Binomial Heap

Chris Chávez

Universidad Nacional de San Agustín - Escuela Profesional de Ciencias de la Computación

October 14, 2015

Binomial Heap

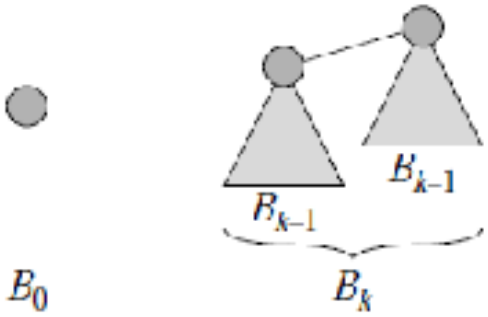
- El Binomial Heap es una extensión del Binary Heap que proporciona una operación unión más rápida y ejciciente, además de fusionar esta operación con otras acciones previstas por el Binary Heap.
- El Binomial Heap es una colección de árboles Binomiales.

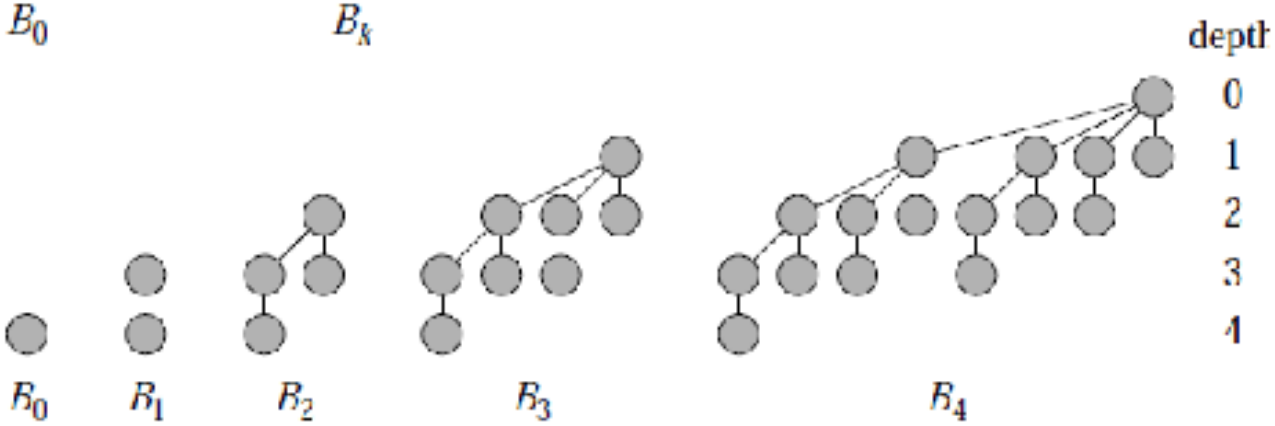
Binomial Tree

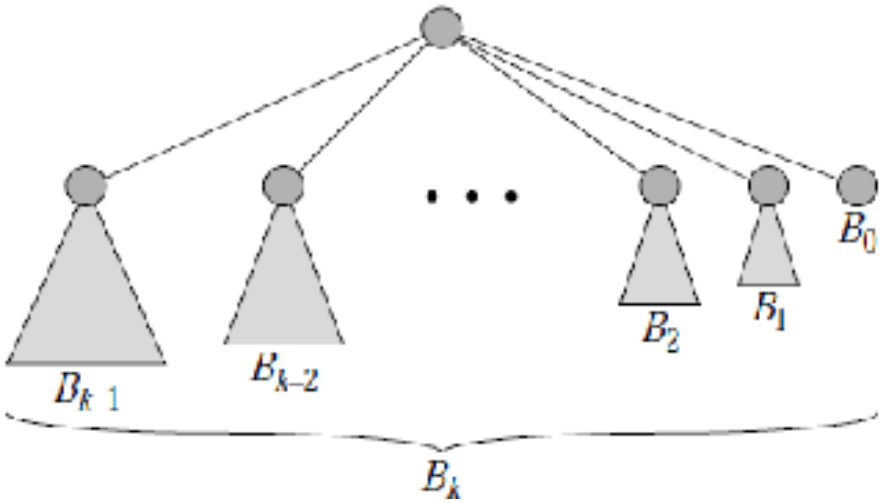
- Un árbol Binomial de orden 0 tiene 1 nodo.
- Un árbol Binomial de orden k se puede construir recusivamente mediante la unión de dos árboles binomiales de orden k-1. Poniendo uno como hijo más a la izquierda del otro.

Características

- Tiene exactamente 2^k nodos.
- Tiene una altura k.
- Hay exactamente $\binom{k}{i}$ nodos en la altura i, donde i = 0,1,...,k.
- La raiz tiene grado k y los hijos son árboles binomiales con orden k-1, k-2,...0 de izquierda a derecha.

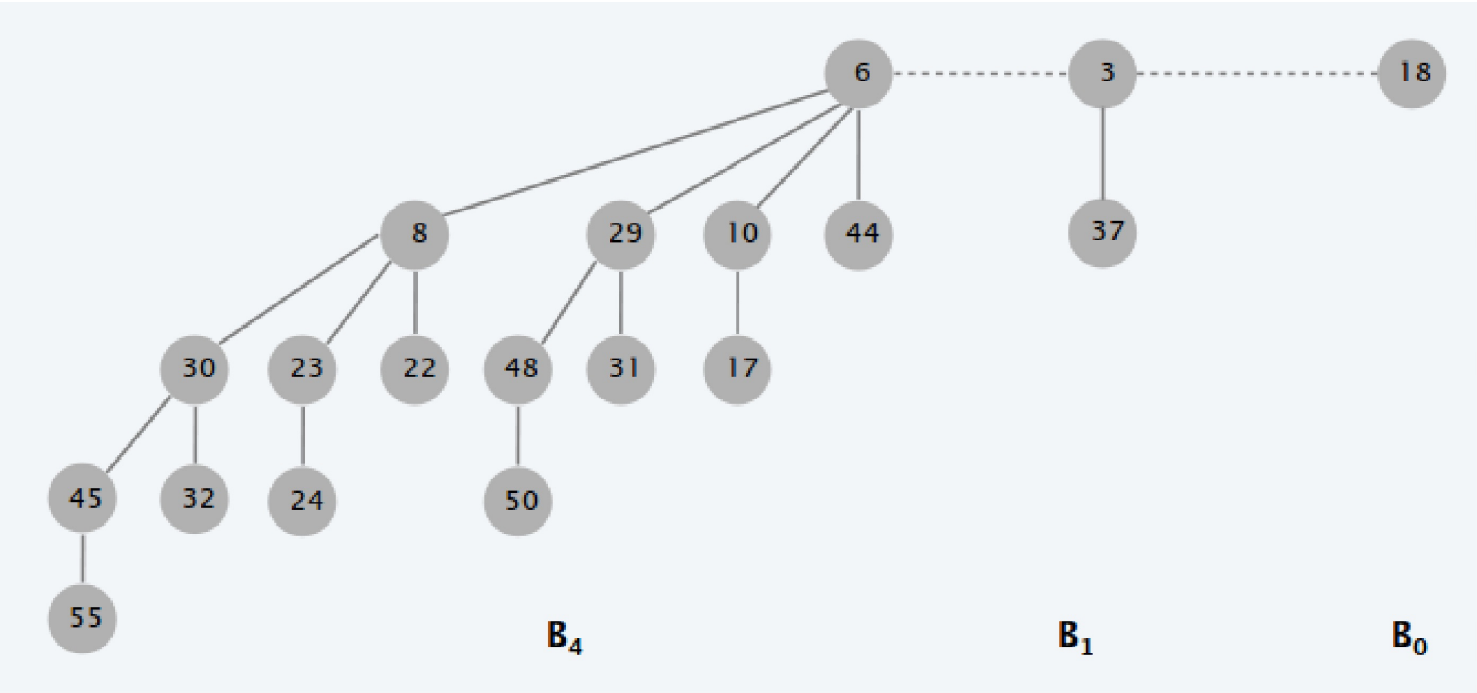

B_{k-1}
B_{k-1}
B_0
B_k


depth
0
1
2
3
4
B_0
B_1
B_2
B_3
B_4


B_0
B_1
B_2
B_{k-2}
B_{k-1}
B_k

Binomial Heap

- Un Binomial Heap es un conjunto de árboles Binomiales, donde cada árbol Binomial sigue las propiedades de un Min Heap (o max Heap).
- Sólo puede haber a lo sumo un arbol binomial de cualquier orden.



Representación binaria de un número con Binomial Heaps

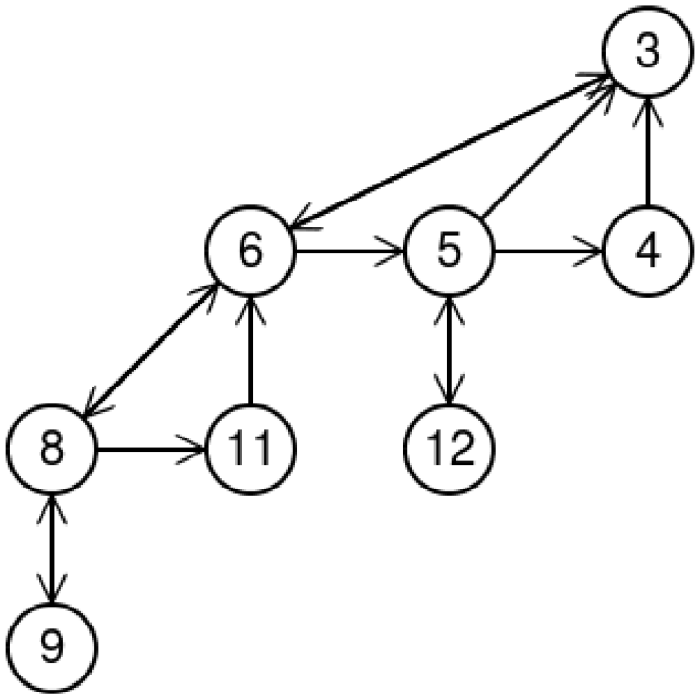
Un Binomial Heap con **n** nodos tiene el número de árboles binomiales igual al número de bits **1** en la representación binaria del número **n**. También podemos relacionar el orden de estos árboles binomiales con las posiciones de dichos bits. Con esta relacion se puede concluir que:

$$B \leq [\ln n] + 1$$

Donde **B** es el número de árboles binomiales y **n** es el número de nodos del binomial Heap.

Enlaces

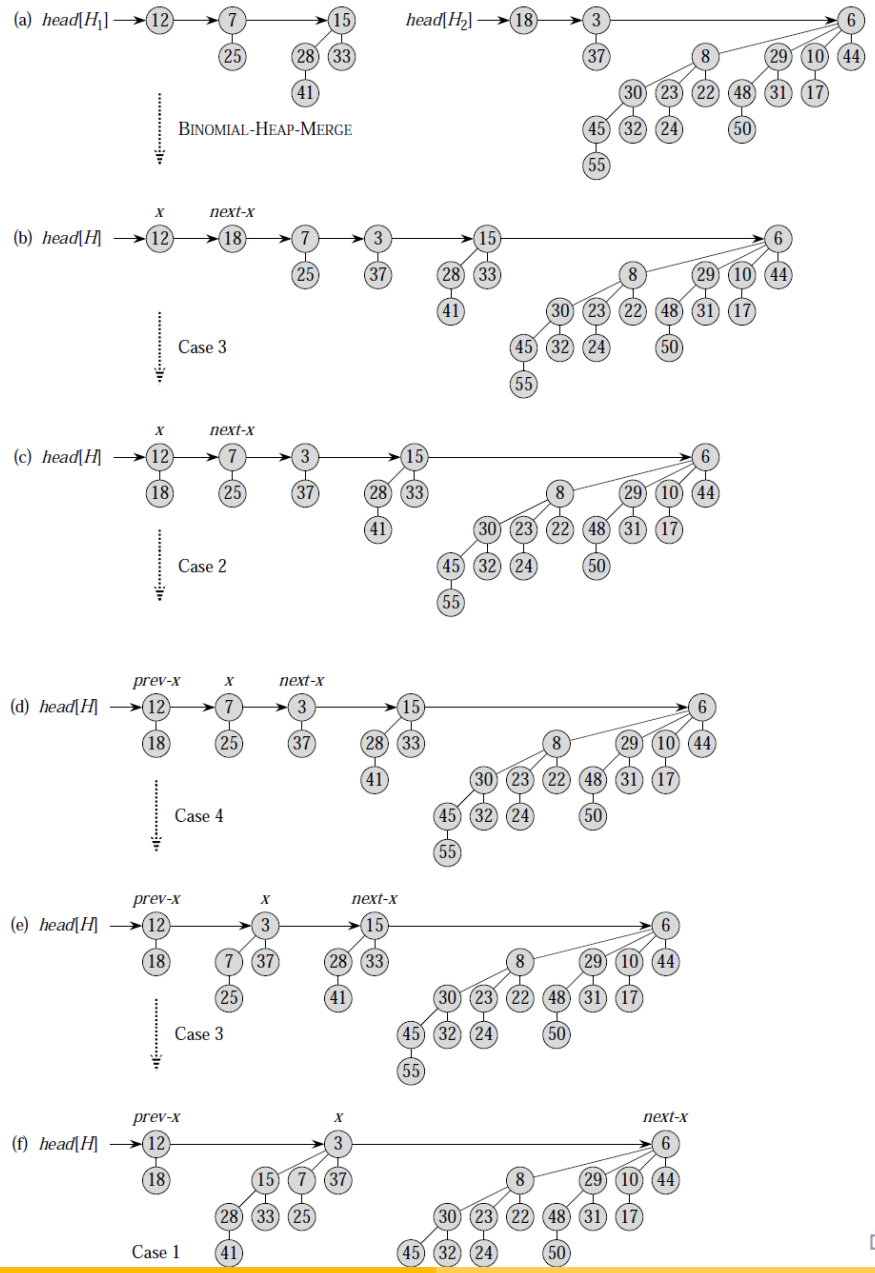
- El método típico de la implementación de los enlaces entre nodos es tener punteros a un padre, hermano e hijo. Un nodo no tiene enlace directo con todos sus hijos, sino que va a su primer hijo y luego itera a través de cada hermano.
- Las raices de los árboles binomiales se conenctan mediante un puntero a siguiente; como una lista simplemente enlazada.



Union

- El primer paso es hacer un merge simple entre los dos Heaps en forma creciente.
- Después del merge, nosotros necesitamos asegurarnos de que no exista más de un Binomial Tree del mismo orden. Para esto, necesitamos convinar los Binomial Trees del mismo orden.
- Recorremos la lista poniendo tres punteros, prev_x, x y next_x. Se pueden dar 4 casos:
  1. Si los grados de x y next_x no son iguales, entonces avanzamos.
  2. Si los grados de next_x y su siguiente son iguales, entonces avanzamos.
  3. Si la clave de x es menor o igual a la clave de next_x, entonces volver a next_x hijo de x; y que el hermano de next_x sea el primer hijo de x.
  4. Si la clave de x es mayor, entonces volver a x hijo de next_x; y que el hermano de x sea el primer hijo de next_x.

Union


(a) head[H1]
head[H2]
BINOMIAL-HEAP-MERGE
(b) head[H]
x
next-x
Case 3
(c) head[H]
x
next-x
Case 2
(d) head[H]
prev-x
x
next-x
Case 4
(e) head[H]
prev-x
x
next-x
Case 3
(f) head[H]
prev-x
x
next-x
Case 1