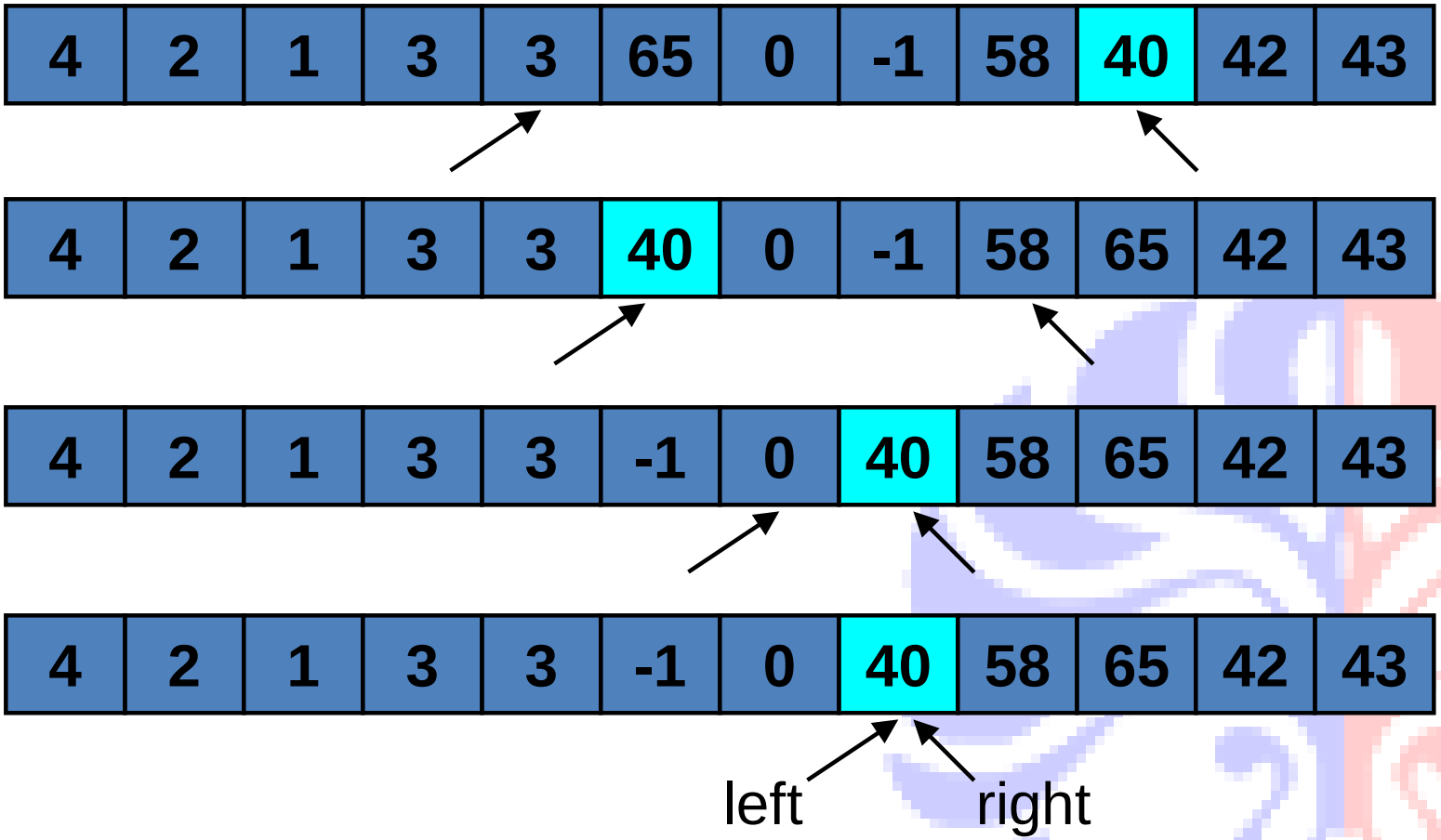
Quick sort: Sort scr. rekursif, gabungkan



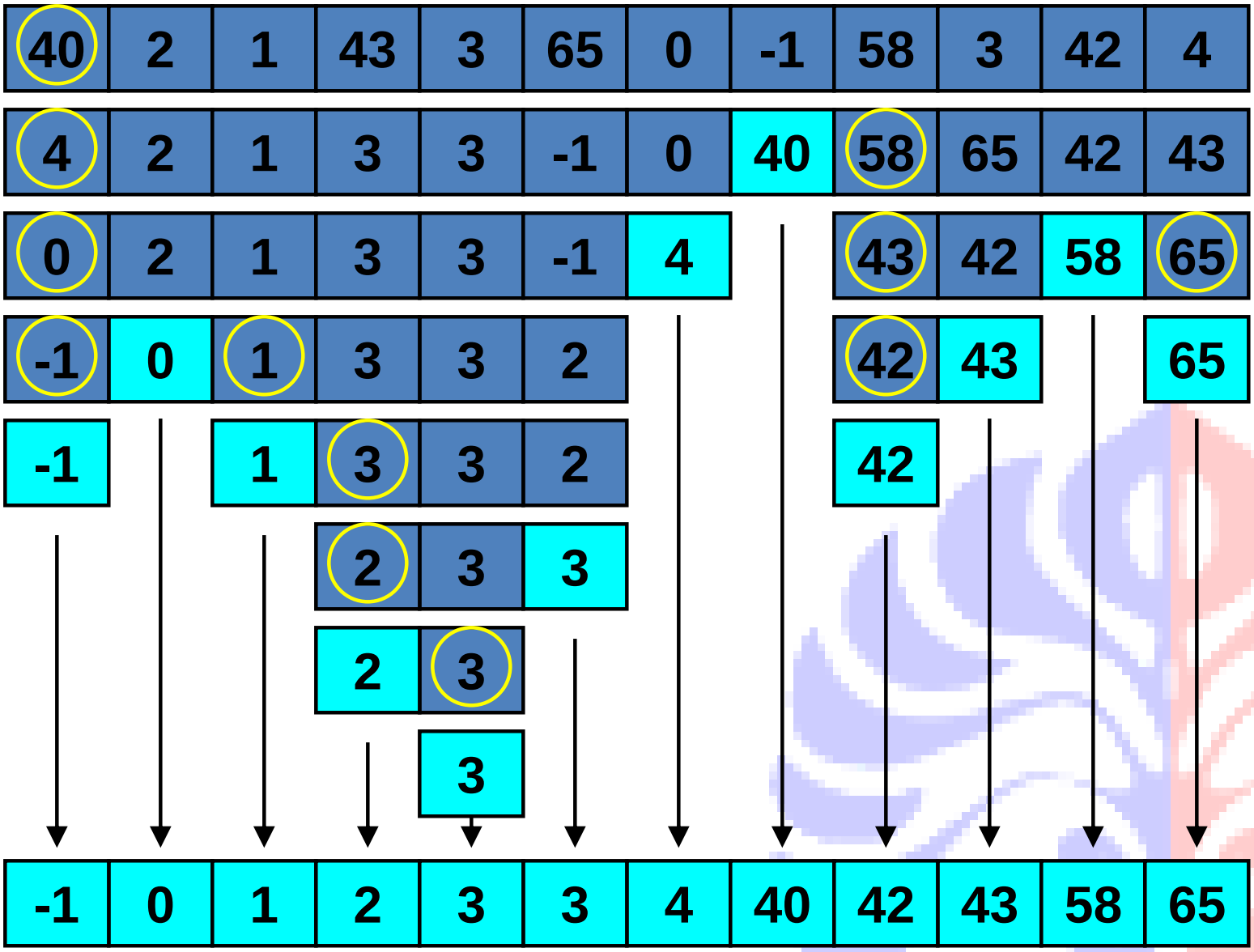
Quick sort: Partition algorithm 1



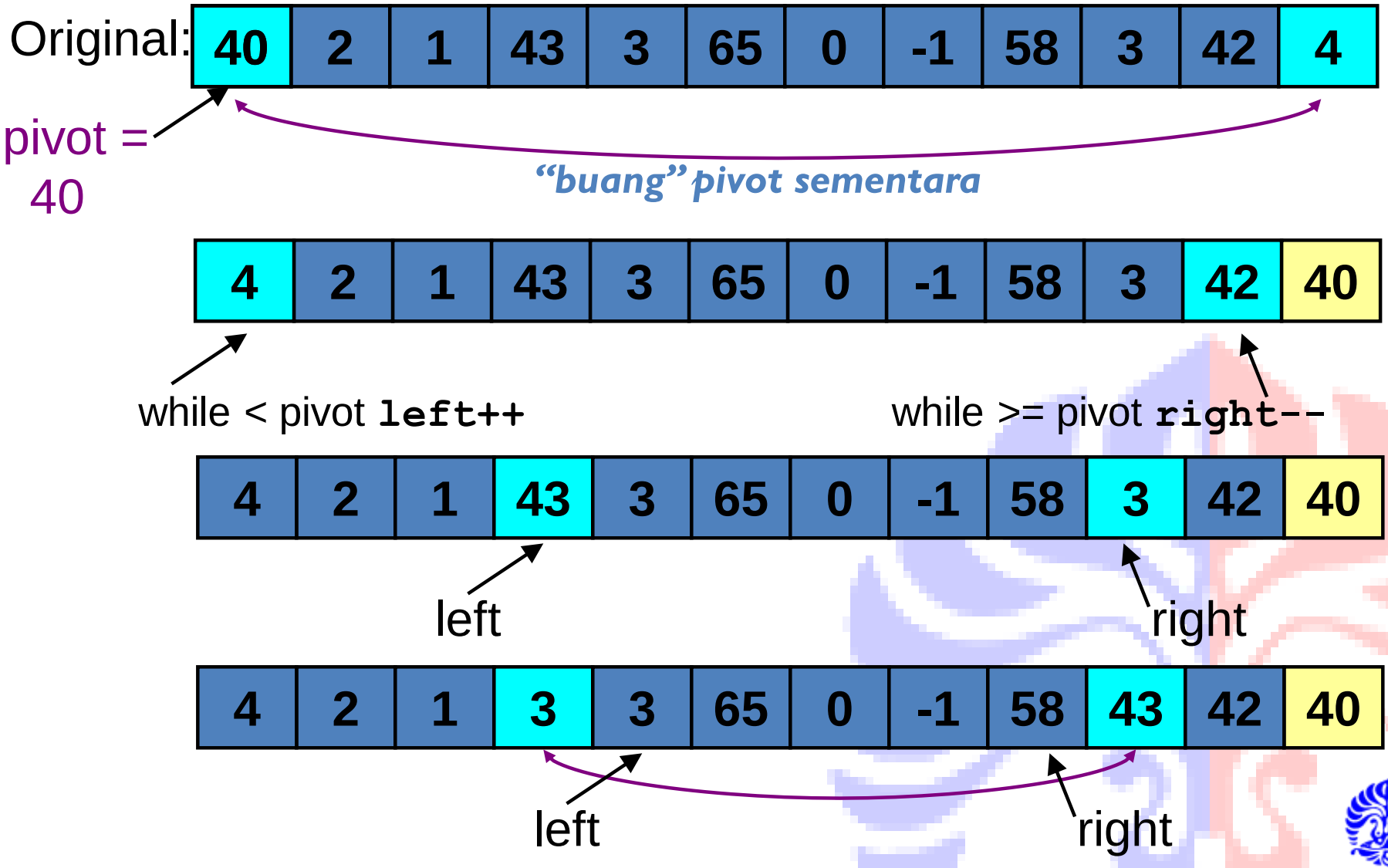
Quick sort: Partition algorithm 1



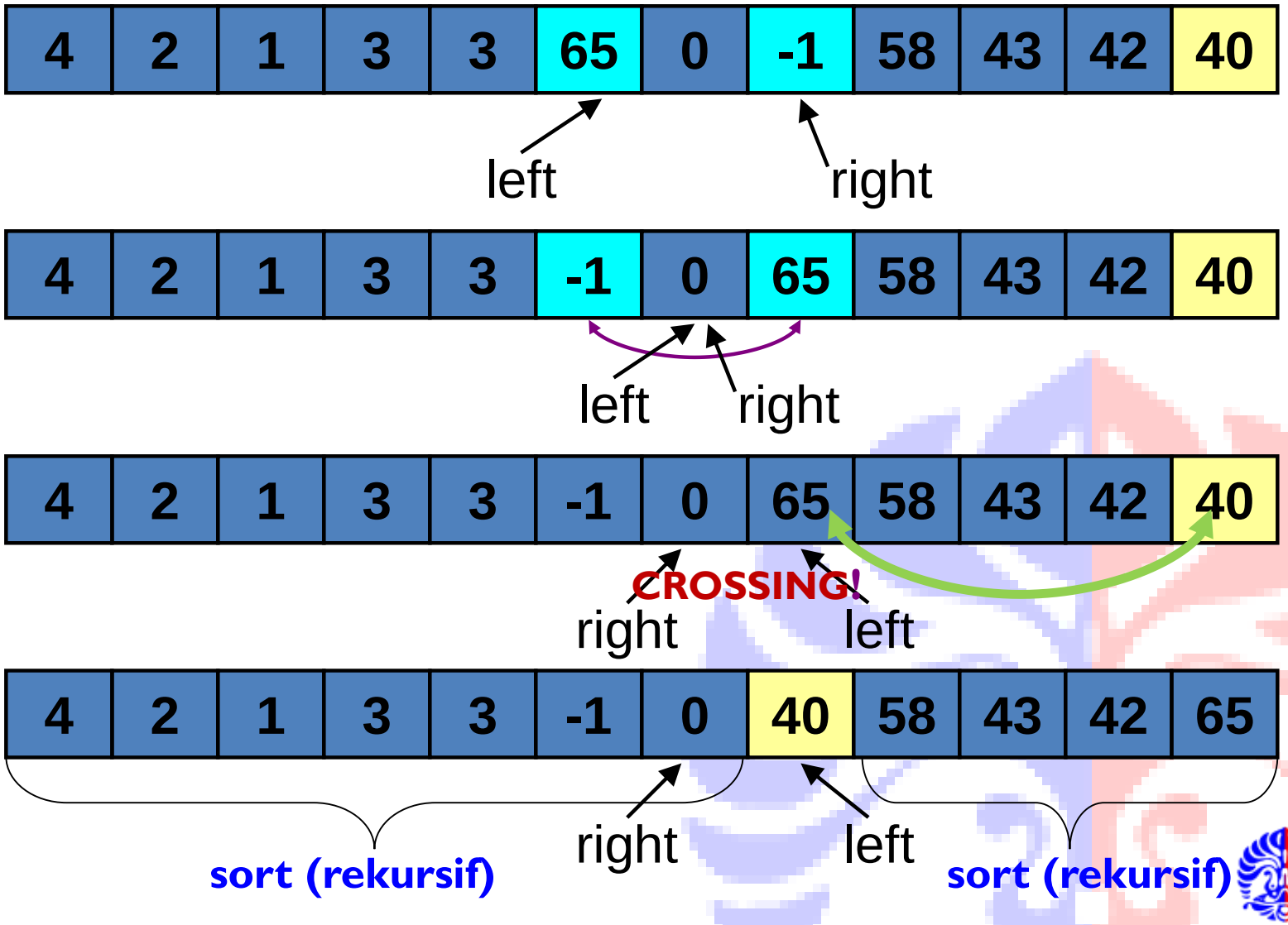
Quick sort: Partition algorithm 1



Quick sort: Partition algorithm 2



Quick sort: Partition algorithm 2



Quick sort: Implementasi

```
static void quickSort(int a[], int low, int high)
{
    if(high <= low) return; // base case
    pivotIdx = low; // select "best" pivot
    pivot = a[pivotIdx];

    swap (a, pivotIdx, high);     // move pivot out of the way
    int i = low, j = high-1;
    while (i <= j) {
        // find large element starting from left
        while (i<=high && a[i]<pivot) i++;

        // find small element starting from right
        while (j>=low && a[j]>=pivot) j--;

        // if the indexes have not crossed, swap
        if (i < j) swap (a, i, j);
    }
    swap(a,i,high);        // restore pivot to index i
    quickSort (a, low, i-1);   // sort small elements
    quickSort (a, i+1, high);  // sort large elements
}
```

Quick sort: Analisis

- Proses partitioning butuh waktu: O(n)
- Proses merging butuh waktu: O(1)
- Untuk setiap *recursive call*, algoritma quicksort butuh waktu: O(n)
- Pertanyaannya: berapa *recursive call* dibutuhkan untuk men-sort sebuah array?

Quick sort: Memilih pivot

- Pivot ideal:
  - Elemen median
- Yang biasa dijadikan calon pivot:
  - Elemen pertama
  - Elemen terakhir
  - Elemen di tengah-tengah
  - Median dari ketiga elemen tsb.
  - Elemen yang dipilih secara random

Generic sort

- Semua algoritma yang telah kita lihat men-*sort* `int`.
- Bagaimana jika kita ingin sort `String`? `DataMhs`? `CD`?
- Apa perlu dibuat method untuk setiap class? Tidak!
- Agar object bisa di-sort, mereka harus bisa dibandingkan dengan object lainnya (*comparable*).
- Solusinya:
  - Gunakan ***interface*** yang mengandung method yang dapat membandingkan dua buah object.

Interface `java.lang.comparable`

- Dalam Java, sifat generik "*comparable*" didefinisikan dalam interface `java.lang.comparable`:

```
public interface Comparable
{
    public int compareTo (Object ob);
}
```

- Method `compareTo` returns:
  - <0: object (`this`) "lebih kecil" dari parameter '`ob`'
  - 0: object (`this`) "sama dengan" parameter '`ob`'
  - >0: object (`this`) "lebih besar" dari parameter '`ob`'

Algoritma-algoritma Sorting Lanjut

- Timsort
  - Author: Tim Peters (2002).
  - Implementasi:
    - Python 2.3 sebagai standard sorting algo.
    - Java 7 (termasuk untuk non-primitive types).
- Quicksort Dual-pivot.
  - Author: Vladimir Yaroslavskiy (2009)
    - Note: Multi-pivot Quicksort, Author: Shrinu Kushagra, et.al. (2013) [ref:https://www.researchgate.net/publication/289974363_Multi-Pivot_Quicksort_Theory_and_Experiments]
  - Implementasi:
    - Java 7 (2011) [ref: java.util.DualPivotQuicksort]

Timsort: Main Idea

- Merupakan Hybrid dari **merge sort** dan **insertion sort**, serta pemanfaatan fitur HW pada operasi **block-write**.
- Kelebihan:
  - O(N log N) namun bisa adaptif menjadi O(N) tergantung tingkat keterurutan data yang akan di-sort.
  - Menggunakan additional/temporary space seperti merge sort tetapi separuh ukuran data (worst case).
  - Algoritma yang **stable**: urutan data dengan sorting key yang sama tetap terjaga.

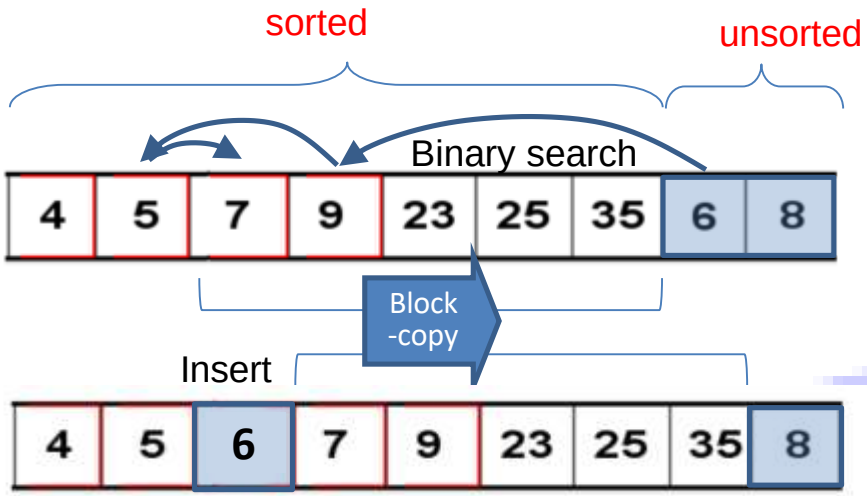
Timsort: Main Idea

- Kekurangan:
  - Terdapat sejumlah konsep heuristik (best practices):
    - Adanya sejumlah threshold values (min-run length, stack size, min-gallop, current-min-gallop) yang masih perlu diriset mengarah ke value yang lebih baik.
  - Skema merging top-3 runs masih dipertanyakan (dianggap berpotensi kurang optimal, diusulkan top-4 runs).
    - Referensi: http://envisage-project.eu/wp-content/uploads/2015/02/sorting.pdf

Timsort: Binary Sort dalam Timsort

- Binary Sort (BIS) adalah algoritma sorting di dalam algoritma Timsort (lho??).
  - Ya, Timsort menggunakannya untuk sorting subarray kecil.
- BIS modifikasi dari dengan melakukan binary search untuk mencari posisi penyisipan, lalu pergesertan dilakukan sekaligus (memanfaatkan block-write dari HW).

Timsort: Ilustrasi Binary Sort



Catatan:

- Kompleksitas operasi **satu kali** penyisipan pada insertion sort adalah O(N),
- sementara pada BIS menjadi binary search O(log N) + block-copy O(N), total sama-sama O(N).
- Tapi? Akselerasi dari HW memperkecil koefisien yang signifikan terutama jika blok berukuran cukup besar.

Timsort: Main Idea

- Merging pada Timsort:
  - bersifat in-place merging dengan bantuan temporary.
  - Pembandingan elemen dan copy elemen yang dilakukan secara **one-by-one** (seperti pada merge sort), di Timsort dilakukan secara adaptable antara **one-by-one-mode** dan **gallop-mode** seara heuristic.

Quicksort Dual-Pivot

- Kombinasi Quicksort dan Insertion Sort:
  - Menggunakan threshold minLen (misalnya 47)
  - Jika Panjang array < minLen, jalankan insertion sort
  - Jika tidak jalankan quicksort dengan dual-pivot tsb.
- Sebastian Wild:
  - Ketidakseimbangan peningkatan kecepatan CPU vs memory membawa masalah "the memory wall" ➔ operasi scanning elemen subarray yang lebih panjang cenderung mengalami lagging lebih besar dari subarray yang lebih pendek.
  - Dual pivot mempercepat subarray menjadi lebih pendek.
  - [ref:https://www.researchgate.net/publication/283532116_Why_Is_Dual-Pivot_Quicksort_Fast]

Quicksort Dual-pivot: Basic Idea

- Pivot-pivot adalah Elemen LP (left) dan RP (right).
  - Misalnya terkiri & terkanan (jika LP > RP, ditukar dulu).
  - Java API menggunakan 5 posisi secara proporsional sepanjang array, sort, dan memilih yang kedua dan ke empat (Ref: Java.util.DualPivotQuicksort.java).
- Partisi menjadi 3 sub-array:
  - Setiap x, dimana x < LP
  - Setiap x, LP <= x <= RP
  - Setiap x, RP > x.

Quicksort Dual-Pivot: Java Code

```
void dualPivotQuicksort(int [] A, int left, int right) {
    if (right-left <1) return;
    // Take outermost elements as pivots (replace by sampling)
    int p = min(A[left], A[right]);
    int q = max(A[left], A[right]);
    int m = left+1;
    int g = right-1;
    int k = m;
    while (k <= g) {
        if (A[k]< p) swap(A[k],A[m++]);
        else if (A[k] >= q) {
            while (A[g]> q && k < g) g--;
            swap(A[k], A[g--]);
            if (A[k]< p) swap(A[k],A[m++]);
        } //else if
        k++;
    } //while
    m--;
    g++;
    // Put pivots to final position:
    swap(A[left],A[m]);
    swap(A[right],A[g]);
    dualPivotQuicksort(A, left, m -1);
    dualPivotQuicksort(A, m +1, g -1);
    dualPivotQuicksort(A, g +1, right);
}
```