

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

湖南大学课程考试试卷

课程名称： 概率统计 A ； 课程编码： GE03004 ； 试卷编号： A ； 考试时间： 120 分钟

姓名： ； 学号： ； 专业班级：

一、填空题（每题 3 分，共 18 分）

1、在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章，任选 3 人记录其纪念章的号码，则最小号码为 5 的概率为 .

2、设随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=A\left(\frac{1}{2}\right)^k, k=1,2,3,4$, 则 $P\{\frac{3}{2}<X<\frac{7}{2}\}= \underline{\hspace{2cm}}$.

3、设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 2 和 -2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式有 $P\{|X+Y|\geq 6\}\leq \underline{\hspace{2cm}}$.

4、设总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 已知， σ^2 未知。从该总体中抽取容量为 4 的样本

X_1, X_2, X_3, X_4 ，则 $Y = \frac{X_3 - X_4}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 (X_i - \mu)^2}}$ 服从的分布为 （要写出自由度）.

5、设总体 $X\sim N(0,1)$ ， X_1, X_2, \dots, X_{10} 为来自该总体的一组简单随机样本，则

$Y = \frac{9X_1^2}{\sum_{i=2}^{10} X_i^2}$ 服从的分布为 （要写出自由度）.

6、有一组来自正态总体 $X\sim N(\mu, 0.9^2)$ 容量为 9 的简单随机样本，其样本均值为 5.

则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 . ($\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95$)

二、计算题（7 题-9 题每题 6 分，10 题-11 题每题 8 分，共 34 分）

7、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 用 Y 表示 X 的 3 次独立重复观

察中事件 $\{X \leq \frac{1}{2}\}$ 出现的次数, 求 $P\{Y \leq 1\}$ 的值.

8、设 X 和 Y 为两个随机变量, 且 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{2}{5}, P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{3}{5}$, 求

$P\{\max\{X, Y\} \geq 0\}$ 的值.

9、设 $W = (2X - Y)^2, E(X) = E(Y) = 0, D(X) = 4, D(Y) = 9, \rho_{XY} = 0.5$, 求 $E(W)$ 的值.

10、设 $X \sim N(0, 1)$, 求 $Y = 2X^2 + 1$ 的概率密度.

11、设 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2, \max\{0, x-1\} \leq y \leq \min\{1, x\}, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求 X 和 Y 的边缘概率密度.

三、应用题 (每题 12 分, 共 48 分)

12、一学生接连参加同一课程的两次考试, 第一次及格的概率为 0.6. 若第一次及格则第二次及格的概率为 0.8, 若第一次不及格则第二次及格的概率为 0.4. (1) 若至少一次及格则他能取得某种资格, 求他取得该资格的概率; (2) 若已知他第二次已经及格, 求他第一次及格的概率.

13、设长方形的高 (以米计) $X \sim U(0, 2)$, 已知长方形的周长 (以米计) 为 20, 求长方形面积 A 的数学期望与方差.

14、设某次考试的考生成绩服从正态分布, 从中随机地抽取 36 位考生的成绩, 算得平均成绩为 66 分, 标准差为 15 分, 那么在显著性水平 0.05 下, 是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分?

($t_{0.025}(35) = 2.0301, t_{0.025}(36) = 2.0281, t_{0.05}(35) = 1.6896, t_{0.05}(36) = 1.6883$)

15、设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\lambda > 0$ 为未知参数.

(X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的一组简单随机样本, 分别用矩估计法和极大似然估计法求 λ 的估计量.