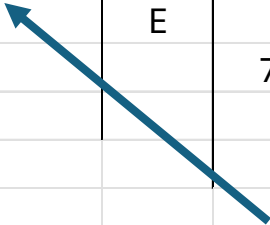


Exercice 1 : QCM :

Question 1 : Base hexadécimale :

2023	16		
	126	16	
7		7	16
	E		0
		7	



La bonne réponse est la réponse B : 7E7

Question 2 : Binaire :

	1		1		
		1	0	1	0
+		1	0	1	1
	1	0	1	0	1

La bonne réponse est la réponse C : 10101₂

Question 3 : Relation binaire :

Pour A : si $(-3) \text{ R } 3$:

$$-3 * 3 \leq 0 : \text{OK}$$

$$-3 \neq 3 : \text{OK}$$

Pour B $(-3) \text{ R } (-4)$:

$$(-3) * (-4) = 12 : 12 \text{ n'est pas } \leq 0 \text{ donc KO}$$

Pour C $(-3) \text{ R } (-3)$:

$$(-3) * (-3) = 9 : 9 \text{ n'est pas } \leq 0 \text{ donc KO}$$

$$-3 = -3 : \text{KO}$$

La bonne réponse est la réponse A.

Question 4 : Propriétés de la relation :

La relation est réflexive si $\forall x \in \mathbb{R}, x R x$: Faux car si $x R y$ alors $x \neq y$

La relation est symétrique si $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}$ si $x R y$ (ils sont différents et $x * y \leq 0$) alors $y R x$: VRAI

La relation est transitive si $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}$ si $x R y$ (ils sont différents et $x * y \leq 0$) et $y R z$ (ils sont différents et $z * y \leq 0$) alors $x R z$

Si $x R y$:

Soit x positif et y négatif

Soit x négatif et y positif

Si $y R z$:

Soit y positif et z négatif

Soit y négatif et z positif

Je mets ces affirmations en relation :

X positif, y négatif, z positif : $x R z$ ne peut pas avoir lieu car $x * z > 0$

X négatif, y positif, z négatif : $x R z$ ne peut pas avoir lieu car $x * z > 0$

La bonne réponse est la réponse B : Symétrique

Question 5 : Qualifier une application :

L'application f est injective si chaque élément de F possède au plus un antécédent dans E : FAUX

L'application f est surjective si chaque élément de F possède au moins un antécédent dans E : VRAI

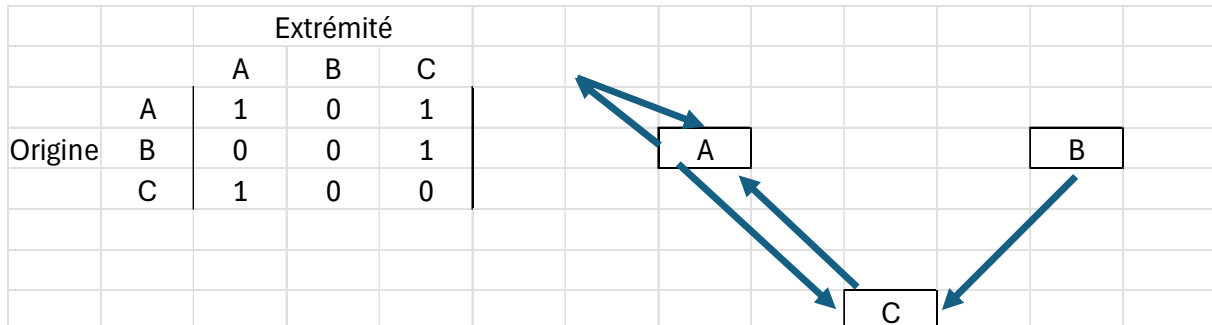
L'application f est bijective lorsqu'elle est à la fois injective et surjective : FAUX

La bonne réponse est la réponse B : f est surjective mais non injective.

Exercice 2 :

Partie A : Matrice et chemin :

Question 1 : Dessiner le graphe :



Question 2a : Matrice au carré :

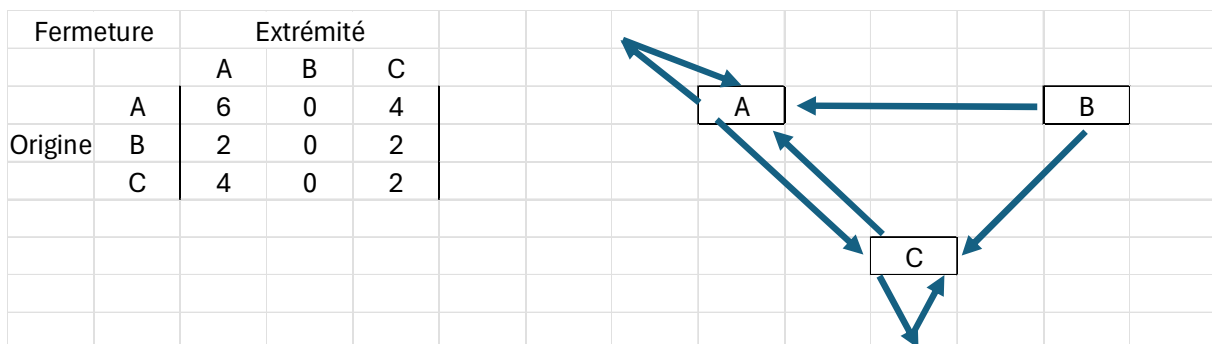
		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	2	0	1
	B	1	0	0
	C	1	0	1

Question 2b : Chemins de longueur 2 :

		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	2	0	1
	B	1	0	0
	C	1	0	1

Il n'y a qu'un seul chemin de longueur 2 ayant B comme origine, c'est le chemin : B – C - A

Question 3 : Fermeture transitive :



Partie B : Algorithmique :

Question 1a : Degrés entrant :

P		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	1	0	1
	B	0	0	1
	C	1	0	0

Le degrés entrant du sommet C est de 2, car il y a deux arcs qui ont C comme extrémité.

Question 1b : Degré sortant :

P		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	1	0	1
	B	0	0	1
	C	1	0	0

Le degrés sortant du sommet C est de 1, car il n'y a qu'un seul arc qui a C comme origine.

Question 2 : Algorithmme :

Si je veux connaître le degré sortant du sommet 3, je vais appeler Degré_sortant (M,3)

Fonction Degré_sortant (M,s)

deg ← 0 // degré sortant

Pour j allant de 1 à 3 Faire

Si $m_{sj} \neq 0$ Faire

deg ← deg + 1

Fin de Si

Fin de Pour

Retourner deg

Exercice 3 :

Partie A : Expressions booléennes :

Question 1 : Valider les mots :

ABCDABCD?#

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ; FAUX
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ; FAUX
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres. FAUX

Le mot de passe ABCDABCD?# ne convient pas, il ne correspond à aucun critère.

STU27ABCABCDE&

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ; FAUX
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ; FAUX
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres. VRAI

Le mot de passe STU27ABCABCDE& convient, il valide la troisième proposition.

Question 2a : Exprimer E :

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ; $a.b$
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ; $\bar{a}.b.c$
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres. $\bar{b}.c$

$$E = a.b + \bar{a}.b.c + \bar{b}.c$$

Question 2b : Tableau de Karnaugh :

		a.b	a.b \bar{c}	a $\bar{b}.\bar{c}$	a $\bar{b}.c$	
	c					
	\bar{c}					

Expression simplifiée de E après lecture du tableau de Karnaugh : $E = c + a.b$

Question 2c : Expression simplifiée :

Pour être valide, un mot de passe doit remplir au moins l'une des 2 conditions suivantes :

- Le mot de passe contient au moins 10 lettres (c)
- Le mot de passe contient au moins 3 chiffres et le mot de passe contient au moins 2 caractères spéciaux (a.b)

Question 3 : Négation d'expression :

Je sais que $E = c + a.b$ donc $\bar{E} = \overline{c + a.b}$

$$\bar{E} = \overline{c + a.b}$$

$$\bar{E} = \bar{c} \times \overline{a.b}$$

$$\bar{E} = \bar{c} \times (\bar{a} + \bar{b})$$

$$\bar{E} = \bar{a}.\bar{c} + \bar{b}.\bar{c}$$

Solution avec le diagramme de Karnaugh :

		a.b	a.b \bar{c}	a $\bar{b}.\bar{c}$	a $\bar{b}.b$	
	c					
	\bar{c}					

$$\bar{E} = \bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.\bar{c}$$

Partie B : Mot de passe :

Question 1a : Coder une lettre :

La lettre C correspond au nombre 2.

Je calcule y : $y = ax + b$ avec ($a = 9$, $b = 15$, $x = 2$). $y = 9 * 2 + 15 = 33$

$$y \equiv 9 * 2 + 15 [26]$$

$$33 = 1 * 26 + 7$$

$$y \equiv 7 [26]$$

La lettre C est codée par la lettre H.

Question 1b : Coder une autre lettre :

La lettre E correspond au nombre 4.

Je calcule y : $y = ax + b$ ($a = 9$, $b = 15$, $x = 4$) ; $y = 9 * 4 + 15 = 51$

$$y \equiv 9 * 4 + 15 [26]$$

$$y \equiv 25 [26]$$

La lettre E est codée par la lettre Z.

Question 2a : Vérifier la congruence :

c	$9 \times c$	$9 \times c \% 26$
1	9	9
2	18	18
3	27	1

Le plus petit entier c vérifiant $9 \times c \equiv 1 [26]$ est $c = 3$.

Question 2b : Isoler x :

On sait que $21 \equiv 9x + 15 [26]$

$$6 \equiv 9x [26]$$

$$3 * 6 \equiv 3 * 9.x [26]$$

$$18 \equiv 27.x [26]$$

$$18 \equiv 1.x [26]$$

$$18 \equiv x [26]$$

$$\text{Donc } x \equiv 18 [26]$$

Question 2c : Décodage :

La lettre V correspond au nombre $y=21$. Dans ce cas-là et d'après la question 2b, $x \equiv 18 [26]$. La lettre S étant associée au nombre 18, en décodant V, je trouve la lettre S.