

## Exercice 1 : QCM :

### Question 1 : Base hexadécimale :

2023	16			
	126	16		
7	E	7	16	
		7	0	

La bonne réponse est la réponse B : 7E7

### Question 2 : Binaire :

	1		1			
		1	0	1	0	
+		1	0	1	1	
	1	0	1	0	1	

La bonne réponse est la réponse C :  $10101_2$

### Question 3 : Relation binaire :

Pour A : si  $(-3) R 3$  :

$-3 * 3 \leq 0$  : OK

$-3 \neq 3$  : OK

Pour B  $(-3) R (-4)$  :

$(-3) * (-4) = 12$  : 12 n'est pas  $\leq 0$  donc KO

Pour C  $(-3) R (-3)$  :

$(-3) * (-3) = 9$  : 9 n'est pas  $\leq 0$  donc KO

$-3 = -3$  : KO

La bonne réponse est la réponse A.

## Question 4 : Propriétés de la relation :

La relation est réflexive si  $\forall x \in \mathbb{R}, x R x$  : Faux car si  $x R y$  alors  $x \neq y$

La relation est symétrique si  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}$  si  $x R y$  (ils sont différents et  $x * y \leq 0$ ) alors  $y R x$  : VRAI

La relation est transitive si  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}$  si  $x R y$  (ils sont différents et  $x * y \leq 0$ ) et  $y R z$  (ils sont différents et  $z * y \leq 0$ ) alors  $x R z$

Si  $x R y$  :

Soit  $x$  positif et  $y$  négatif

Soit  $x$  négatif et  $y$  positif

Si  $y R z$  :

Soit  $y$  positif et  $z$  négatif

Soit  $y$  négatif et  $z$  positif

Je mets ces affirmations en relation :

X positif,  $y$  négatif,  $z$  positif :  $x R z$  ne peut pas avoir lieu car  $x * z > 0$

X négatif,  $y$  positif,  $z$  négatif :  $x R z$  ne peut pas avoir lieu car  $x * z > 0$

La bonne réponse est la réponse B : Symétrique

## Question 5 : Qualifier une application :

L'application  $f$  est injective si chaque élément de  $F$  possède au plus un antécédent dans  $E$  : FAUX

L'application  $f$  est surjective si chaque élément de  $F$  possède au moins un antécédent dans  $E$  : VRAI

L'application  $f$  est bijective lorsqu'elle est à la fois injective et surjective : FAUX

La bonne réponse est la réponse B :  $f$  est surjective mais non injective.

## Exercice 2 :

Partie A : Matrice et chemin :

Question 1 : Dessiner le graphe :

		Extrémité									
		A	B	C							
Origine	A	1	0	1							
	B	0	0	1							
	C	1	0	0							

```

graph LR
    A[A] --> B[B]
    A --> C[C]
    B --> C
  
```

Question 2a : Matrice au carré :

P <sup>2</sup>		Extrémité									
		A	B	C							
Origine	A	2	0	1							
	B	1	0	0							
	C	1	0	1							

Question 2b : Chemins de longueur 2 :

P <sup>2</sup>		Extrémité									
		A	B	C							
Origine	A	2	0	1							
	B	1	0	0							
	C	1	0	1							

Il n'y a qu'un seul chemin de longueur 2 ayant B comme origine, c'est le chemin : B - C - A

Question 3 : Fermeture transitive :

Fermeture		Extrémité									
		A	B	C							
Origine	A	6	0	4							
	B	2	0	2							
	C	4	0	2							

```

graph LR
    A[A] --> B[B]
    A --> C[C]
    B --> C
    C --> A
  
```

## Partie B : Algorithmique :

### Question 1a : Degrés entrant :

P		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	1	0	1
	B	0	0	1
	C	1	0	0

Le degrés entrant du sommet C est de 2, car il y a deux arcs qui ont C comme extrémité.

### Question 1b : Degré sortant :

P		Extrémité		
		A	B	C
Origine	A	1	0	1
	B	0	0	1
	C	1	0	0

Le degrés sortant du sommet C est de 1, car il n'y a qu'un seul arc qui a C comme origine.

### Question 2 : Algorithme :

Si je veux connaitre le degré sortant du sommet 3, je vais appeler Degré\_sortant (M,3)

Fonction Degré\_sortant (M,s)

deg ← 0 // degré sortant

Pour j allant de 1 à 3 Faire

    Si  $m_{sj} \neq 0$  Faire

        deg ← deg + 1

    Fin de Si

Fin de Pour

Retourner deg

## Exercice 3 :

### Partie A : Expressions booléennes :

#### Question 1 : Valider les mots :

ABCDABCD?#

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ; FAUX
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ; FAUX
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres. FAUX

Le mot de passe ABCDABCD?# ne convient pas, il ne correspond à aucun critère.

STU27ABCABCDE&

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ; FAUX
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ; FAUX
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres. VRAI

Le mot de passe STU27ABCABCDE& convient, il valide la troisième proposition.

#### Question 2a : Exprimer E :

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ;  $a.b$
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ;  $\bar{a}.b.c$
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres.  $\bar{b}.c$

$$E = a.b + \bar{a}.b.c + \bar{b}.c$$

#### Question 2b : Tableau de Karnaugh :

	a.b	$a.b^-$	$a^-b^-$	$a^-b$	
c					
$c^-$					

Expression simplifiée de E après lecture du tableau de Karnaugh :  $E = c + a.b$

## Question 2c : Expression simplifiée :

Pour être valide, un mot de passe doit remplir au moins l'une des 2 conditions suivantes :

- Le mot de passe contient au moins 10 lettres (c)
- Le mot de passe contient au moins 3 chiffres et le mot de passe contient au moins 2 caractères spéciaux (a.b)

## Question 3 : Négation d'expression :

Je sais que  $E = c + a.b$  donc  $\bar{E} = \overline{c + a.b}$

$$\bar{E} = \overline{c + a.b}$$

$$\bar{E} = \bar{c} \times \overline{ab}$$

$$\bar{E} = \bar{c} \times (\bar{a} + \bar{b})$$

$$\bar{E} = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{c}$$

*Solution avec le diagramme de Karnaugh :*

	a.b	$a.b^-$	$a^-b^-$	$a^-b$
c	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
$c^-$	Yellow	Red	Red	Red

$$\bar{E} = \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{c}$$

## Partie B : Mot de passe :

### Question 1a : Coder une lettre :

La lettre C correspond au nombre 2.

Je calcule  $y$  :  $y = ax + b$  avec ( $a = 9$ ,  $b = 15$ ,  $x = 2$ ).  $y = 9 * 2 + 15 = 33$

$$y \equiv 9 * 2 + 15 [26]$$

$$33 \equiv 1 * 26 + 7$$

$$y \equiv 7 [26]$$

La lettre C est codée par la lettre H.

### Question 1b : Coder une autre lettre :

La lettre E correspond au nombre 4.

Je calcule  $y$  :  $y = ax + b$  ( $a = 9$ ,  $b = 15$ ,  $x = 4$ ) ;  $y = 9 * 4 + 15 = 51$

$$y \equiv 9 * 4 + 15 [26]$$

$$y \equiv 25 [26]$$

La lettre E est codée par la lettre Z.

### Question 2a : Vérifier la congruence :

c	$9 \times c$	$9 \times c \% 26$
1	9	9
2	18	18
3	27	1

Le plus petit entier  $c$  vérifiant  $9 \times c \equiv 1 [26]$  est  $c = 3$ .

### Question 2b : Isoler x :

On sait que  $21 \equiv 9x + 15 [26]$

$$6 \equiv 9x [26]$$

$$3 * 6 \equiv 3 * 9x [26]$$

$$18 \equiv 27x [26]$$

$$18 \equiv 1x [26]$$

$$18 \equiv x [26]$$

Donc  $x \equiv 18 [26]$

### Question 2c : Décodage :

La lettre V correspond au nombre  $y=21$ . Dans ce cas-là et d'après la question 2b,  $x \equiv 18 [26]$ . La lettre S étant associée au nombre 18, en décodant V, je trouve la lettre S.