$$\begin{cases} \overbrace{M}^{\text{INERZIA}}\ddot{s} + \overbrace{F}^{\text{attrito viscoso}}\dot{s} - u = d_1 \\ m\ddot{\phi} - \frac{g}{\ell}\sin\theta - \ddot{s}\cos(\phi) = 0 \end{cases}$$

$m = 1 \quad \mathcal{M} = 0$ // CARRELLO NO INERZIA

$M = \mathcal{M} + m = 1\ kg$

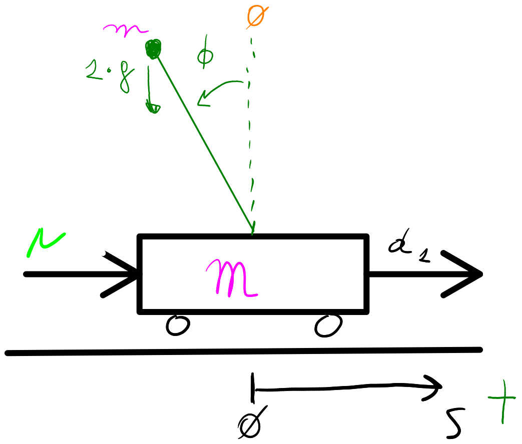
$F = 1\ kg/s$

$L = 1\ m$

$g = 9{,}81\ m/s^2$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix}$$

$$(M+m)\ddot{x} - m\ell\ddot{\theta}\cos\theta + m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta = F$$
$$\ell\ddot{\theta} - g\sin\theta = \ddot{x}\cos\theta$$



$$\dot{x} = \begin{cases} \ddot{s} = \frac{d_1 + u - F\dot{s}}{M} \\ \dot{s} = \int \ddot{s} \\ \ddot{\phi} = \frac{g}{L}\sin\phi + \frac{\ddot{s}}{L}\cos\phi \\ \dot{\phi} = \int \ddot{\phi} \end{cases}$$

$$\dot{x} = \begin{cases} \dot{x}_1: \ \ddot{s} = \frac{\overbrace{d_1 + u}^{u} - F\dot{s}}{M} \\ \dot{x}_2: \ \dot{s} = \int \ddot{s} \quad x_2 \\ \dot{x}_3: \ \ddot{\phi} = \frac{g}{L}\sin\phi + \frac{\overbrace{d_1 + u}^{u} - F\dot{s}}{ML}\cos\phi \\ \dot{x}_4: \ \dot{\phi} = \int \ddot{\phi} \quad x_3 \end{cases}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \dot{s} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} \dot{s} \\ s \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

1A) TROVARE PUNTI di equilibrio

$f(x, u) = 0 \qquad u, d_1 = 0$

$$\begin{cases} M\ddot{s} + F\dot{s} - 0 = 0 \\ \ddot{\phi} - \frac{g}{L}\sin(\phi) - \frac{1}{L}\ddot{s}\cos(\phi) = 0 \end{cases}$$

$M\ddot{s} + F\dot{s} = 0 \qquad \forall s$

- se $\dot{s} = 0 \rightarrow M\ddot{s} = 0 \Rightarrow \ddot{s} = 0$
- se $\dot{s} \neq 0 \rightarrow M\ddot{s} = -F\dot{s} \rightarrow \ddot{s} = -\frac{F}{M}\dot{s}$ ← NO eq

$\dot{x}_1 = \ddot{s} \neq 0$ ma per essere eq $\dot{x} = f(x, u) = 0$

Per il CARRELLO, i punti di eq sono $\forall s$ con $\dot{s} = 0$

In questi punti, andiamo a TROVARE i punti di eq del PENDOLO

$\ddot{\phi} - \frac{g}{L}\sin(\phi) + 0 = 0 \rightarrow \ddot{\phi} = g/L \sin(\phi)$

- se $\phi = 0/\pi \rightarrow \ddot{\phi} = 0$ con $\dot{\phi} = 0$ // ϕ deve restare cost per essere un PUNTO di eq

$\dot{x}_3 = \ddot{\phi} = 0$ ✓

$\dot{x}_4 = \dot{\phi} = 0$ ✓

• se $\phi \neq 0/\pi \to \ddot{\phi} = \frac{g}{L}\sin(\phi)$ $\qquad \dot{\phi} = 0$ // ϕ deve restare cost

$\dot{x}_3 = \ddot{\phi} \neq 0$ ✗ $\Rightarrow$ non punto eq

RIEPILOGO PUNTI di eq

$$\left(\forall r, \underbrace{0}_{x_2}, \underbrace{0}_{x_1}\right) \;\; \begin{cases} 0, \; \overset{\dot{x}_4}{0}, \; \overset{\dot{x}_3}{0} & 1° \\ \underbrace{\pi}_{x_4}, \; \underbrace{0}_{x_3}, \; 0 & 2° \end{cases}$$

$\overset{\dot{x}_2}{0}, \overset{\dot{x}_1}{0}$

- verifico l'eq
- valori dello stato

	x_2	x_2	x_3	x_4
1°	$\forall r$,	0,	0,	0
2°	$\forall r$,	0,	π,	0

$$x = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} \qquad \dot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{r} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

Punti di equilibrio per $d_1 = 0$ $\mu = 0$ $\forall t$

A2+A3) SCRIVERE il SISTEMA LINEARIZZATO attorno all'eq 1°
ed esprimerlo nello spazio di stato

$$\dot{x} = \begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{d_1 + \mu - F x_1}{M} = -\dfrac{F}{M}x_1 + \dfrac{d_1}{M} + \dfrac{\mu}{M} \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \dfrac{g}{L}\sin x_4 + \left(\dfrac{d_1 + \mu - F x_1}{ML}\right)\cos x_4 = \dfrac{g}{L}\sin(x_4) + \left(\dfrac{d_1}{ML} + \dfrac{\mu}{ML} - \dfrac{F x_1}{ML}\right)\cos(x_4) \\ \dot{x}_4 = x_3 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \delta\dot{x} &= \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\cdot\delta x + \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\cdot u + \frac{\partial f(x,u)}{\partial d_1}\cdot d_1 \quad \text{attorno} \quad \overset{x_2}{r} = \overset{x_1}{\dot{r}} = \overset{x_4}{\phi} = \overset{x_3}{\dot{\phi}} = 0 \\ \delta y &= \frac{\partial g(x,u)}{\partial x}\cdot\delta x + \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\cdot u \end{aligned}}$$

$$A = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{eq1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F}{M} & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ -\frac{F}{ML} & \emptyset & \emptyset & \frac{g}{L} \\ 0 & 0 & 1 & \emptyset \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\left(-\frac{F}{ML} x_2 \cos(x_4)\right) \rightarrow \left(-\frac{F}{ML}\left(1\cdot\cos(x_4) + x_2\cdot\emptyset\right)\right) = \left.\frac{F}{ML}\cos(x_4)\right|_{x_4=\emptyset} = -\frac{F}{ML}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_4}\left(\frac{g}{L}\sin(x_4) + \left(\frac{d_2}{ML} + \frac{\mu}{ML} - \frac{F x_2}{ML}\right)\cos(x_4)\right) \rightarrow \frac{g}{L}\cos(x_4) - \left(-\sin(x_4)\cdot(*) + \cos(x_4)\cdot(\emptyset)\right)$$

$$= \left.\frac{g}{L}\cos(x_4) + \sin(x_4)\cdot(*)\right|_{x_4=\emptyset} = \frac{g}{L}$$

$$B = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{eq1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \\ \emptyset \\ \frac{1}{ML} \\ \emptyset \end{bmatrix} \qquad P = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial d}\right|_{eq1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial d_1} \\ \frac{\partial f_2}{\partial d_1} \\ \frac{\partial f_3}{\partial d_1} \\ \frac{\partial f_4}{\partial d_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \\ \emptyset \\ \frac{1}{ML} \\ \emptyset \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\frac{g}{L}\sin(x_4) + \left(\frac{d_2}{ML} + \frac{\mu}{ML} - \frac{F x_2}{ML}\right)\cos(x_4)\right) = \emptyset + \left(\emptyset\cdot(\dots) + \cos(x_4)\cdot\left(\emptyset + \frac{1}{ML} + \emptyset\right)\right)$$

$$= \left.\frac{\cos(x_4)}{ML}\right|_{x_4=\emptyset} = \frac{1}{ML}$$

$$\frac{\partial}{\partial d_1}\left(\frac{g}{L}\sin(x_4) + \left(\frac{d_2}{ML} + \frac{\mu}{ML} - \frac{F x_2}{ML}\right)\cos(x_4)\right) = \emptyset + \left(\emptyset\cdot(\dots) + \cos(x_4)\cdot\left(\emptyset + \frac{1}{ML} + \emptyset\right)\right)$$

$$= \left.\frac{\cos(x_4)}{ML}\right|_{x_4=\emptyset} = \frac{1}{ML}$$

Poiché $y(t) = \begin{bmatrix} l(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ nel sis lin

$$
\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + P_{d_1} \\ y = Cx \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{F}{ML} & 0 & 0 & \frac{g}{L} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{ML} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{ML} \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} \dot{s} \\ s \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} \qquad \dot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \dot{s} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

A4) Mostrare (A, B) coppia RAGGIUNGIBILE

Teoria Sistemi

$$
G(t) \triangleq \int_0^t e^{A\tau} B B' e^{A'\tau} \, d\tau \qquad P \triangleq \left[B \,\vdots\, AB \,\vdots\, A^2 B \,\vdots\, \cdots \,\vdots\, A^{n-1} B \right]
$$

$$
\underbrace{Im(G(t))}_{\text{VARIA nel tempo}} = \underbrace{Im(P)}_{\text{cost}} \qquad X_r = Im(P) \Rightarrow S_{ragg} \Leftrightarrow rk(P) = n \quad \forall t \neq \emptyset
$$

$$
P = \begin{pmatrix} \frac{1}{M} & -\frac{F}{M^2} & \frac{F^2}{M^3} & -\frac{F^3}{M^4} \\ 0 & \frac{1}{M} & -\frac{F}{M^2} & \frac{F^2}{M^3} \\ \frac{1}{LM} & -\frac{F}{LM^2} & \frac{F^2}{LM^3} + \frac{g}{L^2 M} & \frac{-\frac{F^3}{LM^3} - \frac{Fg}{L^2 M}}{M} \\ 0 & \frac{1}{LM} & -\frac{F}{LM^2} & \frac{F^2}{LM^3} + \frac{g}{L^2 M} \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 10.81 & -10.81 \\ 0 & 1 & -1 & 10.81 \end{pmatrix}
$$

$$
det(P) = 96.2361 \neq \emptyset \Rightarrow \text{rango PIENO}
$$

A5) Scrivere il sistema esogeno dei segnali: $\begin{bmatrix} d_1 = \text{cost} \\ d_2 = \alpha \sin(\omega t) \end{bmatrix}$ e FORMALIZZARE il problema della Regolazione

- SISTEMA ESOGENO

$$
\dot{d} = S d \rightarrow \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cost} \\ \alpha \sin(\omega t) \end{bmatrix} \rightarrow \dot{d} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = d
$$

- ERRORE di inseguimento:

$e = Cx + Qd$ $\qquad$ d: riferimenti + disturbi

$e_2 = 1 - d_2$

$$
\rightarrow e = y - r = Cx + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}
$$

Il mantenimento del pendolo è demandato alla K STABILIZZANTE

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + \tilde{P}d \\ y = Cx \\ e = C_2 x + Qd \\ \dot{d} = Sd \end{cases}$$

$\tilde{P} = [\,P \,\vdots\, 0 \,\vdots\, 0\,]$ $\quad Q = [\,0 \quad -1 \quad 0\,]$

$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix}$ $\quad C_2 = [\,0\,1\,0\,0\,]$

Con le OPPORTUNE d_0 diventa i segnali che VOGLIAMO

$u = Kx + Ld$

A6) Calcolare K e L che permettono di ottenere (STABILITÀ) e (Regolazione) per il problema FULL INFORMATION REGULAR PROBLEM (FIRP)

Per il LEMMA 1 siccome (A, B) ragg. (COME VERIF. nel PUNTO A4) $\rightarrow$ (S) è ottenibile,

L'obiettivo di (R) è quindi ottenibile $\Leftrightarrow$

$$\boxed{\exists\, \Pi \in \mathbb{R}^{n \times r} \text{ t.c. } \begin{cases} \Pi S = (A+BK)\Pi + (\tilde{P} + BL) \\ 0 = C\Pi + Q \end{cases}}$$

$\rightarrow$ usando i teoremi per di SACCOPPIARE K e L

$$\Rightarrow \begin{cases} \Pi S = A\Pi + B\Gamma + \tilde{P} \\ 0 = C\Pi + Q \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \bullet\ K \text{ t.c. } \sigma(A+BK) \subset \mathbb{C}^- \\ \bullet\ L = \Gamma - K\Pi \end{array}}$$

$$\begin{cases} -\Pi S + A\Pi + B\Gamma = -\tilde{P} \\ C_2 \Pi = -Q \end{cases}$$

$$\mathcal{X} = \begin{array}{c} r \\ \begin{bmatrix} \Pi \\ \Gamma \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \updownarrow n \\ \updownarrow m \end{array}$$

Eq di SYLVESTER: $A_1 \mathcal{X} e + d \mathcal{X} A_2 = A_3$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C_1 & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} \Pi \\ \Gamma \end{bmatrix} \underbrace{I}_{e} + \underbrace{\begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{d} \begin{bmatrix} \Pi \\ \Gamma \end{bmatrix} \underbrace{S}_{A_2} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\tilde{P} \\ -Q \end{bmatrix}}_{A_3}$$

$A = {}_{n}[\quad]^{n}$ $\quad B = {}_{n}[\quad]^{m}$ $\quad S = {}_{r}[\quad]^{r}$ $\quad \Pi = {}_{n}[\quad]^{r}$

$C_2 = {}_{p_2}[\quad]^{n}$ $\quad D = \emptyset$ $\quad \tilde{P} = {}_{n}[\quad]^{r}$ $\quad \Gamma = {}_{m}[\quad]^{r}$

$Q = {}_{p}[\quad]^{r}$

n : # STATI

m : # INGRESSI

r : # disturbi

p_2 : # uscite regolate

- $A_1 = {}_{n+p}[\quad]^{n+m}$
- $e = I_{(r)}$
- $\mathcal{X} = {}_{n+m}[\quad]^{r}$
- $d = {}_{n+p}\left[\begin{array}{c|c} -I & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right]^{n+p}$
- $A_2 = S = {}_{r}[\quad]^{r}$
- $A_3 = {}_{n+p}[\quad]^{r}$

Ottenute K e L $\Rightarrow$ $u = Kx + Ld$

A7) Progettare le matrici (F, G, H) che permettono di creare un osservatore dello stato e del sis esogeno dell'uscita y

1) Verifica osservabilità

Il sistema esteso, mediante il solo errore e_1, non risulta osservabile. Sfruttando come altra uscita l'angolo del pendolo però diventa osservabile

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & \tilde{P} \\ \emptyset & S \end{bmatrix}}_{A_e} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} e_1 \\ \phi \end{bmatrix}}_{= Y_e} = \underbrace{\begin{bmatrix} C & Q_e \end{bmatrix}}_{C_e} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = s - d_2$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad Q_e = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{bmatrix}$$

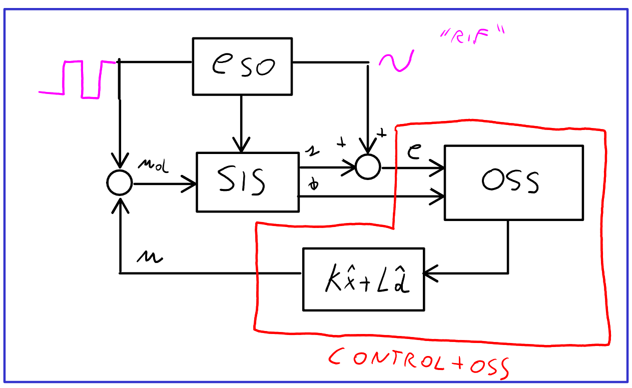
Per verificare l'oss. $Rk \begin{bmatrix} C_e \\ C_e A_e \\ \vdots \end{bmatrix} \overset{\text{DEVE}}{=} n + r$

$$Q = \begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{F}{M} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M} & \omega^2 & 0 \\
-\frac{F}{lM} & 0 & 0 & \frac{g}{l} & \frac{1}{lM} & 0 & 0 \\
\frac{F^2}{M^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{F}{M^2} & 0 & \omega^3 \\
\frac{F^2}{lM^2} & 0 & \frac{g}{l} & 0 & -\frac{F}{lM^2} & 0 & 0 \\
-\frac{F^3}{M^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{F^2}{M^3} & -\omega^4 & 0 \\
-\frac{F^3}{lM^3} - \frac{Fg}{l^2 M} & 0 & 0 & \frac{g^2}{l^2} & \frac{F^2}{lM^3} + \frac{g}{l^2 M} & 0 & 0 \\
\frac{F^4}{M^4} & 0 & 0 & 0 & -\frac{F^3}{M^4} & 0 & -\omega^5 \\
-\frac{F\left(-\frac{F^3}{lM^3} - \frac{Fg}{l^2 M}\right)}{M} & 0 & \frac{g^2}{l^2} & 0 & \frac{-\frac{F^3}{lM^3} - \frac{Fg}{l^2 M}}{M} & 0 & 0 \\
-\frac{F^5}{M^5} & 0 & 0 & 0 & \frac{F^4}{M^5} & \omega^6 & 0 \\
\frac{F^2\left(-\frac{F^3}{lM^3} - \frac{Fg}{l^2 M}\right)}{M^2} - \frac{Fg^2}{l^3 M} & 0 & 0 & \frac{g^3}{l^3} & \frac{g^2}{l^3 M} - \frac{F\left(-\frac{F^3}{lM^3} - \frac{Fg}{l^2 M}\right)}{M^2} & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 9.81 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 9.81 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
-10.81 & 0 & 0 & 96.2361 & 10.81 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
10.81 & 0 & 96.2361 & 0 & -10.81 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
-107.046 & 0 & 0 & 944.076 & 107.046 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Da cui, calcolando il rango con Mathematica, il rango risulta essere pieno $\Rightarrow$ oss ✓✓

Verificato che il $\boxed{\text{sis} + \text{eso}}$ è osservabile attraverso $Y_e = \begin{bmatrix} e_1 \\ \phi \end{bmatrix}$, resta da trovare la matrice $G = -\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$ che rendono l'errore di stima $\exp \to \emptyset$

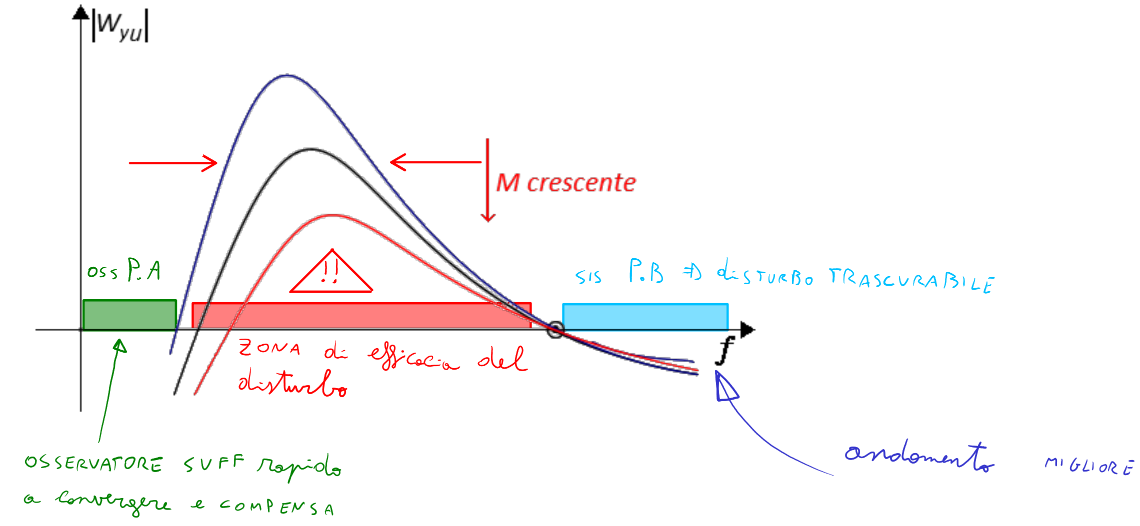


$$\begin{matrix} Ctrl \\ + \\ Oss \end{matrix} = \begin{cases} \dot{\chi} = F\chi + Ge \\ u = H\chi \end{cases} \qquad \chi = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{d} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} A + G_1 C + BK & \tilde{P} + G_1 Q_e + B(\Gamma - K\Pi) \\ G_2 C & S + G_2 Q_e \end{bmatrix},$$

$$G = -\begin{bmatrix} \overset{2=p}{G_1} \\ G_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow 4 = n \\ \updownarrow 3 = r \end{matrix} \qquad H = \begin{bmatrix} K & \Gamma - K\Pi \end{bmatrix},$$

Poiché il SISTEMA meccanico considerato è un P.B, un disturbo ad alta frequenza viene attenuato NATURALMENTE.
L'osservatore invece ha una forma + complessa, e in un range di frequenze il sis TOTALE ha una risposta difficile da COMPENSARE (VEDI BODE)



Analisi del SIS LINEARIZZATO con osservatore, riformulazione per BODE + NYCQUIST

$$Super_{sis} = \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu_d \\ \dot{d} = Sd \\ e = Cx + Q_e d \\ \dot{\chi} = F\chi + Ge \\ u = H\chi \end{cases}$$

$$State_{super} = \begin{bmatrix} x \\ d \\ \chi \end{bmatrix}$$

$$A_{super} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ GC & GQ_e & F \end{bmatrix} \quad B_{super} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{super} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & H \end{bmatrix} \quad D_{super} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$