

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ nhất (06/04/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Chú ếch và hòn đá	FROG.*	FROG.inp	FROG.out
Câu 2	Trung vị	MEDIAN.*	MEDIAN.inp	MEDIAN.out
Câu 3	Mua đồ chơi	TOYS.*	TOYS.inp	TOYS.out
Câu 4	Phần thưởng	PRESENT.*	PRESENT.inp	PRESENT.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **06** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Chú ếch và hòn đá (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
FROG.*	FROG.inp	FROG.out	1 giây	1024 MB

Có m chú ếch muốn qua sông (nhưng lại không muốn nhảy xuống nước). Trên sông có n hòn đá được đánh số từ 1 đến n . Các chú ếch sẽ lần lượt qua sông, từ chú ếch đầu tiên đến chú ếch thứ m bằng cách nhảy trên các hòn đá. Hòn đá thứ i có thể được nhảy đến bởi không quá a_i chú ếch. Coi hai bờ sông lần lượt là các hòn đá thứ 0 và $n + 1$ và có thể có cả n chú ếch.

Những chú ếch cần được trang bị kỹ năng nhảy giữa các hòn đá. Nếu kỹ năng nhảy của một chú ếch là k , thì từ hòn đá thứ i , nó có thể nhảy đến tất cả các hòn đá j mà $i < j \leq i + k$. Tất nhiên, nếu k càng lớn thì các chú ếch cần phải tập luyện càng nhiều.

Yêu cầu: Tìm giá trị k nhỏ nhất có thể để tồn tại cách đưa m chú ếch qua sông.

Dữ liệu vào: Nhập từ file FROG.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, m ($1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10^9$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_i \leq m$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file FROG.out:

- Một dòng duy nhất gồm số k nhỏ nhất tìm được.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $m = 1$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 20$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 500$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 5000$.
- 20% số điểm khác có $m \leq 10$.
- 26% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

FROG.inp	FROG.out	Giải thích
6 2 1 1 2 0 1 1	3	Chú ếch đầu tiên nhảy qua các hòn đá số 1, 3, 5. Chú ếch thứ hai nhảy qua các hòn đá số 2, 3, 6. Chú ếch thứ hai không thể nhảy qua các hòn đá số 1 hay số 5 vì những hòn đá đó đã có chú ếch số 1 nhảy qua.
5 1 1 1 0 0 1	3	Chú ếch có thể nhảy qua các hòn đá số 2 và 5.
3 3 1 0 1	4	Chú ếch thứ nhất nhảy vào hòn đá thứ 1. Chú ếch thứ hai nhảy vào hòn đá thứ 3. Chú ếch thứ ba nhảy trực tiếp từ bên này sang bên kia sông.

Câu 2. Trung vị (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
MEDIAN.*	MEDIAN.inp	MEDIAN.out	1 giây	1024 MB

Trung vị của một dãy số nguyên x_1, x_2, \dots, x_n được sắp xếp tăng dần là $x_{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor}$, với $\lfloor i \rfloor$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá i . Nếu dãy x chưa được sắp xếp tăng dần, ta sắp xếp lại dãy x rồi tìm trung vị.

Một dãy $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ được gọi là hoán vị của một dãy $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ khi và chỉ khi tồn tại một cách sắp xếp các phần tử của dãy a sao cho thu được dãy b .

Yêu cầu: Cho một hoán vị (a_1, a_2, \dots, a_n) của dãy $(1, 2, 3, \dots, n)$. Với mỗi số nguyên $1 \leq i \leq n$, hãy đếm số đoạn con liên tiếp của dãy a nhận a_i làm trung vị, hay nói cách khác, hãy đếm số lượng cặp số (l, r) sao cho $1 \leq l \leq i \leq r \leq n$ và a_i là trung vị của $(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$.

Dữ liệu vào: Nhập từ file MEDIAN.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 5000$).

- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq n$).
- Dữ liệu đầu vào đảm bảo các giá trị a_i đôi một phân biệt.

Dữ liệu ra: Ghi ra file `MEDIAN.out`:

- Gồm n số nguyên trên cùng một dòng, số nguyên dương thứ i là số cặp (l, r) sao cho $(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$ nhận a_i làm trung vị.

Ràng buộc bổ sung:

- 8% số điểm có $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$.
- 8% số điểm khác có $n \leq 60$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 100$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 300$.
- 16% số điểm khác có $n \leq 500$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 2000$.
- 24% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MEDIAN.inp	MEDIAN.out	Giải thích	
5 1 2 3 4 5	2 4 5 3 1	Ví dụ, với đoạn $(a_2, a_3, a_4, a_5) = (2, 3, 4, 5)$ ta có dãy sau khi sắp xếp là $(2, 3, 4, 5)$ có $x_{\lfloor \frac{4+1}{2} \rfloor} = x_2 = 3$. Do đó 3 là trung vị của đoạn $(2, 5)$. Tương tự như trên, ta có bảng sau:	
		Trung vị	Các đoạn
		1	$(1, 1), (1, 2)$
		2	$(2, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 4)$
		3	$(3, 3), (3, 4), (2, 4), (2, 5), (1, 5)$
		4	$(4, 4), (4, 5), (3, 5)$
		5	$(5, 5)$
4 4 2 3 1	1 5 2 2	Trung vị	Các đoạn
		4	$(1, 1)$
		2	$(2, 2), (1, 2), (2, 3), (2, 4), (1, 4)$
		3	$(3, 3), (1, 3)$
		1	$(4, 4), (3, 4)$

Câu 3. Mua đồ chơi (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
TOYS.*	TOYS.inp	TOYS.out	2,5 giây	1024 MB

Trên phố có n gian hàng nằm trên một đường thẳng, được đánh số từ 1 đến n . Mỗi gian hàng bán các món đồ chơi với những mức giá khác nhau – gian hàng thứ i bán đồ chơi với giá a_i đồng. Có k bạn nhỏ trên phố, bạn nhỏ thứ i sẽ đi qua các gian hàng đồ chơi

từ gian hàng l_i đến gian hàng r_i . Bạn sẽ dừng lại ở **một số** gian hàng, và ở mỗi gian hàng dừng lại, bạn sẽ mua **đúng một món** đồ chơi.

Yêu cầu: Biết rằng, bạn nhỏ thứ i sẽ đi qua các gian hàng $l_i, l_i + 1, \dots, r_i$ và mang theo t_i đồng. Xác định số lượng món đồ chơi tối đa mỗi bạn có thể mua được nếu chọn dừng lại ở những gian hàng tối ưu.

Dữ liệu vào: Nhập từ file TOYS.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, k ($1 \leq n, k \leq 2 \times 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 5 \times 10^5$).
- k dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên dương l_i, r_i, t_i ($1 \leq l_i \leq r_i \leq n, 1 \leq t_i \leq 10^{11}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file TOYS.out:

- Gồm k dòng, dòng thứ i là số món đồ chơi tối đa bạn thứ i mua được nếu dừng lại ở các gian hàng tối ưu.

Ràng buộc bổ sung:

- 8% số điểm có $l_i = r_i$.
- 10% số điểm khác có $n, k \leq 18$.
- 10% số điểm khác có $n, k \leq 1000$.
- 10% số điểm khác có $n, k \leq 5000$.
- 12% số điểm khác có $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$.
- 16% số điểm khác có $a_i \leq 50$.
- 16% số điểm khác có $n, k \leq 5 \times 10^4$.
- 18% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

TOYS.inp	TOYS.out	Giải thích
5 3 2 3 4 5 6 1 2 4 2 4 13 3 3 1	1 3 0	Bạn nhỏ thứ nhất đi từ gian hàng 1 đến gian hàng 2 và mang theo 4 đồng. Bạn có thể mua đồ chơi ở một trong hai gian hàng nhưng không thể mua đồ chơi ở cả hai gian. Bạn nhỏ thứ hai đi từ gian hàng 2 đến gian hàng 4, mang theo 13 đồng và có thể mua đồ chơi ở cả ba gian hàng ($3 + 4 + 5 = 12$). Bạn nhỏ thứ ba chỉ đi đến gian hàng 3 và không thể mua đồ chơi ở gian hàng này do chỉ có 1 đồng.
4 2 1 3 2 4 1 3 3 2 4 5	2 2	Bạn nhỏ đầu tiên có đủ tiền để mua hai món đồ chơi ở gian hàng 1 và 3 ($1 + 2 = 3$). Bạn nhỏ thứ hai có đủ tiền để mua hai món đồ chơi ở gian hàng 2 và 3 ($3 + 2 = 5$).

Câu 4. Phần thưởng (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
PRESENT.*	PRESENT.inp	PRESENT.out	1 giây	1024 MB

Ở TLEOJ Cup năm nay, các thành viên của câu lạc bộ TLE tổ chức trao thưởng cho tất cả những thí sinh có thành tích xuất sắc bằng một trò chơi nhỏ. Trò chơi diễn ra trong một lưới ô vuông gồm n hàng và m cột. Ô ở hàng thứ i , cột thứ j ký hiệu là ô (i, j) . Có k vị trí chứa phần quà là các ô vuông con của lưới. Vị trí chứa phần quà thứ t nằm ở ô (x_t, y_t) và có v_t phần quà.

Người chơi sẽ bắt đầu ở một ô vuông bất kỳ trên hàng thứ nhất. Người chơi sẽ thực hiện đúng n bước, ở mỗi bước người chơi sẽ thực hiện lần lượt các thao tác:

- Nếu người chơi đứng ở một ô vuông chứa phần quà, người chơi sẽ được nhận tất cả các phần quà trong ô vuông đó.
- Giả sử người chơi đang đứng ở ô (i, j) :
 - Nếu $i < n$, người chơi có thể di chuyển từ ô (i, j) đến một trong các ô: $(i + 1, j - d)$; $(i + 1, j - d + 1)$; ...; $(i + 1, j + d - 1)$; $(i + 1, j + d)$ nếu ô mà người chơi di chuyển đến thuộc trong lưới ô vuông đã cho.
 - Nếu $i = n$, trò chơi kết thúc.

Là một thí sinh đạt thành tích xuất sắc ở TLEOJ Cup năm nay, bạn có cơ hội được thử sức với trò chơi thú vị này.

Yêu cầu: Hãy tìm số phần quà tối đa mà bạn có thể nhận được.

Dữ liệu vào: Nhập từ file PRESENT.inp:

- Dòng đầu tiên chứa bốn số nguyên không âm n, m, k, d ($1 \leq n, m \leq 10^9, 0 \leq k \leq \min(n \times m, 2 \times 10^5), 0 \leq d < m$).
- k dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm ba số nguyên dương x_i, y_i, v_i cho biết ở ô vuông (x_i, y_i) có tổng cộng v_i phần quà ($1 \leq x_i \leq n, 1 \leq y_i \leq m, 1 \leq v_i \leq 10^9$).
- Dữ liệu đảm bảo các vị trí (x_i, y_i) đôi một phân biệt.

Dữ liệu ra: Ghi ra file PRESENT.out:

- Dòng duy nhất chứa một số nguyên dương là số món quà tối đa bạn có thể nhận được.

Ràng buộc bổ sung:

- 5% số điểm có $k \leq 2$.
- 5% số điểm khác có $d = 0$.
- 10% số điểm khác có $n, m \leq 15$ và $d = 1$.
- 10% số điểm khác có $n, m \leq 200$.
- 10% số điểm khác có $n, m \leq 1000$.

- 10% số điểm khác có $n, m \leq 5000$.
- 15% số điểm khác có $k \leq 5000$.
- 15% số điểm khác có $d = 1$ và $v_i = 1$.
- 10% số điểm khác có $d = 1$.
- 10% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

PRESENT.inp	PRESENT.out	Giải thích																								
2 4 2 2 2 1 1 2 2 2	2	<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>Một cách đi tối ưu là bắt đầu ở ô (1,4) rồi đi tới ô (2,2) để nhận hai phần quà. Lưu ý, từ ô (1,4) ta không thể đi tới ô (1,5) do ô này nằm ngoài lưới ô vuông, cũng không thể đi tới các ô (2,1) hay (1,3) do chúng không trong danh sách các ô có thể đi tới.</p>																								
4 5 4 1 3 2 1 4 1 1 1 5 2 2 2 1	3	<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>Một cách tối ưu để di chuyển là đi qua các ô được tô vàng. Có thể xuất phát đồng thời nhận hai phần quà từ ô (1,5), tuy nhiên có thể chứng minh được với cách xuất phát này ta không thể nhận được nhiều hơn hai phần quà.</p>																								
1 3 2 0 1 2 1000000000 1 1 1000000000	1000000000	Bạn có thể bắt đầu từ ô (1,1) hoặc (1,2) và trò chơi sẽ ngay lập tức kết thúc khi bạn nhận quà từ ô đó.																								

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.