

Note: Attempt all Sections. In case of any missing data; choose suitably.
नोट: सभी प्रश्नों को हल करें। लापता डेटा को उपयुक्त मान लें।

SECTION A

1. Attempt all questions in brief.

02 x 7 = 14

Q no	Question	CO	Level
a.	What is a linear partial differential equation of first order? Write its general form. प्रथम क्रम का रैखिक आंशिक अवकल समीकरण क्या है? इसका सामान्य रूप लिखिए।	1	K1
b.	Write the one-dimensional heat equation and mention the physical meaning of each term. एक-आयामी ऊष्मा समीकरण लिखिए तथा इसके प्रत्येक पद का भौतिक अर्थ बताइए।	2	K2
c.	Define the coefficient of skewness based on moments. आघूर्णों के आधार पर विषमता गुणांक को परिभाषित कीजिए।	3	K1
d.	State Charpit's method and mention when it is used. चार्पिट की विधि को बताइए तथा यह कब प्रयुक्त की जाती है?	1	K3
e.	What is a control chart? Name any two types of control charts. नियंत्रण चार्ट क्या है? किसी भी दो प्रकार के नियंत्रण चार्ट के नाम लिखिए।	5	K2
f.	Define a probability density function (p.d.f.) and state its two properties. प्रायिकता घनत्व फलन को परिभाषित कीजिए तथा इसके दो गुण लिखिए।	4	K3
g.	What is meant by regression line of Y on X? पर Y की प्रतिगमन रेखा (Regression line of Y on X) से क्या तात्पर्य है?	3	K1

SECTION B

2. Attempt any three of the following:

07 x 3 = 21

a.	Solve the linear partial differential equation $(y+z)\frac{\partial z}{\partial x} + (x+z)\frac{\partial z}{\partial y} = x+y$ using Lagrange's method. लाग्रांज की विधि का उपयोग करके निम्नलिखित रैखिक आंशिक अवकल समीकरण को हल कीजिए: $(y+z)\frac{\partial z}{\partial x} + (x+z)\frac{\partial z}{\partial y} = x+y$.	1	K5												
b.	Solve the one-dimensional heat equation $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < L$, $t > 0$ subject to the boundary conditions $u(0, t) = 0$, $u(L, t) = 0$ and the initial condition $u(x, 0) = x(L-x)$ using the method of separation of variables. चर पृथक्करण विधि का उपयोग करके निम्नलिखित एक-आयामी ऊष्मा समीकरण को हल कीजिए: $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < L$, $t > 0$ सीमा शर्तें : $u(0, t) = 0$, $u(L, t) = 0$ प्रारम्भिक शर्त (Initial Condition): $u(x, 0) = x(L-x)$	2	K4												
c.	The following data relate to variables X and Y: निम्नलिखित आँकड़े चर X तथा Y से संबंधित हैं: <table border="1"><tr><td>X</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>Y</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td><td>17</td><td>21</td></tr></table> Find the correlation coefficient and obtain the regression lines of Y on X and X on Y. सह-संबंध गुणांक ज्ञात करें और Y पर X तथा X पर Y की प्रतिगमन रेखाएँ प्राप्त करें।	X	2	4	6	8	10	Y	5	9	13	17	21	3	K3
X	2	4	6	8	10										
Y	5	9	13	17	21										

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 70

d.	<p>The lifetime of an electric bulb is normally distributed with mean 1200 hours and standard deviation 100 hours.</p> <ol style="list-style-type: none"> Find the probability that a bulb lasts (a) more than 1300 hours, (b) between 1100 and 1250 hours. Out of 2000 bulbs, how many are expected to last more than 1400 hours? (Standard normal table values may be assumed.) <p>एक विद्युत बल्ब का जीवनकाल सामान्य वितरण का पालन करता है, जिसका माध्य 1200 घंटे और मानक विचलन 100 घंटे है।</p> <ol style="list-style-type: none"> यह ज्ञात कीजिए कि किसी बल्ब के जलने की संभावना है: (a) 1300 घंटे से अधिक तक चलने की, (b) 1100 और 1250 घंटों के बीच चलने की। 2000 बल्बों में से कितने बल्बों से अपेक्षा की जा सकती है कि वे 1400 घंटे से अधिक चलेंगे? <p>(मानक सामान्य तालिका के मान मान लिए जा सकते हैं।)</p>	4	K4												
e.	<p>Two independent random samples from two normal populations gave the following results: दो स्वतंत्र यादृच्छिक नमूनों को दो सामान्य जनसंख्या से लिया गया, जिनके परिणाम निम्नलिखित प्राप्त हुए:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Sample(नमूना)</th><th>Size(आकार)</th><th>Mean(माध्य)</th><th>Standard Deviation(मानक विचलन)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>I</td><td>10</td><td>52</td><td>6</td></tr> <tr> <td>II</td><td>12</td><td>47</td><td>5</td></tr> </tbody> </table> <p>Test whether the difference between the sample means is significant at 5% level of significance. Assume population variances are equal. परीक्षण कीजिए कि क्या नमूना माध्यों के बीच का अंतर 5% महत्व स्तर पर महत्वपूर्ण है। मान लीजिए कि जनसंख्या विचरण समान हैं।</p>	Sample(नमूना)	Size(आकार)	Mean(माध्य)	Standard Deviation(मानक विचलन)	I	10	52	6	II	12	47	5	5	K5
Sample(नमूना)	Size(आकार)	Mean(माध्य)	Standard Deviation(मानक विचलन)												
I	10	52	6												
II	12	47	5												

SECTION C

3. Attempt any one part of the following:

07 x 1 = 07

a.	<p>Solve the non-linear partial differential equation $p^2 + q^2 = z$ Where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ using Charpit's method.</p> <p>चारपिट की पद्धति का उपयोग करके निम्नलिखित गैर-रेखिक आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिए: $p^2 + q^2 = z$ Where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$</p>	1	K3
b.	<p>Solve the partial differential equation.</p> <p>आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिए</p> $(D^2 - 4DD' + 4D'^2)z = e^{2x+y}$	1	K5

4. Attempt any one part of the following:

07 x 1 = 07

a.	<p>Solve the wave equation</p> <p>तरंग समीकरण हल कीजिए</p> $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < L$ <p>subject to</p> <p>के अंतर्गत</p> $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0, u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{L}, \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0.$	2	K2
----	--	---	----

b.	Using the Fourier transform method, solve the partial differential equation फूरियर रूपांतरण विधि का उपयोग करके आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिए $\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, -\infty < x < \infty, t > 0$ subject to the initial condition प्रारंभिक शर्त के अनुसार $u(x, 0) = e^{-a x }$	2	K4
----	---	---	----

5. Attempt any one part of the following:

07 x 1 = 07

<p>a. The following data give the frequency distribution of a variable X: निम्नलिखित डेटा किसी चर X का आवृत्ति वितरण दर्शाते हैं:</p> <table border="1" data-bbox="230 546 1150 627"> <tr> <td>X</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td></tr> <tr> <td>f</td><td>3</td><td>7</td><td>12</td><td>8</td><td>4</td></tr> </table> <p>Find the first four moments about the mean and hence determine the coefficients of skewness and kurtosis. माध्य के बारे में पहले चार गुणों को ज्ञात कीजिए और फिर इसके आधार पर विक्षेपता और गोलाई के गुणांक निर्धारित कीजिए।</p>	X	10	20	30	40	50	f	3	7	12	8	4	<div>07 x 1 = 07</div> <div>3</div> <div>K5</div>
X	10	20	30	40	50								
f	3	7	12	8	4								
<p>b. Fit a parabola of the form निम्न रूप का एक परवलय फिट कीजिए</p> $y = a + bx + cx^2$ <p>to the data डेटा के अनुसार:</p> <table border="1" data-bbox="212 947 1142 1020"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td><td>17</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y	1	2	5	10	17	<div>3</div> <div>K3</div>
x	0	1	2	3	4								
y	1	2	5	10	17								

6. Attempt any one part of the following:

07 x 1 = 07

6. Attempt any one part of the following:		4	K4												
a.	<p>The number of typing errors per page in a book follows a Poisson distribution with mean 2.</p> <ol style="list-style-type: none">Find the probability that a randomly chosen page has (a) no error (b) at most two errors.If a book has 500 pages, estimate the expected number of pages with exactly three errors. <p>किसी पुस्तक में प्रति पृष्ठ टाइपिंग त्रुटियों की संख्या एक पॉइसन वितरण का पालन करती है, जिसका माध्य 2 है।</p> <ol style="list-style-type: none">ज्ञात कीजिए कि किसी यादृच्छिक रूप से चुने गए पृष्ठ पर: (a) कोई त्रुटि नहीं होने की संभावना, (b) अधिकतम दो त्रुटियाँ होने की संभावना।यदि किसी पुस्तक में 500 पृष्ठ हैं, तो अनुमान लगाइए कि कितने पृष्ठों पर ठीक तीन त्रुटियाँ होने की संभावना है।	4													
b.	<p>A discrete random variable X has the following probability distribution: एक विविक्त यादृच्छिक चर X का निम्नलिखित प्रायिकता वितरण है</p> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X = x)$</td><td>k</td><td>$2k$</td><td>$3k$</td><td>$2k$</td><td>k</td></tr></table> <p>Find the value of k and determine the mean and variance of X ("k" का मान ज्ञात कीजिए और X का माध्य तथा विचरण निर्धारित कीजिए।)</p>	x	0	1	2	3	4	$P(X = x)$	k	$2k$	$3k$	$2k$	k	4	
x	0	1	2	3	4										
$P(X = x)$	k	$2k$	$3k$	$2k$	k										

BTECH
(SEM III) THEORY EXAMINATION 2025-26
MATHEMATICS-IV

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 70

07 x 1 = 07

7. Attempt any *one* part of the following:

- a. The following table shows the distribution of students according to gender and preference of subject
निम्नलिखित तालिका छात्रों का लिंग और विषय की प्राथमिकता के अनुसार वितरण दर्शाती है:

Gender(लिंग)	Science(विज्ञान)	Arts(कला)	Commerce(वाणिज्य)	Total(कुल)
Male(पुरुष)	50	30	20	100
Female(महिला)	40	50	30	120
Total(कुल)	90	80	50	220

Test at 5% level of significance whether gender and subject preference are independent

5% महत्व स्तर पर यह परीक्षण कीजिए कि क्या लिंग और विषय की प्राथमिकता स्वतंत्र हैं।

- b. Five samples, each of size 4, were taken from a production process. The sample means and ranges are given below :

उत्पादन प्रक्रिया से प्रत्येक का आकार 4 वाले पांच नमूने लिए गए, नमूना माध्य और फैलाव निम्नलिखित दिए गए हैं:

Sample(नमूना)	Mean(माध्य)(\bar{x})	Range(फैलाव)(R)
1	20	4
2	22	5
3	19	3
4	21	4
5	23	6

Construct \bar{X} -chart and R-chart and comment on whether the process is under control.

\bar{X} -चार्ट और R-चार्ट बनाइए और टिप्पणी कीजिए कि क्या यह प्रक्रिया नियंत्रण के अधीन है।

Given

दिया गया: $A_2 = 0.729$, $D_3 = 0$, $D_4 = 2.282$.

5

K5

K3