

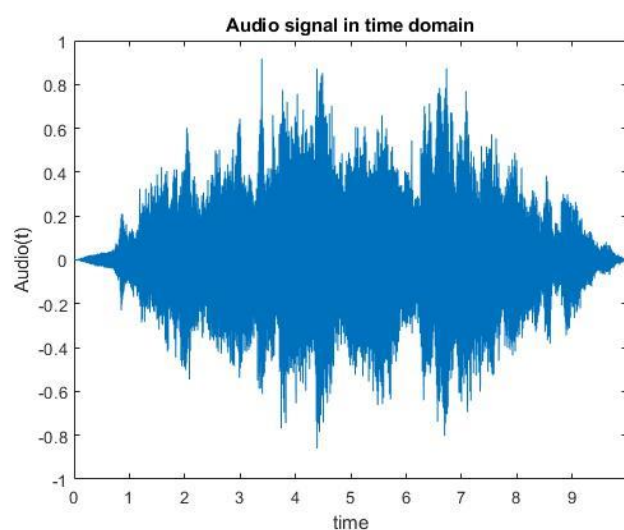
هدف این بحث اینست که سیگنال $u(t)$ را به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش دهیم.
 $u(t) = r_{fc} + r_{fm} u(t) \rightarrow \min u(t) \geq \frac{F_c}{F_m}$
 $F(t) = F_c + F_m u(t) \rightarrow \text{باید داشته باشیم} \rightarrow F_m \max |u(t)| \leq F_c$
 در این حالت تغییرات $u(t)$ باید به قدری اندک باشد که $F(t)$ همیشه مثبت باشد. یعنی $r_{fc} + r_{fm} u(t) > 0$ باشد.
 طبق بحث قبلی، سیگنال $F(t)$ را می‌توان به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش داد. این سیگنال را می‌توان به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش داد.
 فیلتر LPF را می‌توانیم به صورت DC آن را حذف کنیم. این سیگنال را می‌توانیم به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش دهیم.
 فیلتر LPF را می‌توانیم به صورت DC آن را حذف کنیم. این سیگنال را می‌توانیم به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش دهیم.
 فیلتر LPF را می‌توانیم به صورت DC آن را حذف کنیم. این سیگنال را می‌توانیم به صورت $F_c + F_m \cos(2\pi f_m t)$ نمایش دهیم.

(پ)

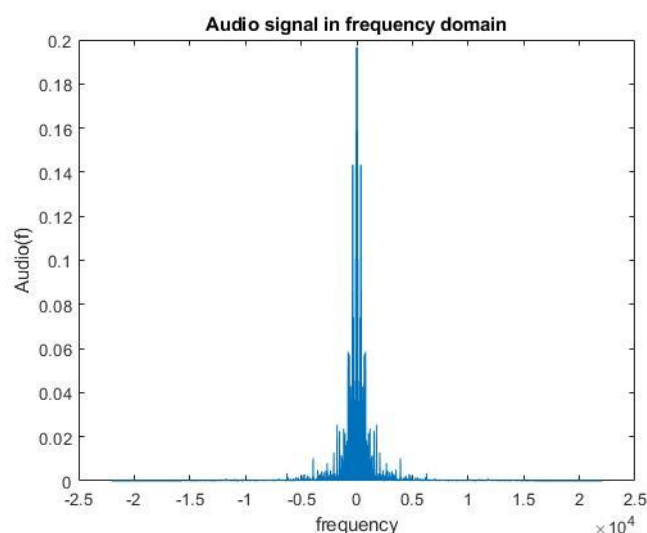
(۱) با استفاده از دستور `audioread` سیگنال صوتی `Audio.wav` را می‌خوانیم.

سیگنال داده شده در حوزه‌های زمان و فرکانس به صورت‌های زیر است.

حوزه زمان:



حوزه فرکانس:



برای محاسبه پهنای باند فرکانسی را بدست می‌آوریم که ۹۹ درصد انرژی سیگنال در فرکانس‌های کوچکتر از آن قرار دارد.

$$BW = 2.6612 \text{ kHz}$$

(۲) با اعمال فیلترهایی پایین گذر با فرکانس‌های قطع مختلف و بررسی کیفی سیگنال‌های صوتی حاصل از طریق شنیدن، فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع ۶/۵kHz را انتخاب می‌کنیم.

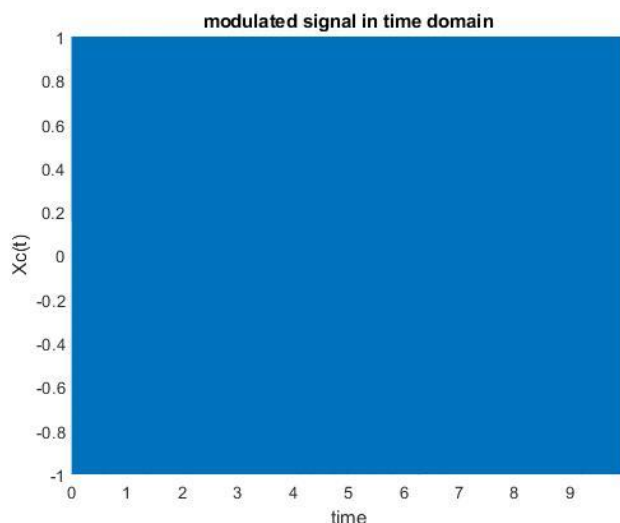
در نتیجه داریم:

$$f_m = 6.5 \text{ kHz}$$

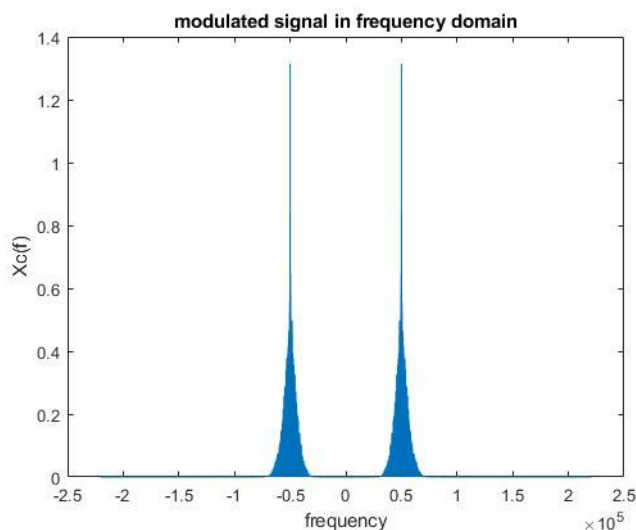
(۳) با استفاده از دستور interp فرکانس نمونه برداری سیگنال را ۱۰ برابر می‌کنیم.

۴ و ۵) با استفاده از دستور cumtrapz انتگرال سیگنال صوتی داده شده را در مضارب صحیح T_s تقریب می‌زنیم. سپس سیگنال مدوله شده را تولید می‌کنیم.

سیگنال مدوله شده در حوزه زمان:

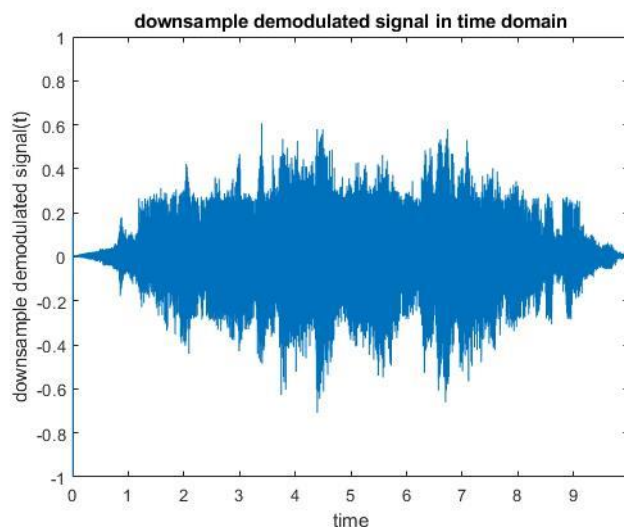


سیگنال مدوله شده در حوزه فرکانس:

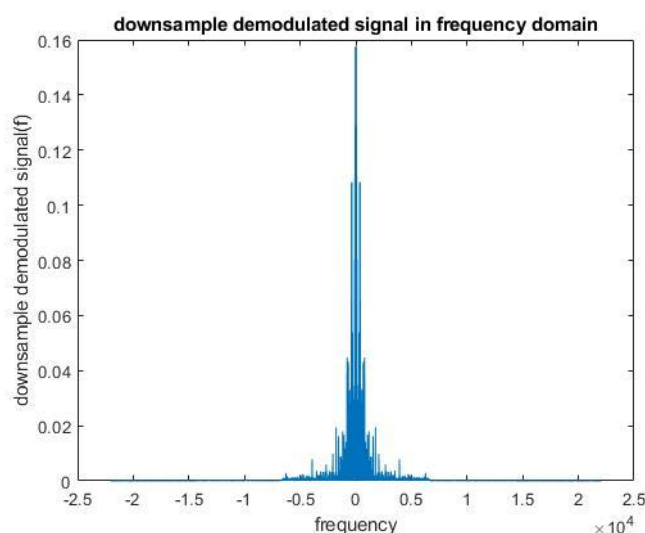


در ادامه با مشتق گرفتن از سیگنال دمدوله شده و در انتها محاسبه پوش سیگنال حاصل، سیگنال دمدوله شده را دمدوله می‌کنیم.

سیگنال دمدوله شده در حوزه زمان:



سیگنال دمدوله شده در حوزه فرکانس:



با بررسی کیفی سیگنال دمدوله شده از طریق شنیدن، در می‌یابیم که فرمت کلی سیگنال صوتی حفظ شده است اما سیگنال صوتی خروجی دارای اندکی نویز است.

با استفاده از دستور `immse`، `MSE` را محاسبه می‌کنیم.

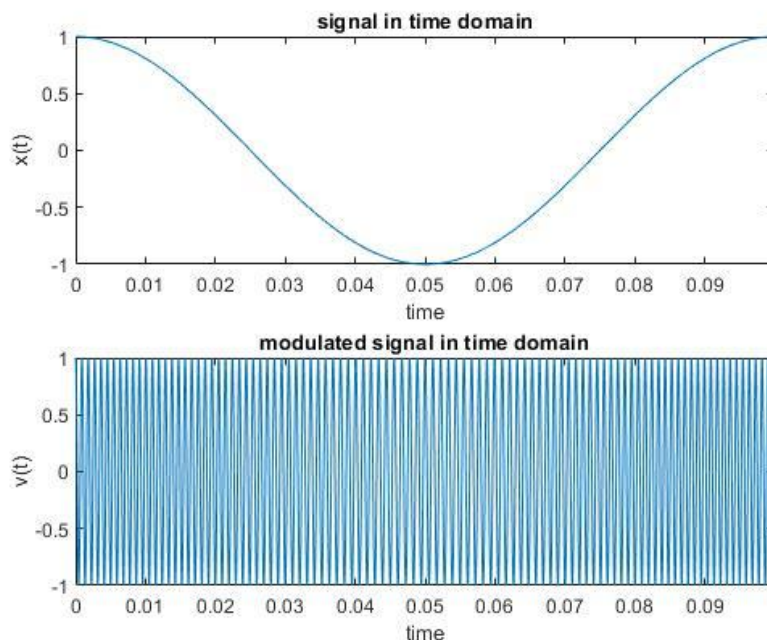
$$MSE = 9.9646 * 10^{-6}$$

این مقدار بسیار کوچک است. در نتیجه مقدار `MSE` نیز قابل قبول بودن شباهت بین سیگنال‌های صوتی ورودی و خروجی را تایید می‌کند.

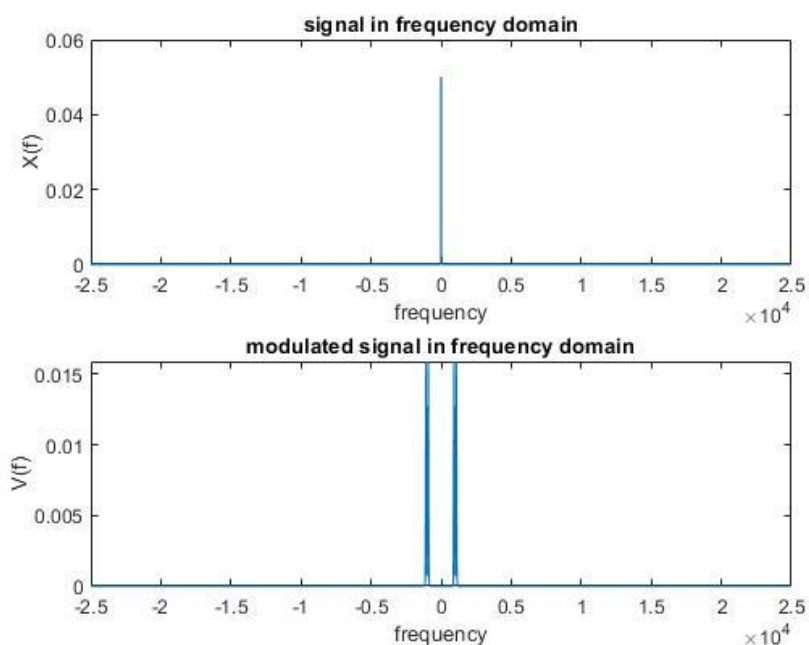
۲ انتقال پیام تک فرکانس (Tone) توسط مدولاسیون FM

الف) با استفاده از دستور `cumtrapz` انتگرال سیگنال صوتی داده شده را در مضارب صحیح T_s تقریب می‌زنیم. سپس سیگنال مدوله شده را تولید می‌کنیم.

سیگنال صوتی و سیگنال صوتی مدوله شده در حوزه زمان:



سیگنال صوتی و سیگنال صوتی مدوله شده در حوزه فرکانس:



برای محاسبه پهنای باند بازه فرکانسی را حول فرکانس حامل بدست می‌آوریم که ۹۹ درصد انرژی سیگنال در فرکانس‌های کوچکتر از آن قرار دارد.

$$BW = 240 \text{ Hz}$$

$$v(t) = \cos(\omega_c t + r n F_a \int_0^t u(\tau) d\tau) = \cos(\theta(t))$$

$$y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n v^n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cos^n(\theta(t))$$

$$\cos^n(u) = \left(\frac{e^{ju} + e^{-ju}}{2} \right)^n = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} e^{jku} e^{-j(n-k)u} = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} e^{j(2k-n)u}$$

if n be even $\rightarrow \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=\frac{n}{2}+1}^n \binom{n}{k} \cos((2k-n)u) + \frac{1}{2^{n-1}} \binom{n}{\frac{n}{2}}$

if n be odd $\rightarrow \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^n \binom{n}{k} \cos((2k-n)u)$

نتیجه ی داریم

$$y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cos^n(\theta(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n \cos^n(\theta(t)) + a_{-n-1} \cos^{n+1}(\theta(t))) =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(a_n \left(\frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=\frac{n}{2}+1}^n \binom{n}{k} \cos((2k-n)u) + \frac{1}{2^{n-1}} \binom{n}{\frac{n}{2}} \right) + a_{-n-1} \left(\frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^n \binom{n+1}{k} \cos((2k-n-1)u) \right) \right)$$

با توجه به اینکه $\cos^n(u)$ و $\cos^{n+1}(u)$ هر دو یک تابع زوج هستند و $\cos^n(u)$ یک تابع فرد است و $\cos^{n+1}(u)$ یک تابع فرد است پس می توانیم بنویسیم $y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cos^n(u) \cos^n(u)$

با این بیان این مطلب می شود که a_n و a_{-n-1} باید برابر باشند و a_n و a_{-n} باید برابر باشند

بنابراین $rBW = \frac{F_c}{2} \rightarrow BW = \frac{F_c}{2}$

این عبارت نشان می دهد که F_c و F_c باید برابر باشند و F_c و F_c باید برابر باشند

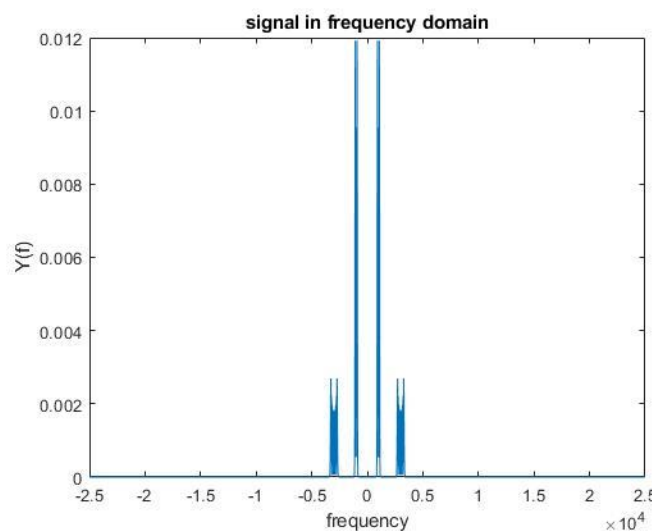
اعمال می دهیم تا این حد می بینیم که a_n و a_{-n-1} باید برابر باشند و a_n و a_{-n} باید برابر باشند

با اعمال می دهیم تا این حد می بینیم که a_n و a_{-n-1} باید برابر باشند و a_n و a_{-n} باید برابر باشند

با این بیان این مطلب می شود که a_n و a_{-n-1} باید برابر باشند و a_n و a_{-n} باید برابر باشند

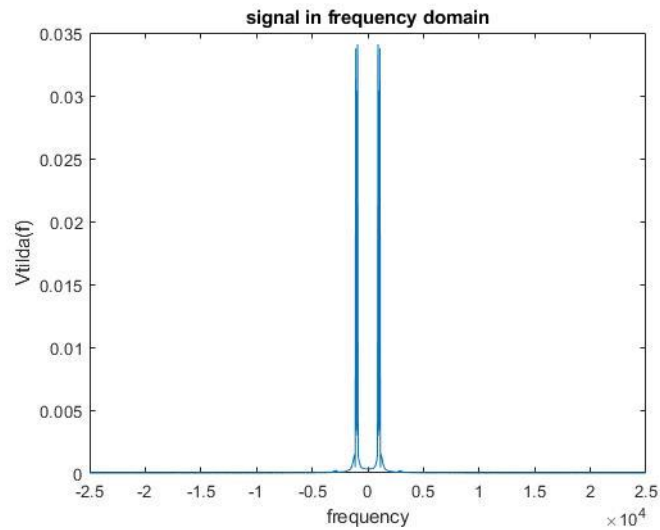
ابتدا سیگنال حاصل از اعوجاج غیر خطی ($y = v^3$) را تولید می‌کنیم.

سیگنال حاصل از اعوجاج غیرخطی ($y = v^3$) در حوزه فرکانس:

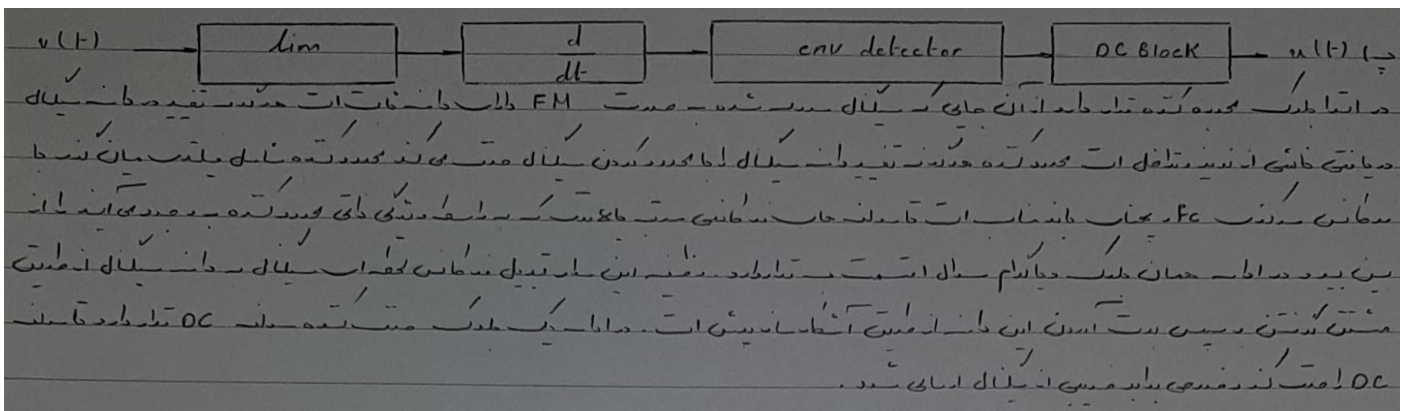


سپس این سیگنال را از یک فیلتر میان گذر ایده‌آل با فرکانس مرکزی 1000 Hz و فرکانس‌های قطع 500 Hz و 1500 Hz عبور می‌دهیم تا اثر اعوجاج غیرخطی از بین برود.

سیگنال خروجی فیلتر میان گذر ایده‌آل در حوزه فرکانس:

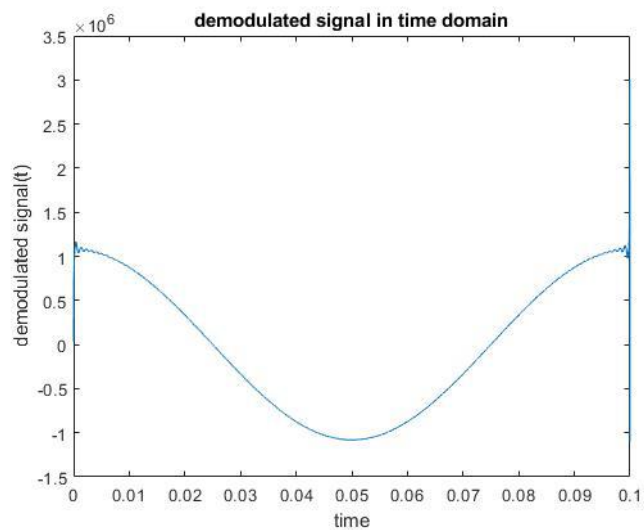


(پ)

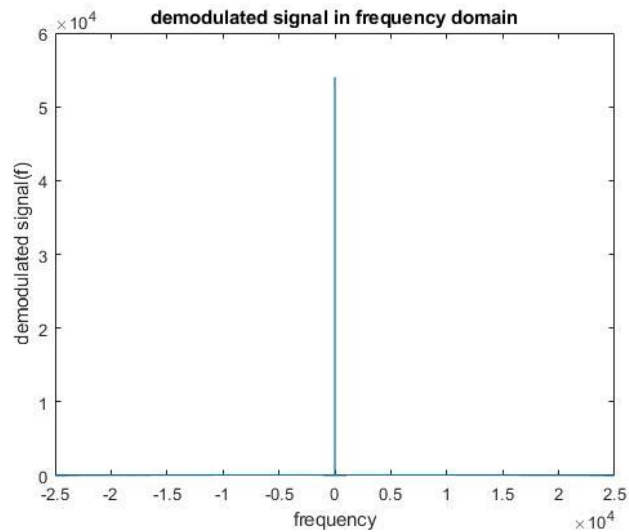


در این قسمت چون سیگنال ورودی فاقد نویز است، بلوک \lim را در محاسبات وارد نمی‌کنیم.

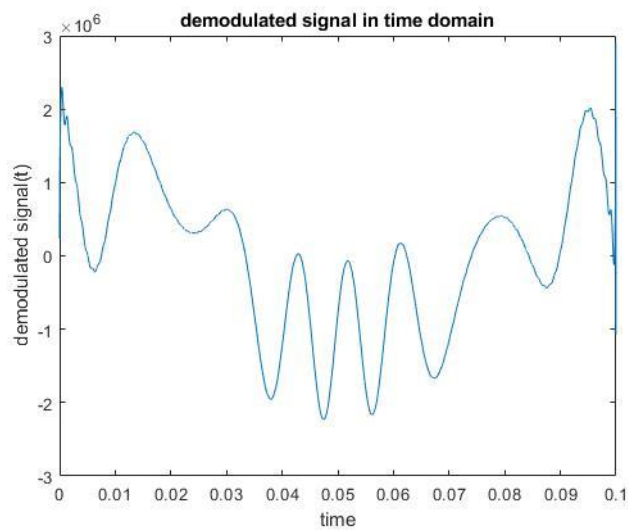
سیگنال دموڈوله شده در حوزه زمان:



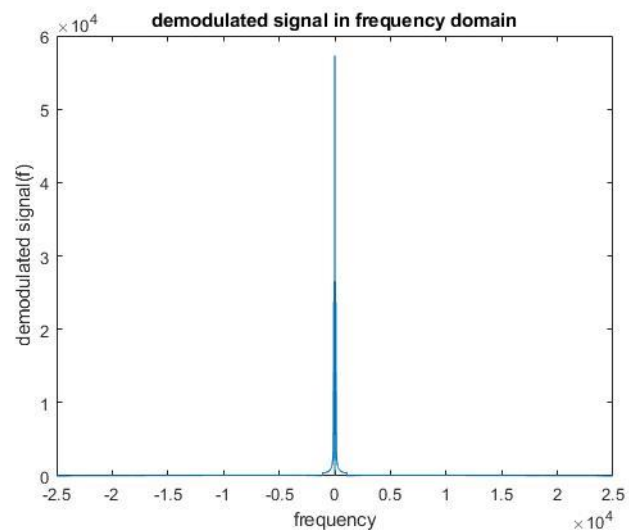
سیگنال دموڈوله شده در حوزه فرکانس:



ت) با استفاده از دستور cumtrapz انتگرال سیگنال صوتی داده شده را در مضارب صحیح T_s تقریب می‌زنیم. سپس سیگنال مدوله شده و در ادامه با اضافه کردن سیگنال تداخلی به سیگنال مدوله شده، سیگنال دریافتی را تولید می‌کنیم. سیگنال دریافتی در حوزه زمان:

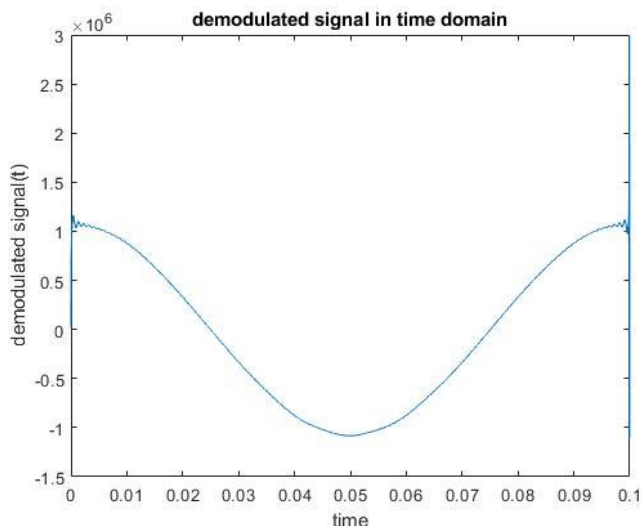


سیگنال دریافتی در حوزه فرکانس:



با توجه به نمودارهای حاصل، سیگنال دمدوله شده با سیگنال اصلی تفاوت زیادی دارد. برای حل این مشکل سیگنال دمدوله شده را قبل از ارسال از یک HPF مرتبه یک و سیگنال دریافتی را قبل از دمدوله کردن از یک LPF مرتبه یک با مشخصاتی عکس مشخصات HPF عبور می‌دهیم. در اثر این کار سیگنال دمدوله شده تغییری نمی‌کند اما سیگنال تداخلی توسط LPF، فیلتر می‌شود و در نتیجه تاثیر آن به شدت تضعیف می‌شود.

سیگنال دمدوله شده با استفاده از فیلترهای پیش تاکید و واتاکید در حوزه زمان:



سیگنال دمدوله شده با استفاده از فیلترهای پیش تاکید و واتاکید در حوزه فرکانس:

