

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

20 年 1 月 日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称： 概率统计 A ； 课程编码： G203004

试卷编号： A ； 考试形式： 闭卷 ； 考试时间： 120 分钟。

题 号	一	二(1)	二(2-3)	二(4)	三(1-2)	三(3)	总分
应得分	30	10	20	10	20	10	100
实得分							
评卷人							

注：闭卷考试，可使用不带存储功能的计算器。参考数据

$$\Phi(1.65) = 0.95 \quad \Phi(1.96) = 0.975 \quad \Phi(0.548) = 0.7073 \quad \Phi(2.33) = 0.99 \quad t_{0.025}(16) = 2.120$$

$$t_{0.025}(15) = 2.132 \quad \chi_{0.975}^2(9) = 2.7, \chi_{0.95}^2(9) = 3.325, \quad F_{0.05}(9, 8) = 3.39, F_{0.05}(8, 9) = 3.23$$

$$F_{0.10}(9, 8) = 2.56 \quad F_{0.10}(8, 9) = 2.47$$

一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

- 1、设 $P(A) = a, P(A-B) = b$ ，则 $P(\overline{AB}) =$ _____
- 2、设 $X \sim N(4, 3), Y \sim N(2, 4)$ ，若 d 满足 $P(X + 0.5Y > d) = \Phi(1)$ ，则 $d =$ _____
- 3、设每次试验成功的概率为 $p (0 < p < 1)$ ，重复进行试验直到第 n 次才取得 $r (1 \leq r \leq n)$ 次成功的概率为 _____
- 4、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x + 0.2, & 0 \leq x < 0.5 \\ 1, & x \geq 0.5 \end{cases}$
则 $P(0 < X \leq 0.5) =$ _____
- 5、设 $X \sim B(2, p), Y \sim B(4, p)$ ，若 $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$ ，则 $P\{Y \geq 2\} =$ _____
- 6、设 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，则 $P(X \leq Y) =$ _____

7、设 X_1, X_2, X_3 相互独立, 且 $X_1 \sim U(0, 3)$, $X_2 \sim N(1, 2^2)$, X_3 服从参数为 3 的泊松分布, 若

$Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$, 则 $D(Y) =$ _____

8、设总体 X 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 而 (X_1, X_2, X_3, X_4) 是来自 X 的样本, 则

$Z = \frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_3 - X_4)^2}$ 服从的分布是 _____

9、设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 分别是 θ 的两个无偏估计量, 若 $3k\hat{\theta}_1 - k\hat{\theta}_2$ 也是 θ 的无偏估计量, 则 $k =$ _____

10、设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 测得样本均值 $\bar{x} = 10$, 样本方差 $S^2 = 0.16$,

则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是 _____

三、计算题 (共 40 分)

1、(10 分) 设随机变量 X 在 $(0, 2\pi)$ 内服从均匀分布, 求随机变量 $Y = \cos X$ 的概率密度函数.

2、(10 分) 设 X 与 Y 独立同分布于参数为 $\lambda > 0$ 的指数分布 $E(\lambda)$ ，其中 $E(\lambda)$ 对应的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$$

试求 $Z_1 = X - Y$ 和 $Z_2 = X + Y$ 的相关系数.

3、(10 分). 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}}, \quad (-\infty < x < +\infty),$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本. 试求

(1) 求参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$. (2) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的优效估计? 说明理由.

4、(10 分) 设随机向量 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 的均匀分布

(1) 判断 X 与 Y 独立是否独立, 并说明理由.

(2) 求微分方程 $x''(t) + Xx'(t) + Yx(t) = 0$ 的任意解 $x(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$ 的概率.

三、应用题 (30 分)

1、(10 分) 假设有两箱同种零件，第一箱内装有 50 件，其中 10 件一等品，第二箱装有 30 件，其中 18 件一等品，现从两箱中随意挑出一箱，然后从该箱中先后随机取出两个零件（取出的零件均不放回），试求：

(1) 先取出的零件是一等品的概率；

(2) 在先取出的零件是一等品的条件下，第二次取出的零件仍然是一等品的概率.

2、(10 分) 一个车间里共有 400 台同样类型的机器，每台机器运行时需要电功率为 10KW. 由于工艺关系，每台机器不会连续运行，它们是否开动相互独立，运行时间占工作时间的 0.75，问应供应多少千瓦功率的电力才能以 99% 的可能保证有足够多的供电而不至于影响生产.

3. 某一橡胶配方中，原用氧化锌 5g，现减为 1g. 今分别对这两种配方作一批实验，其中随机地取氧化锌 1g 的配方橡胶产品 10 件，测量其伸长率，得样本方差为 236.8，随机地取氧化锌 5g 的配方橡胶产品 9 件，测量其伸长率，得样本方差为 63.82. 假设橡胶伸长率服从正态分布，问这两种配方的橡胶伸长率的总体方差有无显著差异？(取 $\alpha = 0.10$)