

| | | | | | | | | | |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------|
| Вопрос | 1(2) | 2(2) | 3(3) | 4(3) | 5(2) | 6(3) | 7(3) | 8(2) | Всего(20) |
| Баллы | | | | | | | | | |

Вопрос 1. Теоремы и доказательства

Максимальная оценка вопроса 5 баллов.

Уточните формулировку (обведите ключевое слово или приведите полный текст формулировки) и напишите доказательство теоремы.

Теорема

| | | |
|--------------------------------|--------|----------|
| Множество действительных чисел | счётно | несчётно |
|--------------------------------|--------|----------|

Доказательство:

Вопрос 2. Теоремы и доказательства

Максимальная оценка вопроса 5 баллов.

Уточните формулировку (обведите ключевое слово или приведите полный текст формулировки) и напишите доказательство теоремы.

Теорема Черча

| |
|--|
| |
|--|

Доказательство:

| |
|--|
| |
|--|

ВОПРОС 3

Максимум за вопрос 5 баллов, 5 подвопросов по 1 баллу. За одну ошибку снимается 0.5 балла, две и более ошибок в строке - 0 баллов. Произведите указанную операцию над множествами, укажите мощность полученного в результате множества X и ответьте на вопрос о его счетности. Отметьте значком "+" элементы, которые принадлежат множеству X. Значки "-" ставить не обязательно - пустые клетки интерпретируются аналогично. N - множество натуральных чисел, N* - расширенное множество натуральных чисел, Z - множество целых чисел, Q - множество рациональных чисел, A - множество алгебраических чисел, R - множество действительных чисел, T - множество трансцендентных чисел. P(X) - булеан множества X

| | Мощность X | Счетность | $(-2, \sqrt{2})$ | $(2, 0)$ | $\{3/2, 4\}$ | $\{1/2, \sqrt{3}\}$ | $\{\pi\}$ | \emptyset | 61/2 | 16 | $\sqrt{3}$ | -5 |
|---|------------|-----------|------------------|----------|--------------|---------------------|-----------|-------------|------|----|------------|----|
| $X=P(Q \cap I)$ | | | | | | | | | | | | |
| X - мн-во конечных комплексов (x_1, \dots, x_k) , где $x_i \in Q$ | | | | | | | | | | | | |
| $X=P(A \setminus Z)$ | | | | | | | | | | | | |
| $X=(R \setminus Z) \cap A$ | | | | | | | | | | | | |
| X состоит из чисел h: $h=y^2$, $y \in R$, $h \leq 26$ | | | | | | | | | | | | |

ВОПРОС 4. Угадайка.

Максимум за вопрос 5 баллов, всего 10 вопросов типа «да-нет». За каждую ошибку снимается - 0.5 балла, за каждый правильный ответ начисляется +0.5, но итоговый результат не может быть меньше нуля. ВНИМАНИЕ: если ответа нет, то штраф не начисляется. Оцените правильность утверждений в общем случае (обведите в кружок слова «да» или «нет»)

| | | | |
|----|---|----|-----|
| 1 | Для выражения мощности всех счетно-бесконечных множеств необходимо и достаточно использовать ровно одно трансфинитное число. | Да | Нет |
| 2 | Конечные множества могут быть равномощны какому-нибудь своему собственному подмножеству | Да | Нет |
| 3 | Если у алгоритма одна из двух функций сложности полиномиальна, то это полиномиальный алгоритм | Да | Нет |
| 4 | Если задача решается полиномиальным алгоритмом степени более 10, то она является трудноразрешимой | Да | Нет |
| 5 | Любой вычислительный процесс можно преобразовать в нормальный алгоритм Маркова | Да | Нет |
| 6 | Функции одного верхнего порядка с экспонентой называются экспоненциальными функциями. | Да | Нет |
| 7 | Для любого множества A найдется множество B, мощность которого больше A | Да | Нет |
| 8 | Существуют вычислимые частичные арифметические функции, не определенные ни в одной точке. | Да | Нет |
| 9 | Если функция записана в расширенном базисе Клини с использованием оператора минимизации, она в любом случае не может являться примитивно-рекурсивной. | Да | Нет |
| 10 | Все общерекурсивные функции также являются примитивно-рекурсивными | Да | Нет |

ВОПРОС 5. Принадлежность функций к определенным классам

Всего 5 баллов, 5 подвопросов по 1 баллу. За одну ошибку снимается 0.5 балла, две и более ошибок в строке - 0 баллов. Заполните таблицу. Укажите ВСЕ (!!!) множества, к которым принадлежит функция (поставьте в соотв. ячейках «+»). Если функция данному множеству не принадлежит, поставьте «-». Обозначения: ПР - примитивно-рекурсивные, ОР - общерекурсивные, ЧР - частично рекурсивные, НР- нерекурсивные, А - арифметические, ЧА - частичные арифметические, ВА - вычислимые арифметические, ВЧА - вычислимые частичные арифметические. Последняя буква Ф везде означает функции.

| Функция F | АФ | ЧАФ | ВАФ | ВЧАФ | ПРФ | ОРФ | ЧРФ | НРФ |
|---|----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| $F(x, y) = \begin{cases} x+y, & \text{если } x < y \\ 3x-2y, & \text{если } x > y \\ (x+y)/2 & \text{если } x=y \end{cases}$ | | | | | | | | |
| $F(x) = \begin{cases} x!, & \text{если } x \text{ нечетное,} \\ x/2, & \text{иначе} \end{cases}$ | | | | | | | | |
| $F(x) = \begin{cases} x+8, & \text{если машина Тьюринга } T_x+1 \text{ не} \\ & \text{остановится на чистой ленте} \\ 0, & \text{если останов. за первые 4 шага} \\ 3x+1, & \text{иначе} \end{cases}$ | | | | | | | | |
| $F(x) = \mu y [E(y)+2=2x]$ $E(x)=x+4$ | | | | | | | | |
| $F(x) = \begin{cases} p(x, x)+100, & \text{если } x < 5, \\ p(x, x)-100, & \text{иначе,} \end{cases}$ где $p(x, x)$ - ф-я Аккермана | | | | | | | | |

Вопрос 6. Определения.

Максимальная оценка вопроса 5 баллов. 5 вопросов по 1 баллу.
Дайте точные определения следующим понятиям или закончите определение.

| Термин | Определение |
|---|-------------|
| Взаимозаменяемые машины Тьюринга | |
| Множество (по Тьюрингу) | |
| Теорема Райса | |
| Нормальный алгоритм Маркова | |
| Арифметическая функция $f(x)$ называется функцией одного порядка с функцией $g(x)$ и записывается ... | |

ВОПРОС 7. Рекурсии.

(1 вопрос, 5 баллов). Неаргументированные ответы (без вычислений и комментариев) не оцениваются!! За восстановление общего вида функций $G(x)$ и $E(x)$ по 1 баллу, за нахождение значений f максимум 3 балла (по 1 баллу для каждой точки).

$$G(x) = R_{30}(S_2^2(\div, U_1^2, C_5^2))$$

$$E(x) = R_0(S_2^2(\div, S_2^2(\Pi, U_2^2, C_3^2), C_5^2))$$

$$f(x) = \mu_y(G(y) + E(y) = 5x)$$

| | | | |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| Найдите значение функции f | При $x = 2$ $f(x) =$ | При $x = 5$ $f(x) =$ | При $x = 10$ $f(x) =$ |
| Запишите общий вид функции $G(x)$ | | | |
| Запишите общий вид функции $E(x)$ | | | |

Вопрос 8. Практические вопросы (мини-вычисления).

Максимальная оценка вопроса 5 баллов. 10 вопросов по 0.5 балла. Ответьте на поставленные вопросы, ответ запишите справа в свободной клетке.

| | |
|--|--|
| Запишите через базисные операторы обращение функции $f(x)=2x+1$ и найдите значение полученной функции в точках 0,1,17,40 | |
| Приведите пример ВЧАФ, не определенной ни в одной точке | |
| Машину Тьюринга А с 33 символами алфавита преобразовали в эквивалентную машину С по второй теореме Шеннона. Сколько клеток на ленте м.С понадобится для записи слова "крокодил" (кавычки не считаются) | |
| Запишите $P(P(\{\emptyset\}))$. Начните ответ со знака равенства и далее опишите полученное множество в соответствии с правилами описания множеств | |
| Сколько различных чисел потребуется для задания мощностей всех возможных конечных множеств | |
| Напишите характеристическую функцию для области определения функции $f(x)=(x-21)/2$ | |
| Пусть мощность множества А равна 8, а мощность множества В равна 17. $A \cap B = \{1,3,6\}$. Чему равна мощность множества $A \cup B$ | |
| Сколько различных слов, содержащих конечное число символов, теоретически можно составить из алфавита, содержащего счетно-бесконечное число символов | |
| Запишите любую функцию $f(x)$ одного верхнего порядка с функцией $g(x)=x^4+100$ | |
| $f(x) = x+10$, $g(x)=x^3+1$, строго на основании определения докажите что $f(x) = O(g(x))$. Строго доказать - значит привести определение и указать коэфф. с и соотв x^* | |