

## Eléments à retenir sur les matrices :

---

### Propriétés d'une matrice :

- Eléments d'une matrice
- Nombre de lignes d'une matrice
- Nombre de colonnes d'une matrice

### Matrices particulières :

- Matrice ligne : Matrice ne possédant qu'une seule ligne
- Matrice colonne : Matrice ne possédant qu'une seule colonne
- Matrice carrée : Matrice possédant autant de lignes que de colonnes
- Matrice nulle : Matrice dont tous les éléments sont à 0 :
  - La matrice nulle est neutre pour l'addition :  $A + \text{Nulle} = A$
- Matrice identité : Matrice dont tous les éléments sont à 0 sauf la diagonale qui est à 1 :
  - La matrice identité est neutre pour la multiplication :  $A * \text{Id} = A$

### Opération sur les matrices :

- On ne peut additionner deux matrices seulement si elles ont le même nombre de lignes et le même nombre de colonnes
- L'addition matricielle est commutative :  $A + (B + C) = (A + B) + C$
- Il est possible de multiplier une matrice par un scalaire
- $-1 * A = -A$  :  $-A$  est la matrice opposée de  $A$  :  $A + (-A) = \text{Matrice nulle}$
- On ne peut multiplier deux matrices que si le nombre de colonnes de la première est identique au nombre de lignes de la seconde.
  - Comprendre le raisonnement
  - Savoir le faire sur la calculatrice
- Si  $A \times B$  est possible, cela ne veut pas dire que  $B \times A$  le soit également.
- Si  $A^{-1}$  est la matrice inverse de la matrice  $A$ , alors  $A * A^{-1} = \text{Matrice identité}$ .
  - Comprendre comment calculer une matrice inverse
  - Savoir le faire sur la calculatrice

### Exercice type :

Nous travaillons dans une entreprise spécialisée dans l'éclairage. Notre travail quotidien est de proposer un bon éclairage suivant les besoins de nos clients. Pour cela nous nous appuyons essentiellement sur 3 types d'ampoules :

	Ampoule type 1	Ampoule type 2	Ampoule type 3
Luminosité en Kilolumens	2,4	0.8	0.2
Consommation en Watts	152	64	24
Prix en euros	8	4	2

La plupart du temps un client vient nous voir en nous donnant la taille du lieu à éclairer, la luminosité désirée et le nombre d'ampoules et nous nous adaptons à sa demande.

### Comprendre et interpréter les données

#### 1. Expliquer la mise en situation

- a. Pour un devis nous voulons utiliser 50 ampoules de types 1, 10 de type 2 et 5 de type 3 :
  - i. Quelle est la luminosité totale en lumens de notre éclairage ?
  - ii. Quelle est la consommation totale en Watts de notre éclairage ?
  - iii. Quelle est le prix en euros de notre éclairage ?
- b. Nous voulons généraliser notre devis, cette fois nous voulons x ampoules de type 1, y ampoules de type 2 et z ampoules de type 3 :
  - i. Quelle est la luminosité totale en lumens de notre éclairage ?
  - ii. Quelle est la consommation totale en Watts de notre éclairage ?
  - iii. Quelle est le prix en euros de notre éclairage ?
- c. Donner le système d'équation correspondant à notre généralisation de devis sachant que L est le total de lumens de notre éclairage, W est sa consommation totale en W et E est son prix de revient en euros.

#### 2. Mettre le problème sous forme de matrice

- a. On considère les matrices colonnes  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  et  $Y = \begin{pmatrix} L \\ W \\ E \end{pmatrix}$ .

Déterminer la matrice carré M telle que  $M \times X = Y$

- b. Calculer Y lorsque  $X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 30 \end{pmatrix}$
- c. Donner la signification des éléments de la matrice Y calculée.

### Exploiter ou calculer une matrice inverse

1. Vérifier si la relation entre la matrice inverse et la matrice identité est connue
  - a. Calculer la matrice inverse de  $M$  :  $M^{-1}$
  - b. Comment peut-on vérifier que  $M^{-1}$  est bien la matrice inverse de  $M$  ?
  - c. Montrer que si  $M \times X = Y$ , alors  $X = M^{-1} \times Y$
2. Mise en place d'un problème à l'aide d'une matrice d'inconnues
  - a. Lorsque nous élaborons un devis, nous partons des spécifications de notre client. Par exemple, un client a besoin d'un éclairage de 800 000 Lumens, qui consomme 66 400 W et qui coûte 4400 euros. Poser la matrice  $Y$  qui reflète cette demande.
3. Calculer le résultat du système d'équation
  - a. Nous avons déterminé que  $X = M^{-1} \times Y$ , grâce à cette formule, calculer la matrice  $X$
  - b. A quoi correspondent les éléments de  $X$  que nous venons de calculer ?