诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

教务处填写：

____年___月___日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称：概率论与数理统计 A；课程编码：GE03004 试卷编号：A；考试时间：120 分钟

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分	36	27	27	10							100
实得分											
评卷人											

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

学号：

姓名：

装订线（题目不得超过此线）

湖南大学教务处

一、计算题（一）（每题 9 分，共 36 分）

1. 一只口袋里有 5 个球，编号分别是 1，2，3，4，5. 在其中同时取出 3 个，以 X 表示取出的 3 个球中的最大号码，求

(1) X 的分布率及分布函数 $F(x)$；(2) X 的数学期望 EX 及方差 DX 。

2．设 X ，Y 为两个随机变量，且 $P\{X\geq 0,Y\geq 0\}=\dfrac{3}{7},P\{X\geq 0\}=P\{Y\geq 0\}=\dfrac{4}{7},$ 求 $P\{\max(X,Y)\geq 0\}$ 。

3．若随机变量η在(1，6)上服从均匀分布，求方程$x^2+\eta x+1=0$有实根的概率。

4．三个箱子，第一个箱子中有 4 个黑球 1 个白球，第二个箱子中有 3 个黑球 3 个白球，第三个箱子有 3 个黑球 5 个白球。现随机地取一个箱子，再从这个箱子中取出 1 个球，求该球为白球的概率；已知取出的球是白球，求此球属于第二个箱子的概率。

湖南大学课程考试试卷

装订线（题目不得超过此线）

湖南大学教务处

二、计算题（二）（每题 9 分，共 27 分）

5．设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$，求随机变量 $Y=1-\sqrt[3]{X}$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

6．已知随机变量 X，Y 的联合概率密度为 $f\left(x,y\right)=\begin{cases} cxy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

（1）求常数 c；（2）判断 X 与 Y 的独立性及相关性；

（3）求 X 与 Y 的联合分布函数 $F\left(x,y\right)$.

7．设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(x+2y)}, & x>0,y>0,\\ 0, & 其它,\end{cases}$ 求随机变量$Z=X+2Y$的分布函数。

三、应用题（每题 9 分，共 27 分）

8．某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗的索赔户占 20%，以X表示在随意抽查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数。（附表：$\Phi(2.5)=0.9938$，$\Phi(1.5)=0.9332$）。

（1）写出X的概率分布；

（2）利用棣莫佛-拉普拉斯定理(中心极限定理)，求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值。

湖南大学课程考试试卷

装订线（题目不得超过此线）

9. 设总体X的概率密度为$f(x,\theta)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x\ge\theta, \\ 0 & ,其他, \end{cases}$其中$\theta>0$为未知参数，

$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自总体X的简单随机样本，

求（1）参数θ的矩估计量$\hat{\theta}$；（2）参数θ的极大似然估计量$\hat{\theta}$

10. 已知某机器生产出的零件长度X（单位：cm）服从正态分布$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从中随意抽取容量为 16 的一个样本，测得样本均值$\bar{x}=10$，样本方差$s^2=0.16$. (1) 求总体均值μ置信度为 0.95 的置信区间；(2) 在显著性水平为 0.05 下检验假设$H_0:\mu=9.7, H_1:\mu\ne 9.7$

（附：$t_{0.05}(16)=1.7459$，$t_{0.05}(15)=1.7531$，$t_{0.025}(16)=2.1199$，$t_{0.025}(15)=2.1315$）

湖南大学教务处

四．问答题与证明题（每题 5 分，共 10 分）

11. 已知 $(X,Y) \sim N(0,1,2^2,3^2,0)$，请问 $F=\dfrac{9X^2}{4(Y-1)^2}$ 服从什么分布？为什么？

12．设总体 X 服从参数为 2 的指数分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求证：当 $n\to\infty$ 时，$Y_n=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛。