

基于多重搜索算法的高压油管压力控制策略

许元振¹, 房 义², 孙思荣³, 朱 婧²

(1. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083; 2. 北京科技大学 数理学院, 北京 100083;

3. 北京科技大学 材料科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 本文源自 2019 年全国大学生数学建模竞赛 A 题, 以质量守恒原理为基础, 建立高压油管压力控制优化模型. 首先, 采用多重搜索算法和微元法, 得到密度与压力的递推公式, 通过迭代, 求出高压油管的压力控制策略; 随后, 探讨了两个以上的喷油嘴在工作时高压油管内压力波动情况, 得出凸轮角速度与喷油嘴的个数大致呈正比关系的结论, 且在一定的凸轮角速度下, 随着喷油嘴个数的增多, 高压油管内的压力稳定性得到一定的提高.

关键词: 高压油管; 质量守恒; 多重搜索; 微元法; 喷油嘴

中图分类号: O29

文献标志码: A

文章编号: 2095-3070(2020)04-0110-06

0 引言

柴油机的工作效率和环保水平在很大程度上受到供油和喷油情况的影响^[1], 作为当前主流的内燃机燃油喷射系统, 高压共轨喷射系统曾被世界内燃机行业公认为二十世纪三大突破之一^[2], 该系统具有使柴油发动机提高性能并减少污染排放、降低噪音和燃料消耗等功能^[3-4]. 当前, 该喷射系统相关的主要挑战是在存在压力波动的情况下精确控制喷射的燃料量和流速, 目前主要通过控制电动液压阀或压力调节器来调节共轨内部的压力^[5]. 本文结合 2019 年全国大学生数学建模竞赛 A 题^[6], 采用数值计算的方法探究简化后的高压油管的压力控制策略以及喷油嘴的个数与其油管内的压力波动程度的关系, 为其在电控的基础上进一步精确控制共轨管内的压力提供借鉴.

1 油路系统相关理论

1.1 燃油密度与压力变化的关系

根据弹性力学相关理论可知, 燃油压力的变化量与其密度变化成正比, 即 $dP/E = d\rho/\rho$, 根据附件中的弹性模量与压力变化关系数据可得出 $1/E$ 与压力 P 的关系式:

$$1/E = 1.2 \times 10^{-9} P^2 - 2 \times 10^{-6} P + 6.5 \times 10^{-4}. \quad (1)$$

已知当燃油压力为 100 MPa 时, 燃油的密度为 0.850 mg/mm³. 将式(1)代入初始条件后可以得出燃油压力与其密度的关系式:

$$\rho = \exp\left\{\frac{2}{5} \times 10^{-9} P^3 - 10^{-6} P^2 + 6.5 \times 10^{-4} P - 0.2179\right\}. \quad (2)$$

因为压力 P 与密度 ρ 严格单调, 所以式(2)的反函数可以记为 $P = g^{-1}(\rho)$.

1.2 柱塞位移与时间变化的关系

根据附件中凸轮边缘曲线与其角度的关系数据, 对其进行拟合, 并使凸轮极径在 $\theta = 1.5\pi$ 处取得最大极径, 得出凸轮极径与极角的函数关系(单位: mm):

$$r(\theta) = -2.4146 \sin \theta + 4.8276, \theta \in [0, 2\pi]. \quad (3)$$

收稿日期: 2020-06-12

基金项目: 北京科技大学青年教学骨干人才培养计划

通讯作者: 朱婧, E-mail: zhujing@ustb.edu.cn

以凸轮基圆为原点建立直角坐标系^[7],如图1所示, M 点和 N 点为柱塞与凸轮接触的点,当凸轮逆时针转动 φ 角时,柱塞上升高度为 h .当在某一时刻凸轮与柱塞的接触点由 $M(x, y)$ 运动到 $N(x', y')$ 点时,根据坐标变换关系,有:

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi, \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi. \end{cases} \quad (4)$$

且旋转角度差为 $\varphi = \omega t$,则柱塞上升的距离 h 可以表示为:

$$h(t) = \max\{(-2.4146 \sin \theta + 4.8276) \sin(\omega t + \theta)\}, \quad (5)$$

进而得出柱塞腔内的体积 $V_L(t)$:

$$V_L(t) = 20 + \pi(D/2)^2 h(t), \quad (6)$$

其中: D 表示柱塞腔的直径(mm);20为腔内最小容积(mm^3).

1.3 喷油嘴速率与时间变化的关系

喷油器喷嘴由直径为 $d_{\text{针}} = 2.5 \text{ mm}$ 的针阀和半角为 9° 的圆锥状密封座构成,最下端喷口直径为 $d_{\text{底}} = 1.4 \text{ mm}$,如图2所示.针阀和圆锥密封座之间的最小截面积限制了燃油的流速,该面积为圆台的侧面积.

根据圆台侧面积公式 $S = \pi l(R_1 + R_2)$,得到针阀和圆锥密封座之间的最小截面积 S_1 与针阀升程 H 之间的函数关系:

$$S_1 = \pi H \sin 9^\circ \cdot (d_{\text{针}} + H \sin 9^\circ \times \cos 9^\circ). \quad (7)$$

喷油嘴最下端的喷孔面积为 $S_2 = 0.49\pi$,从而得出喷油嘴的有效喷孔面积:

$$S = \min\{S_1, S_2\}. \quad (8)$$

根据附件给出的在一个喷油周期内针阀升程与时间关系的数据 $H = H(t)$ (图3)可以看出,一个周期内的针阀升程可以分为3个阶段,且前后两个阶段互逆,中间阶段为恒定值.由式(7)和(8)可以得出喷油嘴处有效喷油面积与时间变化的关系(图4).

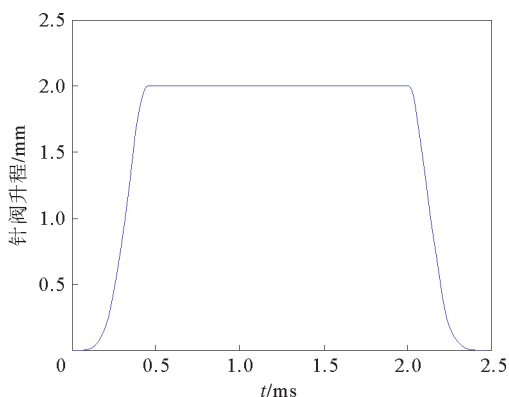


图3 针阀升程与时间变化的关系图

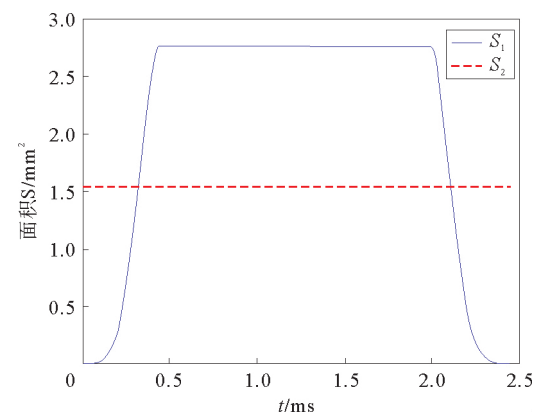


图4 喷油嘴有效面积与时间变化的关系图

此时喷油嘴的喷油速率随时间变化可以表示为:

$$Q_B(t) = \begin{cases} C_v S(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_R(t)}}, & nT \leq t \leq 2.45 + nT, n \in \mathbf{N}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (9)$$

其中: 周期 $T=100\text{ ms}$; ΔP 表示高压油管 B 处的内外压强差; ρ_R 表示高压油管的燃油密度; $C_v=0.85$, 表示流量系数.

2 单个喷油嘴下高压油管的压力控制

2.1 模型建立

以高压油管内压力波动最小为目标建立数学模型, 其目标函数为:

$$Z = \min \int_0^t (P(t) - P_e)^2 dt, \quad (10)$$

其中: $P_e=100\text{ MPa}$ 为管内初始压力; $P(t)$ 表示不同时刻下高压油管内的压力值; $[0, t]$ 表示所研究的时间段.

根据流体的连续性方程^[8], 在高压油管内的压强维持在 100 MPa 时, 从供油入口 A 处流入的燃油和从喷油嘴 B 处喷出的燃油的质量相等, 即 $M_A=M_B$, 则有:

$$\int_0^t \rho_L(t) Q_A(t) dt = \int_0^t \rho_R(t) Q_B(t) dt, \quad (11)$$

其中: ρ_L 表示高压油泵内的密度; ρ_R 表示油管内的密度.

供油入口 A 处的进油速率为:

$$Q_A(t) = \begin{cases} C_v S_A \sqrt{\frac{2(P_L(t) - P(t))}{\rho_L(t)}}, & P_L > P, \\ 0, & P_L \leq P. \end{cases} \quad (12)$$

其中: S_A 表示供油入口 A 处的面积; $P_L(t)$ 表示左侧高压油泵内的压力; $P(t)$ 表示高压油管内的压力.

综上所述, 建立以式(10)为目标函数, 以式(3)一式(9)和式(11)、(12)为约束条件的目标规划模型.

2.2 模型求解

利用 Matlab, 使用搜索算法多次实验^[9], 发现凸轮角速度范围在 $0.02 \sim 0.03\text{ rad/ms}$ 之间时, 油管最终压力比较稳定. 通过双重迭代确定凸轮角速度相对比较精确的值, 该过程的算法步骤如下.

Step1 初始化, 令角速度在 $0.0266 \sim 0.0285\text{ rad/ms}$ 内进行仿真迭代, 每个角速度迭代时间为 5 s . 对于柱塞的升程 H , 在区间 $[0, 2\pi]$ 内进行搜索, 找出每时刻柱塞的最大升程.

Step2 凸轮转动引起柱塞腔体积变化, 导致密度变为 $\rho_{L(i+1)} = \rho_{L(i)} V_{L(i)} / V_{L(i+1)}$, 这里 ρ_L 表示仅考虑凸轮转动时对高压油泵的密度影响.

Step3 在第 i 次循环时, 判断高压油泵内的压力 P_L 与此时高压油管内的压力 P 的大小关系: 若 $P_L \geq P$, 则单向阀打开, A 处向高压油管中供油, 高压油管中密度变化为 $\Delta\rho_{A(i+1)} = Q_{A(i+1)}(t) t_0 \rho_{L(i)} / V$; 若 $P_L < P$, 则 A 处单向阀关闭, $\Delta\rho_{A(i+1)} = 0$.

Step4 判断时间 t 时喷油嘴 B 处的燃油可流通面积, 求得 B 处的流通速度, 第 $i+1$ 时刻高压油管密度变化为 $\Delta\rho_{B(i+1)} = Q_{B(i)}(t) t_0 \rho_{R(i)} / V$.

Step5 对于高压油泵而言, 其压力受凸轮转动和供油入口 A 处向高压油管供油的综合影响, 第 $i+1$ 时刻密度变为 $\rho_{L(i+1)} = \rho_{L(i+1)} - \Delta\rho'_{A(i+1)}$, 其中, $\Delta\rho'_A$ 表示供油入口 A 处向高压油管进油时油泵的密度变化; 对于高压油管而言, 其压力受 A 处供油和 B 处喷油的共同影响, 第 $i+1$ 时刻密度变为 $\rho_{R(i+1)} = \Delta\rho_{A(i+1)} - \Delta\rho_{B(i+1)} + \rho_{R(i)}$. 由 $P = g^{-1}(\rho)$ 可求得对应时刻的压力.

Step6 求出每个角速度下压力的偏差平方和. 由于积分后得到的目标值的数量级高达 10^5 , 因而难以反映各个单向阀开启时长下目标值的大小变化关系, 因此需要把目标函数归一化, 这里采用线性加权的方式, 综合成反映总体偏差的指标.

建立如下式所示的归一化模型:

$$n_i^* = (n_i - n_{\min}) / (n_{\max} - n_{\min}),$$

其中: n_i 和 n_i^* 分别表示数据归一化前后的值; n_{\max} 和 n_{\min} 分别表示样本数据中的最大值和最小值.

迭代后得出不同角速度下的油管内压力偏差平方和, 并进行归一化处理, 绘制出相应图像, 如图 5 所示, 偏差平方和最小的角速度即为所求角速度.

从图 5 可以看出, 当凸轮角速度为 0.0274 rad/ms , 即凸轮转速大约为 $(0.0274/2\pi) \times 1000 \times 60 =$

262 rpm 时, 求得的油管压力偏差平方和最小, 对应的油管压力变化如图 6 所示。

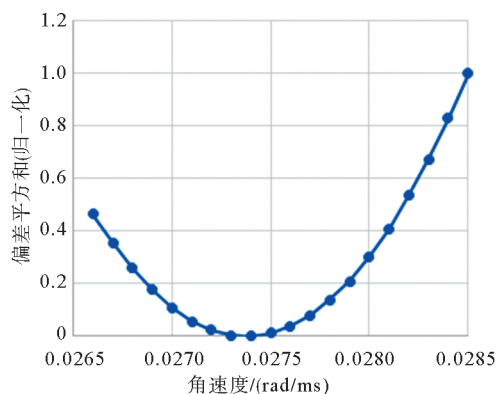


图5 凸轮角速度与油管压力偏差平方和的关系

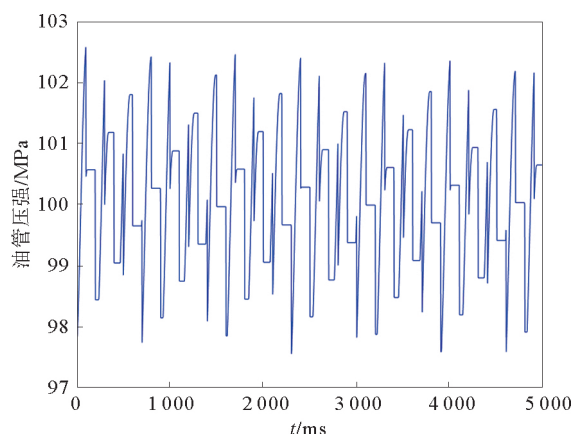


图6 角速度为 0.027 4 rad/ms 时油管压力变化

3 多个喷油嘴情况下的喷油策略分析

3.1 两个喷油嘴的情况

在上一个问题的基础上, 令油管再增加一个相同的喷油嘴 C, 且仍将其压力稳定在 100 MPa 左右。两个喷油嘴的喷油规律相同, 此时需要控制喷油嘴 B 与喷油嘴 C 的工作时间间隔。假设喷油嘴 B 在 $t=0$ 时刻开始工作, 喷油嘴 C 在 $t=\Delta t$ 时刻开始工作, 即两者开始工作的时间间隔为 Δt , 则此时喷油嘴 C 的喷油速率可以表示为:

$$Q_C(t) = \begin{cases} C_v S(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}, & nT + \Delta t \leq t \leq 2.45 + \Delta t + nT, n \in \mathbb{N}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (13)$$

此时的高压油管压力控制模型与之前模型相比增加了式(13), 而当增加一个喷油嘴时, 高压油管内的压力下降速度加快, 所以 A 处进油速率也应适当加大以平衡管内压力。根据单个喷油嘴在工作时的最优角速度值 $\omega = 0.0274 \text{ rad/ms}$, 若增加一个喷油嘴, 则出油量约为原来喷油量的 2 倍, 此时角速度值也应该增加到原角速度值的 2 倍左右。

该模型中有两个变量, 分别为凸轮转动角速度 ω 和两喷油嘴的工作时间间隔 Δt , 在此基础上, 构建双重搜索算法进行迭代求解, 外层循环为角速度 ω , 即此处以 0.001 rad/ms 为步长, 在区间 $[0.05, 0.06]$ 进行迭代; 内层循环为时间间隔 Δt , 令 $\Delta t = mT/8$, $m = 1, 2, \dots, 8$, 这里的 T 为喷油嘴的工作周期, 求出每一轮迭代下油管压力与 100 MPa 的偏差平方和。通过计算, 绘制出如图 7 所示的结果。

由图 7 可以得出, 在角速度 $\omega = 0.055 \text{ rad/ms}$, 两喷油嘴工作时间间隔 $\Delta t = 4T/8$, 即 $\Delta t = 50 \text{ ms}$ 时, 存在最小的偏差平方和。

由于所选取的相邻时间间隔较大, 现缩小范围, 在凸轮角速度为 0.055 rad/ms 的条件下, 以 1 ms 为步长, 在 $[35, 65]$ 的时间间隔内再次迭代分析, 求出每一个时间间隔对应下的偏差平方和并归一化, 得到结果如图 8 所示。

由图 8 可以看出, 在 $\Delta t = 45 \text{ ms}$ 时, 目标值偏差平方和最小, 即当凸轮角速度 $\omega = 0.055 \text{ rad/ms}$, 两喷油嘴时间间隔 $\Delta t = 45 \text{ ms}$ 时, 油管内的压力可以稳定在 100 MPa 左右, 即油管内的压力的波动最小, 为最优的控制策略。绘制出该情况下高压油管内压力变化图像, 如图 9 所示。

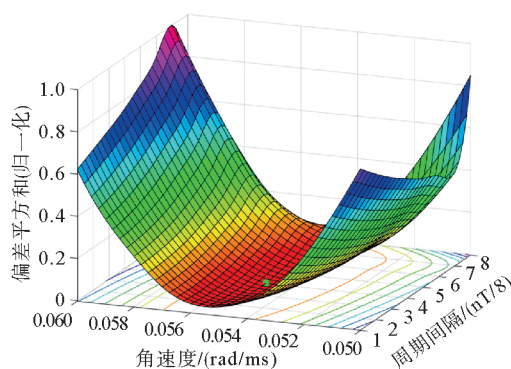


图7 不同角速度与喷油嘴工作时间间隔下油管压力的偏差平方和

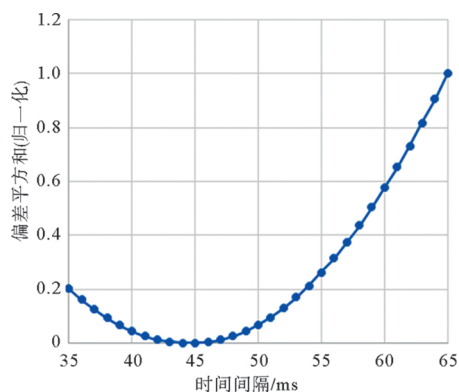


图 8 不同角速度与喷油嘴工作时间间隔下油管压力的偏差平方和

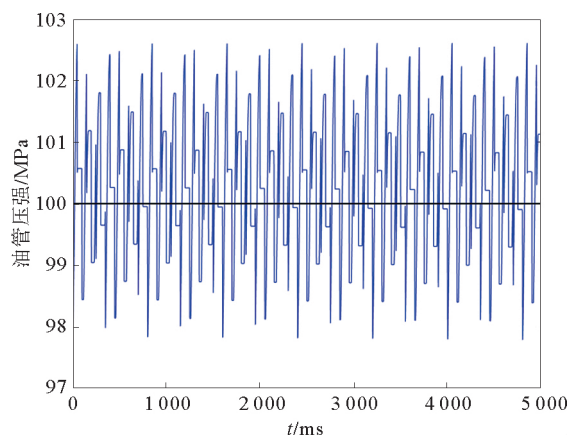


图 9 油管压力变化图

3.2 两个以上的喷油嘴分析

实际情况下, 一个高压共轨管会连接多个喷油嘴来提高喷油效率以及压力稳定性. 现考虑多个喷油嘴下高压油管的工作情况, 寻求高压油泵的供油速率与喷油嘴数量的关系.

在计算两个喷油嘴的工作情况时, 两个喷油嘴的工作时间间隔为 45 ms, 再引入一个喷油嘴时, 则 3 个喷油嘴工作时间间隔现在未知. 若重新引入变量讨论这 3 个喷油嘴两两工作时间间隔变化, 会使计算量大大增加. 现简化考虑, 假设在一个周期内这 3 个喷油嘴的工作时间间隔是相等的, 观察压力最终稳定时的凸轮角速度.

根据假设, 并结合式(13), 喷油嘴 D 的喷油规律可以表示为:

$$Q_D(t) = \begin{cases} C_v S(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}, & nT + 2\Delta t \leq t \leq 2.45 + 2\Delta t + nT, n \in \mathbf{N}, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\Delta t = T/3$.

使用类似的方法, 采用搜索算法求解, 凸轮角速度以 0.000 5 rad/ms 为步长, 在区间 [0.078, 0.088] 内进行迭代, 计算得到不同凸轮角速度下的目标值, 如图 10 所示.

从图 10 可以看出, 在凸轮角速度 $\omega = 0.0825$ rad/ms 时目标值最小, 此时高压油管内的压力波动最稳定. 绘制出该情况下高压油管压力随时间变化的图像, 如图 11 所示.

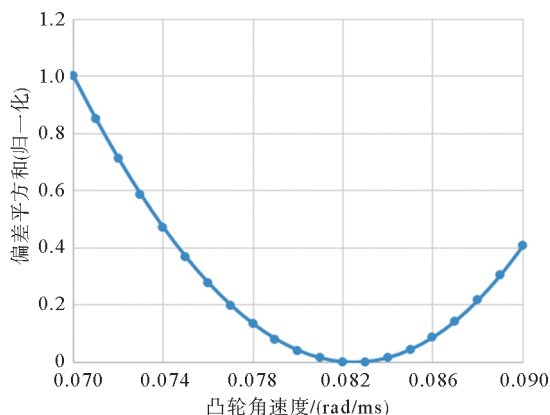


图 10 具有三个喷油嘴时高压油管示意图

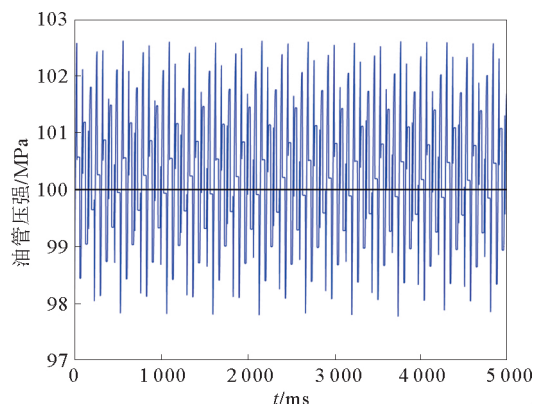


图 11 油管压力变化图

同理可计算出在 4 个喷油嘴条件下的最优目标值. 对比不同喷油嘴个数下高压油管压力随时间的参数变化, 如表 1 所示.

据分析, 凸轮角速度与喷油嘴个数之间存在线性相关关系, 即 $\omega = kn$. 随着喷油嘴个数增多, 高压油管压力随时间变化图像的标准差呈现逐渐减小的趋势, 这与先前假设相符, 表明喷油嘴数量增加在一定情况下会使高压油管体现出较好的稳定性.

表 1 不同喷油嘴个数的参数

喷油嘴个数	压力均值 /MPa	最大值 /MPa	最小值 /MPa	极差	标准差	凸轮角速度 /(rad/ms)	每个喷油嘴工 作开始时刻/ms
1	100.1	102.6	97.56	5.015	1.074	0.027 4	0
2	100.2	102.6	97.56	5.066	1.068	0.055 0	$45m(m=0,1)$
3	100.3	102.6	97.77	4.834	1.059	0.082 0	$33.3m(m=0,1,2)$
4	100.3	102.6	97.83	4.763	1.052	0.110 0	$25m(m=0,1)$

4 结论

本文利用质量守恒定律建立控制高压油管内压力稳定的目标规划模型，并采用多重搜索算法进行迭代分析，并对模型求解，在原问题的基础上将两个喷油嘴拓展至多个喷油嘴，研究发现在一定情况下喷油嘴个数的增多会使油管内的压力波动性降低，且在 3 个和 4 个喷油嘴的时候高压油管内的压力波动已经在 5 MPa 之下，这对提高高压共轨系统的性能具有十分积极的作用。

参考文献

[1]周义仓, 陈磊. 柴油机供喷油过程的压力变化与控制[J]. 数学建模及其应用, 2020, 9(1): 33-39.
[2]王钧效, 陆家祥, 谭丕强, 等. 柴油机高压共轨喷油系统的发展动态[J]. 柴油机, 2001(5): 1-11.
[3]Lino P, Maione B, Rizzo A. A control-oriented model of a common rail injection system for diesel engines[C]. 2005 IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation. IEEE, 19-22 Sept. 2005, 1: 557-563.
[4]何双杰. 柴油机高压共轨喷油系统的研究[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2018.
[5]Gupta V K, Zhang Z, Sun Z. Modeling and control of a novel pressure regulation mechanism for common rail fuel injection systems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(7): 3473-3483.
[6]全国大学生数学建模竞赛组委会. 2019 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛赛题[EB/OL]. (2019-09-12)[2020-05-12]. http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/b0ae8510b9ec0cc0deb2266d2de19ecb.html.
[7]李威, 王小群. 机械设计基础[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2007.
[8]吕晓辰. 高压共轨系统高压管路压力波动特性仿真研究及结构优化[D]. 北京: 北京交通大学, 2016.
[9]艾冬梅, 李艳晴, 张丽静, 等. MATLAB 与数学实验[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2014.

High-pressure Fuel Pipe Pressure Control Strategy Based on Multiple Search Algorithms

XU Yuanzhen¹, FANG Yi², SUN Sirong³, ZHU Jing²

(1. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. School of Mathematics and Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
3. School of Materials Science and Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper studies the optimal model of high-pressure fuel pipe pressure control based on principle of conservation of mass from 2019 CUMCM Problem A. The model uses infinitesimal method and multiple search algorithm to get recursive formula of density and pressure, and to obtain the pressure control strategy of the high-pressure fuel pipe through iteration. In addition, we discuss pressure fluctuations in the pipe when more than two ejection nozzles are working. It is concluded that the angular velocity of cam is roughly proportional to the number of ejection nozzle, and with the increase of the number of nozzles, the pressure stability in the high-pressure fuel pipe will stay at certain extent.

Key words: high-pressure fuel pipe; conservation of mass; multiple search; infinitesimal method; ejection nozzle

作者简介

许元振(1999—), 男, 北京科技大学机械工程学院 2017 级本科生.
房 义(1998—), 男, 北京科技大学数理学院 2017 级本科生.
孙思荣(1999—), 女, 北京科技大学材料科学与工程学院 2017 级本科生.
朱 婧(1976—), 女, 北京科技大学数理学院副教授, 从 2003 年开始一直指导学生参加数学建模竞赛. 主要科研方向为流动传热的建模与数值模拟, 以第一作者发表 SCI 期刊检索论文近 20 篇, 他引 200 余次, 1 篇入选 ESI 高被引论文.