

باسمه تعالی



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

درس سیستم های مخابراتی

گزارش تمرین شماره سه

علی محرابیان 96102331

استاد: دکتر بهروزی

پاییز 1398



سوال 1:

(الف)

$$|\cos(2\pi f_c t)| \Rightarrow \cos(2\pi f_c t) \times \text{rep}_{\frac{2}{T}}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \left[\frac{\delta(f-f_c)}{2} + \frac{\delta(f+f_c)}{2} \right] * A(f)$$

$$A(f) = \left[\frac{2}{T} \text{sinc}\left(\frac{2f}{T}\right) \right] \frac{2}{T} \sum_K \delta\left(f - \frac{\kappa T}{2}\right) \xrightarrow{\text{نقطة}} \sum_K \underbrace{\frac{1}{2} [\text{sinc}(\kappa/2) + \text{sinc}(\kappa/2)]}_{B(\kappa)} \delta\left(f - \frac{\kappa T}{2}\right)$$

$$(1 + \mu x(t)) \cos(2\pi f_c t) \xrightarrow{\mathcal{F}} (\delta(f) + \mu x(f)) * \sum_K \frac{1}{2} B(\kappa) \delta\left(f - \frac{\kappa T}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_K \frac{1}{2} B(\kappa) \left(\delta\left(f - \frac{\kappa T}{2}\right) \right) + \sum_K \frac{1}{2} \mu B(\kappa) x\left(f - \frac{\kappa T}{2}\right)$$

حيث ان: LPF استخدام من كسب $\xleftarrow{k=0}$ $\frac{\pi}{2}$ ضريب $\xleftarrow{f_c \gg f_m}$ $w < BW < 2f_c - w$

(ب)

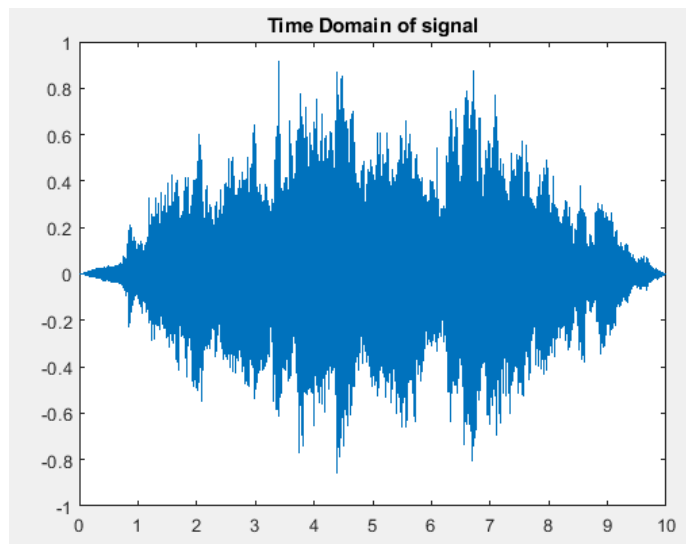
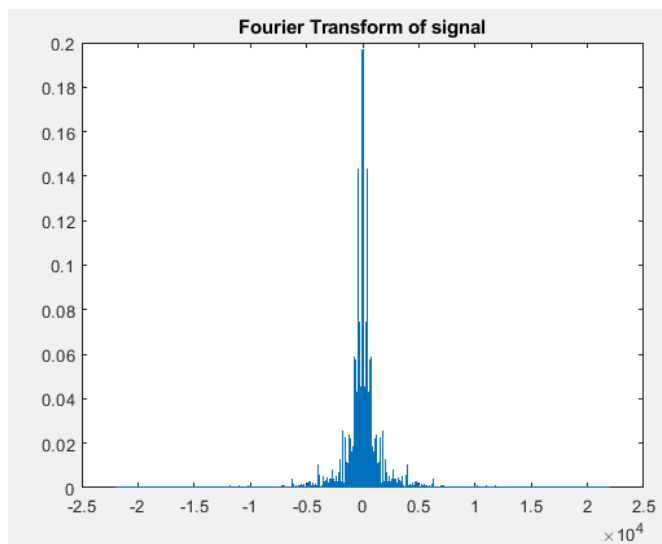
$$\hat{s}(t) \Rightarrow -2A\pi \left(f_c + \frac{f}{\Delta} x(t) \right) \sin(2\pi f_c t + 2\pi f_{\Delta} \int x(\tau) d\tau)$$

نقطة: $\xRightarrow{\text{دالة}} -2A\pi \left(f_c + \frac{f}{\Delta} x(t) \right) \xRightarrow{\text{DC-block}} -2A\pi f_{\Delta} x(t)$

ضريب $\xRightarrow{\text{LPF}} \frac{\pi}{2} \frac{1}{2\pi f_{\Delta} A} = \frac{1}{4f_{\Delta} A}$ $\xRightarrow{\text{نقطة}} BW = 2(B+1)f_m = 2\left(\frac{f}{\Delta} \max\{x(t)\} + f_m\right)$



طیف سیگنال در حوزه زمان و فرکانس به صورت زیر است.



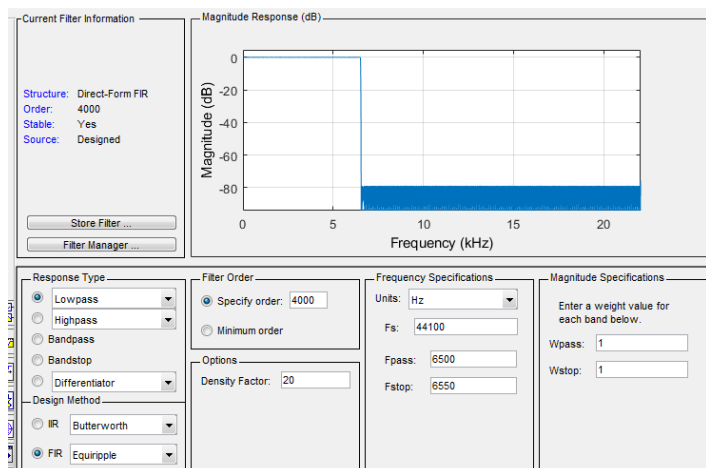
BW =

2.6612e+03

مقدار پهنای باند سیگنال به صورت روبرو است.

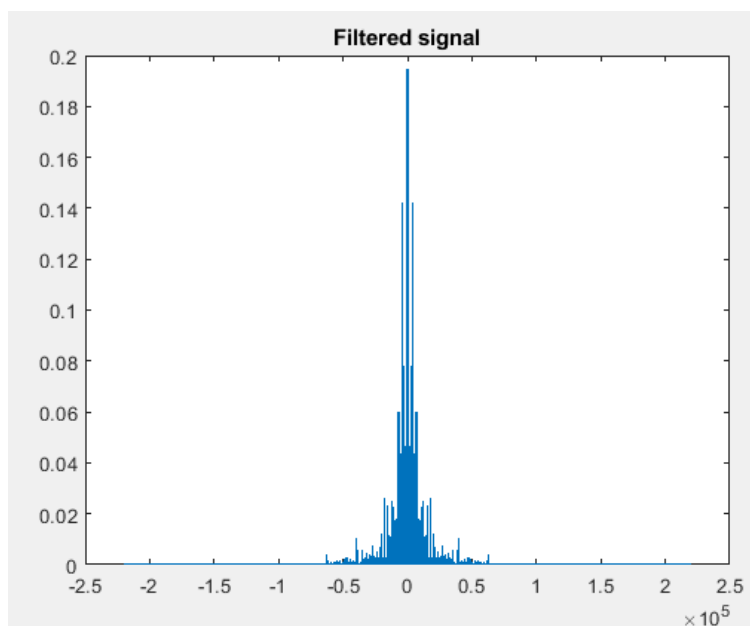
پس از آزمون و خطا، به این نتیجه می‌رسیم که فرکانس 6500، بهترین نقطه برای قطع است.

مشخصات زیر طراحی می‌کنیم.

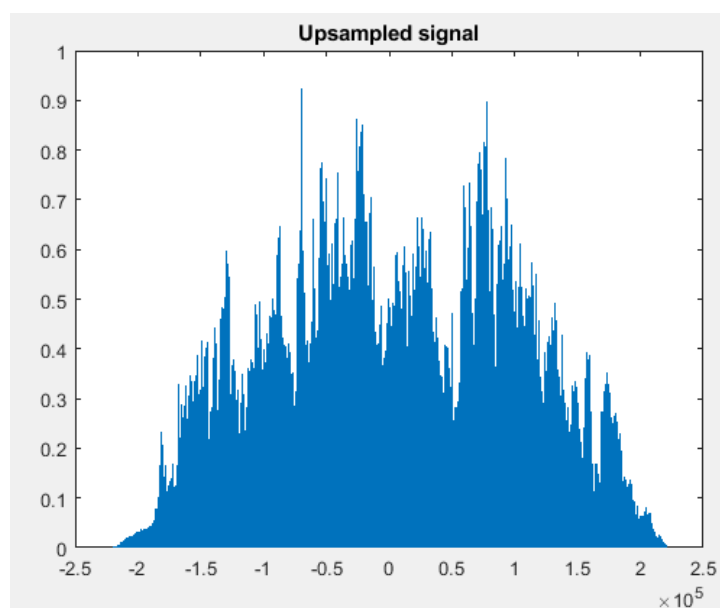




سیگنال فیلترشده در حوزه فرکانس به صورت زیر است.

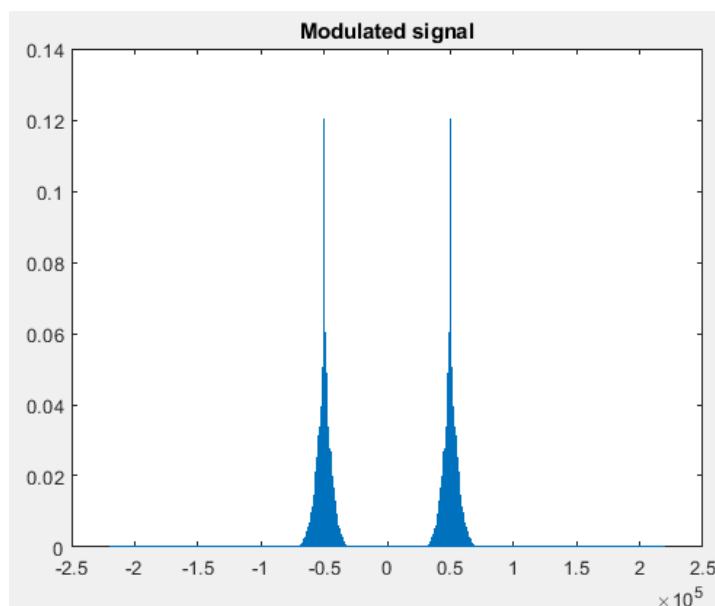


سیگنال را با نسبت 10، upsample می کنیم.

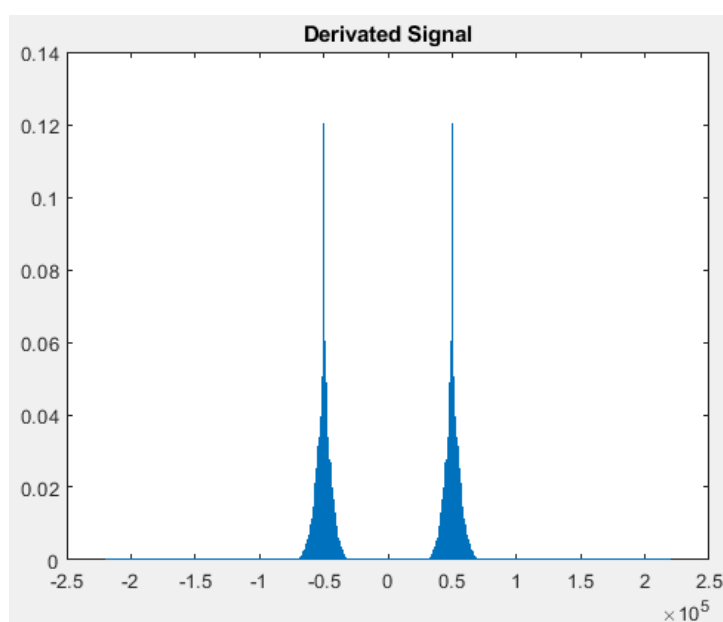




حال مقادیر خواسته را تعریف کرده و سیگنال مدوله شده را به دست می آوریم. برای گرفتن انتگرال از دستور Cumtrapz که از روش ذوزنقه ای، انتگرال عددی را محاسبه می کند، استفاده می کنیم.

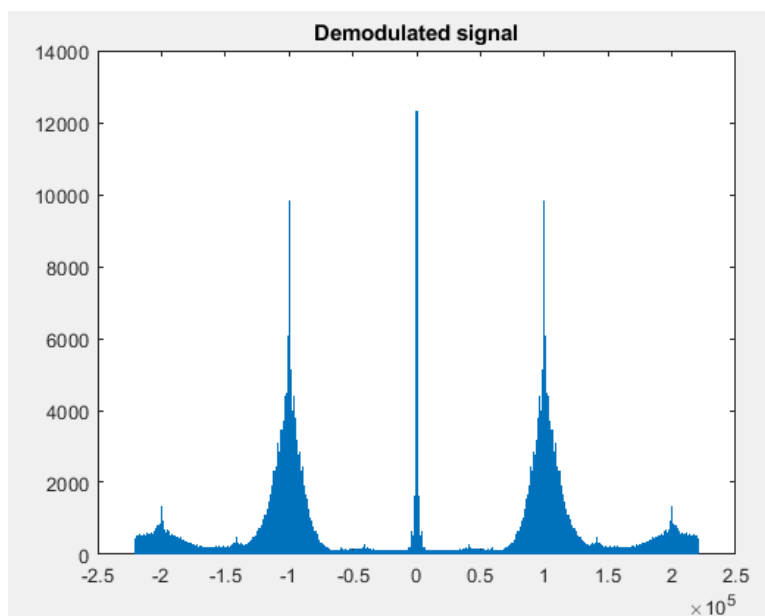


حال طبق روابطی که از قسمت های قبل به دست آوردیم، به روش عددی، از سیگنال مشتق می گیریم.

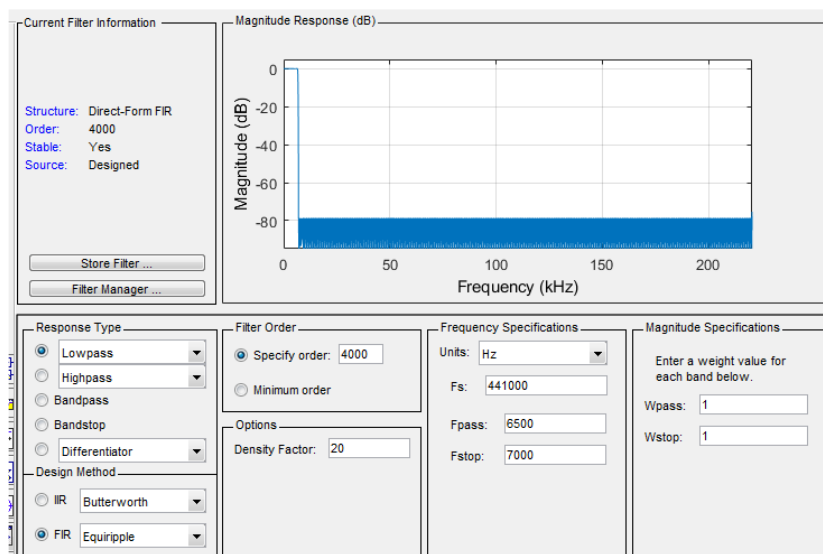




حال پوش سیگنال را به دست آورده و مقدار dc آن را حذف می کنیم. برای این کار، میانگی سیگنال را از آن کم می کنیم.

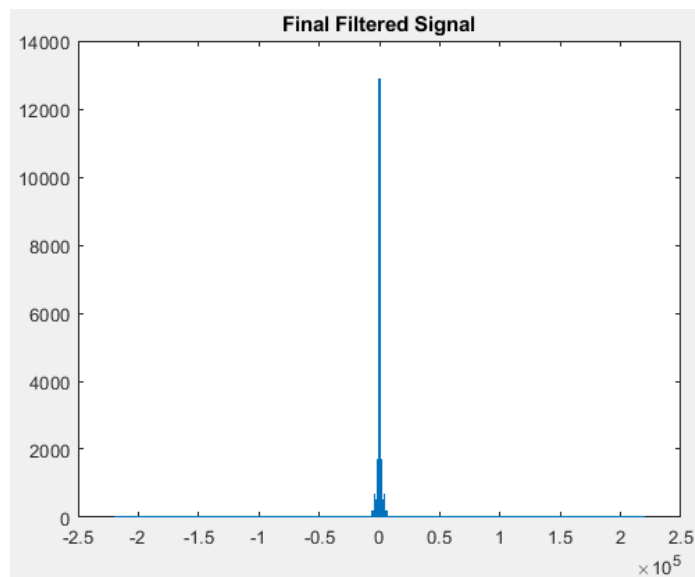


حال یک فیلتر پایین گذر طراحی می کنیم تا سیگنال اصلی را بازیابی کنیم.

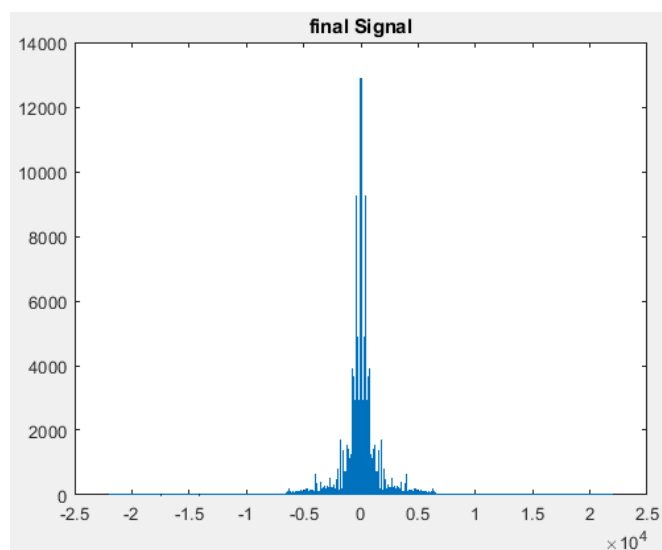




سیگنال فیلتر شده به صورت زیر است.



در نهایت سیگنال را downsample کرده و خروجی و خطای MSE را حساب می کنیم.





mse =

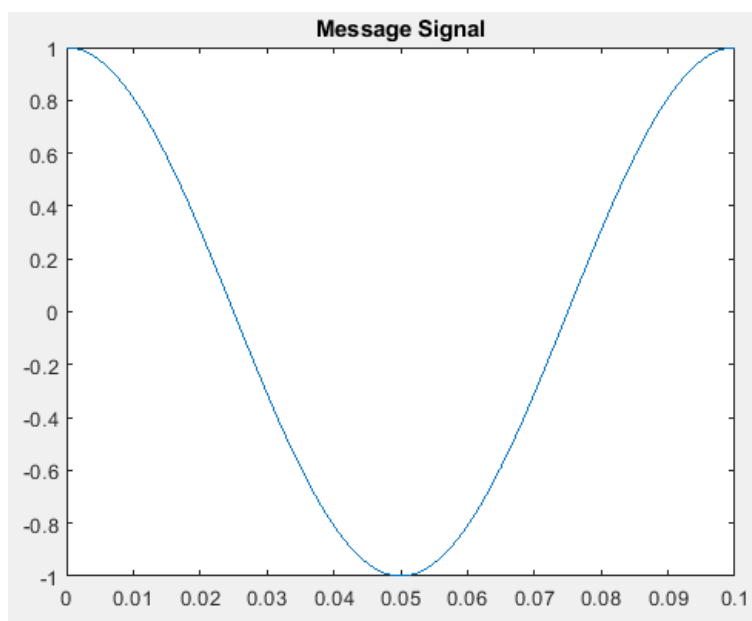
1.2509e-05

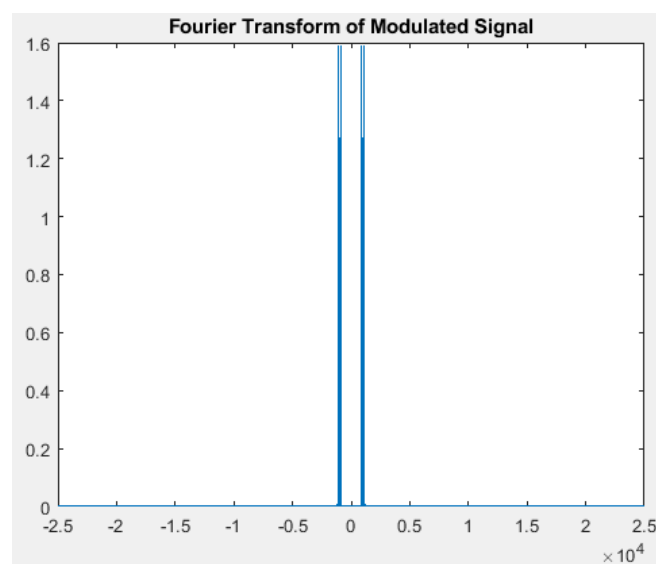
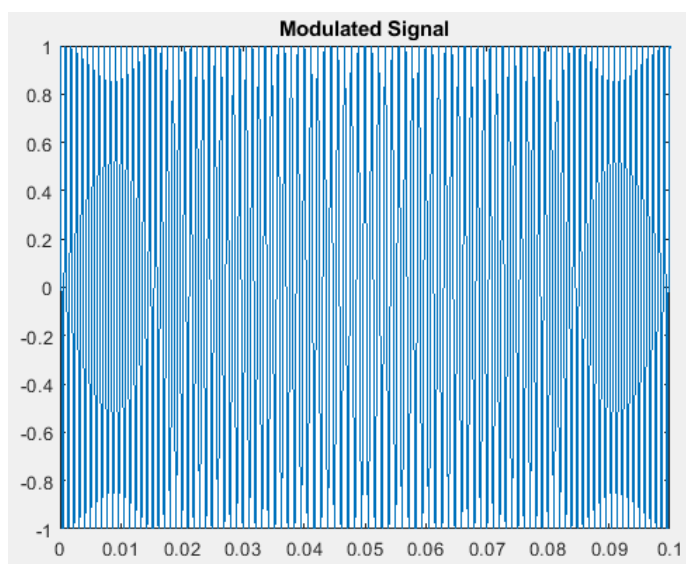
مقدار خطای MSE به صورت روبرو است.

که نشان دهنده این است که سیگنال نهایی به خوبی بازیابی شده است.

سوال 2:

سیگنال های خواسته شده را با مقادیر ذکر شده رسم می کنیم.





BW =

1.1101e+03

پهنای باند سیگنال به صورت روبرو است.



با توجه به عبارات زیر، می‌توان بسط جرمینیه شده را به دست آورد.

$$(\cos x + i \sin x)^n = \sum_{k=0}^n i^k \binom{n}{k} \sin^k(x) \cos^{n-k}(x) \quad \text{بسط نیوتن}$$

$$\frac{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x}{\times 2} \rightarrow \cos nx = \sum_{p=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2p} (\cos^2 x - 1)^p \cos^{n-2p}(x)$$

بنابراین $\cos^2 x$ به صورت یک لکس بر حسب $\cos nx$ به دست می‌آید.

با توجه به رابطه کارلسون خواهیم داشت:

$$B\omega = 2(B_f + 1)\omega \xrightarrow[\text{تفاضل} \cos(nx)]{\text{شرط صدا}} n f_c + n f_d + f_m < (n+1)f_c - (n+1)f_d - f_m \Rightarrow$$

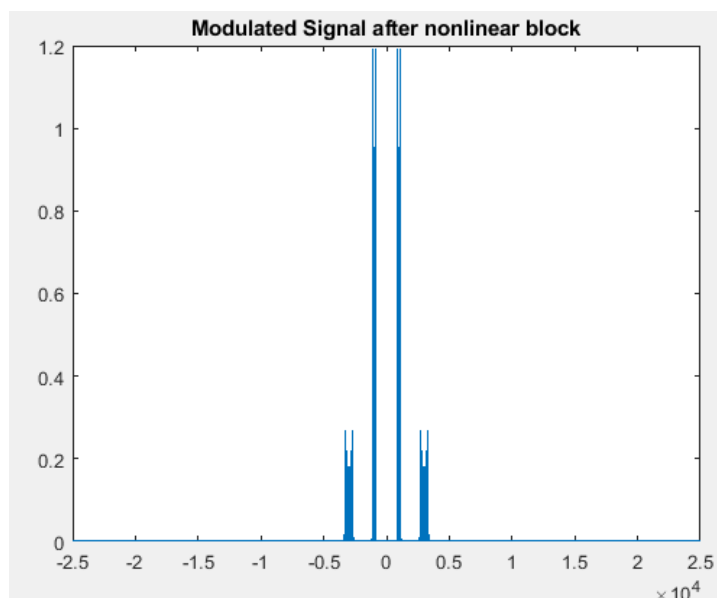
$$f_c > (2n+1)f_d + 2f_m \Rightarrow \text{می‌توانیم از فیلتر پایین‌گذر استفاده کرده و خروجی را به یک لکس}$$

کاربرد گیرنده افزایش فرکانس و رسیدن از B به nB است. از $NBFM$ به $WBFM$ می‌رسیم.

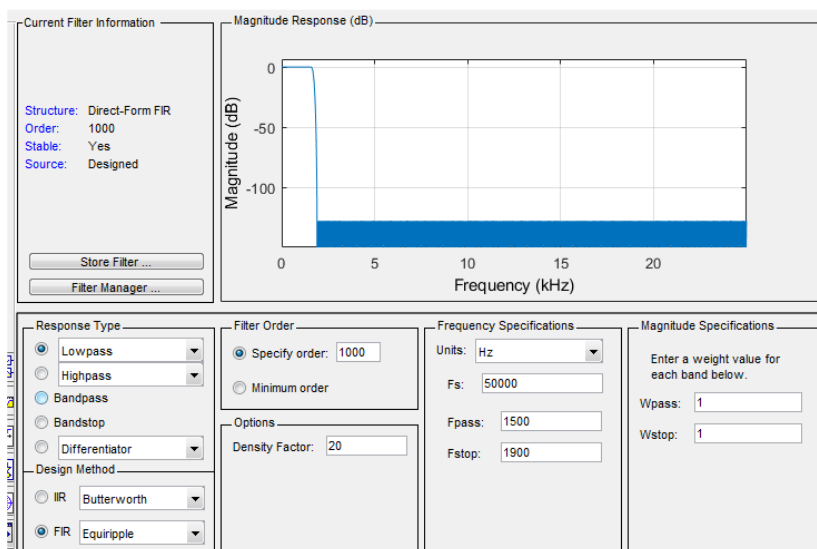
$$\gamma(t) = \psi^3(t) = \cos^3 \theta = \frac{3}{4} \cos \theta + \cos 3\theta$$



پس از عبور از بلوک غیرخطی، طیف فرکانسی سیگنال به صورت زیر است.

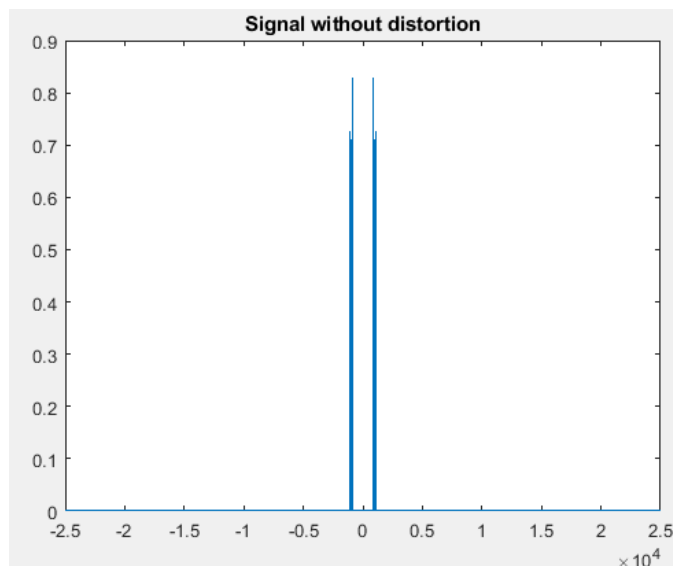


فیلتر پایین گذر با ویژگی های زیر طراحی می کنیم. نکته دیگری که قابل ذکر است، این است که با محاسبه Groupdelay، مقدار تاخیر خطی را حساب کرده و آن را حذف می کنیم.





در نهایت خروجی بدون اعوجاج به صورت زیر است.



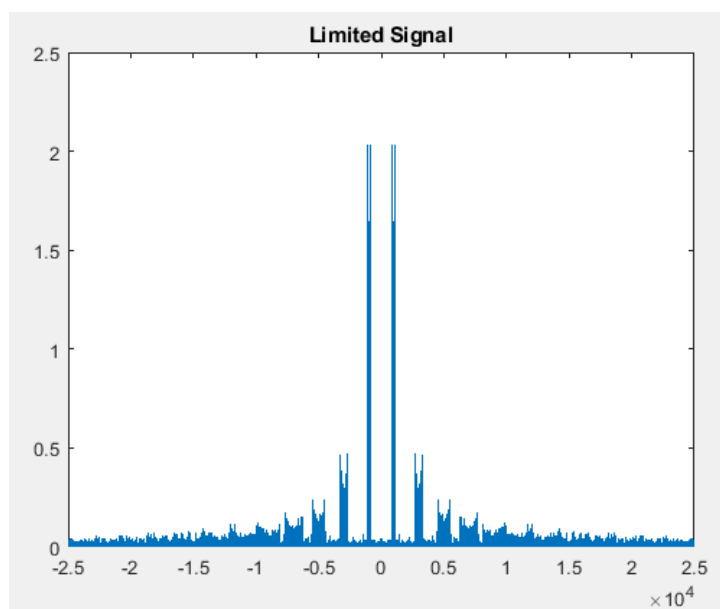
وظیفه limiter این است که حساسیت به نویز را از بین ببرد. طیف سیگنال پس از عبور از hard limiter به صورت زیر است.

$$z(t) = \frac{4}{\pi} \sum \frac{(-1)^k}{2k+1} * \cos[(2k+1)\omega_c t + (2k+1) * 2\pi f_\Delta \int x(t)dt]$$

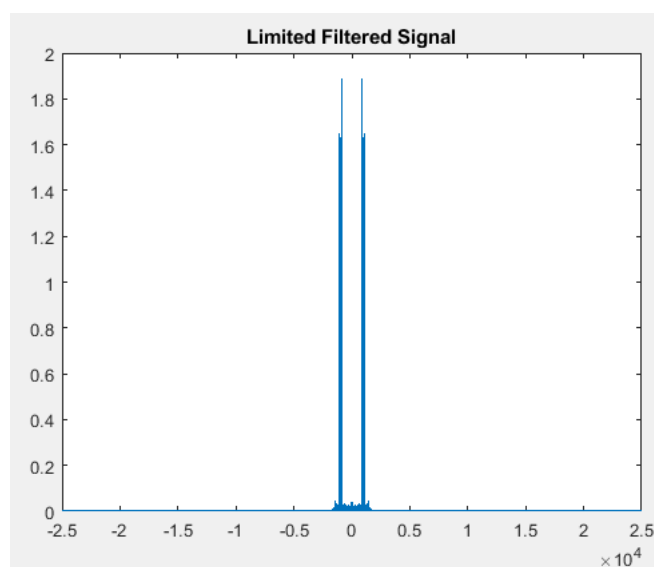
محاسبات قسمت مشتق گیر به بعد در سوال قبلی توضیح داده شد.



در مرحله اول، خروجی limiter به صورت زیر است.

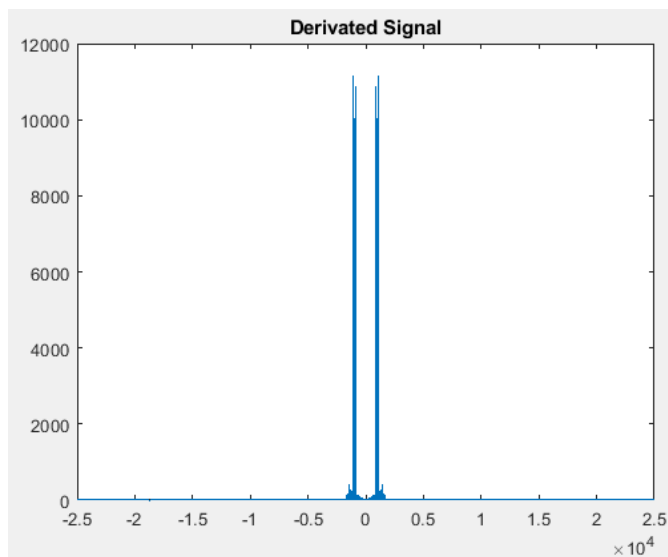


می توانیم از فیلتری که در قسمت قبل ساختیم استفاده کرده تا اثر ناخواسته تقویت فرکانس های بالا توسط مشتق گیر را کمتر کنیم.

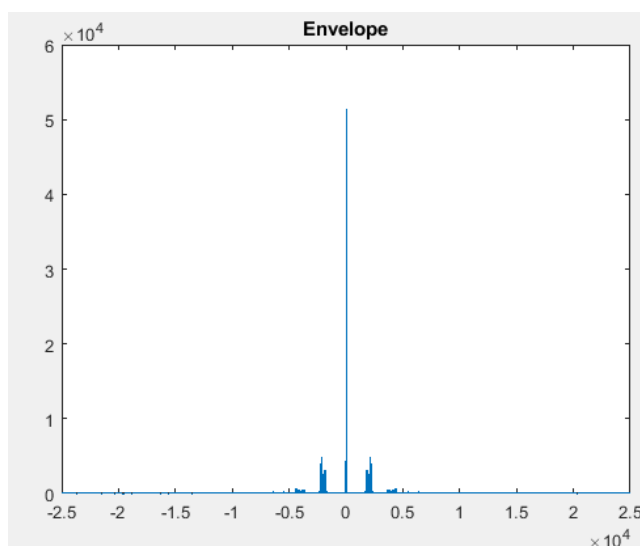




خروجی مشتق گیر به صورت زیر است.

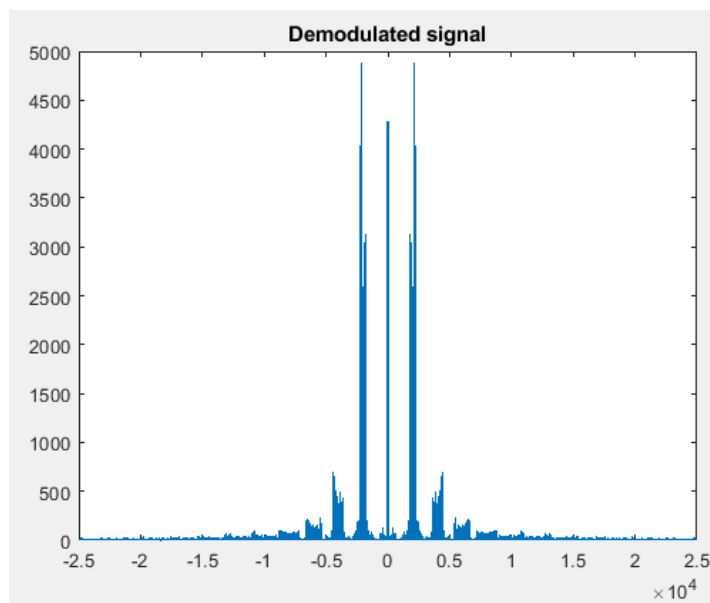


پوش خروجی به صورت زیر است.

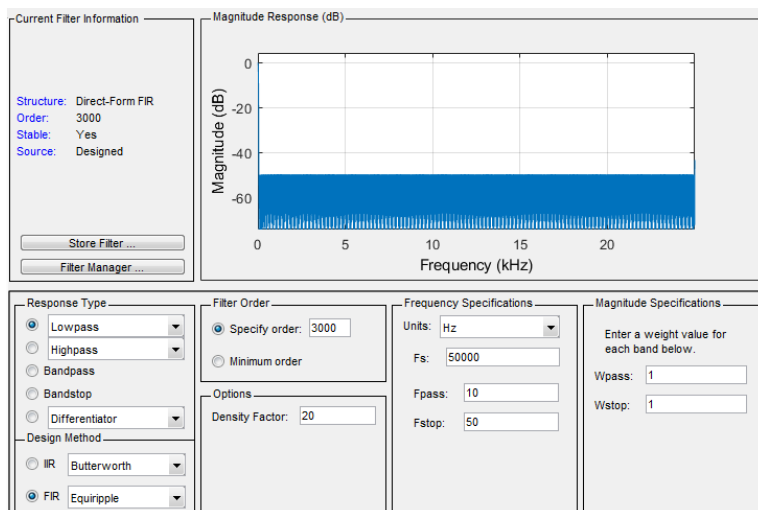


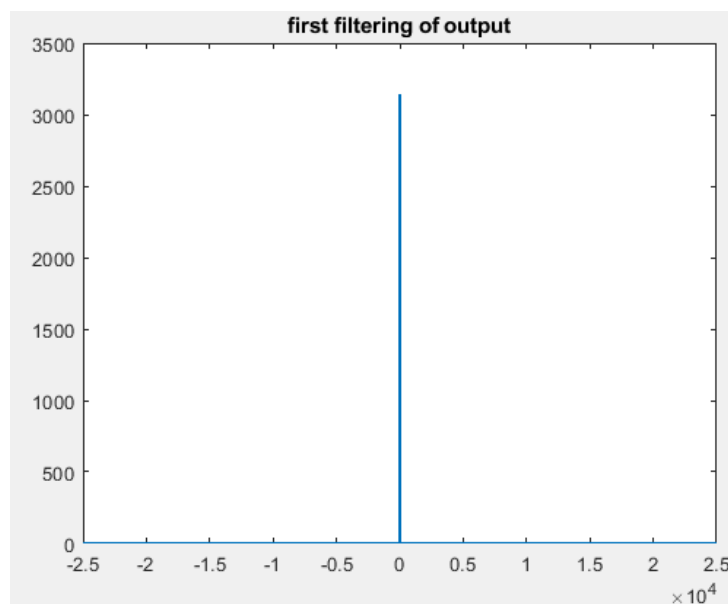
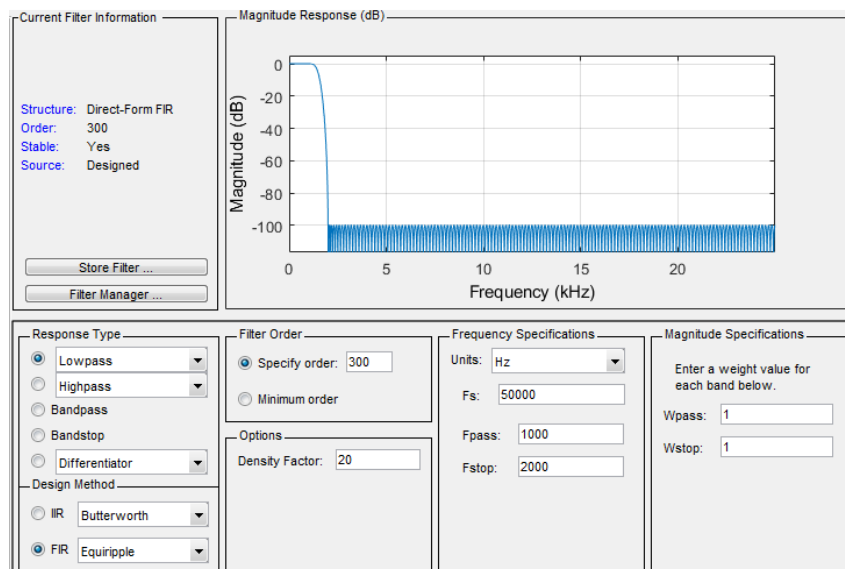


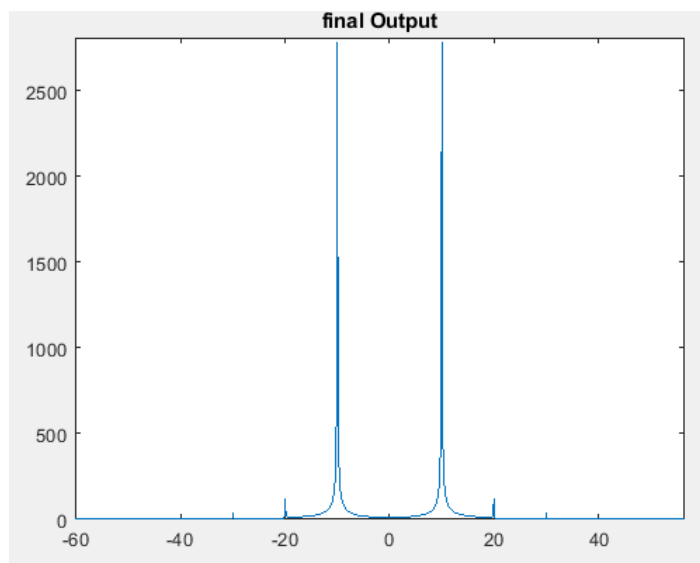
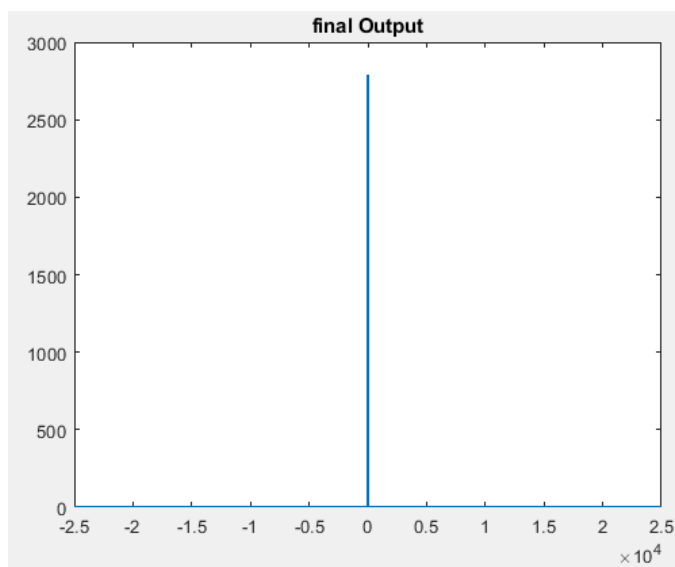
حال باید مقدار dc سیگنال را حذف کنیم. برای این کار از سیگنال fft گرفته، مقدار آن را در نقطه صفر، برابر با صفر قرار می دهیم و سپس دوباره ifft می گیریم.



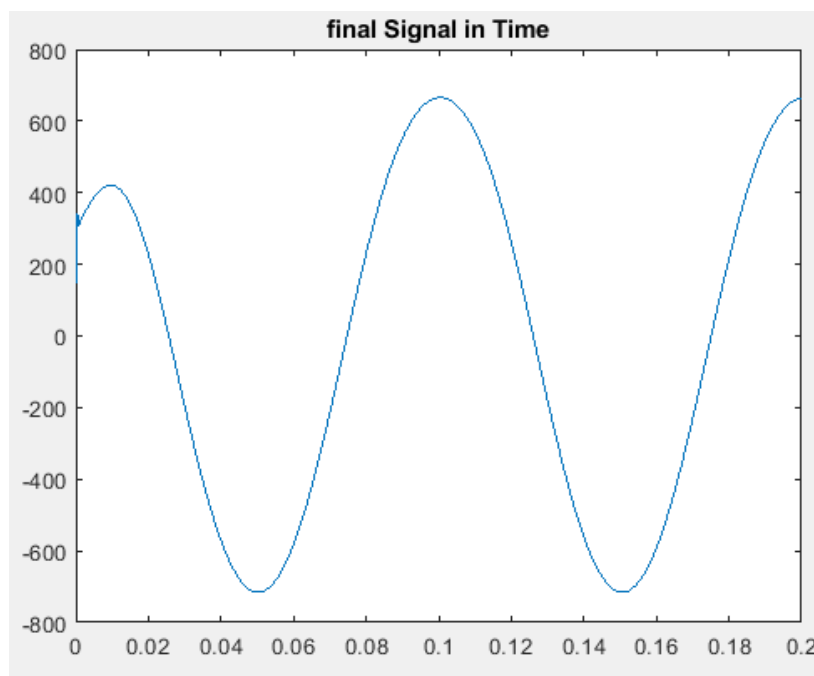
حال خروجی به دست آمده را طی دو مرحله فیلتر می کنیم. ابتدا فرکانس های پایین تر را نگه می داریم و سپس برای حذف فرکانس های بالا، دوباره یک فیلتر اعمال می کنیم.







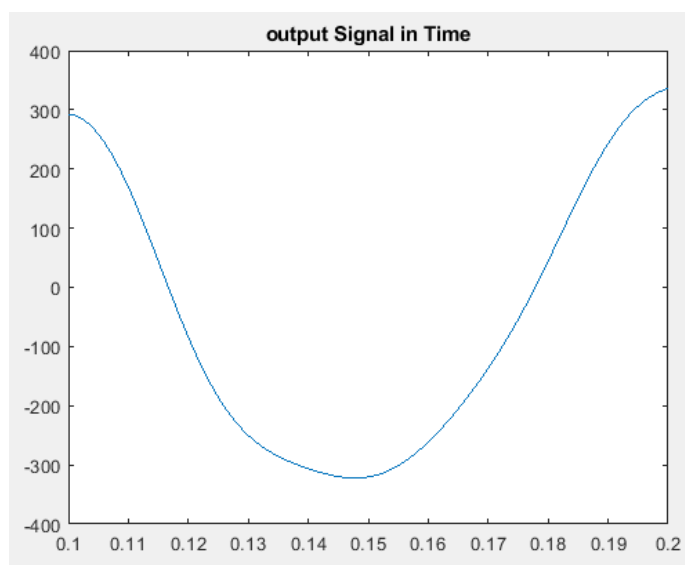
و خروجی در حوزه زمان به صورت زیر است.



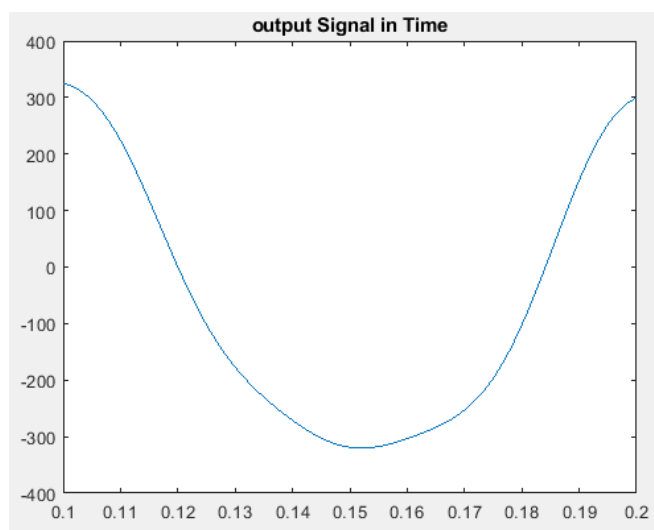


در این قسمت ابتدا بدون فیلترهای گفته شده، خروجی را برای فازهای 0 و $\pi/3$ رسم می کنیم. لازم به ذکر است که limiter را حذف کرده تا اثر اغتشاش به خوبی دیده شود.

برای فاز 0:



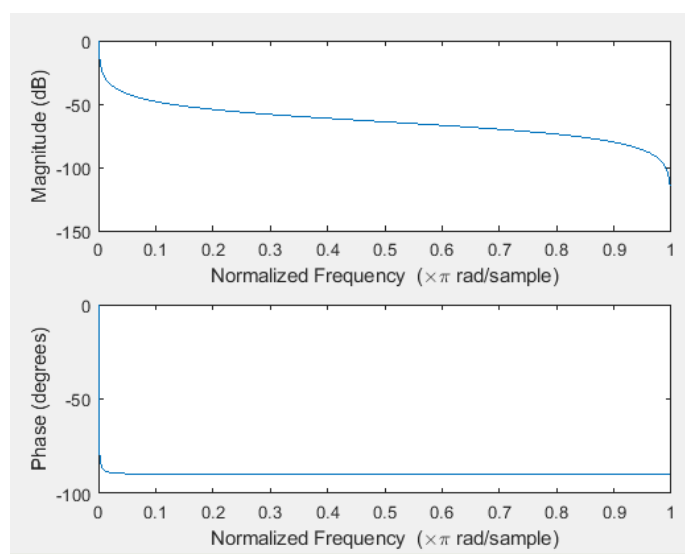
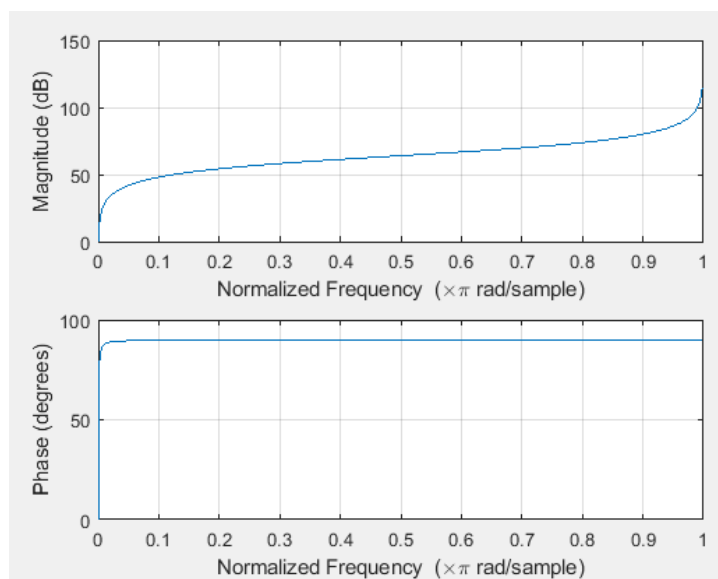
برای فاز $\pi/3$:





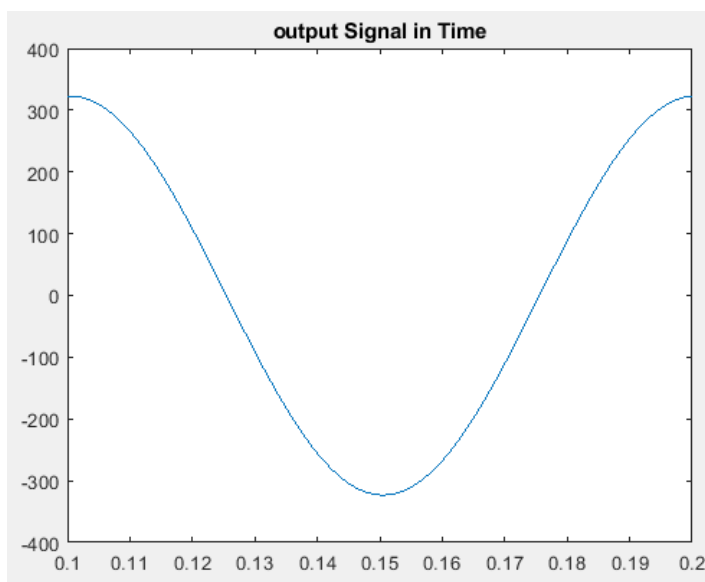
در این قسمت از فیلتر باترورث برای ساخت فیلترهای و اتاکید و پیش تاکید استفاده می کنیم. دو مشخصه ای که باید به آنها توجه کنیم، بهره و پهنای باند است. با افزایش بهره، اثر نویز بهتر حثی می شود. برای بهره مقدار 10 را در نظر می گیریم. مقدار پهنای باند نیز باید حداقل به اندازی محتوای فرکانسی سیگنال باشد. برای پهنای باند مقدار 10 هرتز را در نظر می گیریم. دو فیلتر را معکوس یکدیگر می سازیم تا یکی تقویت کننده و دیگری تضعیف کننده باشد.

فیلترها به صورت زیر هستند.

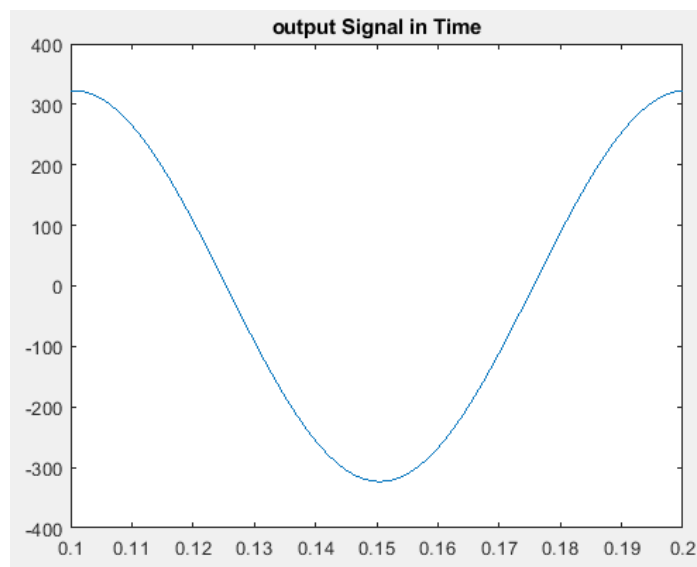




برای فاز 0، خروجی به صورت زیر است.



و برای فاز $\pi/3$:



مشاهده می شود که اثر اغتشاش تا حد بسیار خوبی رفع شده است.