Stima Parametrica: Caso scalare

Prenolendo in considerazione il SISTEMA:

$$\boxed{\dot{x} = -a x + b u \iff x = \frac{b}{1+a} \qquad \text{con} \quad a = 1 \quad b = 2}$$

Puntiamo a stimare, dato l'ingresso u e uscita x, i valori di $a, b \Rightarrow \theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

Sfruttando il principio di "equivalenza certa" o definiamo i sistemi equivalenti

Modello Parallelo (P)

Si applica subito l'eq certa:

$$\dot{\hat{x}} = -\hat{a}\hat{x} + \underbrace{\hat{b}u}_{\text{SEGNALE esterno}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\hat{x} = \frac{\hat{b}}{1+\hat{a}} \cdot u$$

Modello Serie Parallelo (SP)

Passo PRELIMINARE: "SOMMO $\emptyset$"

$$\dot{x} = -ax + a_m x - a_m x + bu$$

$$\dot{x} = -a_m x + (a_m - a) x + bu$$

In questo modello equivalente, applichiamo il principio di eq certa alla sola a:

$$\dot{\hat{x}} = -a_m \hat{x} + \underbrace{(a_m - \hat{a}) x + \hat{b} u}_{\text{SEGNALI esterni}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\hat{x} = \frac{1}{1+a_m} \cdot \left[(a_m - \hat{a}) x + \hat{b} u\right]$$

Entrambe le PARAMETRIZZAZIONI danno luogo a uno stato $\hat{x}$, il nostro obiettivo è trovare una $\hat{\theta}$ che permetta di far tendere $\hat{x}$ a x, sotto l'ipotesi di segnale PERSISTENTEMENTE eccitante, potremo anche dire che $\hat{\theta} \to \theta$.

Definiamo la distanza dallo STATO TARGET come:

$$\varepsilon_1 = x - \hat{x}$$

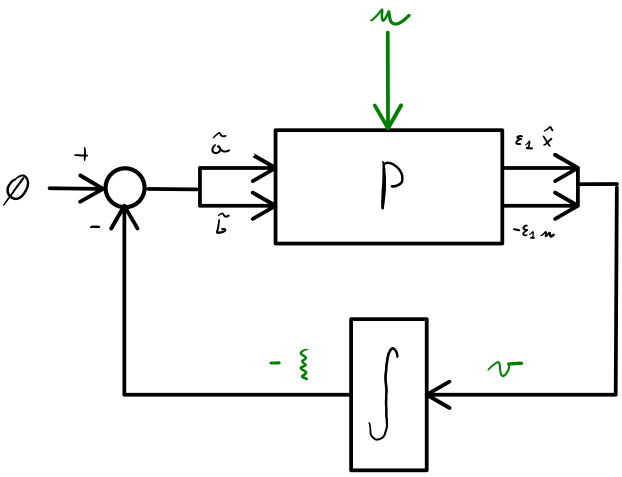
Siamo ora interessati a definire delle leggi di UPDATE per $\hat{\theta}$ affinché $\varepsilon_1 \to \emptyset \Rightarrow \hat{x} \to x$ NOTA BENE $\hat{x} \to x \not\Rightarrow \hat{\theta} \to \theta$

Definiamo, perché comune: $\tilde{a} = (\hat{a} - a)$; $\tilde{b} = (\hat{b} - b)$; $S_{(\varepsilon_1)} = \frac{\varepsilon_1^2}{2}$

$$\dot\varepsilon_1 = -a\,\varepsilon_1 + \tilde a\,\hat x - \tilde b\,u$$

$$\dot S = -a\,\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1\,\tilde a\,\hat x - \varepsilon_1\,\tilde b\,u$$

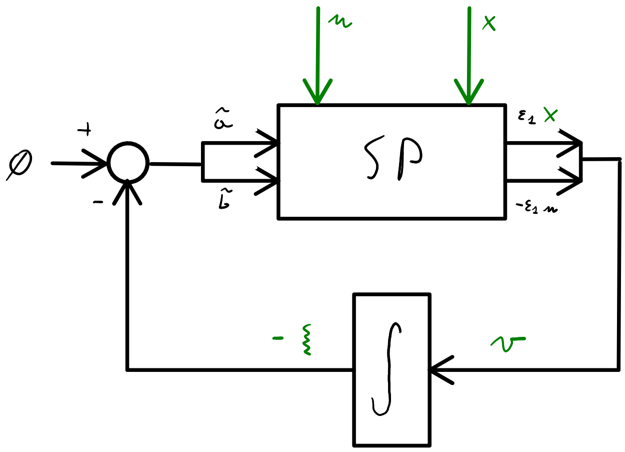
$$= -a\,\varepsilon_1^2 + \underbrace{\begin{bmatrix}\varepsilon_1\hat x & -\varepsilon_1 u\end{bmatrix}}_{y^T}\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde a\\ \tilde b\end{bmatrix}}_{u}$$



$$\dot\varepsilon_1 = -a_m\,\varepsilon_1 + \tilde a\,x + \tilde b\,u$$

$$\dot S = -a_m\,\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1\,\tilde a\,x - \varepsilon_1\,\tilde b\,u$$

$$= -a_m\,\varepsilon_1^2 + \underbrace{\begin{bmatrix}\varepsilon_1 x & -\varepsilon_1 u\end{bmatrix}}_{y^T}\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde a\\ \tilde b\end{bmatrix}}_{u}$$



Dai calcoli svolti sulla STORAGE FUNCTION presa in esame, entrambe le parametrizzazioni sono STRETTAMENTE PASSIVE tra gli input-output CONSIDERATI. Gli INTEGRATORI sono quindi i nostri STIMATORI. SIAMO garantiti che $\varepsilon_1 \to \emptyset$ dal Th delle PASSIVITÁ. Le leggi di UPDATE sarebbero per $\dot{\tilde\theta}$ ma essendo $\dot{\tilde\theta} = \dot{\hat\theta} \Rightarrow$ sono anche le leggi per le STIME dei PARAMETRI

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{\hat a} &= -\varepsilon_1\,\hat x\\ \dot{\hat b} &= \varepsilon_1\,u\end{aligned}}$$

P UPDATE LAW

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{\hat a} &= -\varepsilon_1\,x\\ \dot{\hat b} &= \varepsilon_1\,u\end{aligned}}$$

SP UPDATE LAW