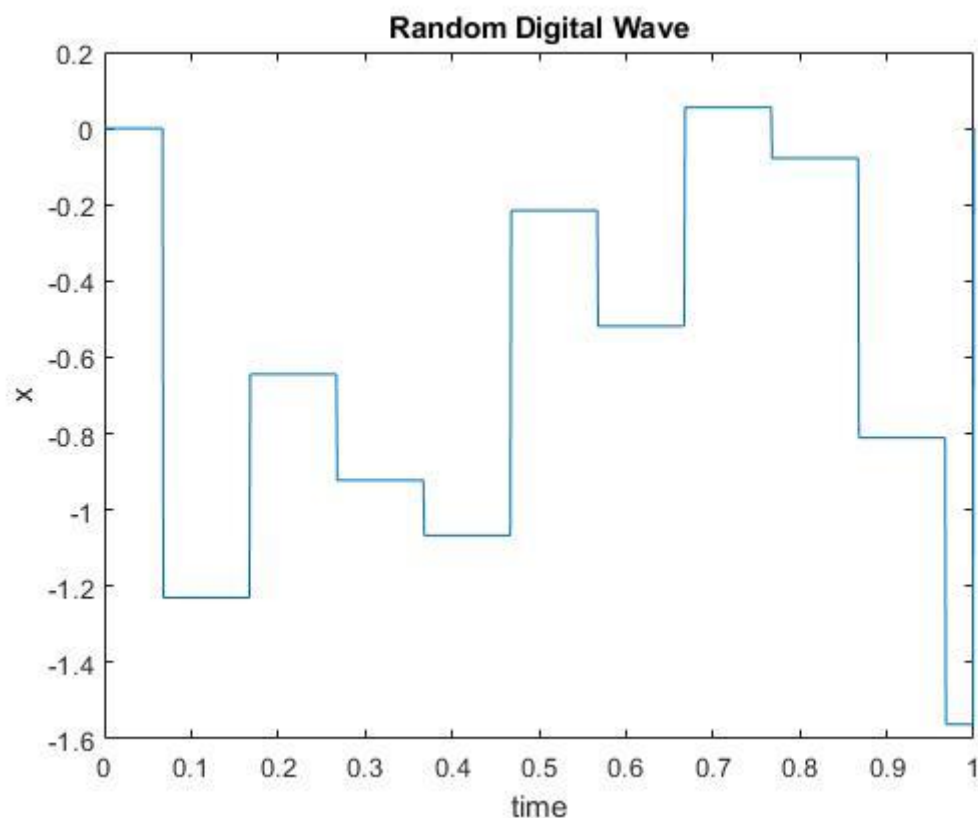
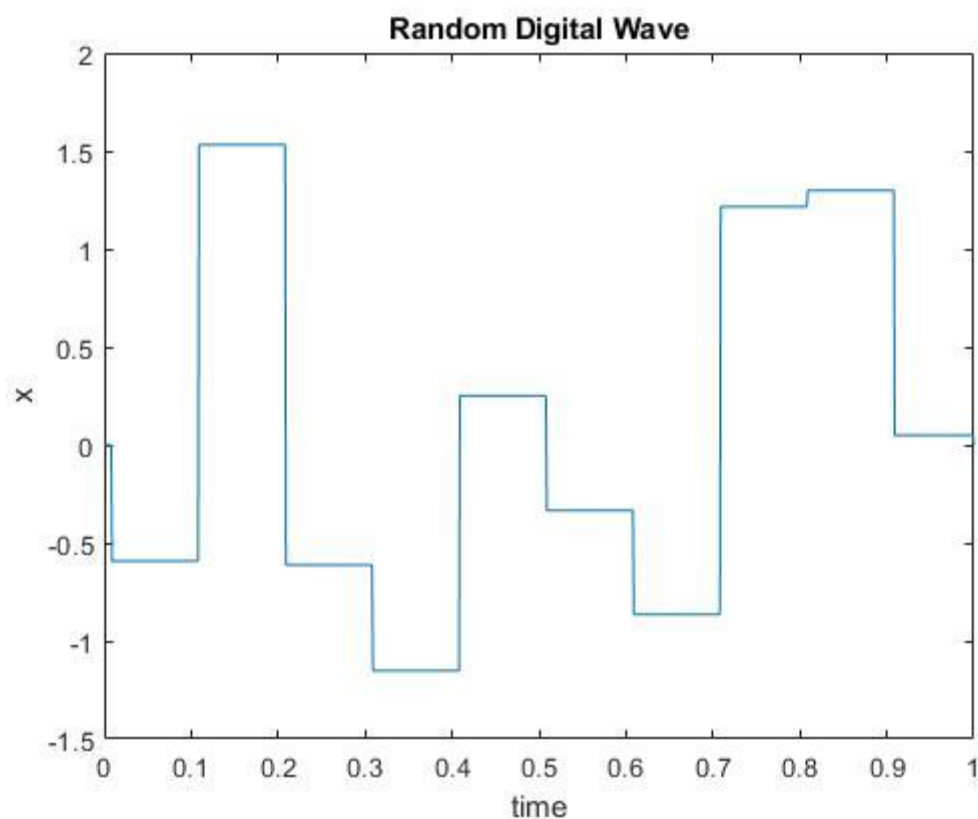
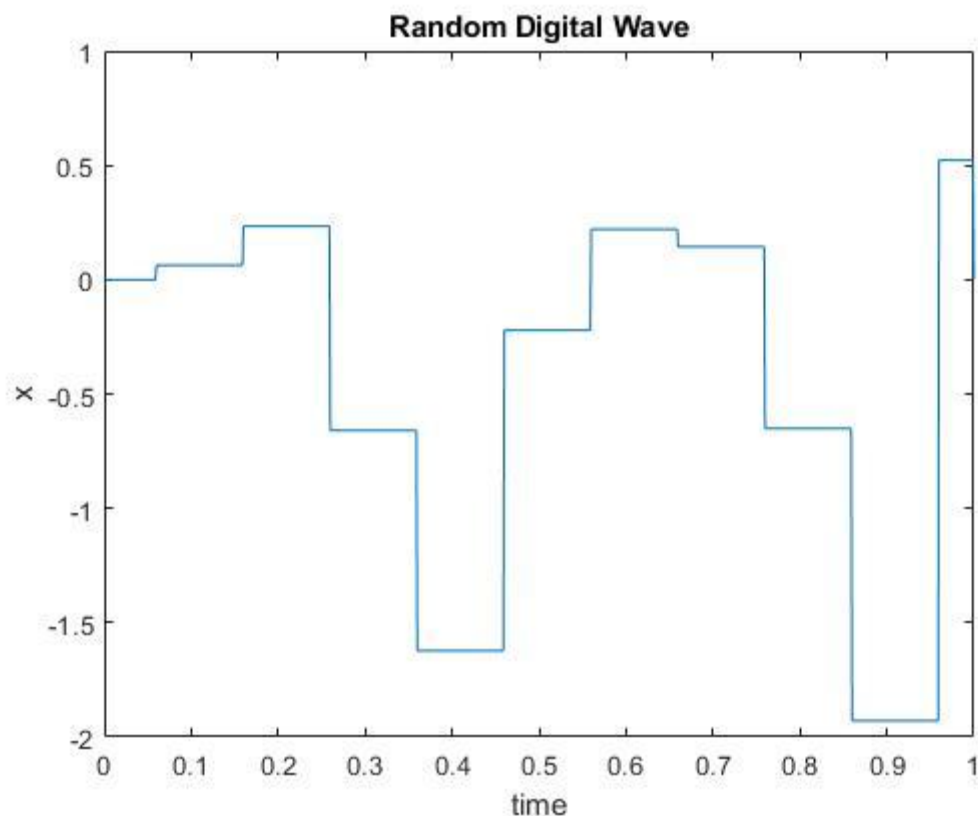


۱ موج دیجیتال تصادفی

الف) برای تولید سیگنال مورد نظر تابعی با نام RandomDigitalWave را پیاده‌سازی می‌کنیم. این تابع چهار پارامتر به نام‌های Length، Frequency، Sigma و T دارد. سپس با استفاده از مقادیر داده شده، چند تحقق مختلف این سیگنال را بدست می‌آوریم.

برای محاسبه مقدار D از تابع rand و برای محاسبه مقادیر a_k از ضرب خروجی تابع randn در Sigma استفاده می‌کنیم.

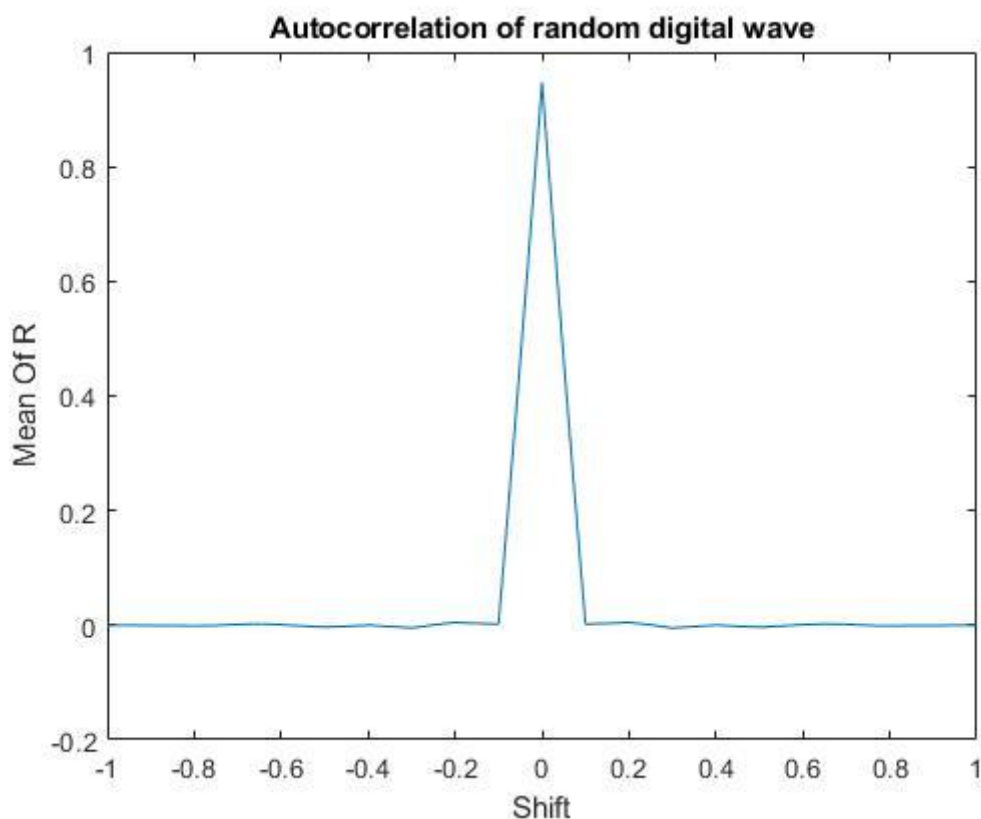




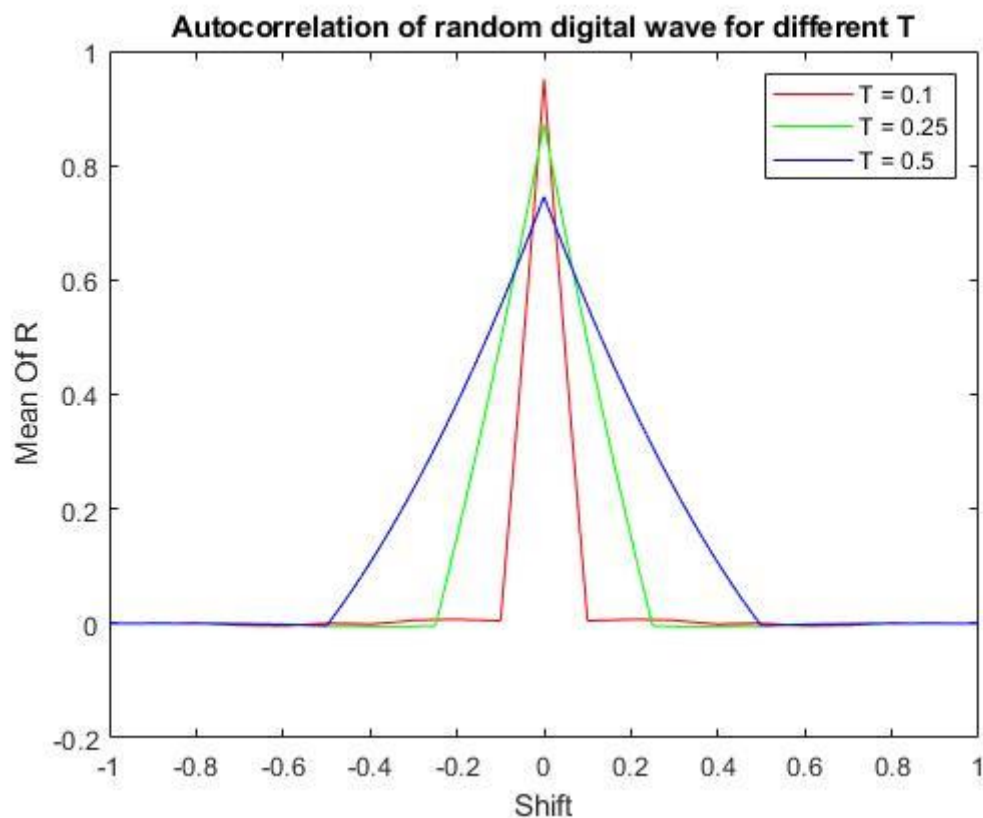
ب) برای محاسبه تابع خودهمبستگی تابعی با نام `AutocorrelationOfRandomDigitalWave` را پیاده‌سازی می‌کنیم. این تابع شش پارامتر به نام‌های `Number`، `Maxlag`، `Length`، `Frequency`، `Sigma` و `T` دارد. پارامتر `Number` تعداد نمونه‌های `RandomDigitalWave` و پارامتر `Maxlag` بیشترین مقدار شیف‌ت دادن سیگنال در جهت مثبت و منفی برای محاسبه مقادیر تابع خودهمبستگی را مشخص می‌کند.

برای محاسبه تابع خودهمبستگی از تقسیم خروجی تابع `xcorr` بر `Frequency` (فرکانس نمونه‌برداری) و برای محاسبه تابع خودهمبستگی میانگین از تابع `mean` استفاده می‌کنیم.

برای `Maxlag = 1000`، `Number = 5000` تابع خودهمبستگی به صورت زیر بدست می‌آید.

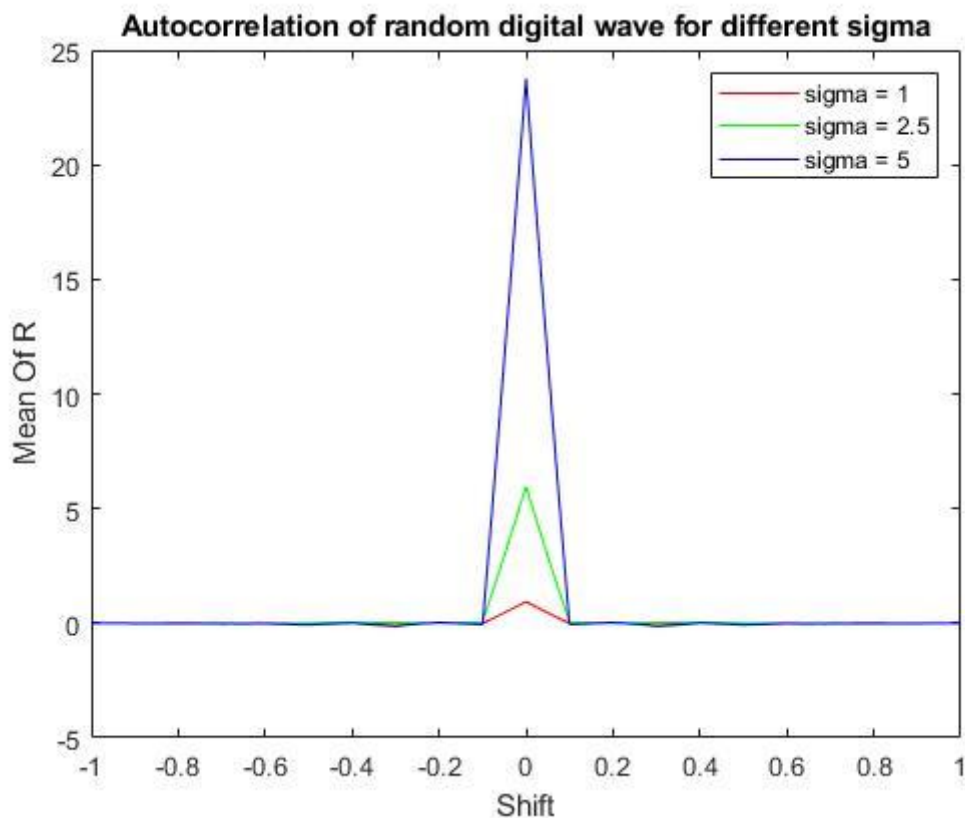


پ) برای `Maxlag = 1000`، `Number = 5000` با تغییر مقدار `T` برای سه مقدار `T = 0.5`، `T = 0.25`، `T = 0.1` تابع خود همبستگی به صورت زیر بدست می‌آید.



با توجه به نمودارهای بدست آمده، با افزایش مقدار T ، مقدار ماکزیمم تابع خودهمبستگی کاهش می‌یابد. در حالی که بازه‌ای که در آن مقدار دارد، متناسب با افزایش T ، افزایش می‌یابد.

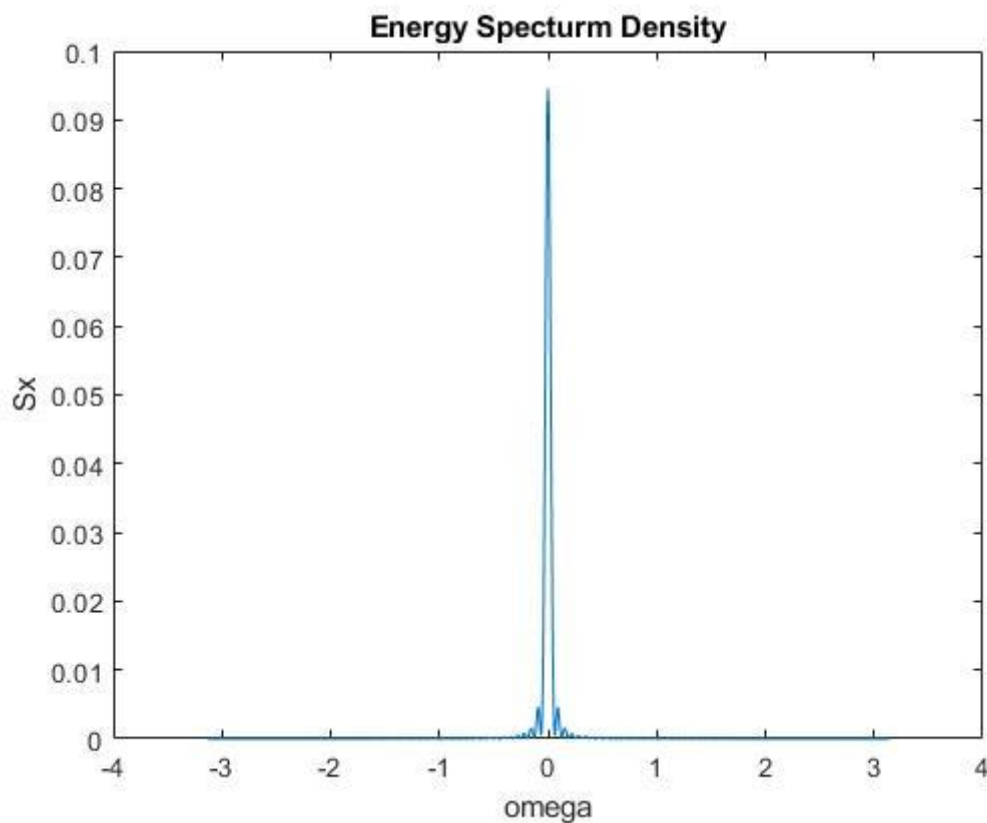
برای $\text{Number} = 5000$ ، $\text{Maxlag} = 1000$ با تغییر مقدار Sigma برای سه مقدار $\text{Sigma} = 1$ ، $\text{Sigma} = 2.5$ ، $\text{Sigma} = 5$ تابع خود همبستگی به صورت زیر بدست می‌آید.



با توجه به نمودارهای بدست آمده، با افزایش مقدار T ، مقدار ماکزیمم تابع خودهمبستگی متناسب با افزایش σ ، افزایش می‌یابد. در حالی که بازه‌ای که در آن مقدار دارد، ثابت می‌ماند.

ت) برای محاسبه تابع چگالی طیف از تقسیم خروجی تابع $\text{fftshift}(\text{fft})$ بر Frequency (فرکانس نمونه‌برداری) استفاده می‌کنیم.

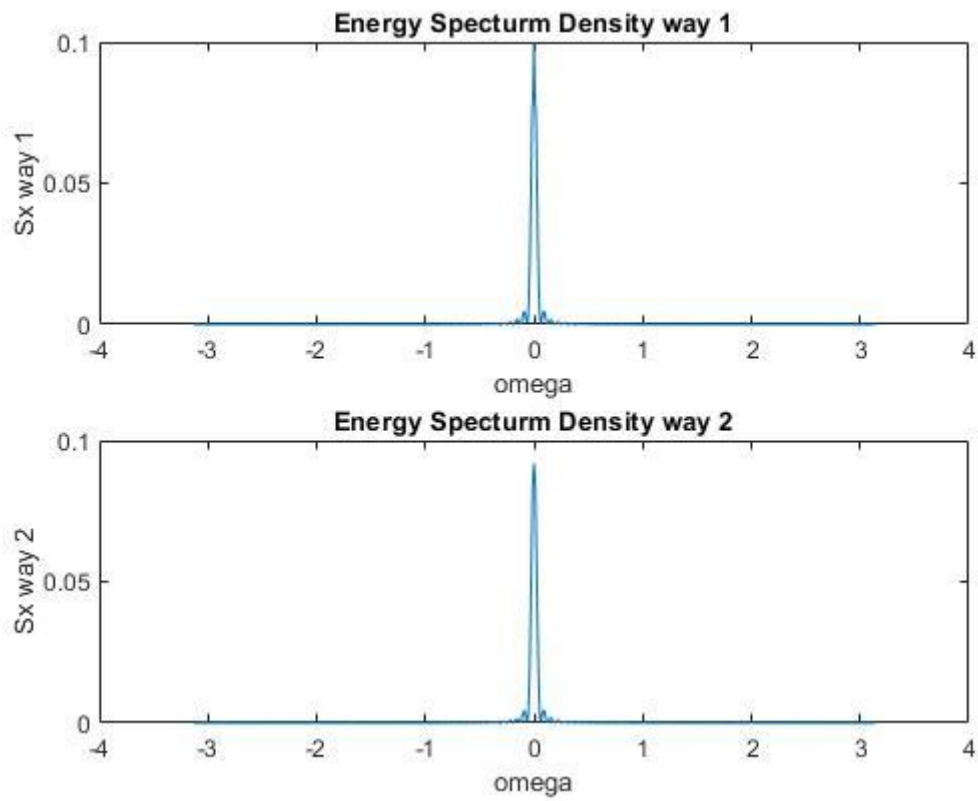
تابع چگالی طیف به صورت زیر بدست می‌آید.



ث) برای بررسی صحت قضیه، تابع چگالی طیف را از دو روش مختلف محاسبه می‌کنیم.

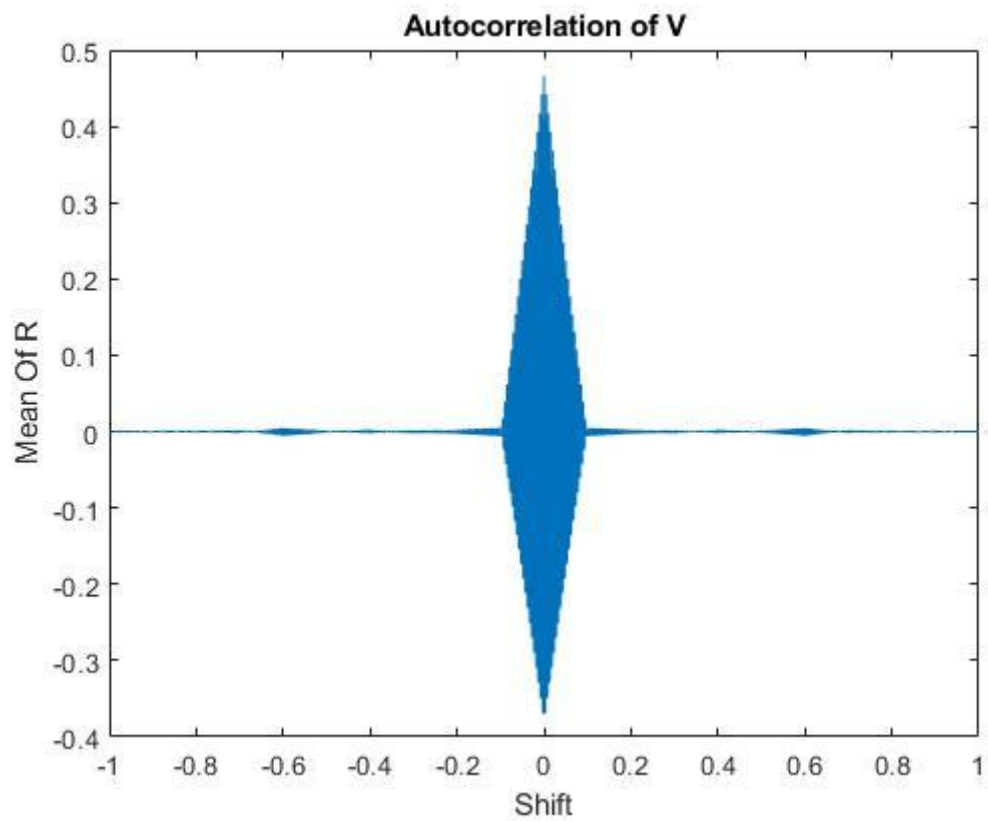
برای محاسبه تبدیل فوریه RandomDigitalWave از تقسیم خروجی تابع $\text{fftshift}(\text{fft})$ بر Frequency (فرکانس نمونه‌برداری) و برای محاسبه خطای MSE از دستور immse استفاده می‌کنیم.

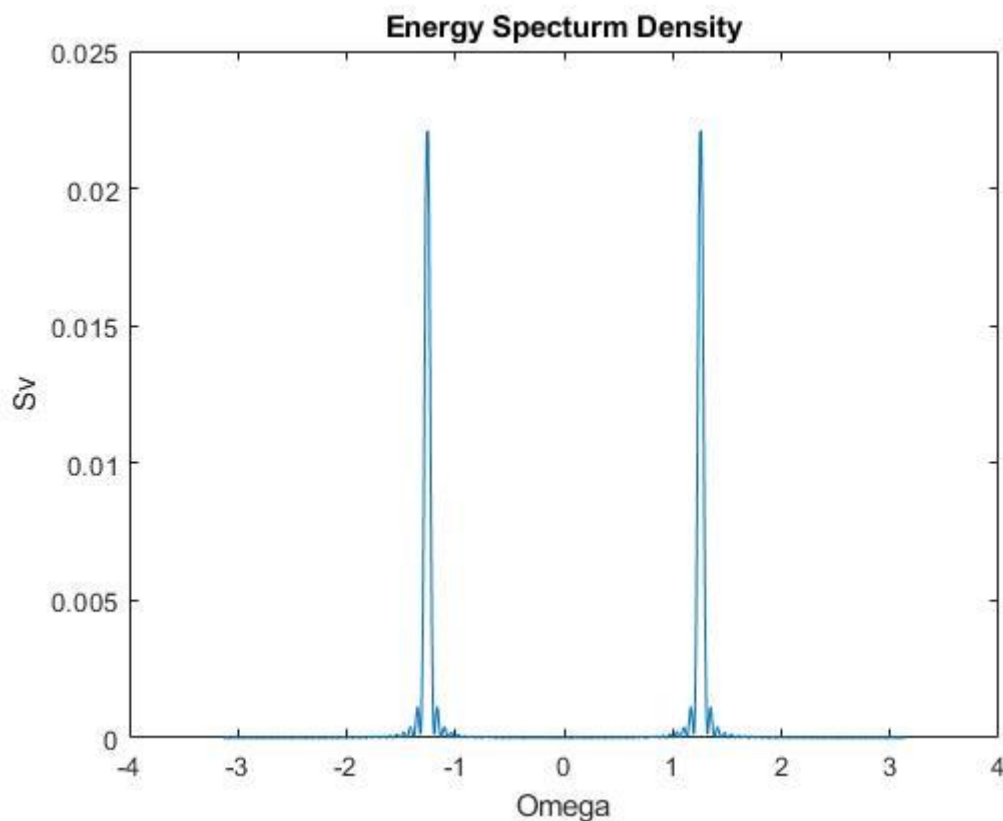
تابع چگالی طیف از دو روش مختلف به صورت زیر بدست می‌آید.



مقدار خطای MSE در حدود 10^{-7} بدست می آید که مقدار بسیار کوچکی است.

(ج) تابع های خودهمبستگی و چگالی طیف به صورت زیر بدست می آیند.

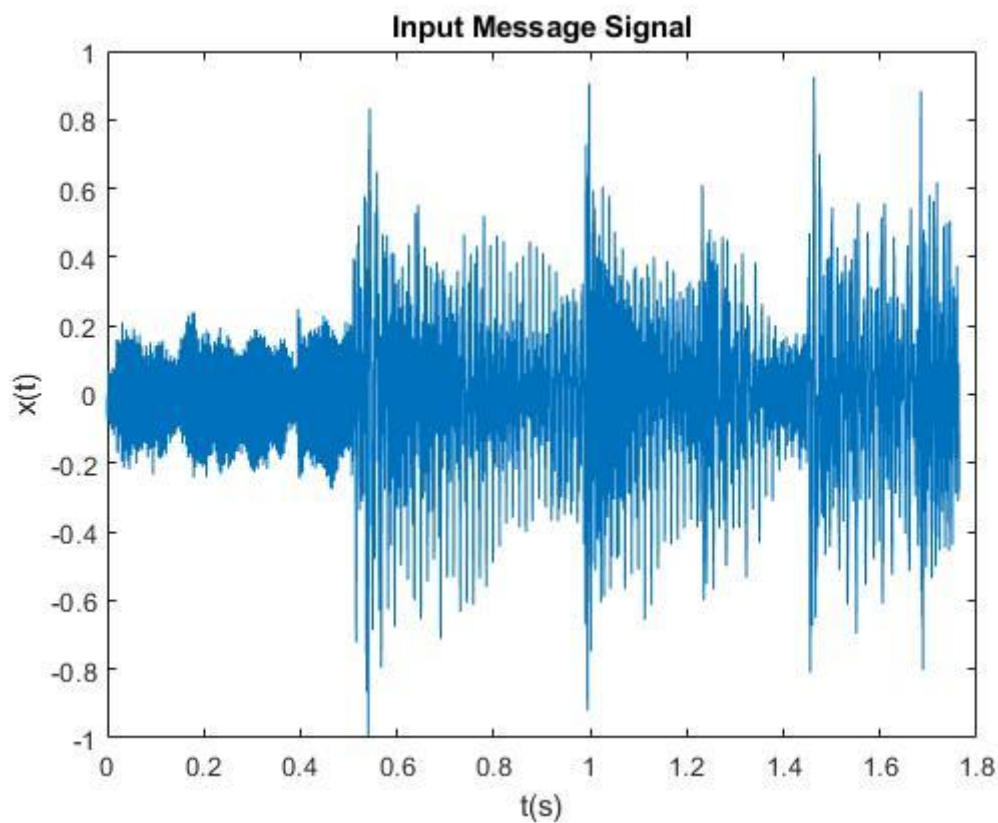




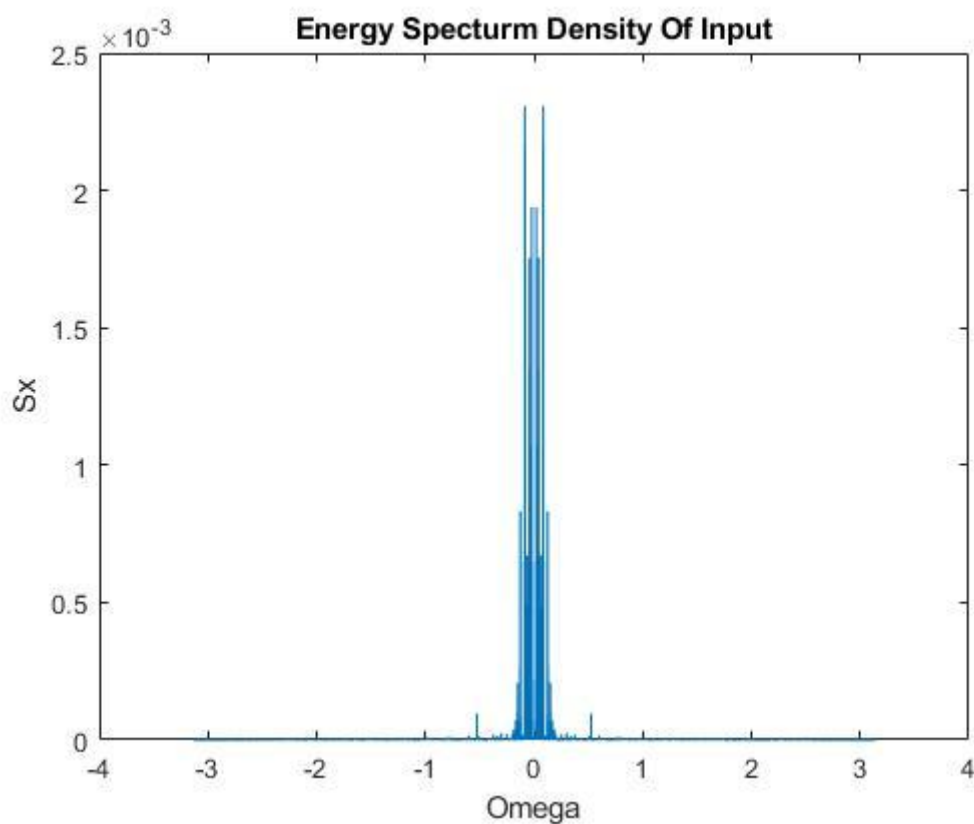
چ) در اثر ضرب کردن سیگنال در \sin ، باند فرکانسی سیگنال عوض می‌شود. به این کار در اصطلاح مدوله کردن سیگنال می‌گویند. فایده این کار این است که می‌توان سیگنال‌های مختلف را در باندهای فرکانسی مختلف در محیط یکسان ارسال کرد و با وجود اینکه این سیگنال‌ها در حوزه زمان با یکدیگر ترکیب می‌شوند، در حوزه فرکانس کاملاً جدا خواهند بود و می‌توان با فیلتر کردن باند فرکانسی مورد نظر سیگنال‌ها مورد نظر را از بقیه سیگنال‌ها جدا کرد.

۲ شبیه‌سازی کانال مخابراتی

الف) برای لود کردن سیگنال از تابع `audioread` استفاده می‌کنیم.

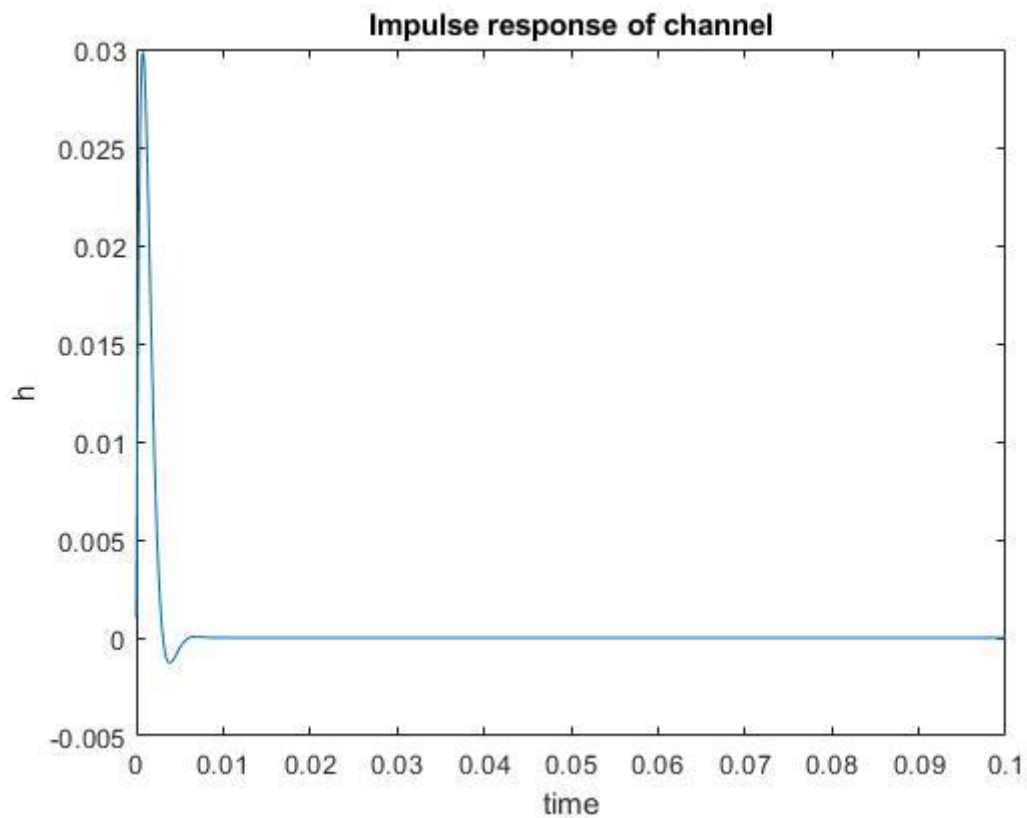


تابع چگالی طیف به صورت زیر بدست می آید.

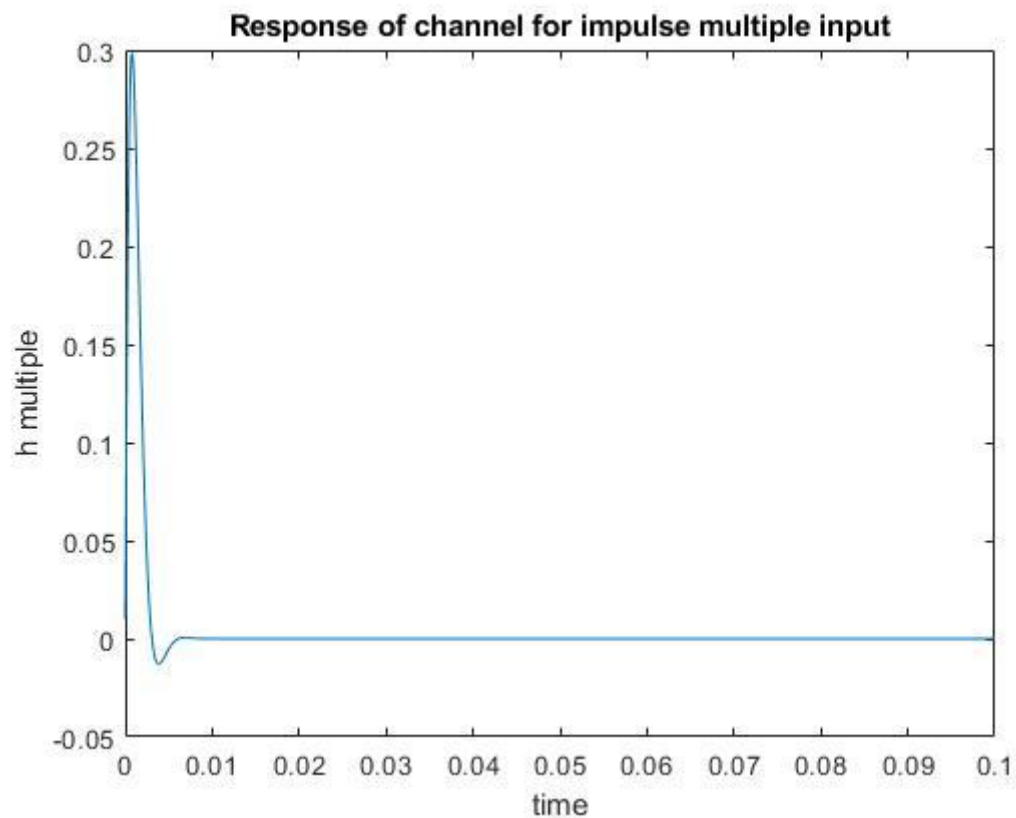


ب) برای تحقیق LTI بودن کانال، ابتدا سیگنال ضربه واحد را به عنوان ورودی به کانال اعمال می کنیم و خروجی آن را بدست می آوریم. سپس برای بررسی شروط LTI بودن، مضربها و شیفت یافته های ضربه واحد را به عنوان ورودی به کانال اعمال می کنیم و خروجی آن ها را مورد بررسی قرار می دهیم.

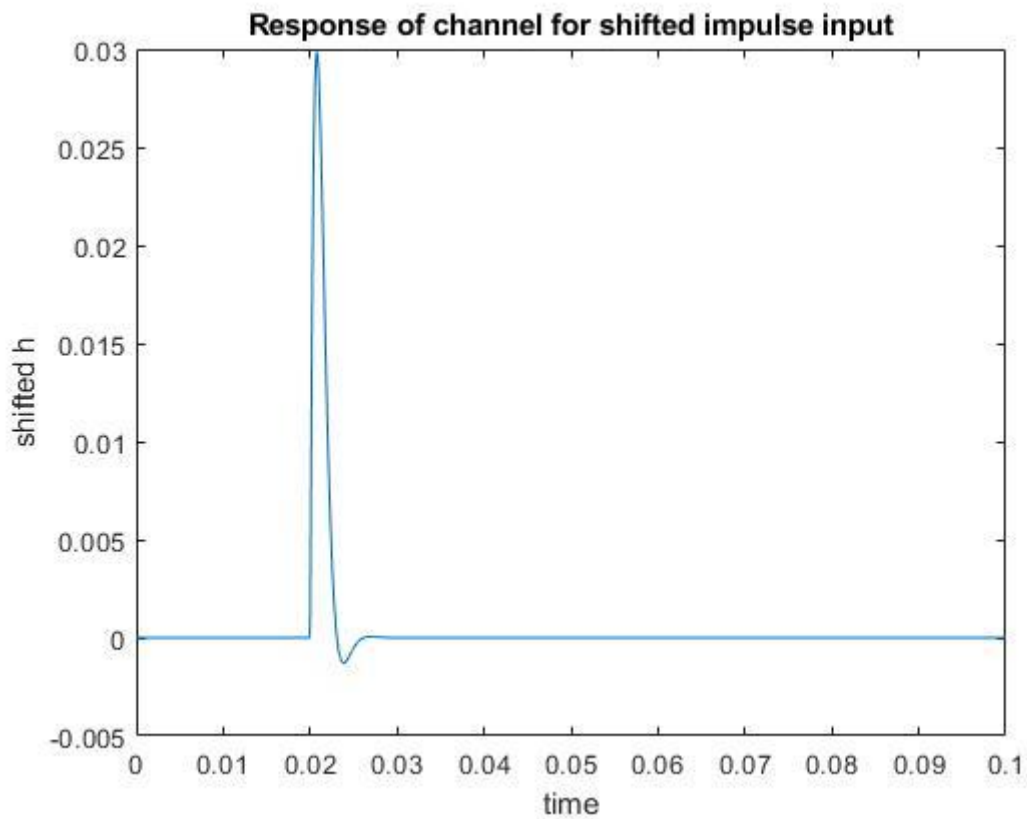
سیگنال پاسخ ضربه واحد به صورت زیر بدست می آید.



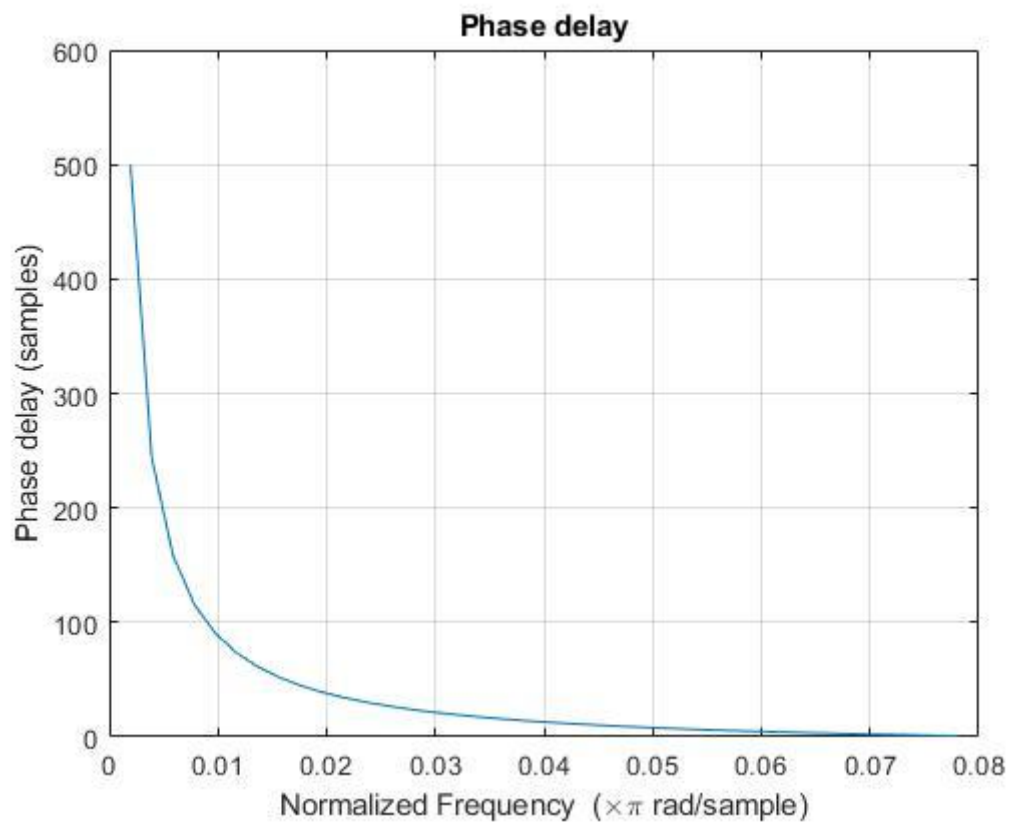
سیگنال پاسخ مضرب ضربه واحد برای $\text{Alpha} = 10$ به صورت زیر بدست می آید.

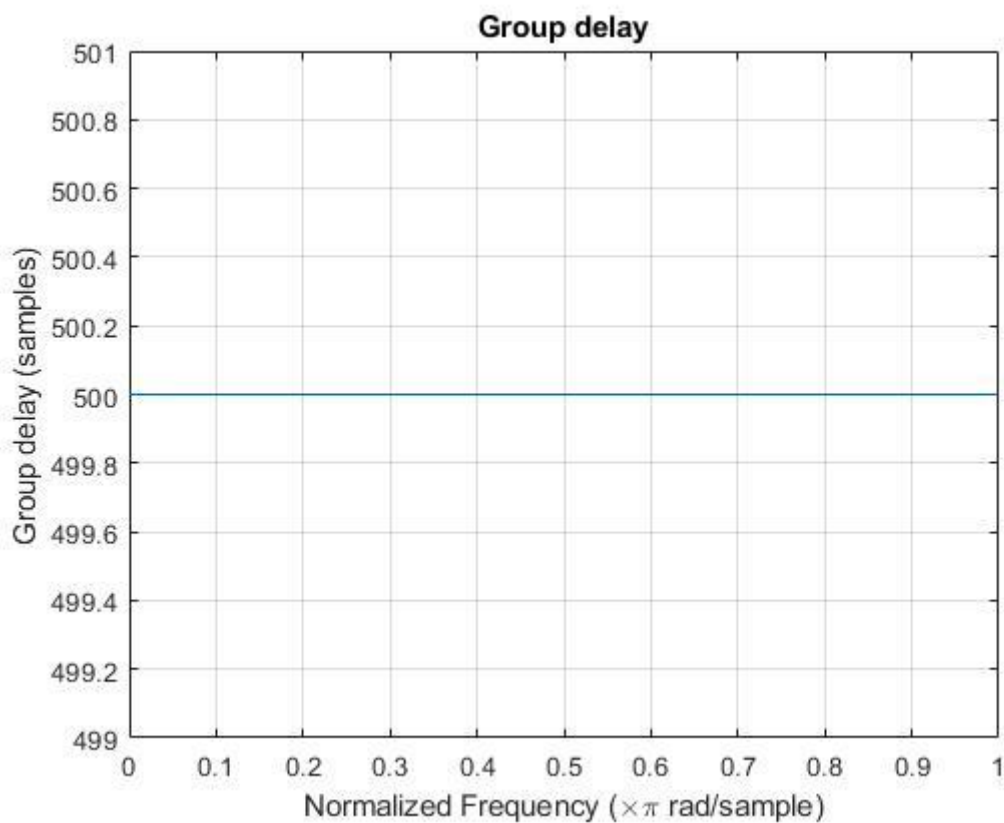


سیگنال پاسخ شیفت یافته ضربه واحد برای $\text{Shift} = 22050 \times 0.02$ به صورت زیر بدست می آید.

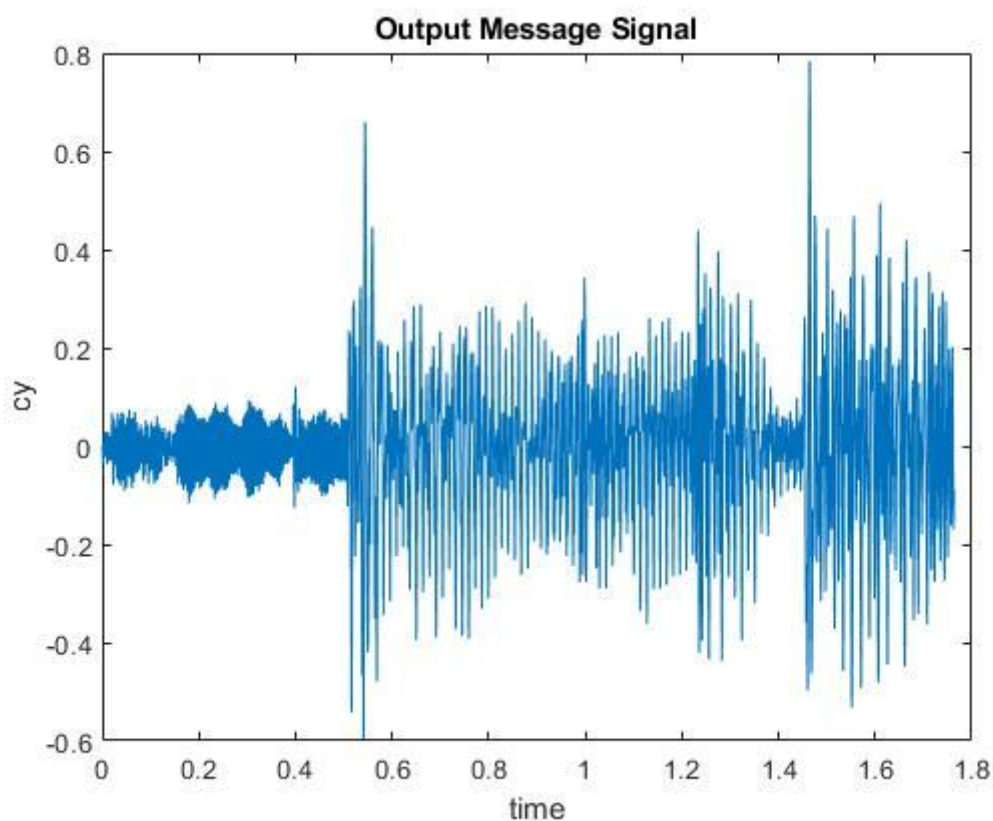


پ) برای نمودار phase delay از تابع phasedelay و برای نمودار group delay از تابع grpdelay استفاده می‌کنیم.
نمودار phase delay و group delay به صورت زیر بدست می‌آیند.

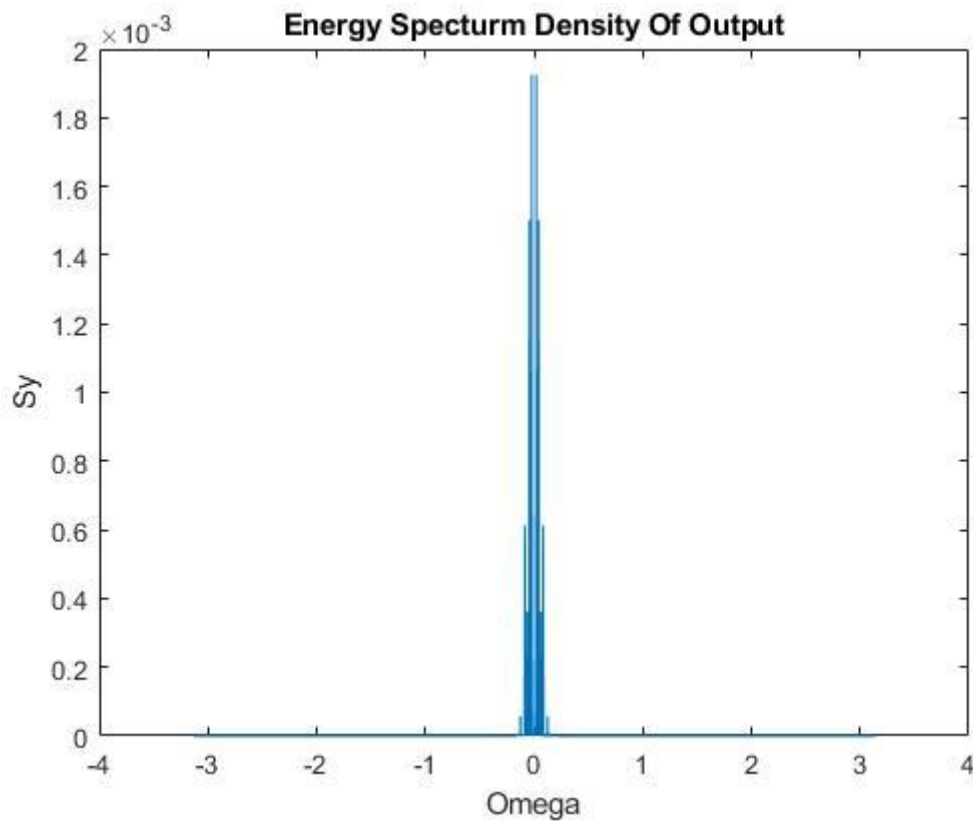




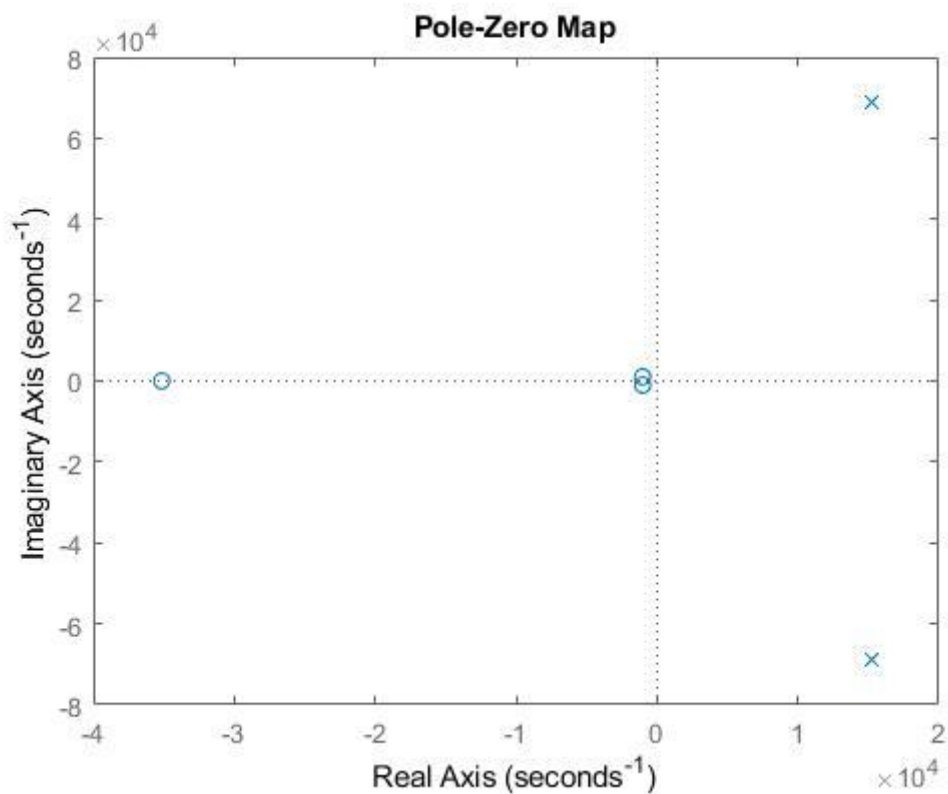
Phase delay میزان تاخیر فاز ایجاد شده به ازای هر فرکانس در خروجی توسط سیستم و Group delay تفاوت فاز دو فرکانس نزدیک به هم در خروجی در اثر عبور از سیستم را مشخص می‌کند.
 (ت) با استفاده از تابع داده شده، خروجی را بدست می‌آوریم.

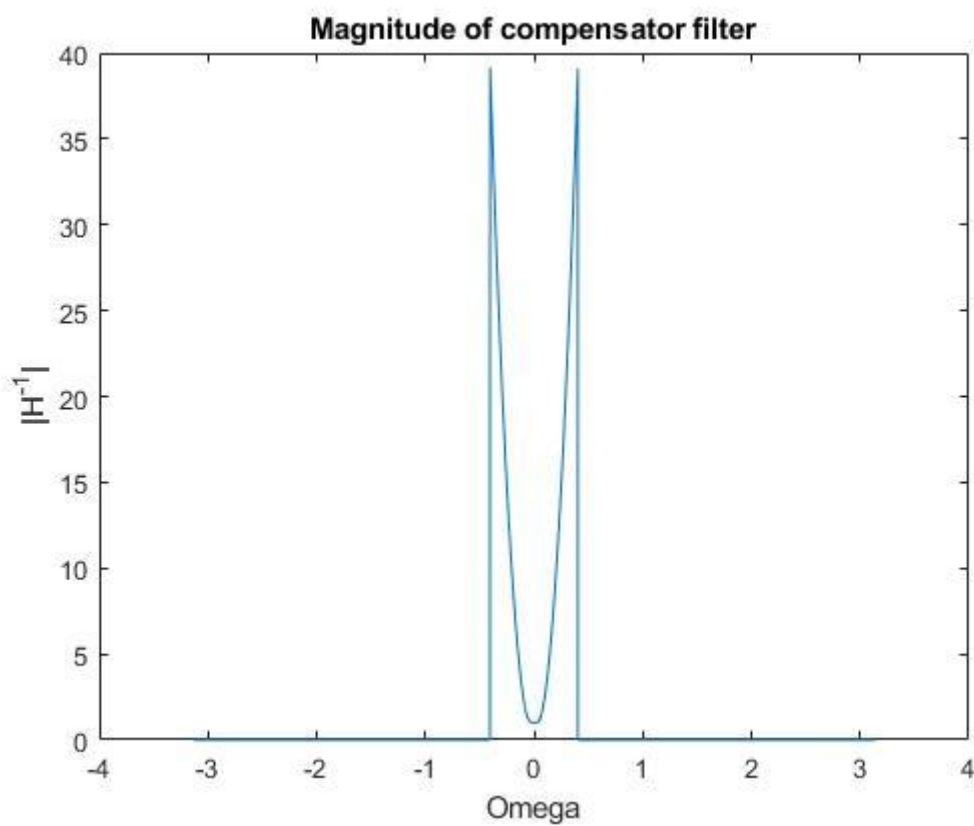
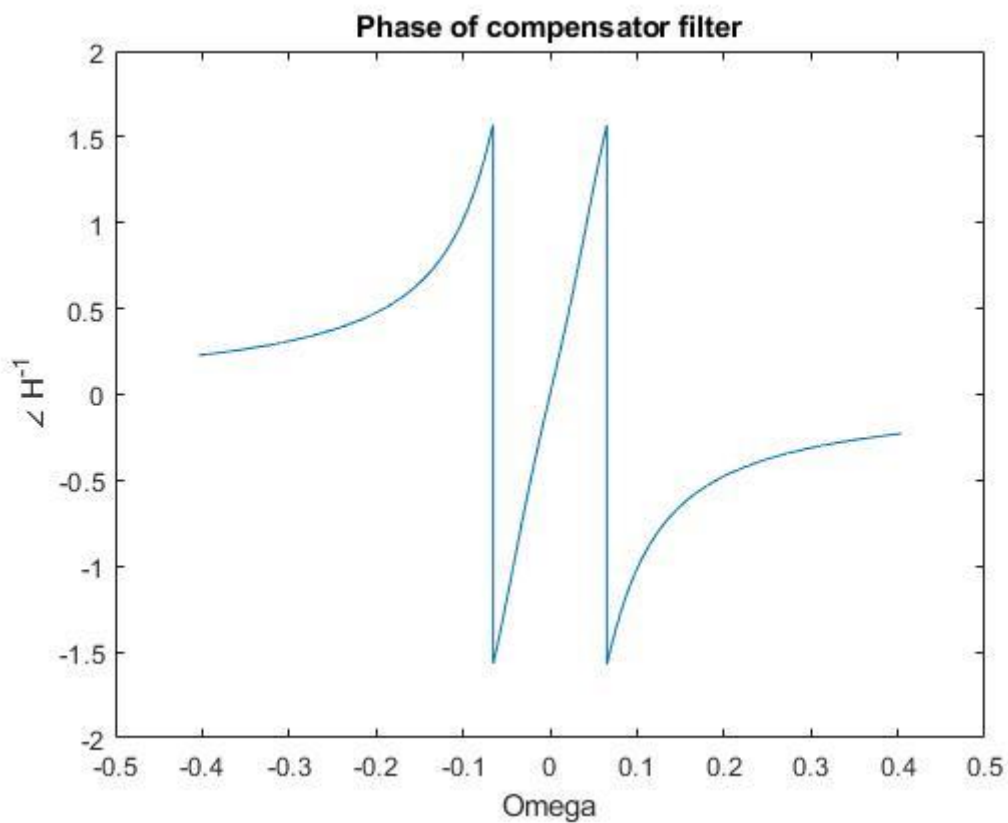


تابع چگالی طیف به صورت زیر بدست می‌آید.



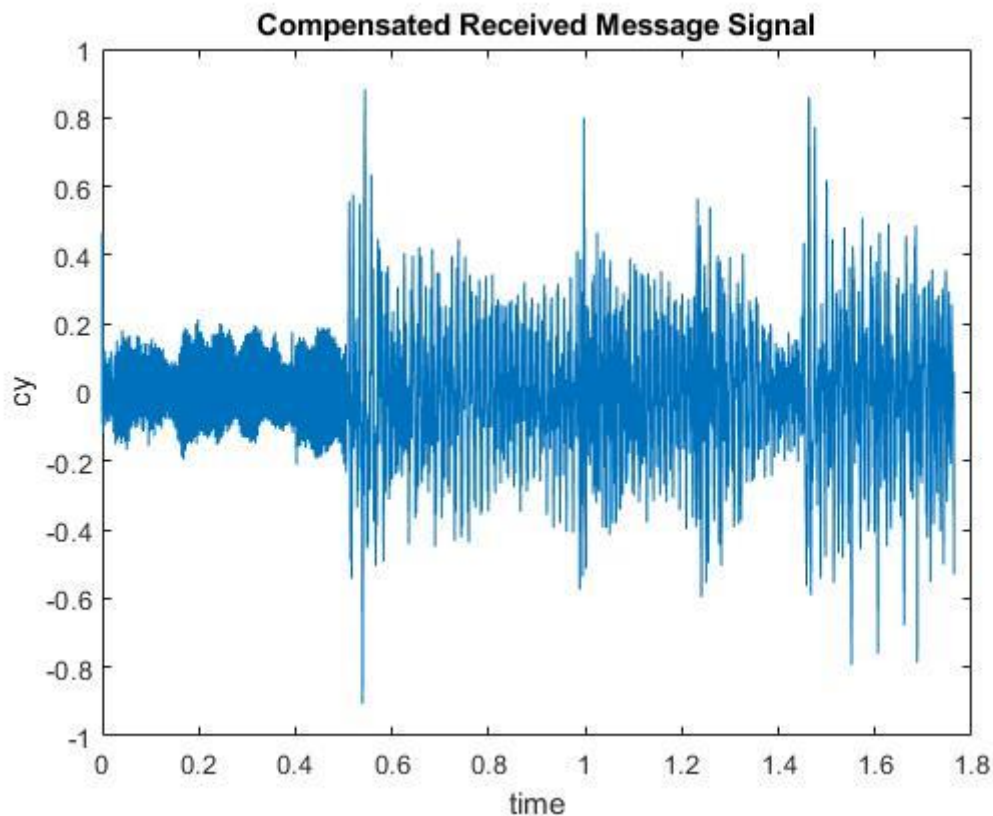
ث) می‌توان در خروجی کانال یک فیلتر جبران‌ساز متناسب با پاسخ فرکانسی کانال قرار داد تا اثرات کانال را از بین ببرد. همچنین می‌توان با مدوله کردن سیگنال ورودی و انتقال آن به باندهای فرکانسی با اعوجاج کمتر، اثرات کانال را کاهش داد. (ج) فیلتری برای جبران‌سازی طراحی می‌کنیم.





برای طراحی فیلتر ابتدا باند فرکانسی عبوری کانال را بدست می‌آوریم و سپس فیلتری می‌سازیم که دارای پاسخ فرکانسی عکس پاسخ فرکانسی کانال در باند فرکانسی عبوری کانال و صفر در خارج از آن است.

ساخت این فیلتر عملی نیست؛ زیرا در حوزه فرکانس ناپیوسته است و در نتیجه در حوزه زمان پایدار نیست. خروجی پس از جبران‌سازی به صورت زیر بدست می‌آید.



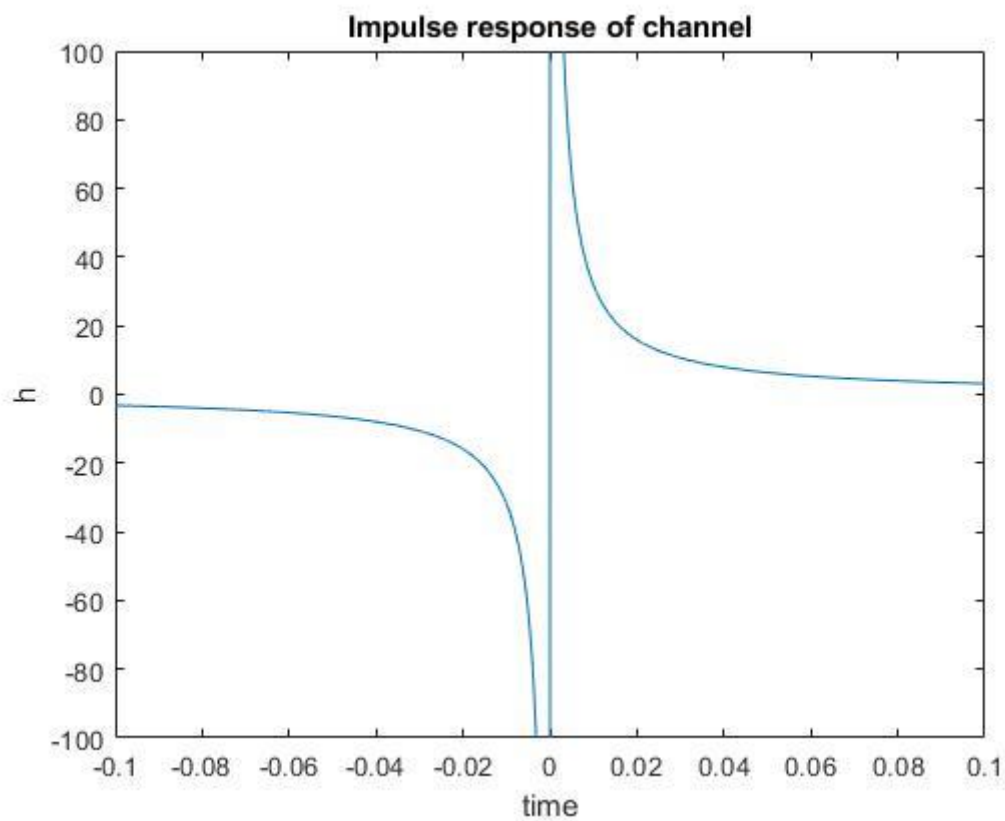
جبران سازی کاملاً مطلوب و سیگنال خروجی تقریباً با سیگنال ورودی برابر است.

۳ تقریب قابل ساخت فیلتر هیلبرت

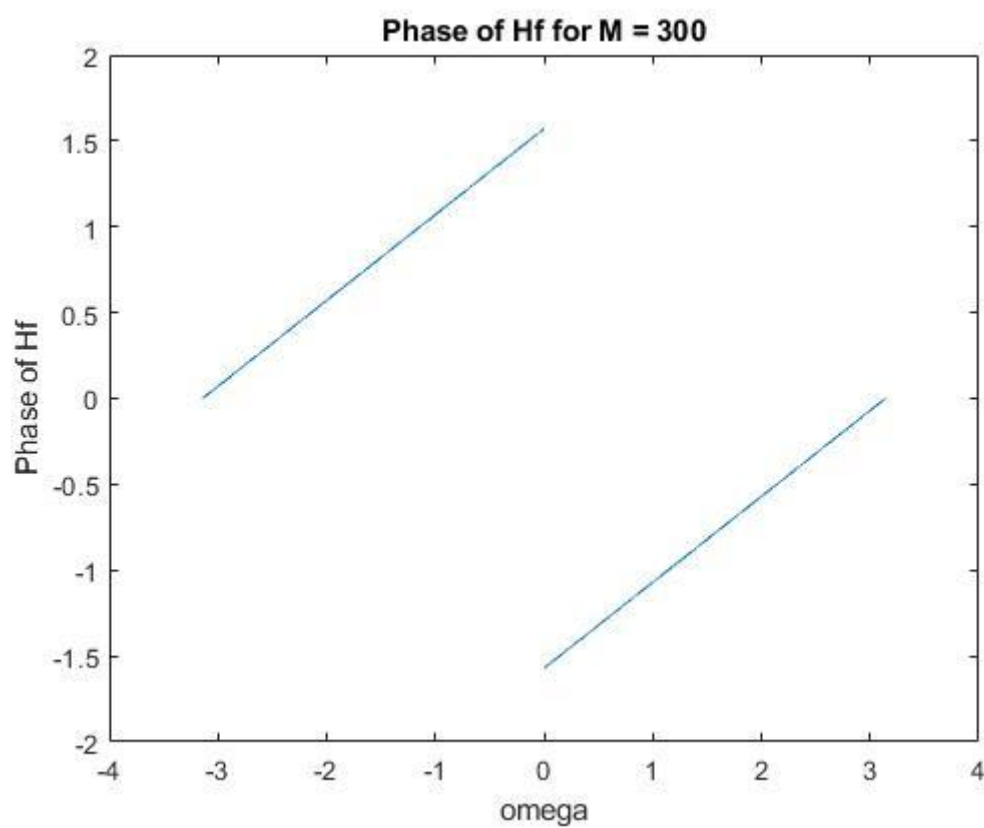
الف) با استفاده از تعریف عکس تبدیل فوری، پاسخ ضربه تبدیل هیلبرت را بدست می آوریم.

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{-\infty}^0 e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t} d\omega + \int_0^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t} d\omega \right) \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t} \right) = \frac{1}{\pi t}$$

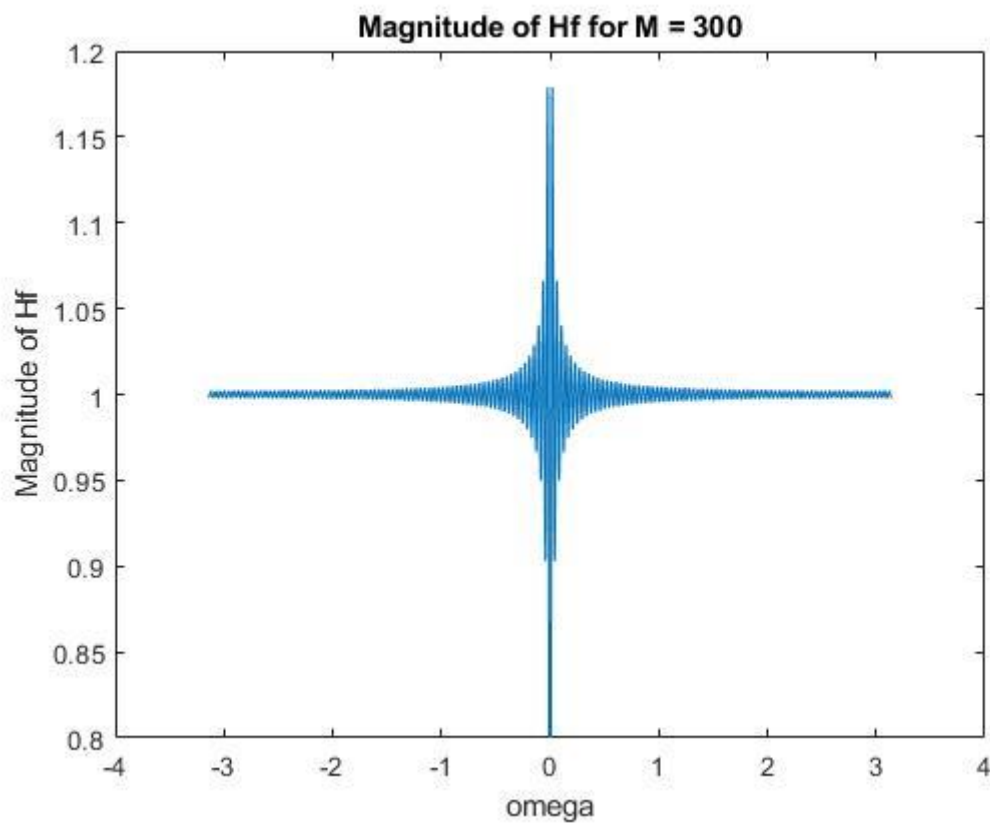
ب) با فرکانس $f_s = 22050$ و در بازه $-0.1 < T < 0.1$ از پاسخ ضربه تبدیل هیلبرت نمونه برداری می کنیم.



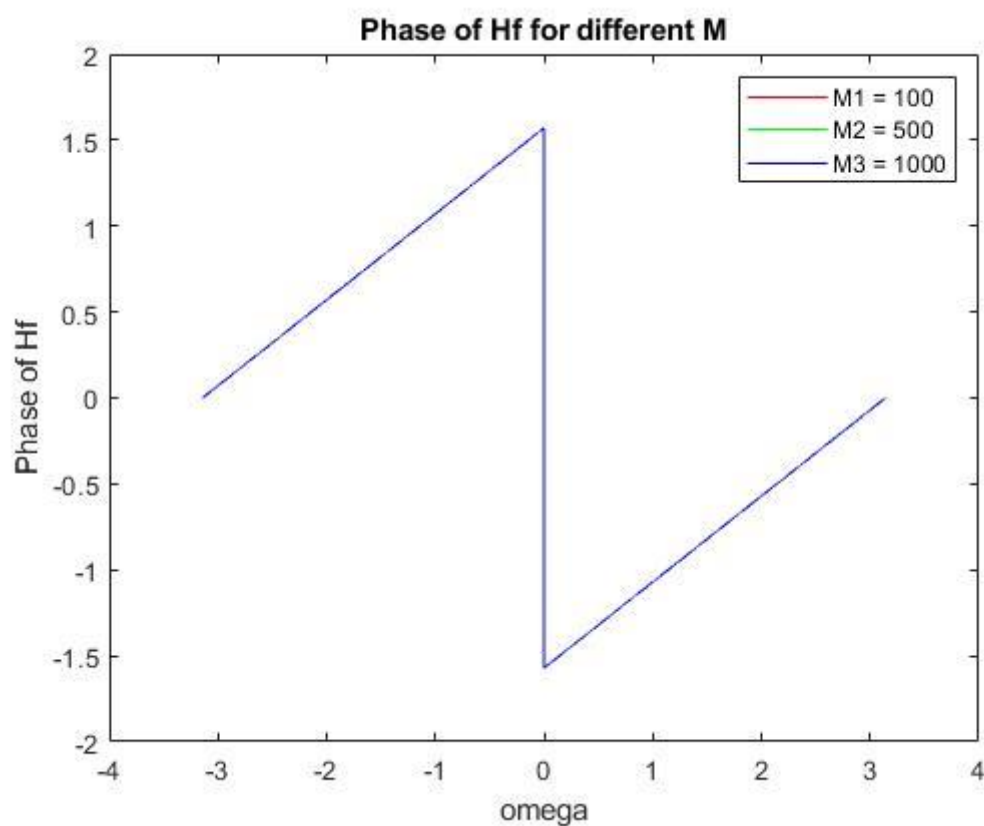
پ) یک پنجره مستطیلی به طول ۳۰۰ در سیگنال نمونه‌برداری شده ضرب می‌کنیم.



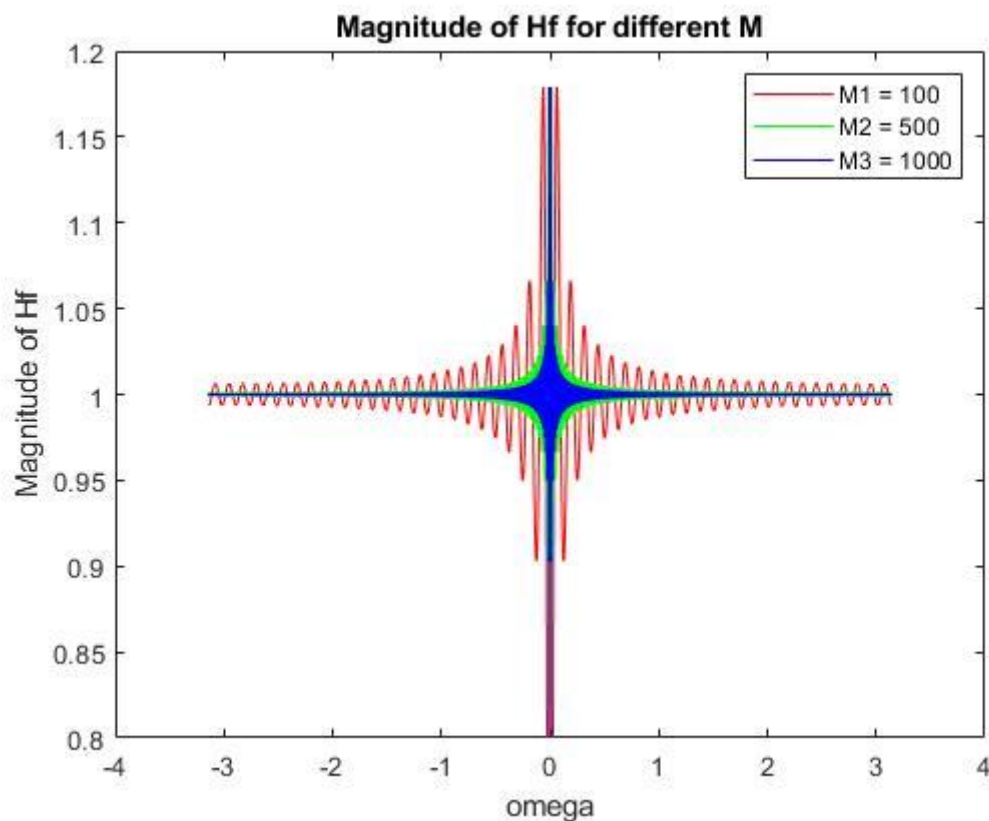
علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیف‌ت در حوزه زمان است.



ت) با تغییر مقدار M برای سه مقدار $M = 100$ ، $M = 500$ ، $M = 1000$ تابع پاسخ فرکانسی فیلتر به صورت زیر بدست می‌آید.

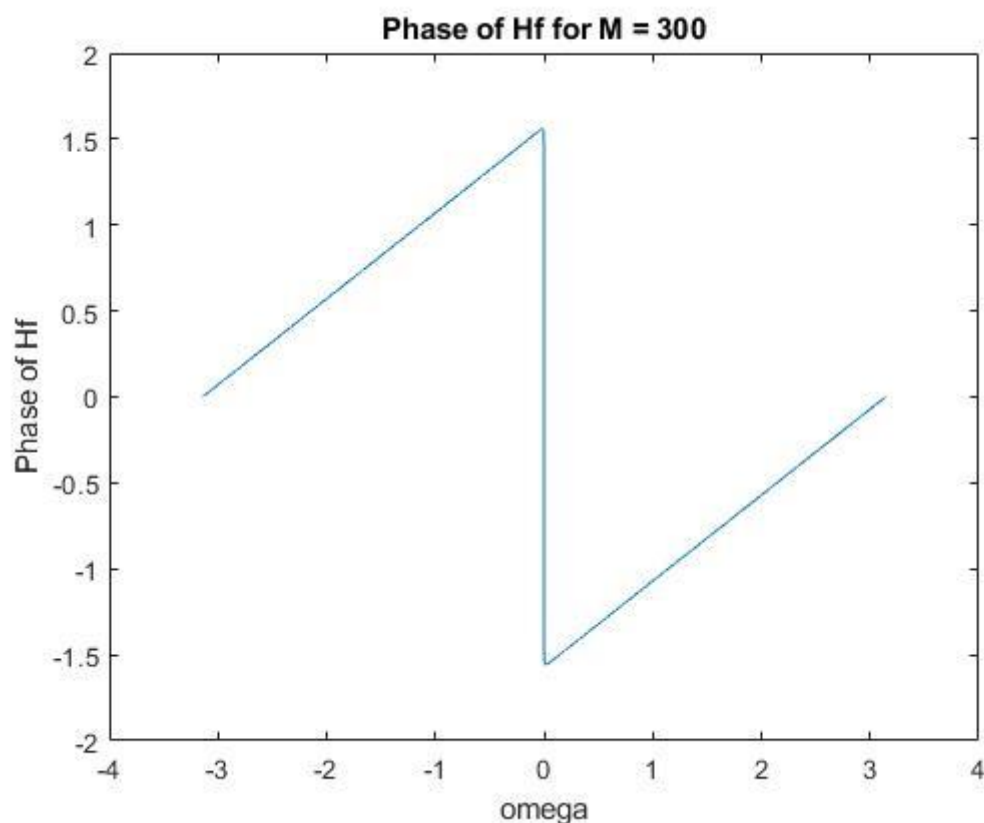


علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیفت در حوزه زمان است.

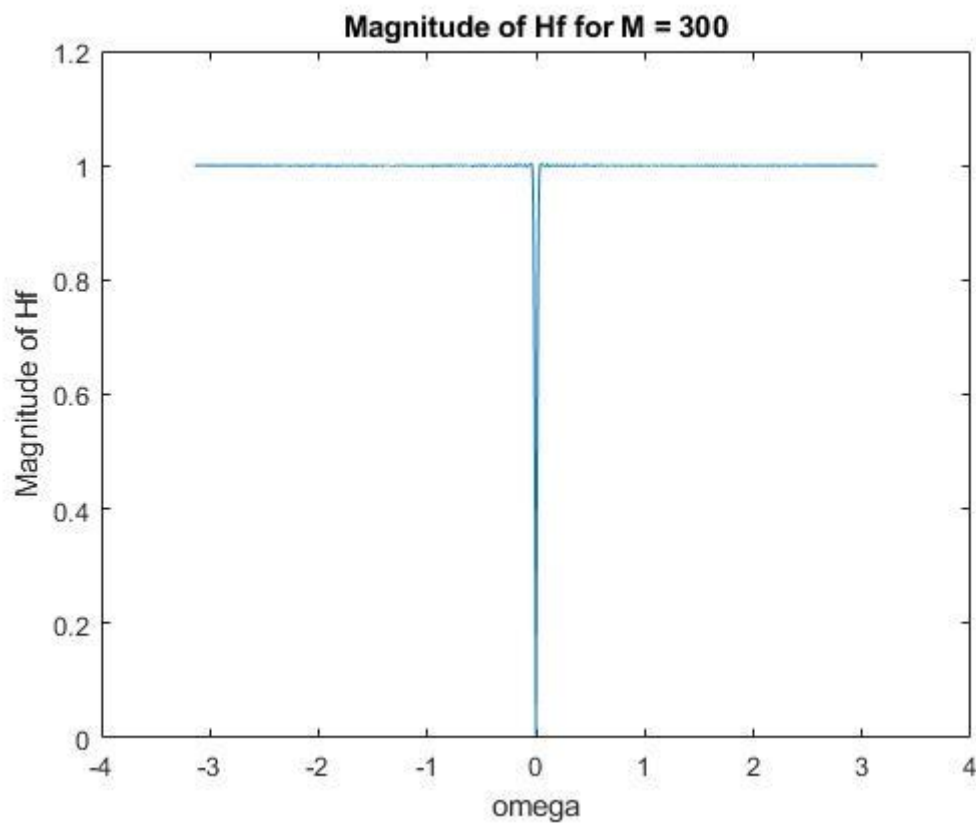


با توجه به نمودارهای بدست آمده، با افزایش مقدار M ، فاز پاسخ فرکانسی فیلتر تغییر چندانی نمی‌کند. در حالی که اندازه آن به اندازه پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت نزدیک‌تر می‌شود.

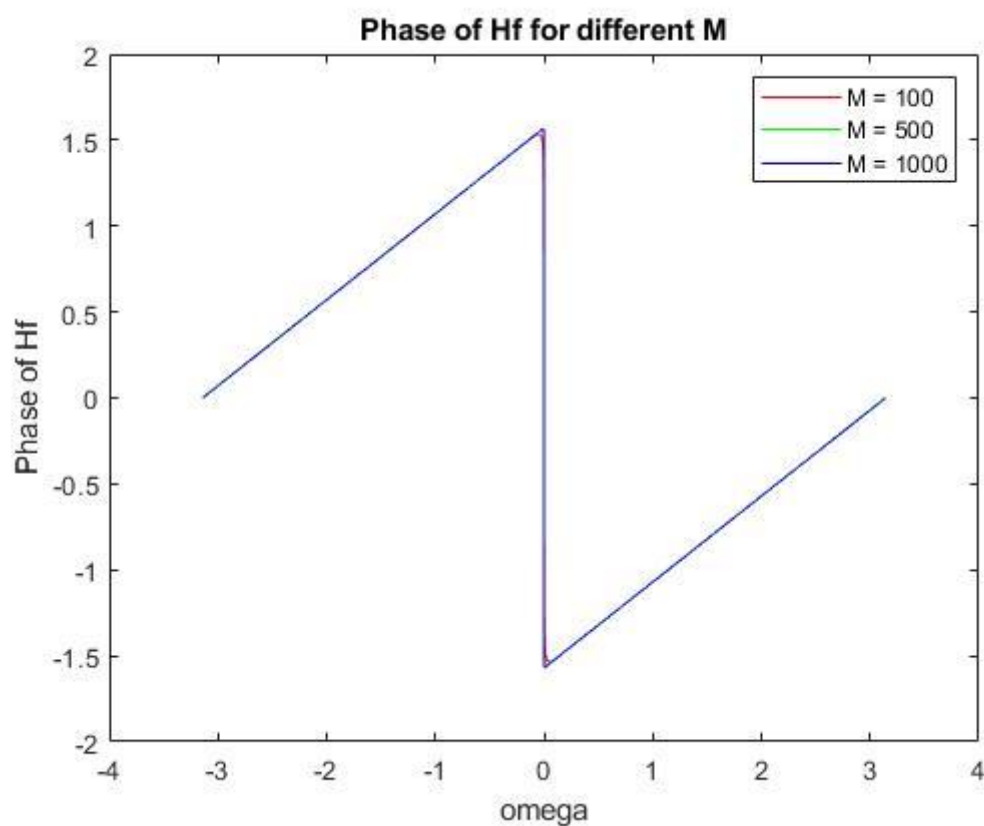
ث) یک پنجره Hamming به طول ۳۰۰ در سیگنال نمونه‌برداری شده ضرب می‌کنیم.



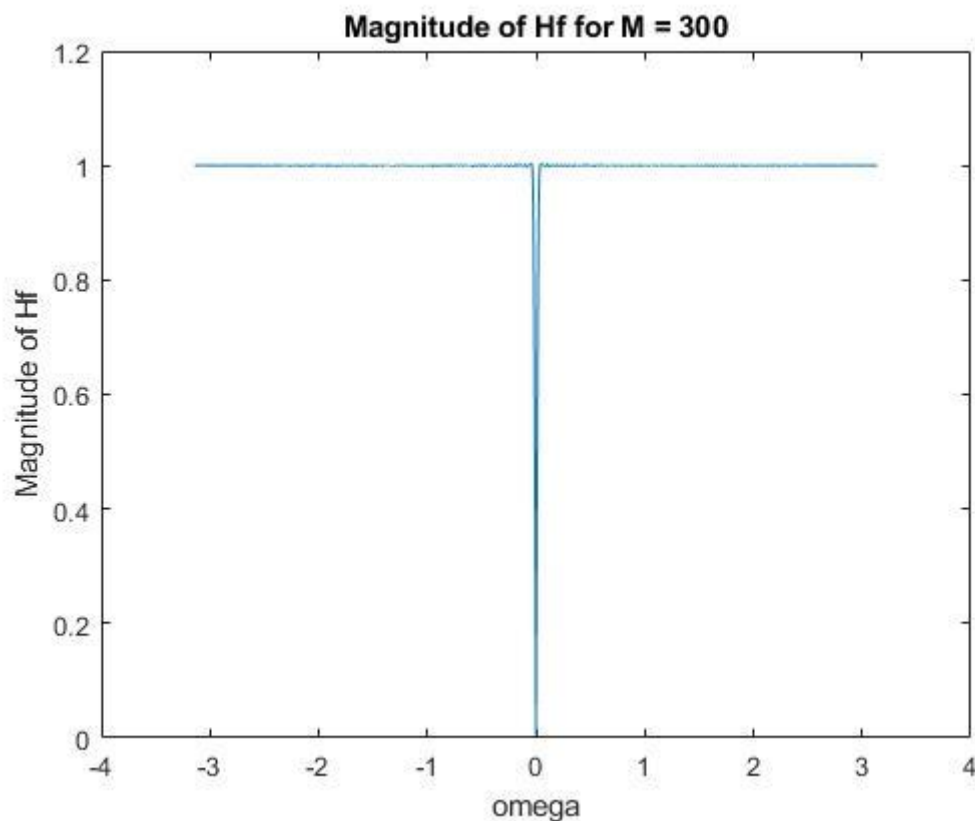
علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیف‌ت در حوزه زمان است.



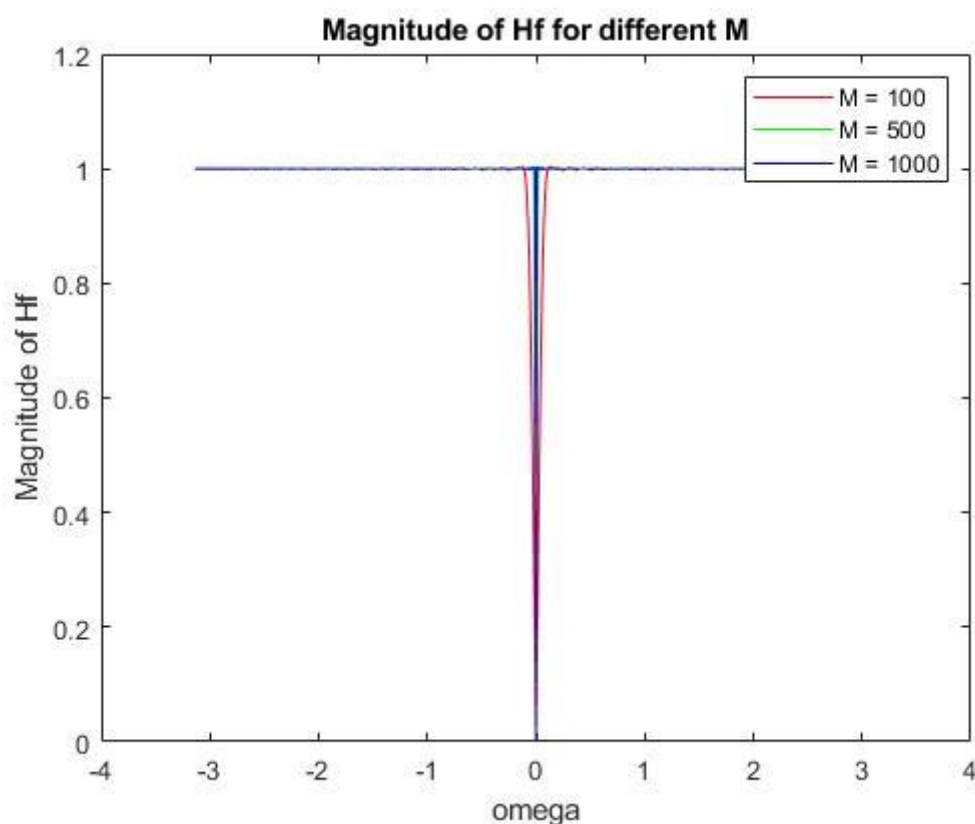
ت) با تغییر مقدار M برای سه مقدار $M = 100$ ، $M = 500$ ، $M = 1000$ تابع پاسخ فرکانسی فیلتر به صورت زیر بدست می‌آید.



علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیفت در حوزه زمان است.

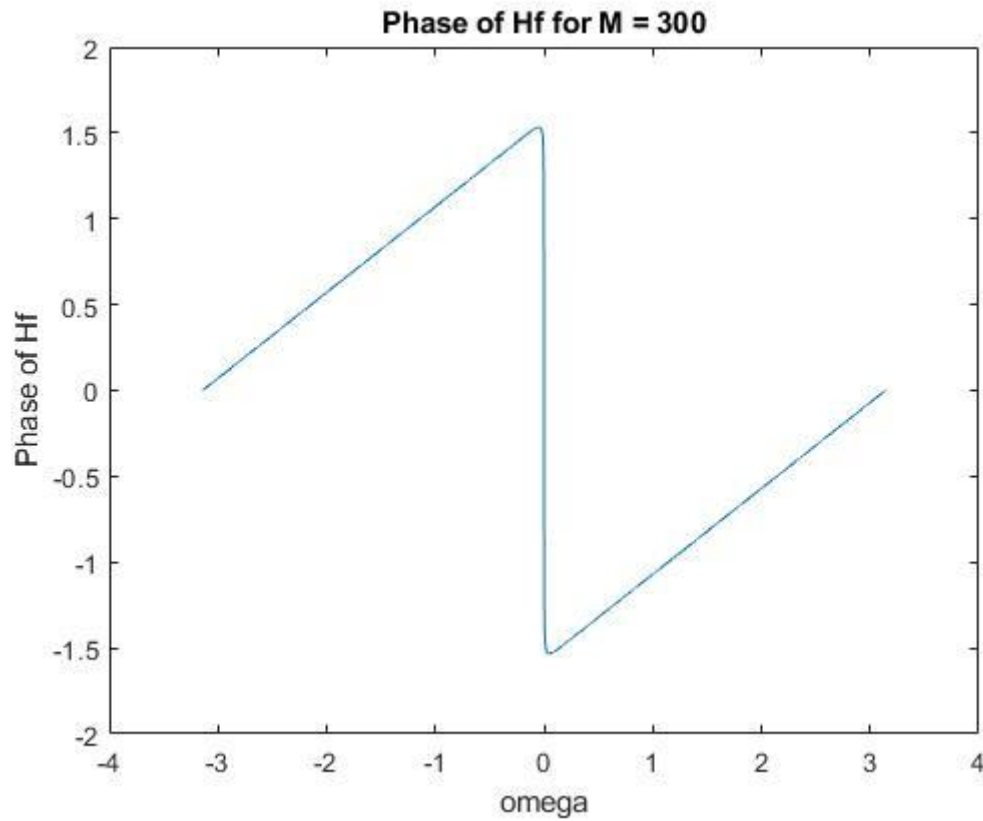


با توجه به نمودارهای بدست آمده، با افزایش مقدار M ، فاز پاسخ فرکانسی فیلتر تغییر چندانی نمی‌کند. در حالی که اندازه آن به اندازه پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت نزدیک‌تر می‌شود.

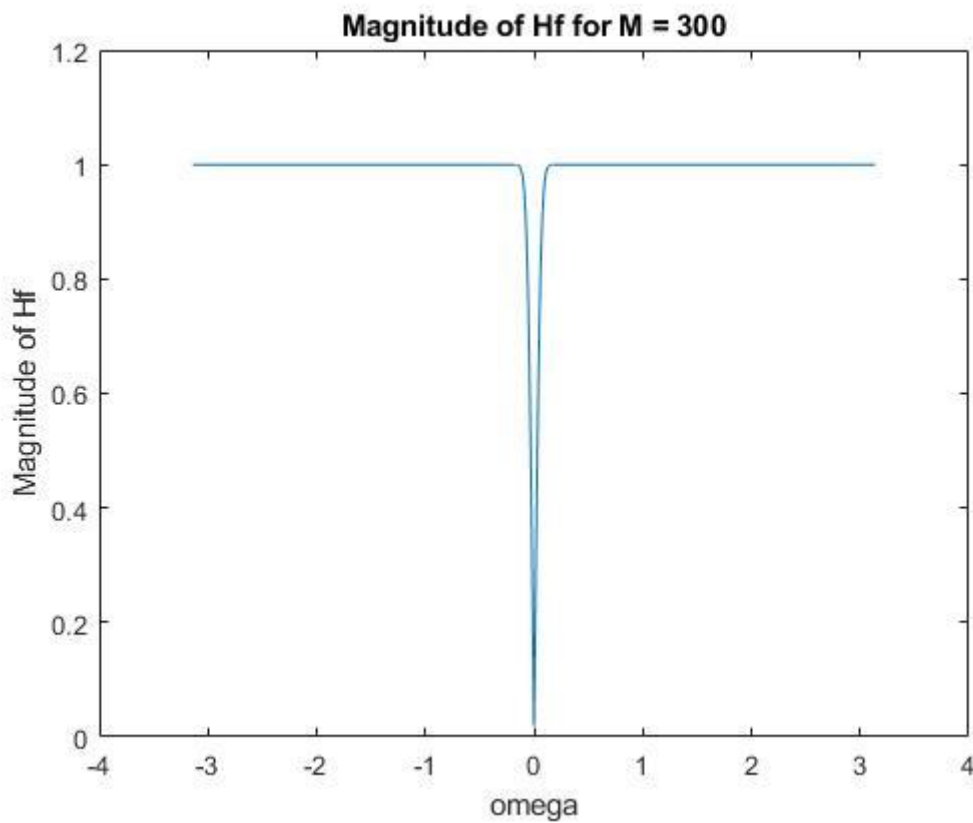


(ج) با توجه به نمودارهای بدست آمده، برای تقریب زدن فاز پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت هر دو پنجره مناسب هستند؛ اما برای تقریب زدن اندازه پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت پنجره Hamming بهتر از پنجره مستطیلی است. زیرا اولاً رفتار نوسانی شدید ندارد و ثانیاً به ازای M یکسان در فرکانس‌های پایین‌تری به مقدار نهایی همگرا می‌شود.

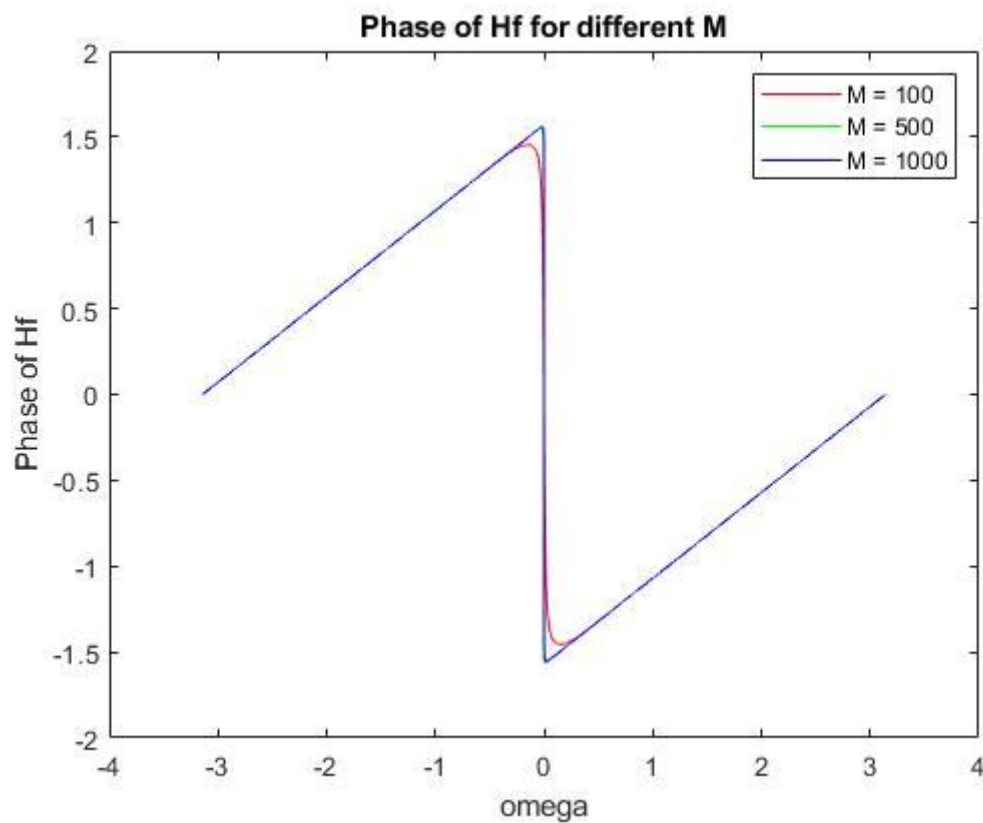
بخش امتیازی) یک پنجره Kaiser به طول ۳۰۰ در سیگنال نمونه‌برداری شده ضرب می‌کنیم.



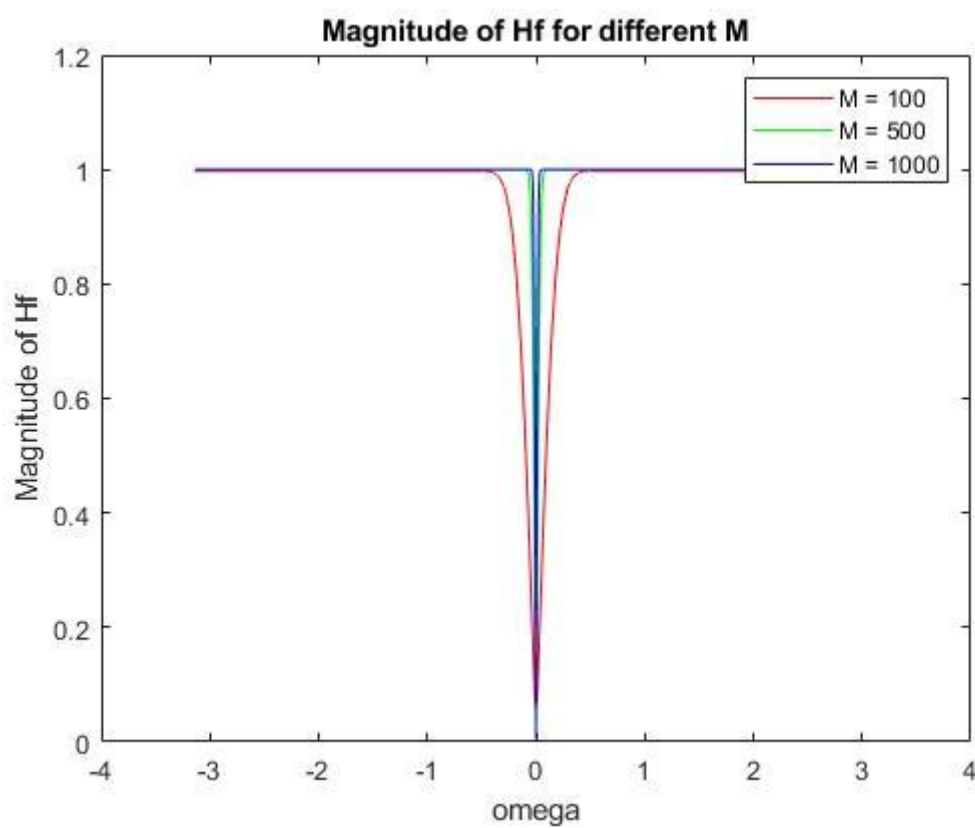
علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیفیت در حوزه زمان است.



ت) با تغییر مقدار M برای سه مقدار $M = 100$, $M = 500$, $M = 1000$ تابع پاسخ فرکانسی فیلتر به صورت زیر بدست می‌آید.



علت خطی بودن فاز تبدیل بدست آمده، شیفیت در حوزه زمان است.



با توجه به نمودارهای بدست آمده، با افزایش مقدار M ، فاز پاسخ فرکانسی، به فاز خطی و اندازه آن به اندازه پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت نزدیک تر می شود.