

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR  
COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

Session 2021

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

**Matériel autorisé :**

L'usage de calculatrice, avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6.

*Le sujet comporte deux exercices indépendants.*

BTS COMPTABILITE ET GESTION	Session 2021
CGMAT	Page 1/6

### **Exercice 1 : (10 points)**

Dans cet exercice, on s'intéresse d'une part, à l'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise et d'autre part, au développement de son activité.

Le tableau suivant, où  $x_i$  désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2013, donne le chiffre d'affaires  $y_i$  (en milliers d'euros) de l'entreprise pour chaque année entre 2013 et 2018.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang $x_i$	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires (en milliers d'euros) $y_i$	1 254	1 317	1 395	1 472	1 575	1 655

*Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.*

#### **Partie A :**

1. Calculer le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité.
2. Montrer que le taux moyen annuel d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, arrondi à 0,1% est de 5,7%.
3. On suppose que le chiffre d'affaires de l'entreprise augmente chaque année de 5,7% à partir de 2018.

On note  $u_n$  le chiffre d'affaires de l'entreprise pour l'année  $2018 + n$ . Ainsi  $u_0 = 1 655$ .

- a) Calculer  $u_1$ , arrondi à l'unité. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- b) Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? Préciser sa raison.
- c) Donner, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- d) Déterminer le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2022, arrondi au millier d'euros près.
- e) À partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera-t-il 2,5 millions d'euros ?

**Partie B :**

À partir des données du tableau fourni au début de l'énoncé :

1. Donner, sans justifier, le coefficient de corrélation linéaire  $r$  de la série statistique  $(x_i ; y_i)$ . Arrondir à 0,001 près. Expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.
2. Donner, sans justifier, l'équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés sous la forme  $y = ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont à arrondir à 0,1 près.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite  $D$  d'équation  $y = 82x + 1241$ .
  - a) Calculer, à l'aide de ce modèle, le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2021.
  - b) Selon ce modèle, à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera-t-il 2,2 millions d'euros ?

## **Exercice 2 : (10 points)**

*Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.*

### **Partie A :**

Une entreprise qui fabrique des dragées possède une chaîne de production qui réalise, en fonction des besoins : des dragées blanches ou roses, aux amandes ou au chocolat.

Actuellement la machine est réglée de la manière suivante :

- 55 % de la production sont des dragées blanches ;
- parmi les dragées blanches, 50 % sont aux amandes ;
- parmi les dragées roses, 60 % sont aux amandes.

On s'intéresse à une dragée prise au hasard.

On considère les événements suivants :

$B$  : « La dragée choisie est blanche » ;

$A$  : « La dragée choisie est aux amandes » ;

1. Donner la valeur des probabilités  $P(B)$ ,  $P_B(A)$  et  $P_{\bar{B}}(A)$ .
2. Réaliser un arbre de probabilité représentant la situation.
3. Calculer la probabilité que la dragée choisie soit blanche et aux amandes.
4. Calculer  $P(A)$ .
5. Le directeur constate que plus de la moitié de ses ventes sont des dragées au chocolat.  
Le réglage de la machine lui permet-il de satisfaire l'ensemble de ses clients ?
6. Sachant que la dragée est au chocolat, quelle est la probabilité qu'elle soit blanche ?  
Arrondir le résultat à 0,001 près.

**Partie B :**

L'entreprise réalise des sachets avec un assortiment de 100 dragées prises au hasard. Ce tirage est assimilé à un tirage avec remise car le nombre de dragées est très grand.

On suppose que la probabilité qu'une dragée soit aux amandes est de 0,545.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui, dans un sachet de 100 dragées, associe le nombre de dragées aux amandes.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer le nombre moyen de dragées aux amandes par sachet.
3. Calculer  $P(X = 60)$ , arrondie à 0,001 près. Interpréter ce résultat.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir au moins 50 dragées aux amandes dans un sachet.  
Arrondir la probabilité à 0,001 près.

### Partie C :

L'entreprise souhaite proposer une nouvelle gamme de dragées, elle décide donc d'emprunter 150 000 € auprès d'un établissement financier afin de se développer.

L'emprunt, au taux annuel de 3 %, sera remboursé en 6 ans par versement annuel constant, nommé annuité  $a$ .

On rappelle la formule de calcul d'une annuité constante :  $a = C \times \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$

où  $C$  est le capital emprunté,  $t$  le taux annuel et  $n$  le nombre d'annuités.

L'établissement financier établit le tableau d'amortissement suivant (la cellule C1 est au format pourcentage) :

A	B	C	D	E
1	Taux annuel	3%		
2				
3	Année	Capital restant dû en début d'année	Intérêts de l'année	Amortissement du capital
4	1	150 000,00 €		23 189,63 €
5	2		3 804,31 €	23 885,31 €
6	3	102 925,06 €	3 087,75 €	24 601,87 €
7	4	78 323,19 €	2 349,70 €	27 689,63 €
8	5	52 983,26 €	1 589,50 €	26 100,13 €
9	6	26 883,13 €	806,49 €	27 689,63 €

- 1) Montrer que le montant de l'annuité constante est d'environ 27 689,63 euros.
- 2) Donner les formules à saisir en cellule C4, D4 et B5, qui, recopiées vers le bas, permettent de compléter le tableau d'amortissement.
- 3) Calculer les valeurs obtenues en cellules C4, B5 et D7.
- 4) Quel est le coût total de ce crédit ?