알튜비튜
동적 계획법

오늘은 ‘다이나믹 프로그래밍’이라고도 불리는 동적 계획법 알고리즘에 대해 배웁니다.
과거에 구한 해를 현재 해를 구할 때 활용하는 알고리즘이죠. 문제에 많이 나오는 굉장히 중요한 알고리즘 중 하나에요.

동적 계획법

- 특정 범위까지의 값을 구하기 위해 이전 범위의 값을 활용하여 효율적으로 값을 얻는 기법
- 이전 범위의 값을 저장(Memoization)함으로써 시간적, 공간적 효율 얻음

이런 문제가 있어요

#알튜비튜

10870번 : 피보나치 수 5 - Bronze 2

문제

- F(n) = F(n-1) + F(n-2) (n >= 2)
- n번째 피보나치 수를 구하는 문제

제한 사항

- 입력 범위는 0 <= n <= 20

이런 문제가 있어요

/<> 10870번 : 피보나치 수 5 - Bronze 2

문제

- F(n) = F(n-1) + F(n-2) (n >= 2)
- n번째 피보나치 수를 구하는 문제

→ n부터 시작하면 계속 전 단계 함수를 호출하죠?

제한 사항

- 입력 범위는 0 <= n <= 20

재귀함수로 풀면 안되나?

피보나치 수 5

- F(n) = F(n-1) + F(n-2) (n >= 2)
- n번째 피보나치 수를 구하는 문제
- n의 범위 <= 20

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

✓ 완전 가능!

다른 문제도 있어요

#알튜비튜

피보나치 수 7

- F(n) = F(n-1) + F(n-2) (n >= 2)
- n번째 피보나치 수를 구하는 문제
- n의 범위 <= 1,000,000

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

✓ 완전 가능?

재귀함수로..?

피보나치 수 7

- F(n) = F(n-1) + F(n-2) (n >= 2)
- n번째 피보나치 수를 구하는 문제
- n의 범위 <= 1,000,000

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

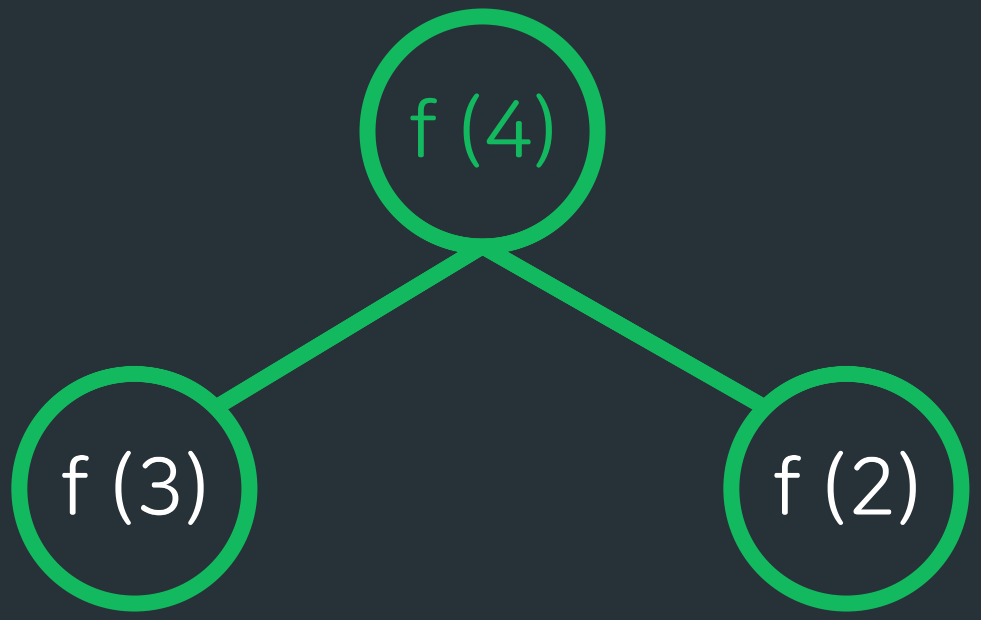
✓ 절대 불가능

→ 재귀로 풀기엔 n의 범위가 커서 시간초과가 난다

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 1
f(1): 0
f(0): 0

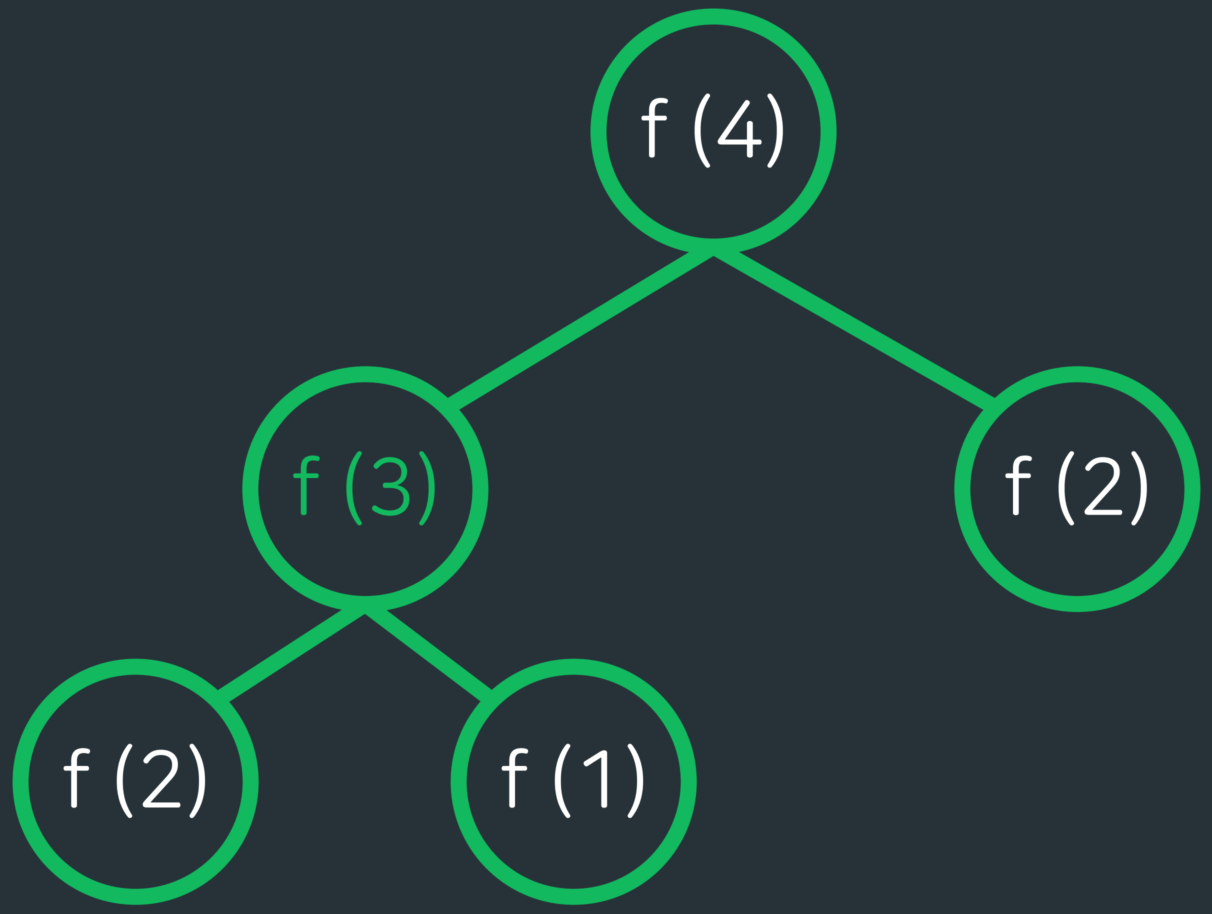



```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 2
f(1): 1
f(0): 0

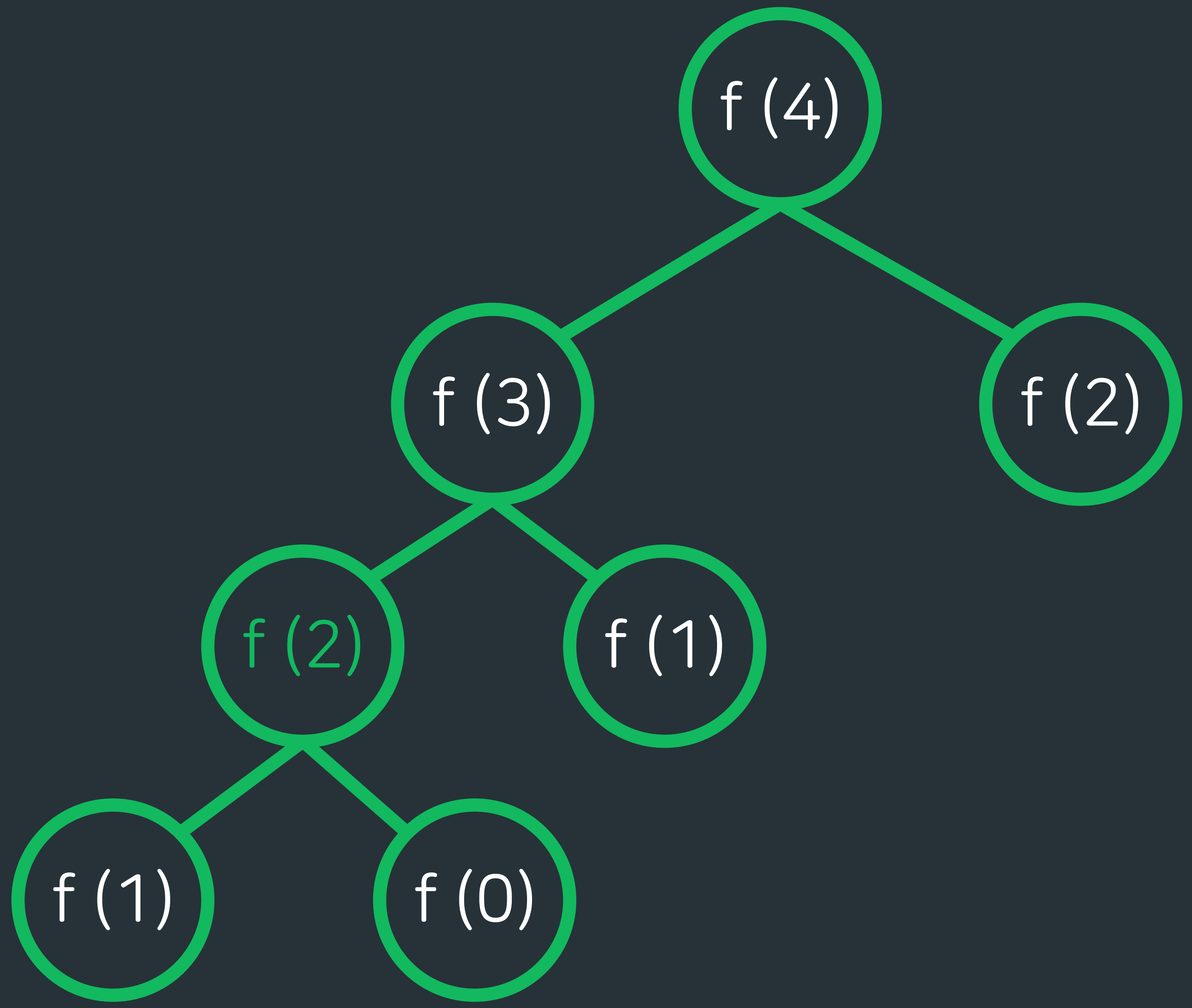



```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 2
f(1): 2
f(0): 1

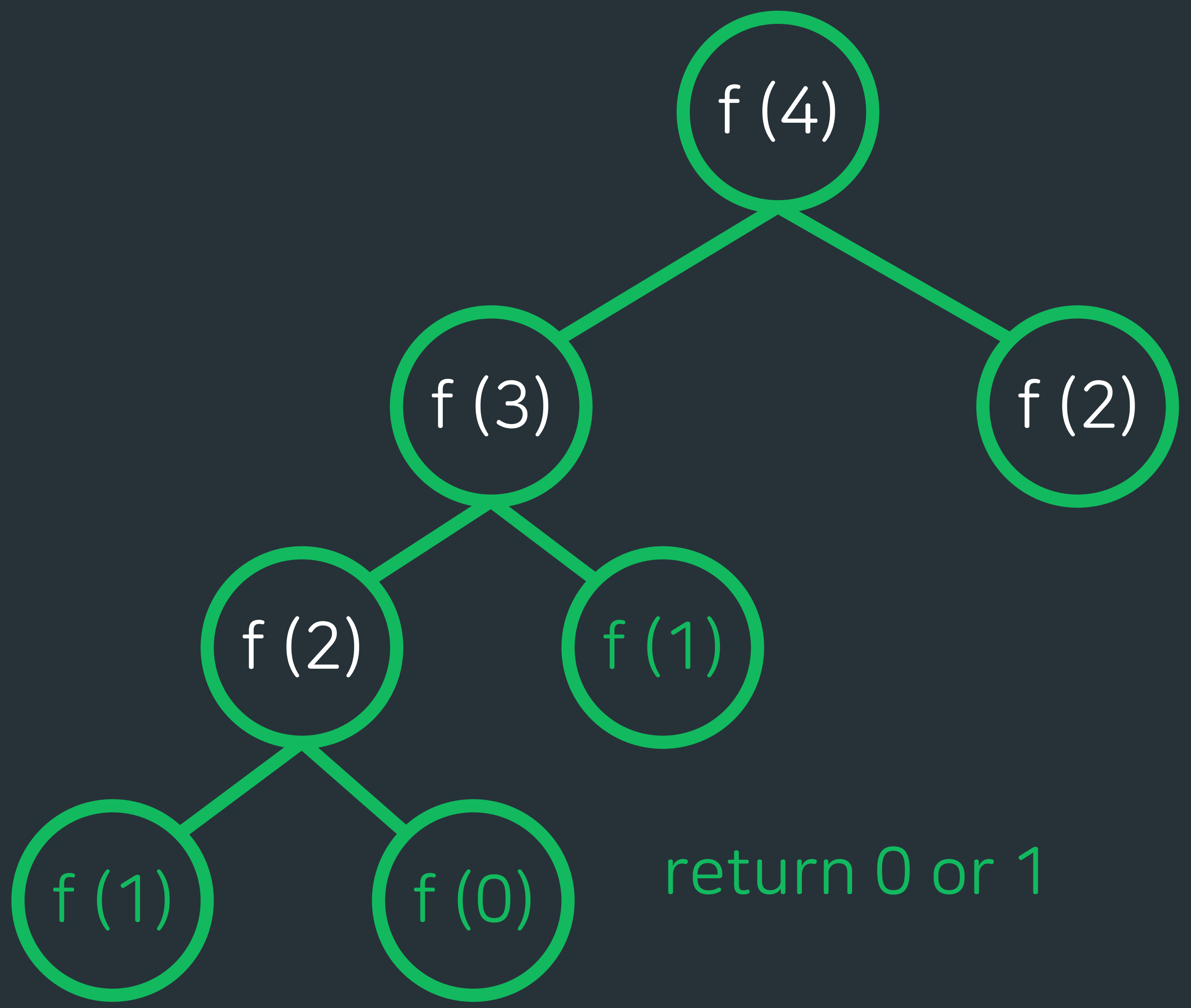



```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 2
f(1): 2
f(0): 1

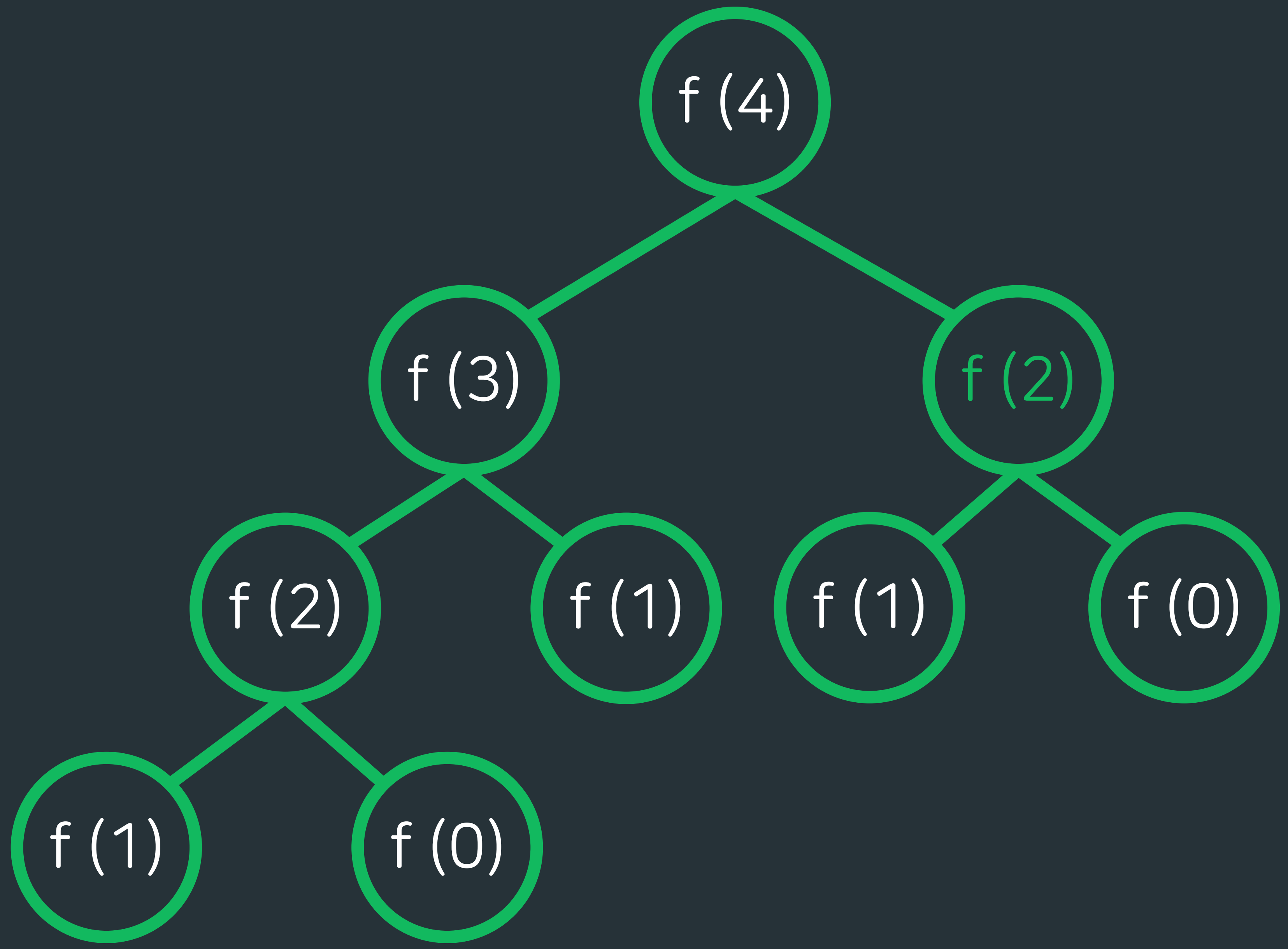



```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 2
f(1): 3
f(0): 2

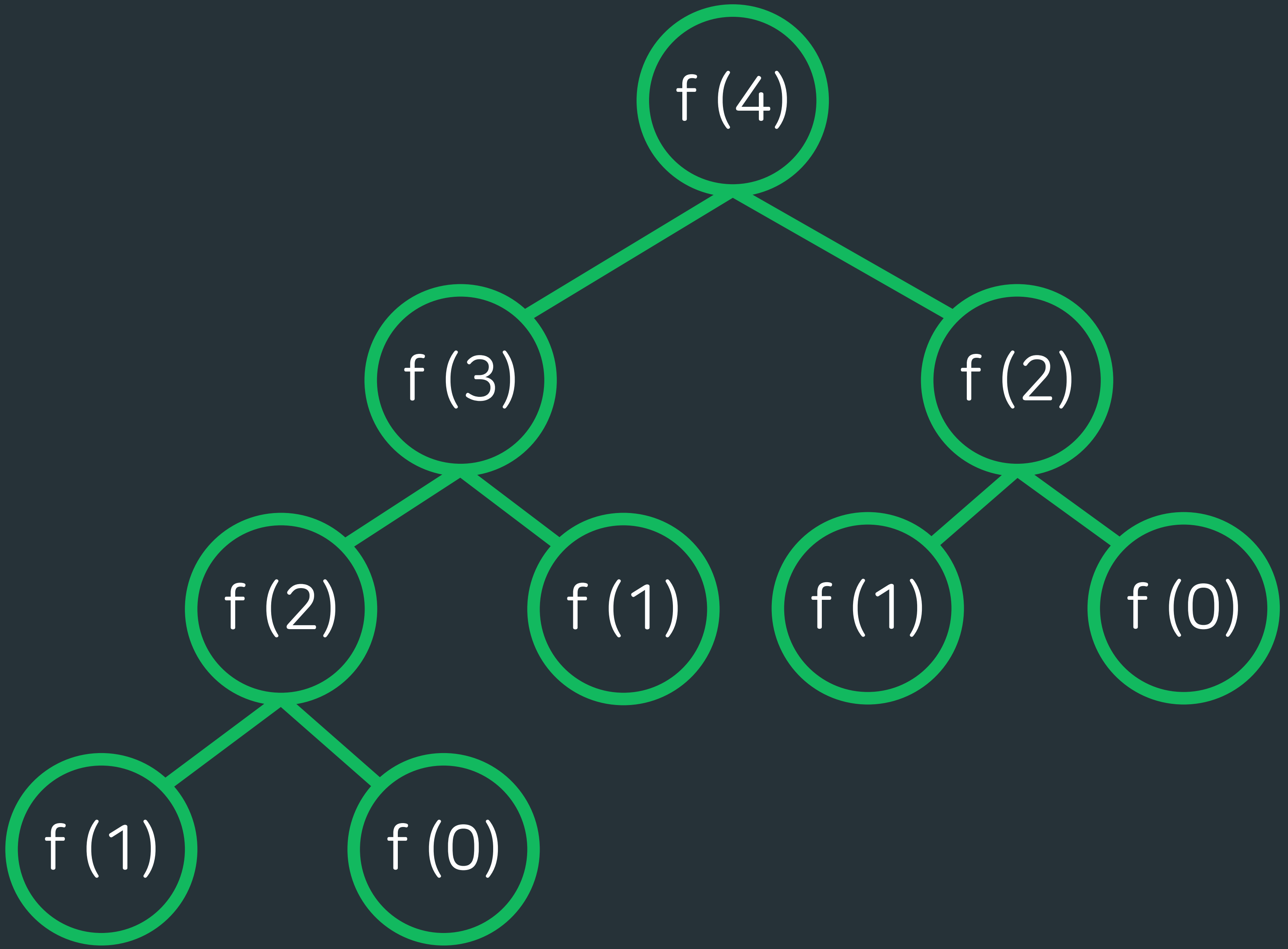



```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

재귀함수는

- n = 4

[함수 호출 수]
f(4): 1
f(3): 1
f(2): 2
f(1): 3
f(0): 2




```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

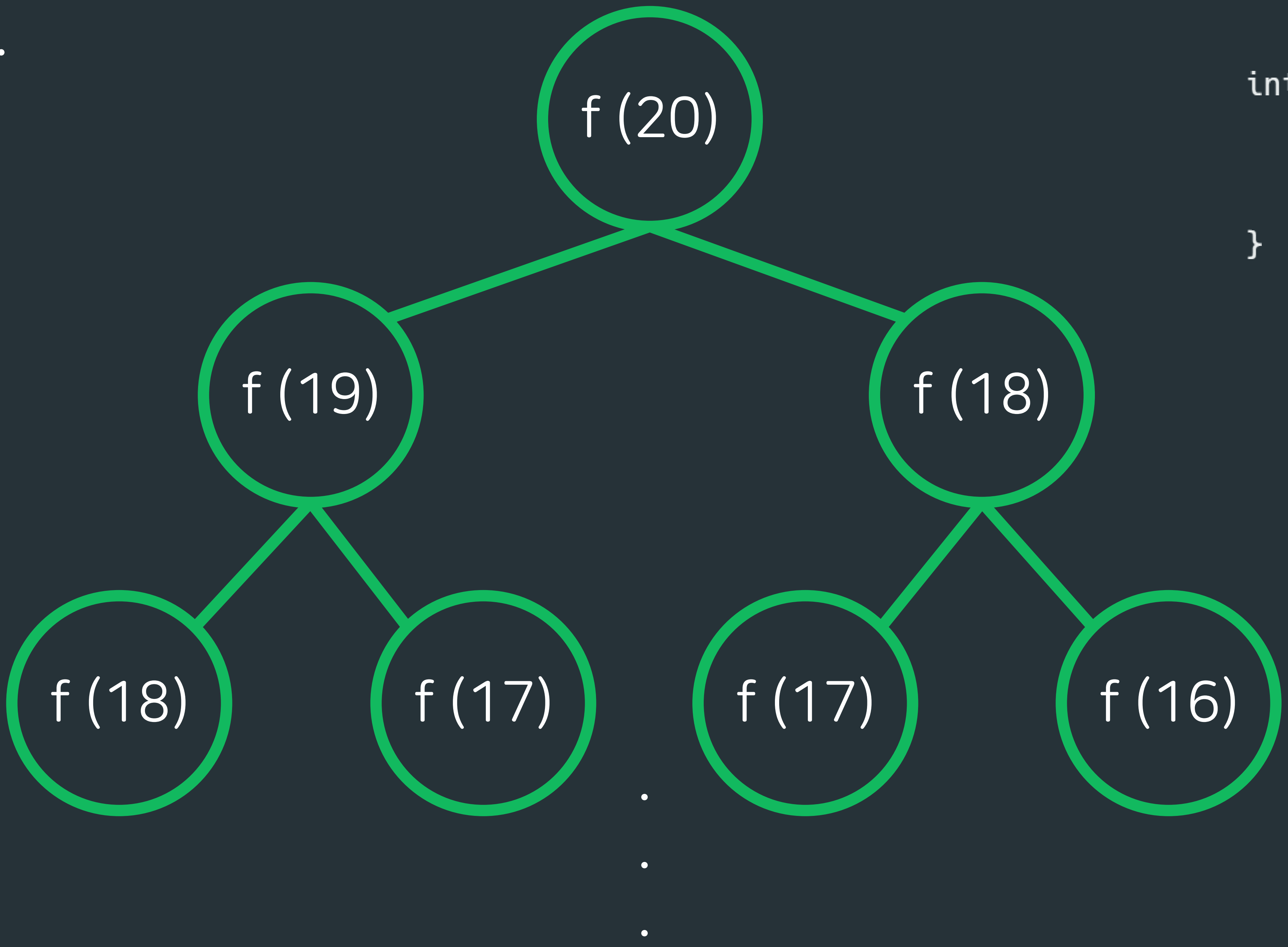
→ 같은 함수를 여러 번 호출하는 경우가 많다!
→ 즉, 한 번 계산한 값을 또 계산하게 됨

재귀함수는

- 당장 n = 20 이여도..

[함수 호출 수]
f(0): 4181
f(1): 6765
f(2): 4181
f(3): 2584
f(4): 1597
.
.
.

*실제 값입니다




```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

→ N이 커지면? 함수 호출이 훨씬 많이 일어남
→ 그렇다면, 이미 구한 답을 또 계산할 필요가 있을까?

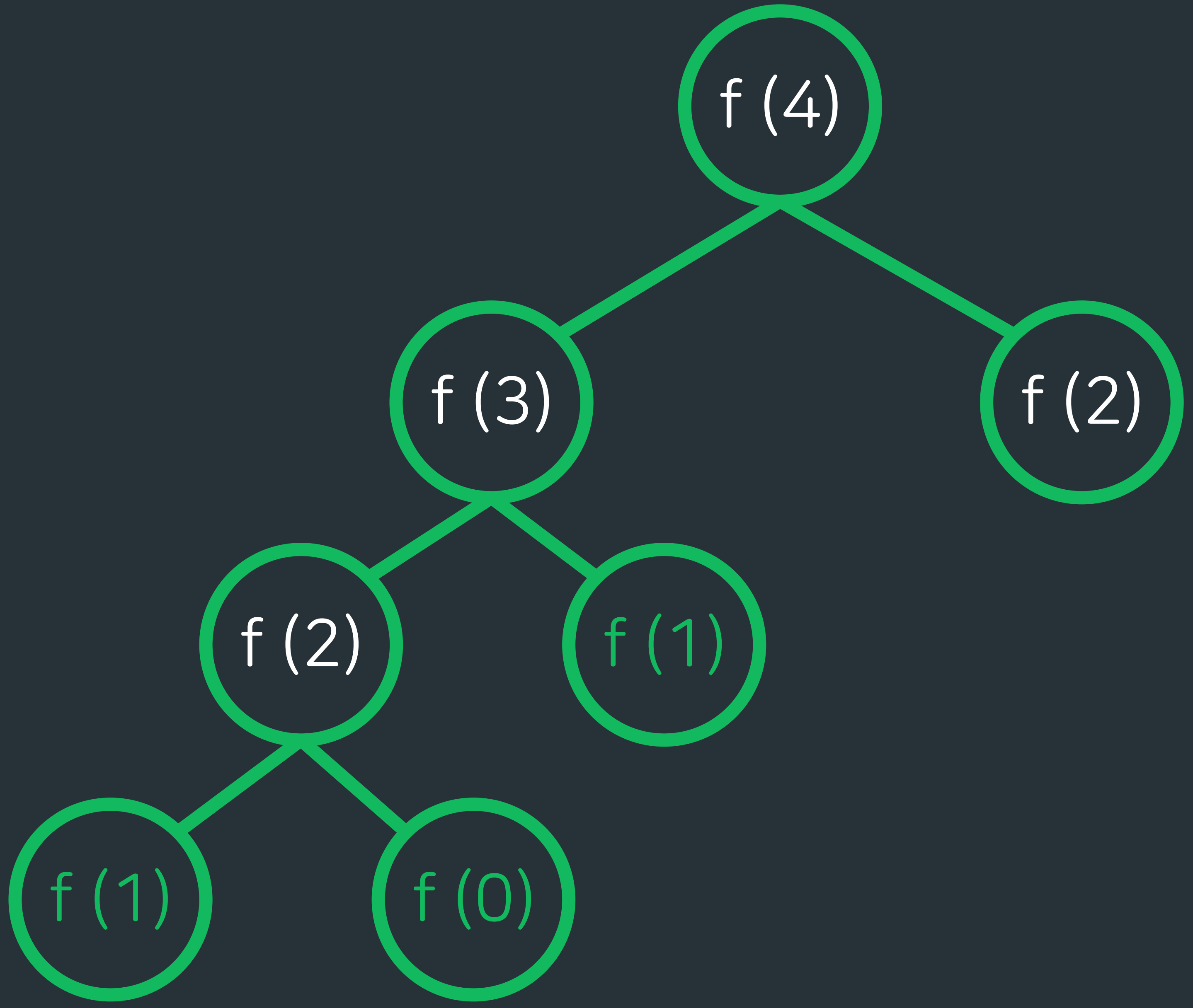
동적 계획법은

Memoization

- 이전에 구해둔 값을 저장해서 중복 계산을 방지
- 이전 범위의 답을 구하면, 바로 배열에 저장해 놓자!
- 시간과 공간면에서 모두 효율적!

피보나치 수 문제에 적용하면

- n = 4

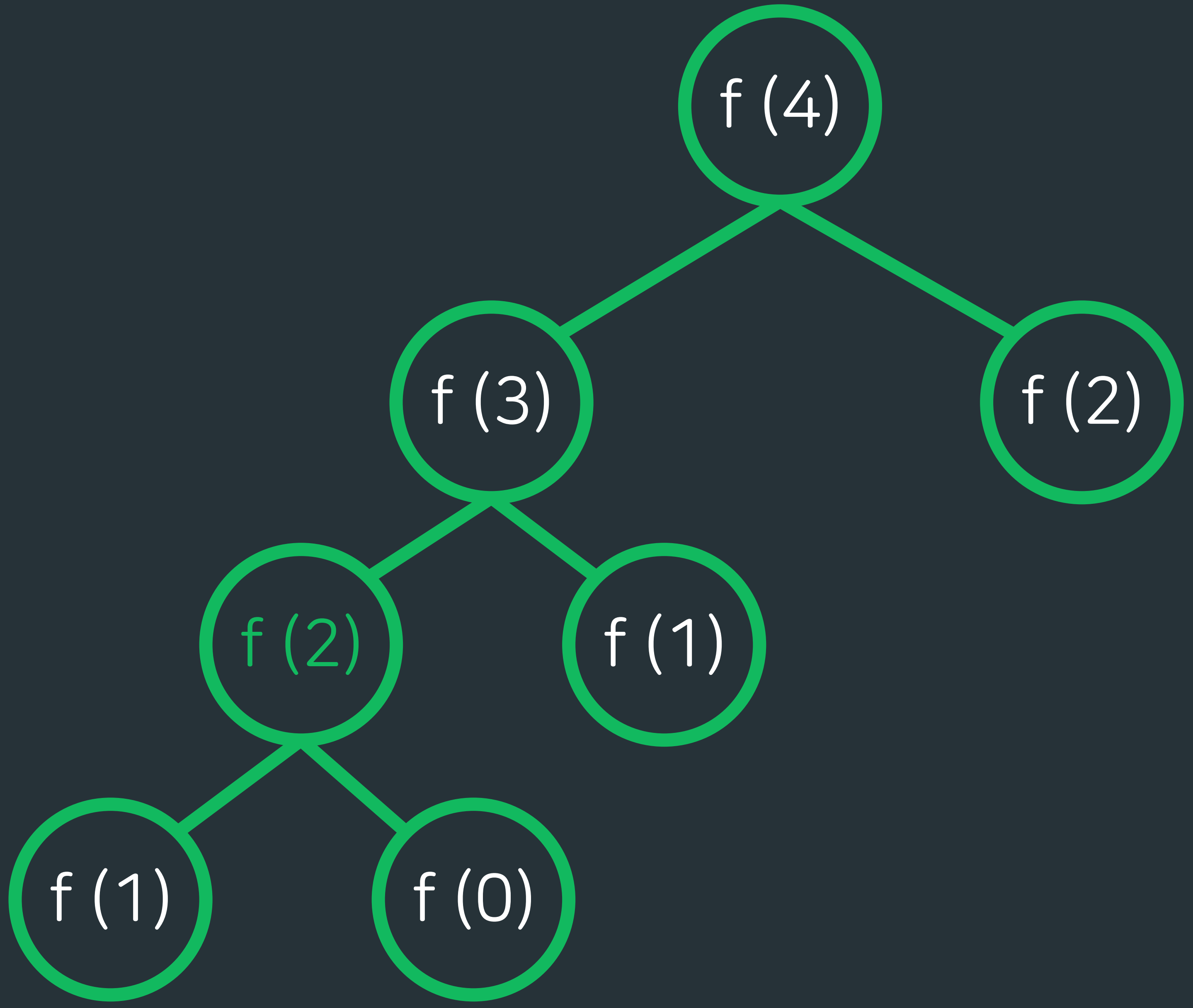


	0	1	2	3	4
dp	0	1			

피보나치 수 문제에 적용하면

#알튜비튜

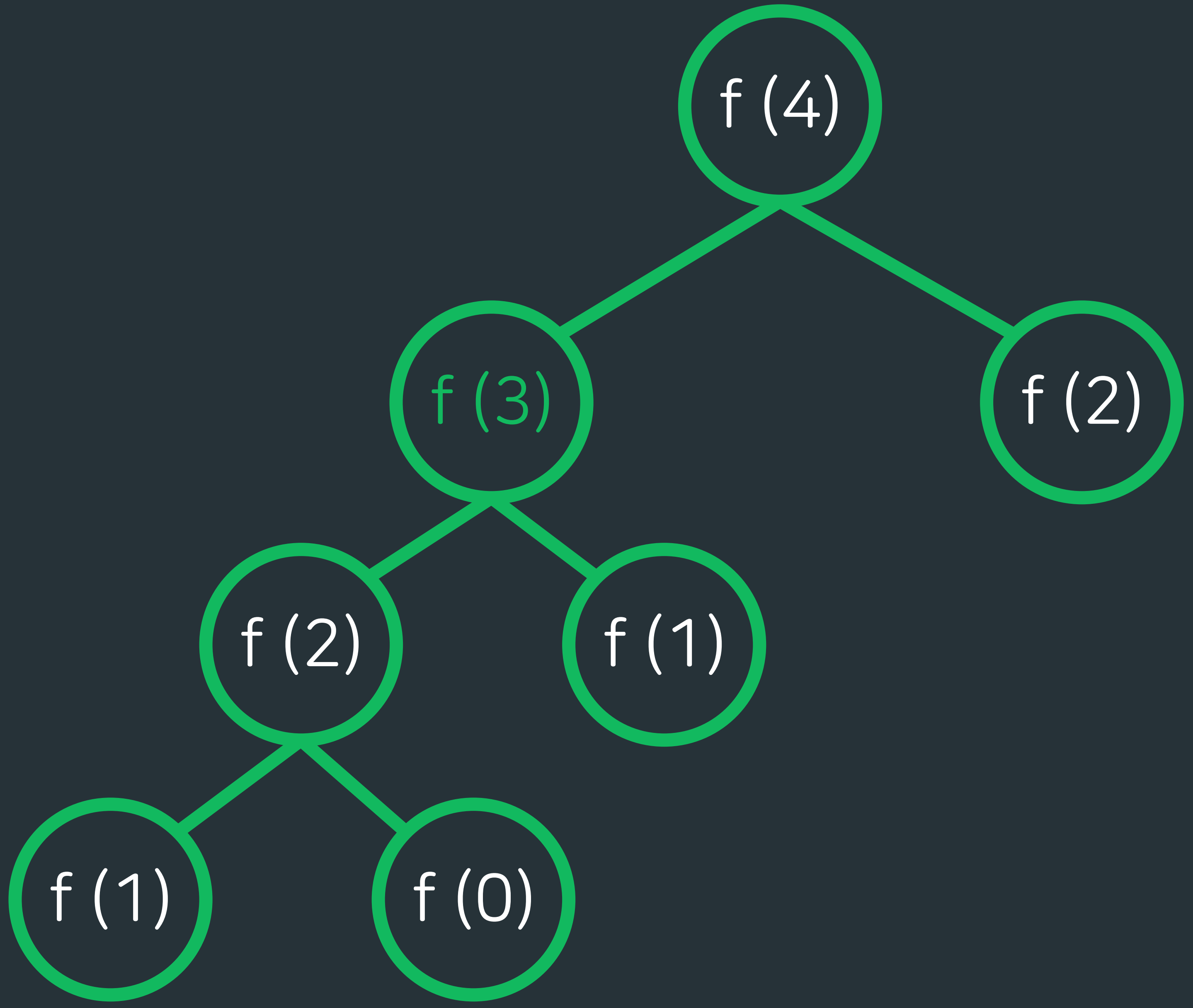
- n = 4



	0	1	2	3	4
dp	0	1	1		

피보나치 수 문제에 적용하면

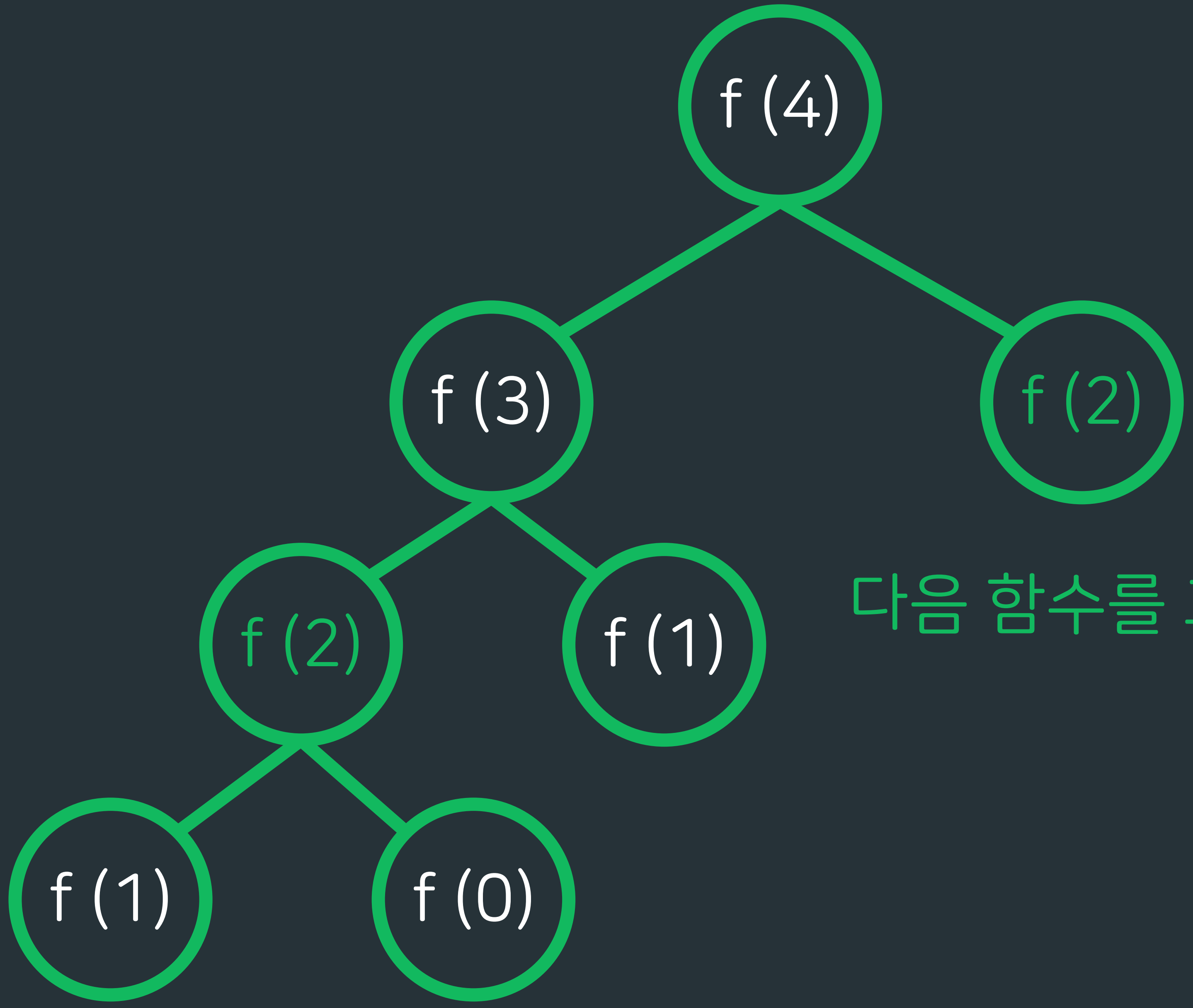
- n = 4



	0	1	2	3	4
dp	0	1	1	2	

피보나치 수 문제에 적용하면

- n = 4

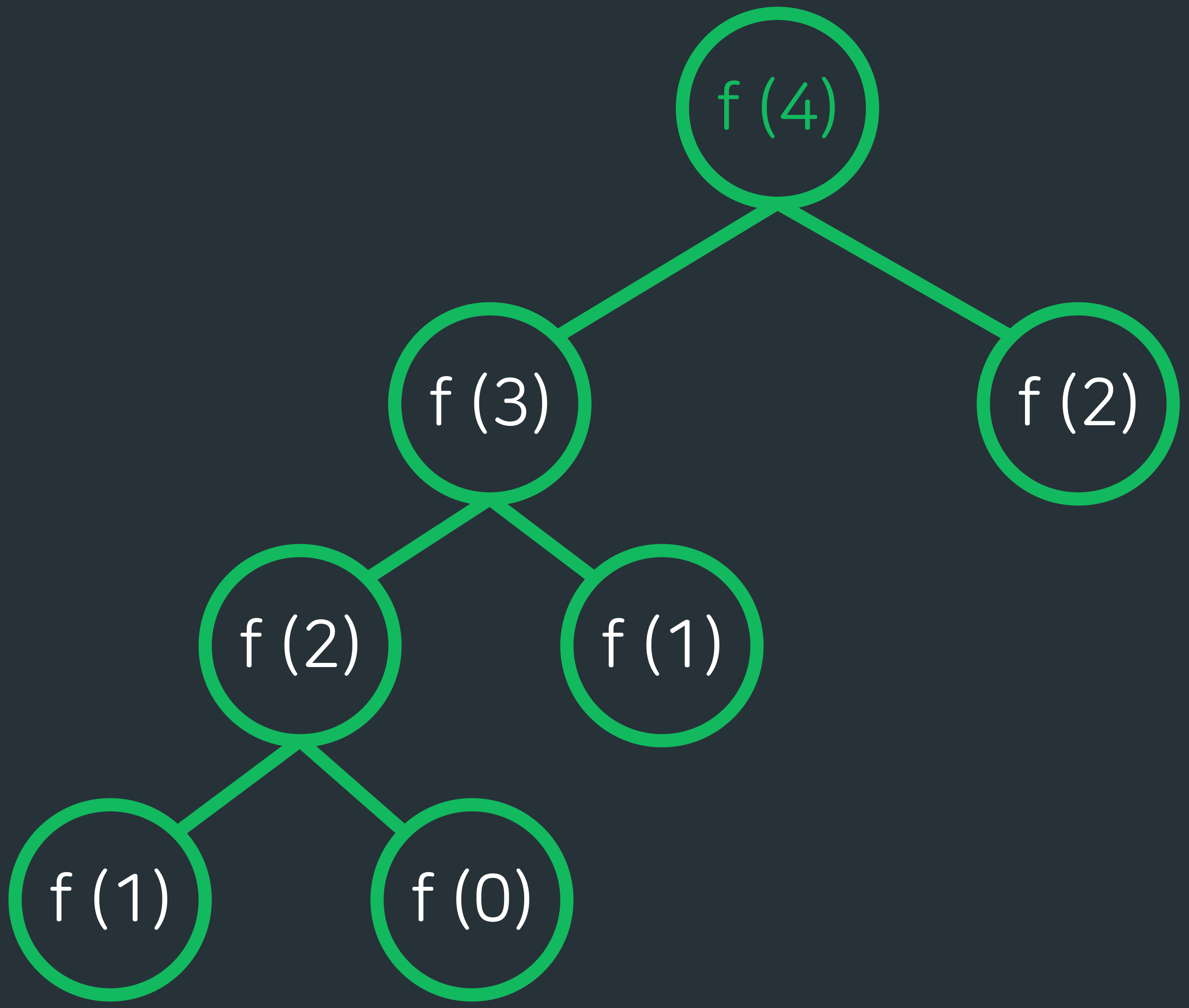


다음 함수를 호출할 필요가 없어짐!

	0	1	2	3	4
dp	0	1	1	2	

피보나치 수 문제에 적용하면

- n = 4



	0	1	2	3	4
dp	0	1	1	2	3

피보나치 수 문제에 적용하면

단순 재귀함수

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    return f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

- 보통 n <= 20 까지만 가능
- 그 이상은 시간초과

동적 계획법

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    if (dp[n]) //dp[n]의 값이 존재한다면
        return dp[n]; //함수 호출x 이미 계산한 값 리턴
    return dp[n] = f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

- n의 범위 클 때 활용
- 훨씬 효율적인 풀이

다르게 구현할 수도 있어요

동적 계획법

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    if (dp[n]) //dp[n]의 값이 존재한다면
        return dp[n]; //함수 호출x 이미 계산한 값 리턴
    return dp[n] = f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

- Top-down 방식 (n부터)
- 구하려 하는 문제를 작은 문제로 호출하며 탐색
- 재귀함수를 활용

0번 인덱스부터 시작해서 미리 배열에 이전 범위의 답을 저장하면 어떨까?

다르게 구현할 수도 있어요

동적 계획법

```
int f(int n) {
    if (n <= 1)
        return n;
    if (dp[n]) //dp[n]의 값이 존재한다면
        return dp[n]; //함수 호출x 이미 계산한 값 리턴
    return dp[n] = f(n - 1) + f(n - 2);
}
```

37052 KB	32 ms

- Top-down 방식 (n부터)
- 구하려 하는 문제를 작은 문제로 호출하며 탐색
- 재귀함수를 활용

```
dp[1] = 1;
for(int i = 2; i <= n; i++){
    dp[i] = dp[i - 1] + dp[i - 2];
}
```

5928 KB	4 ms

- Bottom-up 방식 (0부터)
- 이미 알고 있는 작은 문제부터 원하는 문제까지 탐색
- Top-down 방식보다 속도 빠름!

어떨 때 동적 계획법을 적용하지?

동적 계획법

- 주어진 문제를 부분 문제로 나누었을 때, 부분 문제의 답을 통해 주어진 문제의 답을 도출할 수 있을 때
- 부분 문제의 답을 여러 번 구해야 할 때
- 즉, 한 번 계산한 값을 다시 사용해야 할 때

점화식

- 인접한 항들 사이의 관계식
- 동적 계획법 문제를 풀 때는, 점화식을 미리 세우고 풀면 좋다!
- 이전 값들을 통해 DP(현재)를 정의하자

(ex) 피보나치 수 문제: DP[i] = DP[i – 1] + DP[i – 2]

1932번 : 정수 삼각형 – Silver 1

문제

- 정수 삼각형이 주어졌을 때, 맨 위층부터 시작해서 아래층으로 내려오면서 이제까지 선택된 수의 합이 최대가 되는 경로를 구해라
- 현재 층에서 대각선 왼쪽 또는 대각선 오른쪽으로만 이동 가능

제한 사항

- 삼각형 크기 <= 500
- 삼각형 이루는 정수 0 ~ 9,999

→ 피보나치 수 문제랑 조금 비슷해 보이지 않나요?

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

```
        7
      3   8
    8   1   0
  2   7   4   4
4   5   2   6   5
```

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

7

3 8

8 1 0

2 7 4 4

4 5 2 6 5

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

```
        7
      3   8
    8   1   0
  2   7   4   4
4   5   2   6   5
```

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

```
        7
      3   8
    8   1   0
  2   7   4   4
4   5   2   6   5
```

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

```
        7
      3   8
    8   1   0
  2   7   4   4
4   5   2   6   5
```

재귀함수?

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

제한 사항

- 삼각형 크기 <= 500

7

3 8

8 1 0

2 7 4 4

4 5 2 6 5

Bottom-up 방식의 DP!

→ 현재 위치의 최대 경로값은 어떻게 알지?

정수 삼각형

- 크기가 5인 정수 삼각형

제한 사항

- 삼각형 크기 <= 500

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

Bottom-up 방식의 DP!

→ 문제에서 위에서부터 내려가는거라 했으므로, 현재 위치에서 왼쪽 위 대각선, 오른쪽 위 대각선 중 어느 경로를 택해야 최대 경로인지 구하자!

인덱스 어떻게..?

#알튜비튜

- 문제에선 이렇게 주어져요.

```
7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5
```

즉, 현재 인덱스를 (i, j)라 하면
- 왼쪽 위 대각선: (i-1, j - 1)
- 오른쪽 위 대각선: (i-1, j)

→ (1, 1) 인덱스부터 현재 인덱스에서 최대 경로값을 배열에 저장하며 풀자!
→ 2차원 배열 필요

정수 삼각형 – Bottom up

```
dp[1][1] = triangle[1][1];
for (int i = 2; i <= n; i++) {
    for (int j = 1; j <= i; j++) {
        dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + triangle[i][j];
    }
}
```

물론 다른 방법도 가능해요

Bottom - up

3980 KB	40 ms

```
dp[1][1] = triangle[1][1];
for (int i = 2; i <= n; i++) {
    for (int j = 1; j <= i; j++) {
        dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + triangle[i][j];
    }
}
```

Top - down

3980 KB	44 ms

```
int f(int row, int col) {
    if (row == 1)
        return triangle[1][1];
    if (row == 0 || col == 0) //정수 삼각형 값이 없는 곳
        return 0;
    if (dp[row][col] >= 0) //값이 이미 존재한다면
        return dp[row][col];
    return dp[row][col] = max(f(row - 1, col - 1), f(row - 1, col)) + triangle[row][col];
}
```

2579번 : 계단 오르기 - Silver 3

문제

- 계단은 한 번에 1칸 or 2칸 오를 수 있음
- 연속된 세 개의 계단을 모두 밟으면 안됨 (시작점은 포함 x)
- 마지막 도착 계단은 반드시 밟음
- 각 칸의 점수가 주어질 때, 얻을 수 있는 점수의 최댓값 구하는 문제

제한 사항

- 계단 개수 <= 300
- 점수 <= 10,000

→ 각 계단마다의 최댓값을 구한 후 저장하며 풀면 되지 않을까?

예제

예제 입력

```
6
10
20
15
25
10
20
```

예제 출력

```
75
```

점화식을 세워보자

문제

- 계단은 한 번에 1칸 or 2칸 오를 수 있음
- 연속된 세 개의 계단을 모두 밟으면 안됨 (시작점은 포함 x)
- 마지막 도착 계단은 반드시 밟음
- 각 칸의 점수(score)가 주어질 때, 얻을 수 있는 점수의 최댓값 구하는 문제

접근

- DP에는 현재 계단까지의 점수의 최댓값 저장
- 현재 계단은 1칸 or 2칸 전 계단에서 온 것

→ DP[i] = MAX(DP[i – 1], DP[i – 2]) + score[i] ?

점화식을 세워보자

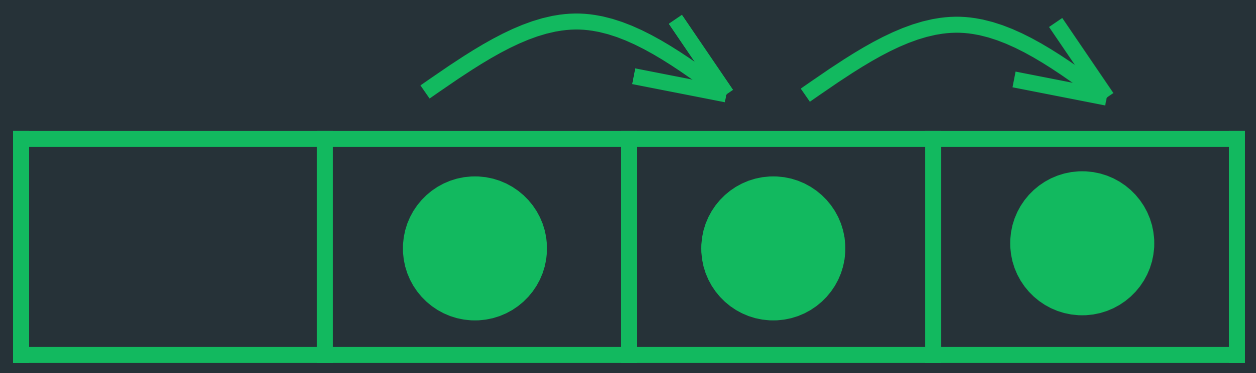
문제

- 계단은 한 번에 1칸 or 2칸 오를 수 있음
- 연속된 세 개의 계단을 모두 밟으면 안됨 (시작점은 포함 x)
- 마지막 도착 계단은 반드시 밟음
- 각 칸의 점수(score)가 주어질 때, 얻을 수 있는 점수의 최댓값 구하는 문제

접근

- DP에는 현재 계단까지의 점수의 최댓값 저장
- 현재 계단은 1칸 or 2칸 전 계단에서 온 것

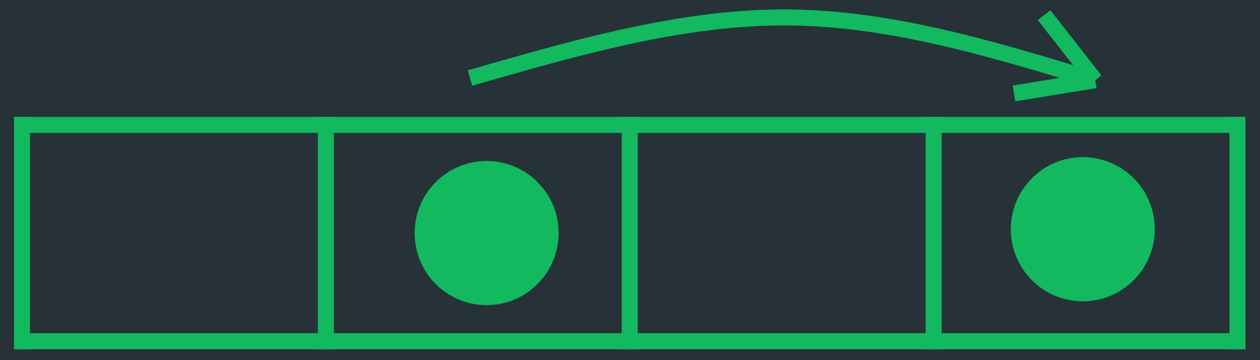
→ DP[i] = MAX(DP[i – 1], DP[i – 2]) + score[i] (x)
→ 이것만으로론 연속 세 칸을 잡아낼 수 없음



연속 세 칸이므로 안됨!

점화식을 세워보자

접근



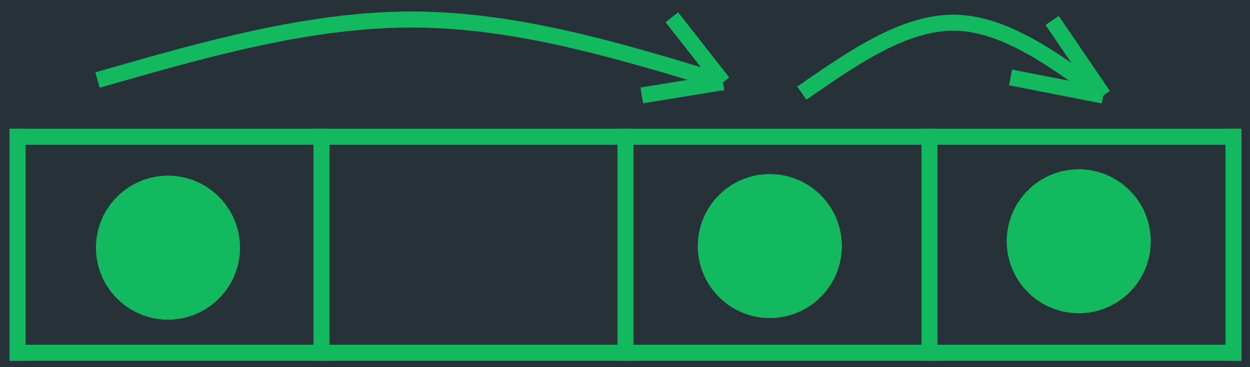
- 두 칸 전에서 온 건 괜찮음

→ DP[i - 2]

점화식을 세워보자

#알튜비튜

접근



- 한 칸 전에서 온 값을 쓰고 싶다면, 3칸 전에서 2칸 이동 후 한 칸 전으로 온 경우 생각하면 됨!

→ DP[i – 3] + score[i – 1]

∴ DP[i] = MAX(DP[i – 2], DP[i – 3] + score[i – 1]) + score[i]

/<> 11053번 : 가장 긴 증가하는 부분 수열 – Silver 2

문제

- 수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이를 구하는 문제

제한 사항

- 수열 A의 길이 범위는 1 <= len(A) <= 1,000

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

#알튜비튜

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 모든 부분 수열을 구해서 증가하는 부분 수열인지 검사하는 브루트 포스 접근

→ 시간 복잡도 $O(2^n)$ 이고, n은 최대 1,000이므로 절대 불가능!

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 부분수열의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 "증가하는 부분수열"의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0						

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

#알튜비튜

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 "증가하는 부분수열" 의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0	1					

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 "증가하는 부분수열" 의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0	1	2				

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

- "증가하는 부분수열"이므로 10 < 20 검사 필요

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 "증가하는 부분수열" 의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0	1	2	1			

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

- 현재 수의 값보다 작은 그 전 값들 중, 길이가 가장 긴 것(dp[i]값이 가장 큰 것)을 고르는 것이 핵심!

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 "증가하는 부분수열" 의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0	1	2	1	3		

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

- 거기서 + 1을 해주면 현재 수로 끝나는 가장 긴 부분수열 길이!

가장 긴 증가하는 부분 수열 (LIS)

접근

- 수열을 0번 인덱스부터 탐색하며 해당 인덱스로 끝나는 “증가하는 부분수열” 의 길이의 최댓값을 계산해나가면 어떨까?

	0	1	2	3	4	5	6
dp	0	1	2	1	3	2	4

[10, 20, 10, 30, 20, 50]

$\therefore$ DP[i] = MAX($\sum_{j=0}^{i-1} DP[j]$) + 1 (단, A[j] < A[i])

/<> 12865번 : 평범한 배낭 – Gold 5

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

제한 사항

- 물품의 수 N (1 <= N <= 100)
- 배낭 무게 K (1 <= K <= 100,000)
- 물건 무게 W(1 <= W <= 100,000)
- 물건 가치 V (0 <= V <= 1,000)

예제

예제 입력

```
4 7
6 13
4 8
3 6
5 12
```

예제 출력

```
14
```

Hint

1. 전 시간들에 배운 알고리즘으로 풀기엔 시간이 부족해보여요.
2. 부분 문제에 대한 정답을 어떻게 활용할 수 있을까요? 이 문제의 전체 정답은 최대 무게 K일 때의 최대 가치합이죠. 그렇다면 부분 문제는 무엇일까요?

브루트 포스..?

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 물품의 가능한 조합을 모두 구한 후, 무게가 K이내이면서 가치합이 최대인 경우를 찾는 브루트 포스 접근

→ O(2^n) 이고, 물품의 수(n)가 최대 100이므로 절대 불가능!

백트래킹..?

#AlTuBiTu

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 물품의 가능한 조합을 구하는데, 중간에 무게가 K를 초과하는 경우를 모두 쳐내며 가치합이 최대인 경우를 찾는 백트래킹 접근

→ 왠지 가능해 보이지만, 이 풀이도 최악의 경우
K를 초과하는 경우가 없으면 결국 브루트 포스와 동일. 즉, 불가능

동적 계획법!

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 오늘 배운 동적 계획법을 활용해 보자. 이전에 구한 답을 활용?

→ K이전의 무게들에 대한 정답(가치합의 최댓값)을 저장하며 풀면 어떨까?

→ 무게를 인덱스로!

K이전 무게들에 대한 정답은 어떻게 계산?

접근

- K 까지의 무게를 인덱스로 나타냄
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

- 배낭에 넣으려면?

→ 현재 물품 무게만큼 배낭에 추가되는 것! 그런데 현재 인덱스가 배낭의 최대 무게인데?
→ [현재 배낭 무게 - 물품 무게]인 배낭 무게에서의 최대 가치값 + 현재 물품 가치값

- 배낭에 안 넣는 경우는?

→ 현재 배낭 무게에 저장된 정답을 그대로 사용하면 됨!

점화식을 세워봅시다

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 6, v = 13
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13

- 배낭에 넣는 경우: (현재 배낭 무게 – 물품 무게)를 인덱스로 가지는 값 + 물품 가치 → dp[0][0] + 13
- 배낭에 안 넣는 경우: 0

점화식을 세워봅시다

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 4, v = 8
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13

- 배낭에 넣는 경우: dp[1][6 - 4] + 8 = 8
- 배낭에 안 넣는 경우: dp[1][6] = 13

점화식을 세워봅시다

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 3, v = 6
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13
dp[3]	0	0	0	6	8	8	13	14

- 배낭에 넣는 경우: dp[2][7 - 3] + 6 = 14
- 배낭에 안 넣는 경우: dp[2][7] = 13

점화식을 세워봅시다

#알튜비튜

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 5, v = 12
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13
dp[3]	0	0	0	6	8	8	13	14
dp[4]	0	0	0	6	8	12	13	14

점화식을 세워봅시다

#알튜비튜

점화식

- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

∴ DP[i][j] = MAX(DP[i - 1][j - product[i].w] + product[i].v, DP[i - 1][j])
(단, product[i].w <= j)

생각해봅시다

왜 2차원 DP?

- 1차원 DP로 하면 안 되는 이유는?

→ 그 전 물품까지의 정보만 사용해야 하기 때문

왜 2차원 DP?

- 1차원 DP로 하면 안 되는 이유는?

→ 그 전 물품까지의 정보만 사용해야 하기 때문

- 지금처럼 증가하면서 검사할 때 1차원 DP를 사용하게 되면?

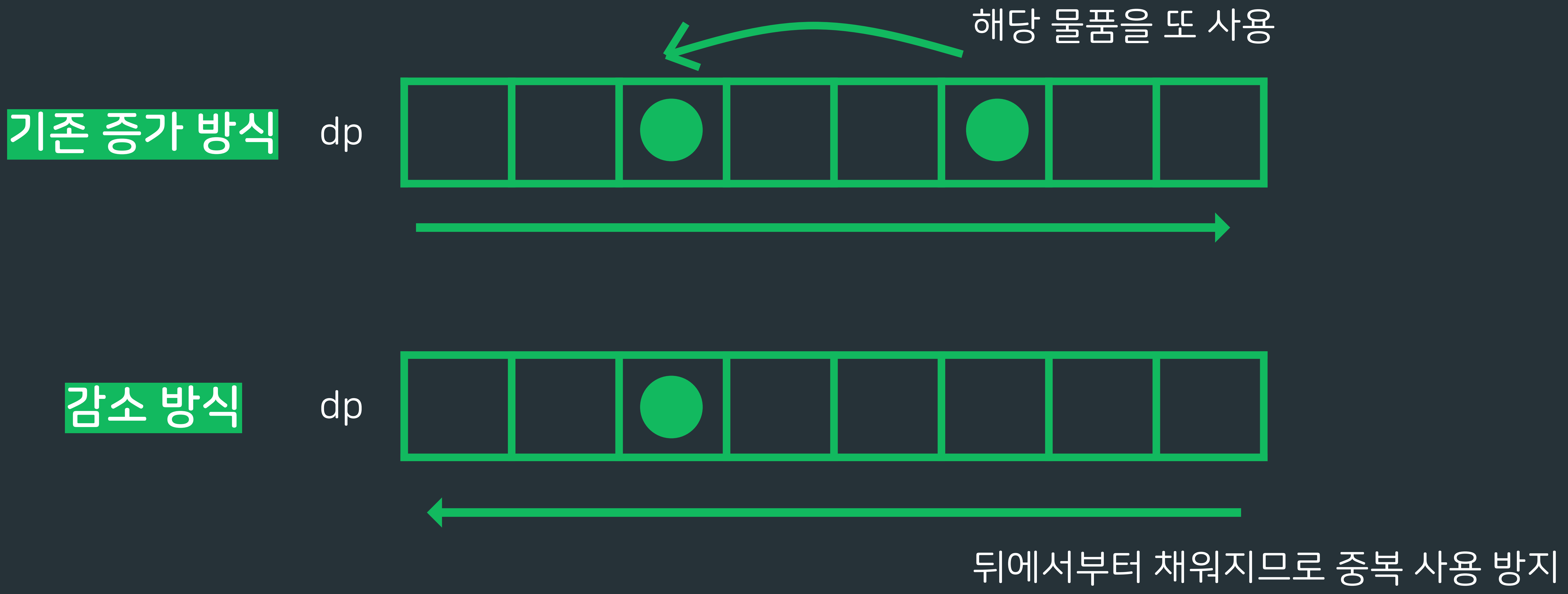
→ 해당 물품을 또 사용하는 경우 생길 수 있음!
→ 따라서 2차원을 사용하며 각 물품을 행으로 구분해서 중복 방지

사실

1차원 DP도 가능

- 어떻게 하면 1차원 DP로 풀이가 가능할까
- 해당 물품을 여러 번 사용하는 걸 방지하기 위해 2차원을 사용함
- 그렇다면.. 지금처럼 증가하는게 아니라 무게를 감소하며 계산하면 어떨까?

1차원 DP 풀이



9251번 : LCS - Gold 5

문제

- LCS(최장 공통 부분 수열): 두 수열의 공통 부분 수열 중 가장 긴 것
- 두 문자열의 LCS의 길이를 구하는 문제

제한 사항

- 수열 최대 1000글자

LCS

ACAYKP

CAPCAK

LCS

ACAYKP

CAPCAK

어떻게 구하지?

ACAYKP

CAPCAK

- C에 대한 A, AC, ACA, ACAY, ACAYK, ACAYKP의 LCS를 저장 (이전 부분의 답 저장)

→ 가능한 이전 문자열들의 조합에 대한 공통 부분 수열의 최대 길이를 저장하며 풀자

이전의 답을 어떻게 사용?

#알튜비튜

	A	C	A	Y	K	P
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0

이전의 답을 어떻게 사용?

- 두 문자가 서로 다른 곳은 공통 부분 문자열에 속하지 않으므로 그 전의 길이 최댓값 그대로 가져옴

	A	C	A	Y	K	P
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0

이전의 답을 어떻게 사용?

#알튜비튜

- 두 문자가 서로 같은 곳은 공통 부분 문자열에 추가되므로 해당 문자들이 포함되기 전의 길이 + 1

	A	C	A	Y	K	P
C	0	1	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0

문자가 서로 다를 때

- 두 문자가 서로 다른 곳은 공통 부분 문자열에 속하지 않으므로 그 전의 길이 최댓값 그대로 가져옴

→ 그 전은 어디? 위쪽 or 왼쪽

→ 둘 중 더 큰 쪽

	A	C	A	Y	K	P
C	0	1	1	1	1	1
A	1	1	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0

(ex) C, AC 조합(위)을 가져오거나
CA, A 조합(왼쪽)을 가져옴

문자가 서로 같을 때

#알튜비튜

- 두 문자가 서로 같은 곳은 공통 부분 문자열에 추가되므로 해당 문자들이 포함되기 전의 길이 + 1

→ 그 전은 어디? 좌상향 대각선

	A	C	A	Y	K	P
C	0	1	1	1	1	1
A	1	1	2	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0

(ex) C, AC 의 문자열에서
각각 A가 추가됨으로써
CA, ACA를 만듦

표를 채워서 익힌 뒤, 문제도 풀어봅시다.

	A	C	A	Y	K	P
C	0	1	1	1	1	1
A	1	1	2	2	2	2
P	1	1	2	2	2	3
C	1	2	2	2	2	3
A	1	2	3	3	3	3
K	1	2	3	3	4	4

← 최종 LCS 길이

마무리

정리

- 이전의 답을 저장하고, 계속 사용하며 현재 답을 구하는 동적 계획법
- 입력 범위가 나름 커요 (보통 1,000 ~ 1,000,000) 이보다 더 크다면 그리디 고려
- 마지막 인덱스에서 내려가는 Top-down, 처음 인덱스부터 올라가는 Bottom-up 방식 존재
- 문제에 따라 1차원 혹은 2차원 테이블(DP 배열) 사용
- 점화식만 세우면 구현은 쉬움!
- LIS, 냅색, LCS는 동적 계획법으로 푸는 대표적 문제 & 방식
- 따라서 세 유형의 풀이는 다른 동적 계획법 문제에서 많이 응용됨

이것도 알아보세요!

- Top-down 방식과 Bottom-up 방식 두 가지로 모두 풀어보고 시간을 비교해보아요

과제

필수

- 3190번 : 뱀 – Gold 5
- 20923번 : 숫자 할리갈리 게임 – Silver 1

3문제 이상 선택

- 15486번 : 퇴사 2 – Silver 1
- 10844번 : 쉬운 계단 수 – Silver 1
- 2294번 : 동전 2 – Silver 1
- 2565번 : 전깃줄 – Silver 1
- 1149번 : RGB거리 – Silver 1
- 17404번 : RGB거리 2 – Gold 4