Práctica 3. Conocimiento y Razonamiento Automatizado

Laura Pérez Medeiro

Universidad de Alcala

Introducción

Esta memoria tiene la finalidad de aportar una mayor información acerca de las soluciones propuesta para la resolución de la tercera práctica. El objetivo de dicha práctica es la implementación de la aritmética de los números racionales basándose en la aritmética de números enteros proporcionada, para posteriormente realizar la codificación de las matrices 2x2 en $\mathbb{Q}$ usando λ-términos currificados .

Un dato relevante sobre el conjunto de los numéros racionales es que se trata del conjunto cociente de Z mediante la relación de equivalencia R: *(n,m) R (n',m') si y solo si n*m' = m*n'*.

Codificación de los números racionales

Las operaciones exigidas por la práctica para este apartado son:

- Reducción a representante canónico.
- Operaciones aritméticas: suma, producto, resta de racionales y cálculo de inverso. Aunque no era exigido por el enunciado también se ha realizado la codificación de la división entre dos números racionales y del opuesto.
- Relaciones de orden e igualdad: mayor, mayor o igual, menor, menor o igual e igual.

La reducción a representante canónico se realiza de manera análoga a los pasos que realizaría cualquier persona, diviendo el numerador y el denominador por el mínimo común denominador de ambos. En el caso de la suma y de la resta, se cuenta con una operación auxiliar para facilitar la comprensión de los cálculos necesarios cuando los números con los que se debe operar tienen diferente numerador. Las relaciones de orden e igualdad se han realizado teniendo en cuenta la relación de equivalencia mencionada anteriormente.

El resultado de todas las operaciones se encuentra reducido al representante canónico, aunque cuando se realiza la operación de opuesto para los números racionales el signo no se simplifica, es decir, -1/-3 no se convierte en 1/3.

Además comentar que se pueden localizar estas operaciones entre las líneas 477 y 721, donde se pueden encontrar comentarios explicativos de las operaciones.

Por último, todas las operaciones funcionan correctamente. Esto puede comprobarse haciendo uso del fichero pruebas_racionales.txt que se puede encontrar junto con el resto de ficheros de la práctica, dicho fichero contiene una series de pruebas más extensas que las aportadas en el enunciado de la práctica.

Codificación matrices 2x2

Según el enunciado de la práctica, la codificación debe incluir las siguientes operaciones:

- Suma y producto de matrices.
- Cálculo de potencias naturales de matrices, haciendo uso del algoritmo binario para el cálculo de potencias (exponenciación binaria).
- Determinante y rango.
- Decisión sobre inversibilidad y cálculo de la inversa.

Todas las pruebas realizadas para garantizar el correcto funcionamiento de las operaciones de este apartado se pueden encontrar en el fichero prueba_matrices.txt

Suma de matrices

Dicha operación se puede encontrar entre las líneas 793 - 800 y utiliza la suma ed racionales pedida en la anterior parte de la práctica. Dado que suma_racionales ya nos devuelve el representante canónico, todos los elementos de la matriz resultante serán representantes canónicos. De manera análoga pero haciendo uso de resta_racionales se ha codificado la resta de matrices pese a no ser exigida en el enunciado de la práctica.

Multiplicación de dos matrices

Dicha operación se localiza entre las líneas 816-854. Consiste en realizar sumar el resultado de multiplicar filas por columnas (se puede encontrar una explicación más clara en el código). Al igual que antes, como suma_racionales expresa el resultado en representante canónico no se necesita ninguna operación que se encargue de simplificar los elementos de la matriz.

Cálculo de potencias

Para poder realizar esta operación encontramos, por un lado, cuadrado_matrices (en las líneas 866-868) que consiste en realizar el producto de la matriz po sí mima y, por otro lado, potencia_matrices (870-905) donde se realiza de manera recursiva el siguiente algoritmo:

$$x^n = \begin{cases} x & \text{si } n \text{ es } 1 \\ (x^{n/2})^2 & \text{si } n \text{ es par} \\ x \cdot x^{n-1} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Determinante, rango y decisión de inversibilidad

Se puede localizar en las líneas 907 a 916, esta operación es importante ya que con ella podemos establecer cuál es el rango de la matriz (917-927) y valorar si la matriz admite inversa (954-959), ya que en el caso de que el determinante de la matriz sea 0 no existirá matriz inversa.

Cálculo de la inversa

Esta operación se realiza siguiendo la fórmula:

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|}$$

Por lo tanto, necesitamos operaciones que nos devuelvan la traspuesta y la adjunta de una matriz, dichas operaciones se encuentra en 941-952 y 928-939 respectivamente. Además, también se ha codificado la operación div_matriz_num (líneas 856-864) que nos posibilita la división de un número racional entre la matriz. Además, para esta operación se ha definido también una matriz de fallo, la cual nos devolverá una matriz 2x2 entera de ceros en caso de querer realizar la inversa de una matriz que no admite inversa.

Para poder calcular la matriz inversa con todos los elementos de ella en su representante canónico, se utiliza la operacion reducir_matrices (línea 783-790).