

به نام خدا



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

سیستم‌های مخابراتی - دکتر بهروزی - گروه ۳ و ۲

نیم‌سال اول ۹۹-۹۸

---

## سری اول تمرین‌های کامپیوتری

تاریخ تحویل : ۱۱ آبان ۹۸

---

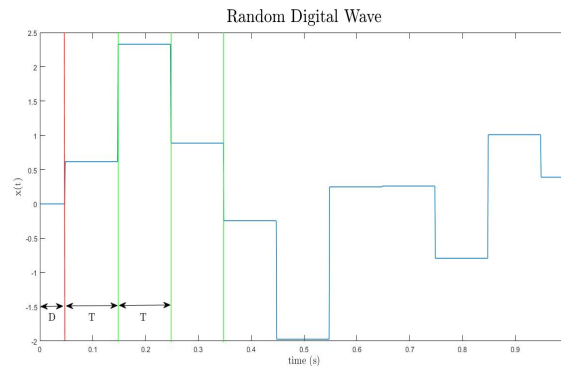
نکات قابل توجه و مواردی که باید رعایت شود:

- تحویل تمرین در سامانه CW انجام می‌شود.
- فایل تحویلی باید به فرمت zip یا rar و حاوی موارد زیر باشد:
  - یک فایل m شامل کدهای تمام سوالات
  - فایل‌های تمام توابعی که نوشته‌اید و در کد خود استفاده کرده‌اید
  - فایل گزارش به فرمت pdf. شامل پاسخ به تمام سوالات، نمودارها، نتایج خواسته شده، اثبات‌ها و محاسبات دستی (در صورت لزوم)
- نام فایلی که آپلود می‌کنید به صورت HW#\_Name\_StudentID باشد.
- نمودارها باید عنوان مناسب داشته باشند.
- سعی کنید گزارشتان مختصر و کامل باشد، از توضیحات اضافی اجتناب کنید.
- کد خود را کامنت گذاری کنید و بخش‌های مختلف آن را توسط %% جدا کنید.
- از کپی کردن تمرین دیگران و یا قراردادن تمرین خود در اختیار دیگران بپرهیزید؛ در صورت مشاهده برخورد جدی خواهد شد.
- ۴۵٪ نمره مربوط به اجرای بدون خطای کد و عملکرد درست آن است. ۴۵٪ نمره به پاسخ به سوالات و نتایج درست گزارش تعلق دارد. خوانا بودن کد و تمیز بودن گزارش نیز هر کدام ۵٪ نمره را تشکیل می‌دهند.
- جهت رفع ابهام و اشکالات خود می‌توانید از طریق آدرس ایمیل matlab.comsys@gmail.com آن‌ها را مطرح کنید.

# ۱ موج دیجیتال تصادفی (۴۰ نمره)

یک موج دیجیتال تصادفی (Random Digital Wave) سیگنالی با توصیف زیر است:

- این سیگنال تاخیری تصادفی برابر  $D$  دارد که  $D \sim U[0, T]$
- این سیگنال به بازه‌هایی با طول  $T$  تقسیم می‌شود و در بازه  $k$ -ام مقدار  $a_k$  را می‌گیرد.
- $\bar{a}_k = 0$ ,  $\bar{a}_k^2 = \sigma^2$ ,  $a_k \perp a_j$  ( $k \neq j$ )



شکل ۱: یک نمونه موج دیجیتال تصادفی

الف) تابعی برای تولید چنین سیگنالی بنویسید که با دریافت پارامترهای طول سیگنال (به ثانیه)، فرکانس نمونه‌برداری،  $\sigma$  و طول بازه ( $T$ ) آن را تولید کند. سپس چند تحقق مختلف این سیگنال را به ازای مقادیر  $1 \text{ Hz}$ ,  $f_s = 1000 \text{ Hz}$ ,  $T = 0.1 \text{ s}$  و به طول ۱ ثانیه رسم کنید. دقت کنید توزیع متغیر  $a_k$  اهمیتی ندارد و فقط متوسط و واریانس آن مهم است، می‌توانید آن را گوسی فرض کنید.

ب) به تعداد کافی نمونه از این سیگنال با پارامترهای قسمت قبل تولید کنید ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). تابع خودهمبستگی را برای هر کدام محاسبه کنید. در نهایت برای بدست آوردن تخمینی از تابع همبستگی سیگنال تصادفی، از خودهمبستگی تمام نمونه‌ها میانگین بگیرید و آن را رسم کنید. (بهتر است تابعی برای این کار بنویسید تا در سوالات و تمرین‌های دیگر نیز استفاده کنید.)

پ) اثر پارامترهای  $T$  و  $\sigma$  را با تغییر دادن آن‌ها بر روی تابع همبستگی مشاهده و چند نمونه را گزارش کنید.

ت) تابع چگالی طیفی این سیگنال را با گرفتن تبدیل فوریه از تابع همبستگی بدست آمده در انتهای قسمت (ب) محاسبه کرده و آن را رسم کنید. (بهتر است تابعی برای این کار بنویسید تا در سوالات و تمرین‌های دیگر نیز استفاده کنید.)

ث) صحت قضیه wiener-kinchin را بررسی کنید.

راهنمایی ۱: تابع چگالی طیفی را از هر دو روش محاسبه کنید (یک روش آن را در قسمت قبل محاسبه کردید). سپس خطای MSE را برای آن‌ها حساب کنید و نشان دهید این خطا کوچک است.

$$S_x(f) = E\{|X(f)|^2\}$$

ج) یک سیگنال سینوسی با دامنه ۱ و فرکانس  $200 \text{ Hz}$  تولید کنید و آن را  $c$  بنامید. سپس آن را در سیگنال‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ضرب کنید و سیگنال‌های بدست آمده را  $v_1, v_2, \dots, v_n$  بنامید. سپس مانند قسمت‌های (ب) و (پ) تابع همبستگی و چگالی طیفی توان سیگنال تصادفی  $v$  را محاسبه و رسم کنید. (پیش از ضرب کردن ابتدا باید فرکانس نمونه‌برداری سیگنال‌ها را یکی کنید.)

چ) در مورد نتیجه قسمت (ج) توضیح دهید چنین کاری چه فایده‌ای می‌تواند داشته باشد و چه مشکلاتی را ممکن است حل کند.

## ۲ شبیه‌سازی کانال مخابراتی (۳۵ نمره)

در این سوال هدف شبیه‌سازی اعوجاج یک کانال مخابراتی و جبران‌سازی آن است. در میان فایل‌های تمرین فایل Channel.p وجود دارد که مدل کانال مخابراتی مورد نظر است. در دستور  $y = Channel(x)$ ،  $x$  سیگنال ارسالی و  $y$  سیگنال عبور کرده از کانال است. همچنین فایل clip.wav سیگنال پیامی است که می‌خواهیم ارسال کنیم.

الف) ابتدا سیگنال clip.wav را لود کرده و آن را رسم کنید. تابع چگالی طیفی سیگنال را نیز رسم کنید.

ب) تحقیق کنید که آیا کانال LTI است یا خیر؟

پ) نمودار phase delay و group delay کانال را رسم کنید و اثر آن‌ها را بر روی سیگنال خروجی توضیح دهید (حدس می‌زنید این کانال سیگنال را چگونه معوج خواهد کرد).

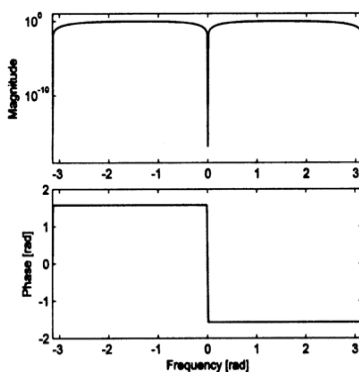
ت) سیگنال را از کانال عبور دهید و خروجی را رسم کنید. همچنین چگالی طیفی آن را نیز رسم کنید.

ث) به نظر شما با چه روش‌هایی می‌توان اعوجاج کانال را جبران کرد؟ توضیح دهید.

ج) سعی کنید با استفاده از یک فیلتر اثرات کانال را جبران‌سازی کنید. نمودار صفر و قطب‌های فیلتر طراحی شده و همچنین پاسخ فرکانسی (دامنه و فاز) آن را رسم کنید. توضیح دهید که چگونه به طراحی نهایی خود رسیده‌اید. آیا این فیلتر یک فیلتر عملی است؟ سیگنال پس از جبران‌سازی را با سیگنال اولیه مقایسه کنید، آیا جبران‌سازی مطلوب بوده؟

## ۳ تقریب قابل ساخت فیلتر هیلبرت (۲۵ نمره)

فیلتر هیلبرت فیلتری با پاسخ فرکانسی زیر است:



شکل ۲: پاسخ فرکانسی فیلتر هیلبرت

الف) به صورت دستی پاسخ ضربه فیلتر هیلبرت را بدست آورید. آیا این فیلتر پایدار است؟

همانطور که مشخص است این فیلتر علی نیست و در زمان حقیقی قابل ساخت نمی باشد. در این سوال می خواهیم با به کارگیری روش windowing تقریب قابل استفاده ای از این فیلتر بدست آوریم.

ب) ابتدا باید از پاسخ ضربه این فیلتر نمونه برداری کنیم. با فرکانس  $f_s = 22050 \text{ Hz}$  این سیگنال را نمونه برداری کنید.

پ) حال یک پنجره مستطیلی به طول ۳۰۰ در این سیگنال نمونه برداری شده ضرب کنید. (M طول پنجره است)

$$w[n] = \begin{cases} 1 & -\frac{M}{4} \leq n \leq \frac{M}{4} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

پاسخ ضربه بدست آمده می تواند با شیفِت به اندازه  $\frac{M}{4}$  یک فیلتر علی باشد. پاسخ فرکانسی (دامنه و فاز) این فیلتر را رسم کنید.

ت) با تغییر طول پنجره و رسم پاسخ فرکانسی تاثیر طول پنجره را بیان کنید. چند نمونه را در گزارش بیاورید.

یک پنجره معروف دیگر پنجره Hamming است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ث) قسمت های (پ) و (ت) را با پنجره Hamming تکرار کنید. (شیفت دادن پاسخ ضربه را قبل از ضرب کردن پنجره فراموش نکنید.)

ج) نتیجه استفاده از دو پنجره مستطیلی و Hamming را مقایسه کنید.

● بخش امتیازی: می توانید همین کار را با پنجره Kaiser نیز انجام دهید و نتیجه را مقایسه کنید. در مورد پنجره Kaiser در اینترنت جستجو کنید.