

Double pendule

Maroua Zanad

Double pendule



- **Connu aussi sous le nom de pendule chaotique**
- **Déterministe d'après les lois de Newton ou la formulation Lagrangian)**
- **Sensible aux conditions initiales**
 - **Petits changements d'angles ou de vitesses donnent des trajectoires très différentes**
- **Chaos déterministe**
 - **Régit par des lois exactes mais évolution imprévisible à long terme**

- Reformulation des lois de Newton
- Permet d'avoir facilement les équations du mouvement d'un système complexe sans analyser chaque force séparément

$$L = T - V$$

Pour la mise en équation, je me suis appuyée sur le formalisme lagrangien, car il est adapté aux systèmes mécaniques complexes comme le double pendule.

Le **Lagrangien** est une fonction qui décrit un système mécanique à partir de son énergie cinétique T et de son énergie potentielle V .

Il sert de point de départ aux équations d'Euler–Lagrange pour obtenir les équations du mouvement.

T = énergie cinétique = dépend vitesse angulaires

V = énergie potentielle = dépend des angles

- Permet de déterminer les équations de mouvement d'un système mécanique
- Se base sur les énergies (cinétique et potentielle)
- Utilise le principe de moindre action

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2)$$

On a parlé de T et V dans la slide précédente, ici la vitesse angulaire correspond à la dérivée 1 et l'accélération angulaire correspond à la dérivée 2

Nous avons ici la formule d'Euler-Lagrange

La formule se lit ainsi:

$$\frac{d}{dt} (\cdot)$$

- Prend en compte l'évolution temporelle
- Introduit naturellement les accélérations

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i}$$

- Lié à la **quantité de mouvement généralisée**
- Provient de l'énergie cinétique

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i}$$

- Terme lié à l'énergie potentielle
- Représente l'effet de la gravité

- Le pendule double est idéalement conservateur
- ⚠ en réalité, des pertes peuvent apparaître (frottement, ...)
- Malgré la conservation de l'énergie, le mouvement du double pendule peut devenir chaotique à cause de la non-linéarité des équations du mouvement.

$$E = T + V = H$$

Mais dans notre cas, l'énergie mécanique doit rester constante dû aux formules lagrangiennes.

Il peut avoir des légères pertes dû aux arrondis, méthode d'intégration ou la taille du pas de temps.

[Formule]

[Explication formule énergie de base]

Le Hamiltonien représente l'énergie mécanique totale du système.

Dans le cas idéal du double pendule, il est conservé et peut être utilisé comme critère pour vérifier la qualité d'une simulation numérique.

