

❖ Brevet de technicien supérieur Métropole ❖

16 mai 2025 - Comptabilité et gestion

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2 heures

L'ensemble du sujet fait référence à un écoparc, dédié à la conservation de la biodiversité et des espèces menacées.

Exercice 1 **9 points**

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

La feuille de calcul d'un tableur, dont un extrait est proposé ci-dessous, donne l'évolution du nombre annuel d'entrées dans cet écoparc pour la période 2013–2019, avant la crise sanitaire.

La ligne 3 est au format pourcentage, arrondi à 0,01 %

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|--|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 1 | Année | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
| 2 | Nombre d'entrées au parc | 35 645 | 36 258 | 38 630 | 42 524 | 47 641 | 53 392 | 60 410 |
| 3 | Taux d'évolution annuel arrondi à 0,01 % | | 1,72 % | 6,54 % | | 12,03 % | 12,07 % | 13,14 % |

1.
 - a. Quelle formule a-t-on saisie en C3 puis recopiée vers la droite pour obtenir les différents taux d'évolution annuels du nombre d'entrées au parc?
 - b. Calculer le taux d'évolution figurant dans la cellule E3.
2.
 - a. Justifier que sur la période 2013–2019, le nombre d'entrées dans l'écoparc a augmenté d'environ 69,5 %.
 - b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'entrées dans l'écoparc sur la période 2013–2019. Arrondir à 0,01 %
 - c. On suppose que le nombre d'entrées dans l'écoparc augmente d'environ 9,2 % par an à partir de 2019.
Selon ce modèle, à combien peut-on estimer le nombre d'entrées dans l'écoparc pour 2025?
Arrondir à la dizaine d'entrées.

Partie B

Un hôtelier souhaite reprendre la gérance d'un hôtel « quatre étoiles » à proximité de l'écoparc.

Une enquête sur un échantillon représentatif d'agences de voyage travaillant avec des établissements « quatre étoiles » lui a permis de connaître l'évolution de la demande de nuitées en fonction du prix proposé :

| | | | | | | |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Prix TTC en € : x_i | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 |
| Demande mensuelle en nuitées : y_i | 540 | 452 | 335 | 188 | 120 | 88 |

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x , selon la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$.

Les coefficients a et b seront arrondis au centième.

2. On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i ; y_i)$ par la droite d'équation $y = -4,9x + 919$.

Selon ce modèle :

- a. Estimer le nombre de nuitées que le gérant peut espérer réaliser par mois, s'il propose un tarif de 110 € la nuitée.
- b. En déduire le chiffre d'affaires correspondant.
- c. Calculer le prix maximal d'une nuitée pour que la demande mensuelle soit d'au moins 300 nuitées. Arrondir à l'unité.

3. Le chiffre d'affaire mensuel en euro que le gérant peut espérer réaliser, est modélisé par la fonction R définie sur $[80; 180]$ par :

$$R(x) = -4,9x^2 + 919x,$$

où x désigne le prix en euros d'une nuitée dans cet hôtel.

- a. La fonction R est dérivable sur $[80; 180]$ et on note R' sa dérivée.
Donner l'expression de $R'(x)$.
- b. Déterminer, en arrondissant à l'euro, la valeur x_0 du prix d'une nuitée qui permettrait au gérant de rendre maximal le chiffre d'affaires mensuel de son hôtel « quatre étoiles ».
- c. Déterminer le chiffre d'affaires maximal correspondant.

Exercice 2

11 points

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

À l'entrée de l'écoparc, il est possible d'acheter des petits sachets de nourriture à proposer aux animaux.

Le responsable de l'accueil a constaté que :

- 75 % des visiteurs adultes viennent accompagnés d'un ou plusieurs enfants.
- Parmi les visiteurs venant accompagnés d'un ou plusieurs enfants, 80 % achètent un sachet de nourriture pour les animaux.
- Parmi les visiteurs venant sans enfant, 40 % achètent un sachet de nourriture pour les animaux.

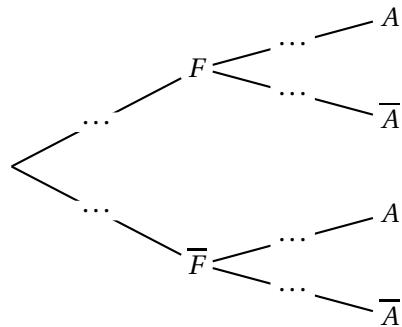
On choisit au hasard un visiteur arrivant à l'accueil.

On note alors les événements :

- F : « le visiteur est venu accompagné d'un ou plusieurs enfants »;
- A : « le visiteur achète un sachet de nourriture pour les animaux. »

On notera \bar{E} l'évènement contraire d'un évènement E .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2.
 - Définir par une phrase l'évènement $F \cap A$.
 - Calculer la probabilité de cet évènement.
 - Montrer que $P(A) = 0,7$.
 - On croise dans le parc un visiteur ayant acheté un sachet de nourriture pour les animaux.
Quelle est la probabilité qu'il soit venu sans enfant? Arrondir le résultat au centième.

Partie B

Pour un visiteur la durée nécessaire pour parcourir l'ensemble de l'écoparc, exprimée en minutes, est une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 90$ et d'écart type $\sigma = 15$.

- Déterminer $P(30 \leq T \leq 60)$. Arrondir le résultat au millième.
 - Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- Déterminer la probabilité qu'un visiteur mette au moins 2 heures pour parcourir l'ensemble de l'écoparc. Arrondir le résultat au millième.
- Déterminer deux nombres a et b tels que $P(a \leq T \leq b) \approx 0,95$.

Partie C

Pour augmenter l'attractivité de l'écoparc, le directeur souhaite créer un site d'accrobranche en profitant d'une partie boisée de son terrain. Il fait appel à une entreprise spécialisée qui lui livrera l'installation clé en main, moyennant un budget de 130 000 €.

Le directeur dispose d'un apport de 20 000 € pour cet investissement.

- Quel montant doit-il emprunter?

- b.** Pour cet emprunt la banque lui propose un prêt remboursable sur 4 ans par annuité constante, au taux annuel constant de 3,9 %.

Vérifier que le directeur devra rembourser 30 232,50 € par an.

On rappelle que pour calculer une annuité constante a , on a la formule :

$$a = V_0 \times \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

où V_0 est le montant emprunté, t le taux annuel et n le nombre d'annuités.

- 2.** On a construit le tableau d'amortissement du prêt contracté par le directeur de l'éco-parc :

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---------|---------------------------|------------|---------------|-------------|-------------------------|
| 1 | période | dette en début de période | intérêts | amortissement | annuité | dette en fin de période |
| 2 | 1 | 110 000,00 € | 4 290,00 € | | 30 232,52 € | 84 057,48 € |
| 3 | 2 | | | | 30 232,52 € | |
| 4 | 3 | | | | 30 232,52 € | |
| 5 | 4 | | | | 30 232,52 € | |

- a.** Quelle valeur est inscrite dans la cellule F5 ?
- b.** Quelles formules doit-on saisir, puis recopier vers le bas, dans les cellules C2 et F2 pour compléter ce tableau d'amortissement ?
- c.** Calculer la valeur de la cellule D2.
- d.** Quel est le coût total du crédit ?