I. $A \cap B \subseteq B \cap A$

II. $B \cap A \subseteq A \cap B$

I. Ambil sembarang $x \in A \cap B$. Harus dibuktikan bahwa $x \in B \cap A$

Menurut definisi irisan, $x \in A \cap B$ berarti bahwa $x \in A$ dan $x \in B$

Menurut ilmu logika, penghubung "dan" bersifat komutatif sehingga $x \in A$ dan $x \in B$ berarti pula $x \in B$ dan $x \in A$.

Menurut definisi irisan, $x \in B$ dan $x \in A$ berarti bahwa $x \in B \cap A$.

Terbuktilah bahwa untuk sembarang $x \in A \cap B$ dapat diturunkan menjadi $x \in B \cap A$. Berarti bahwa $A \cap B \subseteq B \cap A$.

II. Ambil sembarang $y \in B \cap A$. Harus dibuktikan bahwa $y \in A \cap B$.

Menurut definisi irisan, $y \in B \cap A$ berarti bahwa $y \in B$ dan $y \in A$.

Oleh karena penghubung "dan" bersifat komutatif, maka $y \in B$ dan $y \in A$ berarti pula $y \in A$ dan $y \in B$.

Menurut definisi irisan, $y \in A$ dan $y \in B$ berarti bahwa $y \in A \cap B$.

Terbuktilah bahwa untuk sembarang $y \in B \cap A$ dapat diturunkan menjadi $y \in A \cap B$. Berarti bahwa $B \cap A \subseteq A \cap B$.

Dari (I) dan (II), berarti bahwa $A \cap B = B \cap A$.

Contoh 6.9

Untuk himpunan-himpunan A, B, C, buktikan bahwa $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$.

Penyelesaian

Pembuktian akan dilakukan menggunakan hukum-hukum yang berlaku pada himpunan.

$(A \cup B) - C = (A \cup B) \cap C^c$ (definisi selisih himpunan)

$= C^c \cap (A \cup B)$ (hukum komutatif)

$= (C^c \cap A) \cup (C^c \cap B)$ (hukum distributif)