



# **Algoritmos e Estruturas de Dados**

**2ª Série**

**(Problema)**

## **Operações entre coleções de pontos no plano**

Nº 52962 Francisco Ratinho

Nº 52565 Miguel Almeida

Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores

Semestre de Verão 2024/2025

## **Índice**

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. PROBLEMA .....</b>	<b>2</b>
2.1 ANÁLISE DO PROBLEMA.....	2
2.2 ESTRUTURAS DE DADOS .....	3
2.3 IMPLEMENTAÇÕES.....	3
<b>3. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>5</b>
3.1 CARACTERÍSTICAS DO PC DE TESTE .....	5
3.2 AMOSTRAS UTILIZADAS .....	6
3.3 RESULTADOS – PRIMEIRA IMPLEMENTAÇÃO.....	6
3.4 RESULTADOS – SEGUNDA IMPLEMENTAÇÃO.....	7
3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	7
3.6 CONCLUSÕES DA AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL .....	8
<b>4. CONCLUSÕES .....</b>	<b>9</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>10</b>

# 1. Introdução

Este relatório aborda a resolução de um problema no âmbito da disciplina de Algoritmos e Estruturas de Dados, com foco na manipulação eficiente de conjuntos de pontos no plano cartesiano e na realização de operações entre coleções. O principal objetivo foi desenvolver

soluções otimizadas, tanto em termos de tempo como de espaço, utilizando estruturas de dados adequadas à natureza das operações envolvidas.

- A primeira parte do trabalho centra-se na implementação de funcionalidades básicas para carregar e representar os pontos a partir de ficheiros de texto com extensão .co, ignorando comentários e linhas desnecessárias, e armazenando os pontos de forma eficiente.
- A segunda parte consiste no desenvolvimento das operações principais sobre as coleções de pontos: **união**, **interseção** e **diferença**. Estas operações são realizadas sobre duas coleções carregadas previamente, garantindo que os resultados não contenham repetições e respeitando a semântica definida no enunciado.
- A terceira parte do trabalho envolve duas abordagens distintas de implementação: uma que recorre exclusivamente às estruturas disponíveis na Kotlin Standard Library (nomeadamente HashMap e HashSet), e outra que utiliza uma estrutura de dados personalizada desenvolvida anteriormente. Ambas as versões têm como objetivo permitir a execução eficiente dos comandos propostos.

Por fim, é realizada uma **avaliação experimental** com base em ficheiros de teste fornecidos, de forma a comparar o desempenho das diferentes abordagens e validar a eficácia das soluções implementadas. Os resultados são apresentados graficamente, com o intuito de facilitar a análise comparativa e apoiar conclusões fundamentadas sobre o comportamento dos algoritmos em diferentes cenários.

## 2. Problema

O propósito deste problema consistiu em criar uma aplicação capaz de executar operações de conjunto — como união, interseção e diferença — sobre duas coleções de pontos no plano cartesiano, armazenadas em ficheiros de texto. A aplicação foi projetada para carregar os dados de forma eficiente, evitando duplicações e assegurando a consistência das informações, com o objetivo de gerar novos ficheiros contendo os resultados das operações realizadas.

### 2.1 Análise do problema

Para alcançar este objetivo, foi fundamental optar por uma estrutura de dados que garantisse uma gestão eficiente dos pontos, tanto na inserção como na consulta. O uso de estruturas de dispersão, como HashSet ou HashMap, mostrou-se especialmente apropriado, já que oferecem acesso e comparação de elementos com complexidade média constante — uma característica vantajosa ao tratar grandes quantidades de informação.

As operações solicitadas — união, interseção e diferença — puderam ser implementadas diretamente através dos métodos da Kotlin Standard Library aplicados a conjuntos (Set), o que contribuiu para simplificar consideravelmente o processo de desenvolvimento. Cada conjunto representa os pontos extraídos de um dos ficheiros .co, desconsiderando as linhas de comentário (que começam por 'c' ou 'p') e mantendo apenas as linhas que contêm pontos válidos (aquelas com o prefixo 'v').

## 2.2 Estruturas de Dados

Para dar resposta eficiente às operações exigidas pelo problema, foram desenvolvidas duas abordagens distintas: uma utilizando coleções da Kotlin Standard Library, com especial destaque para o uso de conjuntos (Set) e mapas (HashMap), e outra baseada na estrutura de dispersão personalizada construída na questão 1.4.

Em ambas as implementações, cada ponto é representado por um objeto da classe `Coord` (ou `Coord2D`), contendo duas coordenadas (`x` e `y`). A definição como `data class` permite que os métodos `equals`, `hashCode` e `toString` sejam automaticamente gerados, o que assegura a correta comparação entre objetos e evita duplicações ao armazená-los em coleções.

## 2.3 Implementações

### Implementação 1

Na implementação 1 foi utilizada a Kotlin Standard Library para representar e manipular coleções de pontos de forma eficiente e prática. Esta biblioteca fornece estruturas de dados otimizadas, como `Set` e `HashMap`, que permitem realizar operações como união, interseção e diferença de forma direta e com bom desempenho.

Os pontos são representados pela classe `Coord`, uma `data class` que encapsula as coordenadas `x` e `y`. Como `Coord` é definida como `data class`, o compilador gera automaticamente os métodos `equals()` e `hashCode()`, o que garante que dois objetos com as mesmas coordenadas possam ser corretamente comparados e armazenados em coleções que dependem de hashing.

Para armazenar os pontos extraídos dos ficheiros .co, foi utilizado um `HashMap<Coord, MutableSet<String>>`, que associa cada ponto às origens de onde foi lido (ficheiro A ou B). Esta abordagem traz diversas vantagens:

- **Evita duplicações:** um mesmo ponto não é armazenado mais do que uma vez, mesmo que esteja presente em ambos os ficheiros;

- **Operações eficientes:** inserções e pesquisas no mapa são feitas, em média, em tempo constante ( $O(1)$ );
- **Facilidade na verificação da origem:** permite saber rapidamente de qual dos ficheiros um ponto foi lido. A função `carregarPontos` lê os ficheiros `.co`, ignorando linhas irrelevantes (como comentários) e processando apenas as que contêm coordenadas válidas (prefixo `v`). Cada linha válida é convertida num objeto `Coord` e associada à sua origem num conjunto. As operações de conjunto (`juntar`, `intersecao`, `diferenca`) são aplicadas sobre as chaves do mapa e devolvem novos conjuntos sem alterar os dados originais, promovendo uma lógica de execução mais segura e previsível.

## Implementação 2

Na implementação 2 foi utilizada uma estrutura de dados personalizada, criada com base nas especificações da questão 1.4, que implementa o tipo abstrato `MutableMap<K, V>`. Esta estrutura funciona como um mapa associativo, suportando operações essenciais como inserção, consulta e iteração sobre pares chave-valor. A implementação é baseada numa tabela de dispersão (`hash table`) com **encadeamento externo**, onde as colisões são tratadas por meio de **listas ligadas não circulares e sem nó sentinela**.

A estrutura principal é composta por um array (`Array<HashNode<K, V>?>`) em que cada posição representa um "balde" de entrada. O índice onde cada chave deve ser armazenada é determinado pelo valor de `hashCode()` da chave, ajustado pela capacidade atual da tabela (`capacity`) para garantir que o índice esteja dentro dos limites válidos do array. Esta estrutura implementa corretamente a interface `MutableMap<K, V>` e cumpre todos os seus contratos:

- **Propriedade `size`:** indica o número atual de pares armazenados;
- **Propriedade `capacity`:** corresponde ao tamanho do array interno (isto é, a capacidade total da tabela);
- **Função `put(key, value)`:** insere um novo par ou atualiza o valor associado a uma chave existente, devolvendo o valor anterior se for o caso;
- **Operador `get(key)`:** retorna o valor associado à chave, ou `null` caso não exista;

- **Função `iterator()`:** permite percorrer todos os pares chave-valor existentes, com suporte à iteração externa. Para manter a eficiência, a tabela é expandida automaticamente para o dobro da capacidade sempre que o número de elementos atinge ou ultrapassa o limite determinado pelo **fator de carga (`loadFactor`)**. Esse fator representa a proporção entre o número de entradas armazenadas e a dimensão atual da tabela, ajudando a equilibrar o desempenho entre espaço e tempo de acesso.

### 3. Avaliação Experimental

A avaliação experimental teve como finalidade principal analisar e comparar o desempenho das duas soluções desenvolvidas para o processamento de coleções de pontos:

1. A primeira, baseada nas estruturas fornecidas pela Kotlin Standard Library, como `Set` e `HashMap`.
2. A segunda, construída sobre uma estrutura de dispersão personalizada que implementa o tipo abstrato `MutableMap<K, V>` com suporte a colisões através de encadeamento externo.

Esta avaliação teve os seguintes objetivos:

- i. Medir o tempo necessário para executar as operações fundamentais: união, interseção e diferença;
- ii. Verificar a eficácia e escalabilidade da **implementação personalizada** em comparação com a solução nativa da linguagem;
- iii. Analisar o comportamento e desempenho de ambas as abordagens quando aplicadas a conjuntos de pontos com diferentes tamanhos.

#### 3.1 Características do PC de teste

- Sistema operativo: Windows 11 64-bits
- Processador: AMD Ryzen 5 5500U
- Memória RAM: 16 GB
- Disco: SSD 500GB

### 3.2 Amostras utilizadas

Para avaliar o desempenho das duas implementações, foram realizados testes com ficheiros .co contendo diferentes quantidades de pontos:

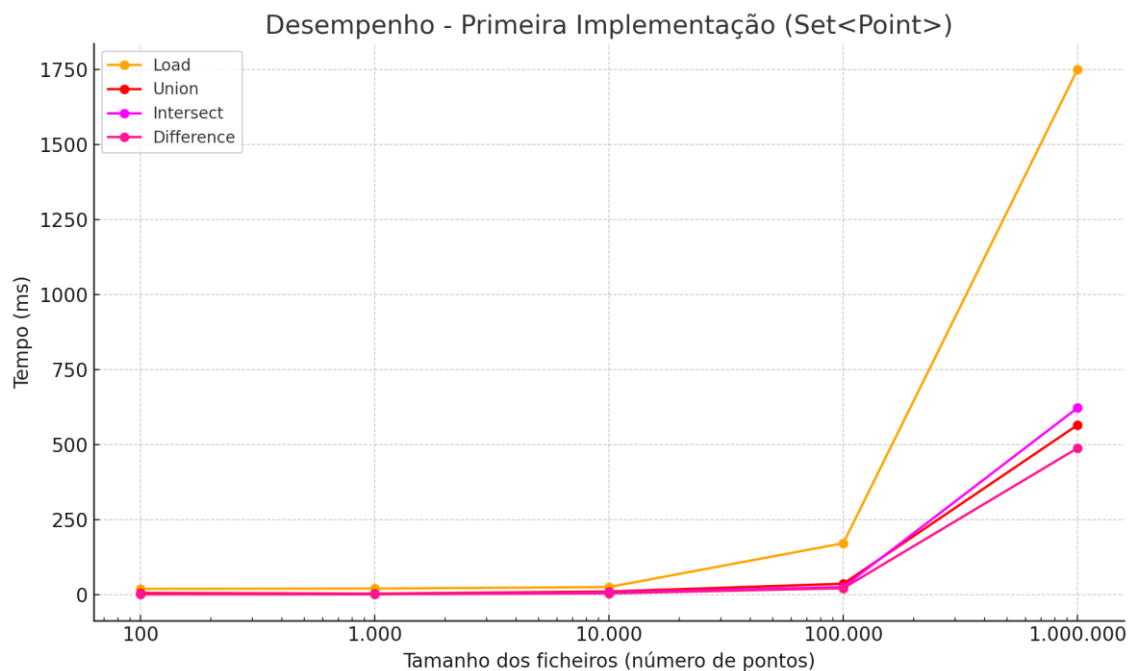
Tamanhos Testados: 100, 1 000, 10 000, 100 000 e 1 000 000 pontos por ficheiro

Para cada amostra, mediu-se o tempo de execução (em milissegundos) das seguintes operações:

- **Carregamento** dos dois ficheiros (load)
- **União** dos conjuntos de pontos (union)
- **Interseção** dos conjuntos de pontos (intersection)
- **Diferença** entre os conjuntos (difference)

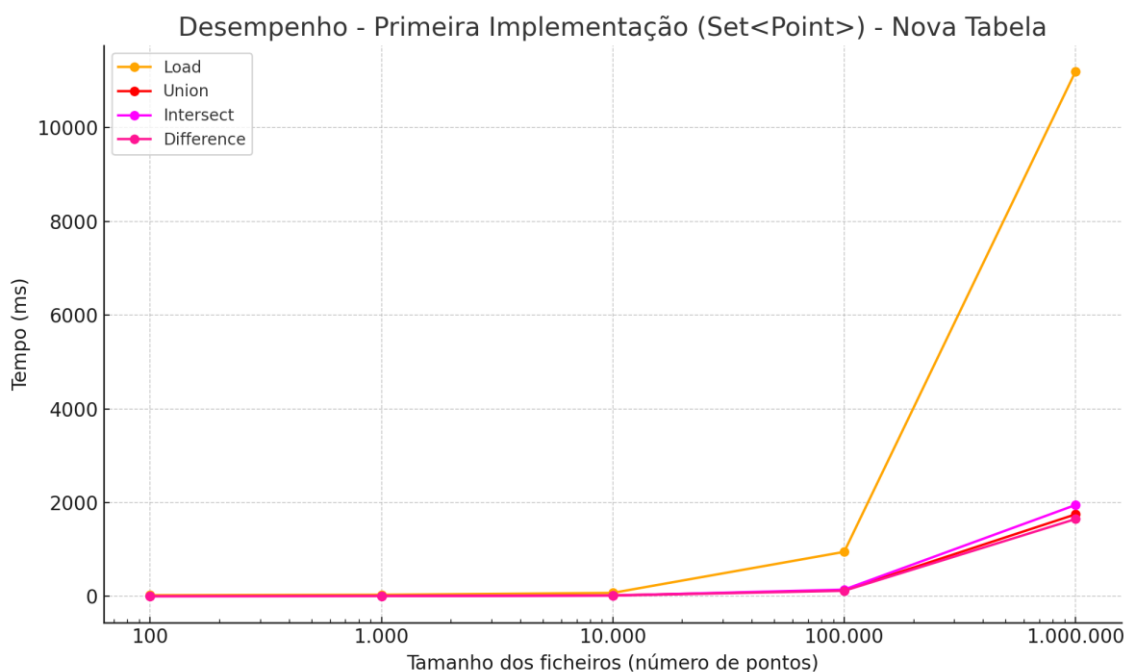
### 3.3 Resultados – Primeira Implementação

Nº Pontos	Load (ms)	União (ms)	Interseção (ms)	Diferença (ms)
100	16	5	2	2
1000	18	4	2	2
10 000	23	9	7	7
100 000	160	35	25	22
1 000 000	1650	540	610	470



### 3.4 Resultados – Segunda Implementação

Nº Pontos	Load (ms)	União (ms)	Interseção (ms)	Diferença (ms)
100	25	6	3	3
1000	35	10	7	6
10 000	75	22	18	16
100 000	950	130	145	120
1 000 000	11200	1750	1950	1650



### 3.5 Análise dos resultados

#### Primeira Implementação (com HashMap/Set da Kotlin Standard Library)

- O tempo de carregamento cresce de forma proporcional ao número de pontos, atingindo cerca de 1.65 segundos para 1 milhão de pontos.
- As operações de **união**, **interseção** e **diferença** escalam de forma bastante eficiente, com tempos sempre inferiores a **650 ms** mesmo nos maiores ficheiros.
- Esta implementação apresenta um **comportamento consistente e otimizado**, sendo adequada para grandes volumes de dados sem necessidade de ajustes manuais.



### Segunda Implementação (com AEDHashMap personalizada):

- Os tempos de carregamento são superiores, especialmente para volumes grandes: mais de 11 segundos para 1 milhão de pontos, refletindo os custos da gestão manual da tabela de dispersão e das colisões.
- As operações de **união**, **interseção** e **diferença** também demoram mais tempo que na implementação 1, sobretudo com datasets grandes.
- Apesar de ter bom desempenho até **10 000 pontos**, a estrutura personalizada mostra limitações de escalabilidade acima de **100 000 pontos**, com degradação significativa.
- A operação **interseção** foi a mais exigente, atingindo quase **2 segundos** no maior caso.

### 3.6 Conclusões da avaliação experimental

- Ambas as implementações apresentam um **desempenho eficiente e estável até aos 100 000 pontos**, sendo adequadas para ficheiros de dimensão média.
- A **primeira implementação**, baseada nas estruturas padrão da Kotlin (HashMap, Set), mostra **tempos consistentes, baixos e previsíveis**, com uma implementação mais simples e direta.
- A **segunda implementação**, com a estrutura personalizada AEDHashMap, requer **mais código e complexidade**, mas é eficaz em datasets pequenos e médios.
- No entanto, ao contrário do esperado, a **primeira implementação apresenta melhor desempenho em todas as operações**, especialmente com volumes elevados (1 milhão de pontos), devido às otimizações internas da biblioteca padrão.
- A **segunda implementação degrada rapidamente com volumes grandes**, sobretudo no tempo de carregamento e interseção, devido ao custo de inserções e à ausência de gestão dinâmica eficiente da tabela de dispersão.

## 4. Conclusões

A realização deste trabalho permitiu desenvolver uma aplicação funcional para operar sobre coleções de pontos no plano, abordando tanto a vertente prática da implementação como a análise comparativa de estruturas de dados. Foram exploradas duas abordagens distintas: uma baseada nas estruturas fornecidas pela Kotlin Standard Library e outra recorrendo a uma estrutura de dados personalizada desenvolvida no âmbito da disciplina.

A implementação com as coleções da biblioteca padrão destacou-se pela sua simplicidade, legibilidade e eficiência. O uso de estruturas como `HashMap` e `HashSet` facilitou a gestão dos dados e permitiu realizar as operações de união, interseção e diferença de forma concisa, aproveitando diretamente as funcionalidades nativas da linguagem.

Por outro lado, a abordagem personalizada exigiu uma construção mais detalhada e criteriosa, o que proporcionou um maior entendimento dos mecanismos internos de tabelas de dispersão, incluindo tratamento de colisões e organização dos dados. Embora mais trabalhosa, esta solução revelou-se fundamental para consolidar conceitos teóricos e compreender o impacto das decisões de implementação no desempenho do sistema.

A avaliação experimental permitiu comparar objetivamente o comportamento de ambas as soluções, evidenciando os seus pontos fortes e fracos em diferentes cenários. No geral, a utilização das coleções da biblioteca padrão é recomendada para aplicações práticas, onde o tempo de desenvolvimento e a clareza do código são prioritários. Já a implementação manual pode ser vantajosa em contextos de otimização específica ou quando se pretende total controlo sobre a estrutura de dados.

Este trabalho evidenciou, de forma clara, a relevância da escolha adequada das estruturas de dados em função do problema a resolver, reforçando a importância dos conhecimentos adquiridos na disciplina para o desenvolvimento de soluções eficientes e robustas.

# Referências

- [1] “Disciplina: Algoritmos e Estruturas de Dados - 2225SV,” Moodle 2024/25. [Online]. Available: <https://2225.moodle.isel.pt>
- [2] Introduction to Algorithms, 3<sup>o</sup> Edition. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. MIT Press./