

هدف از این تمرین آشنایی با روش‌های عددی محاسبه کمیت‌های معرفی شده در درس است.

۱. کد هافمن

در ابتدا می‌خواهیم با استفاده از کدینگ هافمن جمله زیر را خلاصه کنیم.

go go godzilla

(آ) ابتدا کدی بنویسید که جمله را تبدیل به کد ASCII و سپس به یک دنباله باینری بکند. (فاصله بین حروف هم کد دارد).

(ب) حال برای حروف فرکانس تکرار آن‌ها و سپس درخت کد آن‌ها را ثبت کنید.

(ج) تابع یا قطعه کدی بنویسید که بردار فرکانس‌ها را بگیرد و کد هافمن مناسب را بدهد.

(د) حال تابعی بنویسید که یک دنباله، یک مجموعه از حروف و کد هافمن آن‌ها (خروجی قسمت قبل) را بگیرد و دنباله را با کد هافمن فشرده کند.

• آیا تنها با داشتن دنباله باینری می‌توانستیم آن را کد کنیم؟

• با توجه به قسمت قبل آیا کدینگ هافمن همواره باعث می‌شود حجم دیتای ذخیره شده کم شود؟

حال یک سکه را در نظر بگیرید که احتمالاً رو آمدن آن (یک شدن بیت مربوط به آن) p باشد. می‌خواهیم دنباله حاصل از انداختن این سکه را کد کنیم. این بار به روش متفاوتی عمل می‌کنیم.

(ه) یک تابع یا قطعه کدی بنویسید که با گرفتن n و تمام دنباله‌های ممکن به طول n و احتمال آن‌ها را به عنوان خروجی بدهد.

(و) تابعی بنویسید که با داشتن خروجی تابع قسمت قبل کد هافمن مناسب برای این دنباله را بسازد و به عنوان خروجی بدهد.

(ز) حال با این سکه یک دنباله به طول تقریبی هزار تشکیل دهید. سپس آن را به قسمت‌های ۱ تا ۱۵ تایی تقسیم کنید و هر بار با توابع دو قسمت قبل حروف کد هافمن را با این قسمت‌ها تشکیل داده و سپس دنباله را با کد هافمن فشرده کنید. طول دنباله‌های فشرده شده را در یک نمودار بر حسب n رسم کنید. برای p سه مقدار ۵۰، ۷۵، و ۹۷،۰ را در نظر بگیرید و هر بار تکرار کنید. دقت کنید که طول تقریبی هزار برای این است که طول کد به تعداد قسمت‌ها بخش‌پذیر باشد.

• کدام طول قسمت بهترین انتخاب است و طول کد فشرده شده کمتر می‌شود؟

(ح) باند پایین تئوری اطلاعاتی طول کد فشرده شده را برای قسمت قبل به دست آورید و خط آن را در نمودارهای خود نمایش دهید.

(ط) تفاوت این روش با روش قسمت قبل در چیست؟

۲. الگوریتم Blahut-Arimoto

الگوریتم Blahut-Arimoto برای محاسبه ظرفیت کانال دلخواه به کار می‌رود. این الگوریتم یک روش تکرارشونده است که در نهایت ظرفیت کانال و توزیع ورودی که ظرفیت را نتیجه می‌دهد، محاسبه می‌کند. در مورد این الگوریتم تحقیق کنید و آن را در MATLAB پیاده‌سازی نمایید. برای این کار تعداد گام‌ها را ده هزار قرار دهید.

برای ارزیابی الگوریتمی که پیاده‌سازی کردید، ظرفیت کانال زیر را به دست آورید. مقدار خروجی بعد از هر صد گام را ثبت کنید و در یک نمودار این مقادیر را نشان دهید.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.2 & 0.35 \end{bmatrix}$$

برای این منظور می‌توانید از کتاب Information theory and network coding by Raymond Yeung، فصل ۹ استفاده کنید. خلاصه آن در صفحه ۲۲۶ کتاب آمده است.

نکات:

۱. برای سوال ۲، یک تابع با نام Blahut-Arimoto-student number نوشته که توزیع کانال را به عنوان ورودی می‌گیرد و ظرفیت کانال و توزیع ورودی که ظرفیت را می‌دهد، به عنوان خروجی محاسبه نماید.

یک برنامه با نام test2-student number که ظرفیت کانال‌های خواسته شده در صورت سوال ۲ را با استفاده از Blahut-Arimoto-student number محاسبه نماید.

۲. علاوه بر فایل کد ها فایلی شامل توضیحات خواسته شده در سوال نتایج ارزیابی الگوریتم ها نیز به فرمت Word یا pdf تهیه نمایید. همه فایل ها را در پوشه ای با شماره دانشجویی خود در سامانه CW تحویل دهید.

۳. توجه کنید که هدف از این تمرین یادگیری است، پس لطفا این تمرین را خودتان حل نمایید. کدها از نظر شباهت با یکدیگر و با کدهای سال گذشته نیز بررسی می شوند.

موفق باشید