



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

۲۵۷۴۲ گروه ۴ - سیگنال‌ها و سیستم‌ها - بهار ۱۳۹۷ - ۹۸

پروژه - فاز اول

موعد تحویل: ۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۸، ساعت ۲۳:۵۵

نحوه‌ی تحویل:

- گزارش پروژه خود را در قالب یک فایل pdf. تحویل دهید. در گزارش لازم است تمامی خروجی‌ها و نتایج نهایی، پرسش‌های متن تمرین، و توضیح مختصری از فرآیند حل مسأله‌ی خود در هر قسمت را ذکر کنید.
- کد کامل تمرین را در قالب یک فایل m. تحویل دهید. لازم است بخش‌های مختلف پروژه در sectionهای مختلف تفکیک شوند و کد تحویلی منظم و دارای کامنت‌گذاری مناسب باشد. بدیهی است آپلود کردن کدی که به درستی اجرا نشود، به منزله‌ی فاقد اعتبار بودن نتایج گزارش شده نیز می‌باشد.
- توابعی را که (در صورت لزوم) نوشته‌اید، در قالب فایل‌های m. در کنار فایل‌های گزارش و کد اصلی پروژه، ضمیمه کنید.
- مجموعه‌ی تمامی فایل‌ها (گزارش، کد اصلی، توابع، و خروجی‌های دیگر در صورت لزوم) را در قالب یک فایل zip/.rar. ذخیره کرده و از طریق سامانه‌ی CW تحویل دهید.
- نام‌گذاری فایل‌های تحویلی را به صورت

ProjectPh1_StudentNumber_StudentNumber.pdf/.m/.zip/.rar

انجام دهید.

معیار نمره دهی:

- ساختار مرتب و حرفه‌ای گزارش
- استفاده از توابع و الگوریتم‌های مناسب
- پاسخ به سؤالات تئوری و توضیح روش‌های مطلوب سوال
- کد و گزارش خروجی کد برای خواسته‌های مسأله

نکات تکمیلی:

- همواره در تمامی تمارین و پروژه‌ها، تا سقف ۱۰٪ نمره اضافه برای قسمت‌های امتیازی و نیز هر گونه روش‌های ابتکاری و فرادرسی در نظر گرفته می‌شود و سقف نمره‌ی قابل کسب معادل با ۱۱۰/۱۰۰ می‌باشد.
- شرافت انسانی ارزشی به مراتب بالاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛ به کسانی که شرافتشان را زیر پا می‌گذارند هیچ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

در این فاز از پروژه ابتدا به مباحث تئوری تبدیل فوریه گسسته و نمونه‌برداری، تا حدی که در پروژه لازم است می‌پردازیم. بدیهی است که تمامی نکات ذکر نشده‌اند و به صورت کامل‌تر در ادامه‌ی درس و همچنین درس پردازش سیگنال‌های دیجیتال به آن‌ها پرداخته خواهد شد. در قسمت دوم فاز اول، با سیگنال‌های EEG آشنا می‌شویم و به پیش‌پردازش داده‌ها نگاهی خواهیم کرد.

تبدیل فوریه گسسته

همانطور که می‌دانید، با ورود به دنیای کامپیوتر، همه‌ی چیز کوانتیزه و گسسته می‌شود؛ پس نیاز داریم برای استفاده از تبدیل فوریه و امکاناتی که حوزه فرکانسی در اختیار ما قرار می‌دهد تعریفی برای تبدیل فوریه گسسته داشته باشیم. ابتدا به معرفی تبدیل فوریه زمان گسسته DTFT¹ می‌پردازیم.

تبدیل فوریه زمان گسسته – DTFT

برای محاسبه تبدیل فوریه سیگنال‌های گسسته، از این تبدیل فوریه استفاده می‌شود. طبق تعریف، تبدیل فوریه سیگنال گسسته زمان $x[n]$ به صورت زیر حساب می‌شود:

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-i\Omega n} \quad (1)$$

در نگاه اول، به نظر می‌رسد که این تعریف همان تعریف تبدیل z به ازای $z = e^{i\Omega}$ است اما این مشاهده دقیق نیست و تبدیل فوریه همان تبدیل z به ازای $e^{i\Omega}$ نیست. چرا که ممکن است تبدیل z موجود نباشد اما تبدیل فوریه تعریف شده باشد. حالت تساوی شرط‌هایی دارد که یکی از آن‌ها بودن دایره واحد در ROC تبدیل z است.

- نشان دهید که تبدیل فوریه گسسته زمان نسبت به Ω متناوب است.
- همانگونه که در بالا نشان دادیم، تبدیل فوریه گسسته زمان با دوره تناوب 2π متناوب است و داشتن بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ ، تمام محتوای فرکانسی را برای ما مشخص می‌کند.
- نشان دهید که برای سیگنال‌های حقیقی، تنها داشتن بازه‌ی $[0, \pi]$ کافی است و می‌توان سیگنال اولیه را از روی آن بازسازی کرد.
- همانگونه که انتظار می‌رود، در این تبدیل، فرکانس صفر معادل فرکانس صفر برای سیگنال‌های پیوسته است اما این‌که فرکانس π نماینده چه فرکانسی است را در بخش بعدی فرا خواهیم گرفت.

تبدیل فوریه گسسته – DFT

در این قسمت ابتدا به بررسی ارتباط بین سری فوریه و تبدیل فوریه سیگنال‌های پیوسته می‌پردازیم.

- سیگنال پیوسته و متناوب $x(t)$ با دوره تناوب T را در نظر بگیرید. سیگنال $\tilde{x}(t)$ را یک دوره تناوب از سیگنال اولیه در نظر بگیرید؛ یعنی:

$$x(t) = \begin{cases} \tilde{x}(t) & |t| < T/2 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

نشان دهید که:

$$c_k = \frac{1}{T} X(w)|_{w=\frac{2k\pi}{T}} \quad (2)$$

که در رابطه بالا، c_k ضرایب سری فوریه مختلط سیگنال $x(t)$ هستند.

¹Discrete-Time Fourier Transform

تبدیل فوری گسسته زمان اگرچه تبدیل فوری یک سیگنال گسسته را بدست می‌دهد اما خروجی آن خود یک طیف پیوسته فرکانس است پس نمی‌توان آن را در دنیای گسسته کامپیوتر پیاده کرد. در این جا است که تبدیل فوری گسسته تعریف می‌شود. همانطوری که در بالا نشان دادید، سری فوری را می‌توان به دید نمونه‌های تبدیل فوری پیوسته دید. تعریف مشابهی برای تبدیل فوری گسسته بر حسب DTFT داریم:

$$X[k] := \begin{cases} X_c(e^{j\Omega})|_{\Omega=\frac{2k\pi}{N}} & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & O.W \end{cases} \quad (3)$$

که $X_c(e^{j\Omega})$ تبدیل فوری زمان گسسته و $X[k]$ تبدیل فوری گسسته‌ی N نقطه‌ای سیگنال گسسته $x[n]$ است. اگر توجه کرده باشید متوجه می‌شوید که در تعریف تبدیل فوری گسسته، متغیر N ای وجود دارد که خود یکی از مشخصه‌ها و متغیرهای تبدیل است؛ برخلاف سری فوری که خود یک متغیر T (دوره تناوب) دارد اما به صورت یکتا از روی سیگنال تعیین می‌شود. متغیر N می‌تواند هر مقدار طبیعی به خود بگیرد اما به ازای تمام این مقادیر، لزوماً نمی‌توان سیگنال اولیه را بازسازی کرد. اگر سیگنال گسسته زمان $x[n]$ به طول N_1 باشد، شرط لازم و کافی بازسازی $x[n]$ از روی \tilde{X} ، $N \geq N_1$ است.

● (امتیازی) لازم و کافی بودن شرط بالا را ثابت کنید

● یک روش بازسازی سیگنال اولیه از روی تبدیل فوری گسسته، طی مراحل زیر است:

۱. پیرودی کردن تبدیل فوری گسسته با N

۲. سری فوری وارون گرفتن

۳. انتخاب دوره تناوب اول N تایی

صحت مراحل ذکر شده را در حالتی که شرط $N \geq N_1$ برقرار است، بررسی کنید. برای این کار تعریف سری فوری گسسته را از اینترنت جستجو کنید و با طی مراحل مشابه مراحل طی شده تا کنون، صحت مراحل فوق را بررسی کنید.

تعریف فرمال و دقیق روابط سنتز و آنالیز تبدیل فوری گسسته N نقطه‌ای به شکل زیر هستند:

$$x[n] := \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2k\pi}{N}n} & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

$$X[k] := \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2k\pi}{N}n} & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

با توجه به اینکه انرژی سیگنال از مشخصه‌های مهم آن است، حکم زیر را نیز ثابت کنید:

● مشابه تبدیل فوری پیوسته، رابطه پارسوال برای تبدیل فوری گسسته نیز برقرار است؛ یعنی داریم:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2 \quad (4)$$

اکنون که تعریف دقیق و ریاضی تبدیل فوری گسسته را می‌دانیم، به بررسی دستور معادل تبدیل فوری در مطلب می‌پردازیم. تبدیل فوری در مطلب با استفاده از دستور `fft` انجام می‌شود. `fft` مخفف Fast Fourier Transform است و الگوریتمی سریع برای پیاده‌سازی تبدیل فوری گسسته است. در این جا با نحوه پیاده‌سازی این تابع کاری نداریم و تنها از آن استفاده خواهیم کرد. اگر بردار x به طول N را به عنوان ورودی به این تابع بدهیم در خروجی سیگنالی به همان طول دریافت خواهیم

کرد. هر یک از این مقادیر معادل تبدیل فوریه زمان گسسته در فرکانس‌های $\frac{2k\pi}{N}$ به ازای $k = 0, 1, \dots, N-1$ است؛ پس مطابق آنچه که تا کنون یاد گرفته‌ایم، با فرض این که سیگنال ورودی ما تنها مقادیر حقیقی دارد انتظار داریم که اندازه این بردار ماهیت تقارنی داشته باشد.

● قسمت حقیقی تبدیل فوریه یک سیگنال حقیقی ماهیت زوج دارد یا فرد؟ مشابهاً به همین سوال در مورد قسمت موهومی تبدیل نیز پاسخ دهید.

● فایل داده شده تحت عنوان y.mat را لود کنید و اندازه و فاز fft آن را رسم کرده و در گزارش ذکر کنید. برای بررسی دقیق‌تر این مورد نیاز است که کدی بنویسید تا این بررسی را برای شما انجام دهد. تنها به دید خود از نمودار اکتفا نکنید. آیا ماهیت تقارنی ذکر شده مشهود است؟ علت چیست؟ با حذف نویزهایی که باعث این مورد شده‌اند، عکس نهایی تبدیل فوریه پس از حذف این داده‌ها را نیز در گزارش کار بیاورید.

نمونه‌برداری - Sampling

برای داشتن معادل یک سیگنال پیوسته در دنیای دیجیتال کامپیوتر و انجام محاسبات بر روی آن، بایستی از سیگنال پیوسته نمونه برداری کنیم. در واقع کار تمامی سنسورها و ابزارآلات ذخیره‌سازی دیجیتال نیز همین نمونه‌برداری است. نمونه‌برداری معمولاً با یک نرخ ثابت F_s هرتز انجام می‌پذیرد؛ یعنی در هر $T = \frac{1}{F_s}$ ثانیه، از ورودی سنسور اطلاعات خوانده می‌شود و در حافظه ذخیره می‌شود (بایستی توجه شود که بعد از فرایند نمونه برداری، هیچ نشانی از F_s در خود داده‌ها وجود ندارد و به همین دلیل خود F_s بایستی به صورت جداگانه در گزارش‌ها ذکر شود و هر کجا که لازم باشد، به صورت دستی به عنوان ورودی سیستم داده شود).

مشابه تعداد نمونه‌هایی که در قسمت پیش برای نمونه‌برداری از تبدیل فوریه گسسته زمان دیدیم، برای نمونه برداری نیز شرطی وجود دارد که با برقرار بودن آن، سیگنال و تبدیل فوریه آن یکتا از روی یکدیگر قابل بازسازی هستند اما در صورتی که آن را رعایت نکنیم، حتماً اطلاعاتی را از دست خواهیم داد. رابطه‌ی حوزه‌ی زمان نمونه‌برداری به صورت زیر است:

$$x[n] = x_c(nT) \quad (5)$$

x در معادله بالا، سیگنال گسسته زمان است و x_c همان سیگنال پیوسته است. می‌توان نشان داد که رابطه ۵ معادلی در حوزه فرکانس با رابطه زیر دارد:

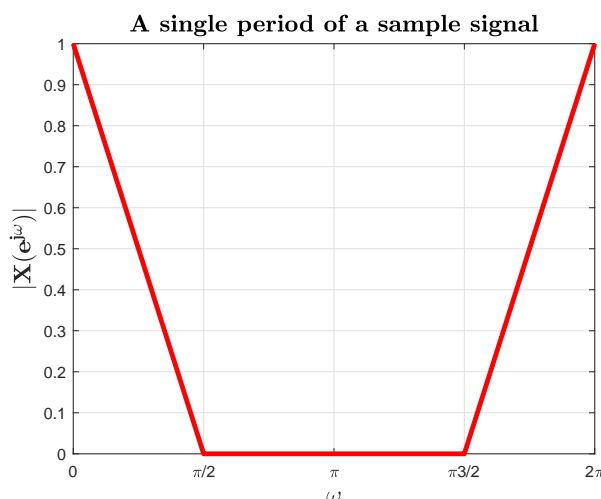
$$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\Omega}{T} - \frac{2r\pi}{T})) \quad (6)$$

در واقع می‌توان به این دید به معادله بالا نگاه کرد که ابتدا طیف X_c را با T مقیاس می‌کنیم و سپس با 2π متناوب می‌کنیم و نهایتاً در یک ضریب $\frac{1}{T}$ ضرب می‌کنیم. با استفاده از این تعریف می‌خواهیم حد پایین فرکانس نمونه برداری را بیابیم. با توجه به فرمول بالا می‌توان دید که اگر ω را فرکانس برای سیگنال پیوسته در نظر بگیریم و Ω را برای فرکانس سیستم گسسته، رابطه زیر برقرار است:

$$\Omega = \omega T \quad (7)$$

یعنی با ضرب مقادیر فرکانس گسسته در فرکانس نمونه‌برداری، فرکانس معادل سیگنال پیوسته بدست می‌آید. همانگونه که قبلاً گفته شد، اطلاعات T در نمونه‌برداری از بین می‌روند؛ پس این‌که هر فرکانس Ω نمایانگر چه فرکانس سیگنال پیوسته است، به فرکانس نمونه‌برداری وابسته است.

در شکل زیر یک نمونه پوش اندازه تبدیل فوریه یک سیگنال حقیقی فرضی داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌کنید، شکل تقارن ذاتی دارد.



شکل ۱: تبدیل فوریه گسسته زمان سیگنال نمونه

- با توجه به توضیحاتی که در قسمت قبل در مورد تبدیل فوریه گسسته و تابع fft گفته شد و به کمک شکل ۱ تابعی بنویسید که با ورودی گرفتن سیگنال حقیقی، تبدیل فوریه آن را محاسبه کند و در خروجی برداری حاصل دهد که تنها فرکانس‌های $[0, \pi]$ را داشته باشد. توجه کنید که می‌خواهیم انرژی سیگنالی که در خروجی ظاهر می‌شود، در رابطه پارسوال صدق کند. نمودار اندازه این بردار را بکشید در گزارش بیاورید. تابع شما بایستی با ورودی گرفتن فرکانس نمونه‌برداری، محور فرکانس را به درستی نمایش دهد. تابع شما بایستی به شکل زیر باشد:

HalfBandFFT (InputSignal, Fs)

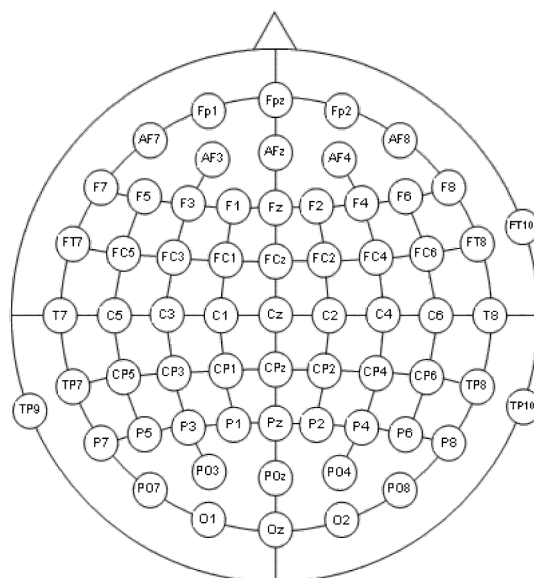
- در این سوال می‌خواهیم حد پایین فرکانس نمونه برداری را محاسبه کنیم. برای این کار فرض کنید که سیگنال شما حقیقی و پایین‌گذر است؛ یعنی بعد از فرکانسی مانند $2\pi f_{max}$ محتوای فرکانسی ندارد. با توجه به نکاتی که تا کنون گفته شده از اینکه هر فرکانس گسسته نمایانگر چه فرکانس پیوسته‌ای است، نکات قسمت تبدیل فوریه گسسته و به کمک شکل ۱ حد فرکانس نمونه برداری را پیدا کنید که پهنای باند قسمت معادل $[0, \pi]$ با پهنای باند متقارن خود که از نقطه‌ی 2π شروع شده و تا π امتداد دارد، تداخلی نداشته باشد. به طور معادل، یعنی در شکل بالا دو مثلث ناقص با یکدیگر تداخلی نداشته باشند. این حد پایین فرکانس نمونه برداری، فرکانس نایکوئیست نام دارد.
- فرض کنید که نمودار شکل ۱ نمونه برداری شده از یک سیگنال با فرکانس نمونه‌برداری 6 است. پهنای باند سیگنال اولیه چند بوده است؟ با استفاده از رابطه ۶ و تعبیری که از آن داده شد، اگر از سیگنال ذکر شده به جای فرکانس 6 با فرکانس 2 نمونه برمی‌داشتیم، چه اتفاقی می‌افتاد؟ شکل متناظر با این حالت را به کمک متلب رسم کرده و در گزارش کار ذکر کنید. به این پدیده **aliasing** گفته می‌شود.

آشنایی با سیگنال‌های EEG

برای داده‌برداری از مغز ابزارهای متفاوتی وجود دارند که هر یک مزایا و معایبی دارد. یکی از روش‌های ذخیره سیگنال‌های مغزی، EEG^۲ است. این نوع سیگنال‌ها در واقع تغییرات سطح ولتاژهایی هستند که در اثر تغییرات و سیگنال‌های مغزی، در سطح الکترودهای دستگاه حس شده‌اند. این ولتاژها در سطح میکروولت هستند پس به شدت می‌توانند تحت تاثیر کوچک‌ترین نویزها قرار بگیرند. از مزایای EEG دقت زمانی بالا، یعنی فرکانس نمونه برداری بالا است اما از معایب آن، می‌توان به دقت مکانی کم اشاره کرد. از دیگر مزیت‌های EEG اندازه کوچک‌تر آن در مقایسه با مثلا دستگاه fMRI است که به خودی خود یک اتاق را اشغال می‌کند در حالی که نسخه‌های قابل حمل EEG نیز موجودند.

- با جست‌جو در اینترنت فرق داده‌گیری invasive و noninvasive سیگنال‌های EEG را بیابید. هر کدام از روش‌های فوق در چه حالاتی مورد استفاده قرار می‌گیرند؟

کلاه‌های EEG ابزار ذخیره سیگنال‌های EEG هستند. این کلاه‌ها می‌توانند تعداد زیادی الکترود داشته باشند. برای مثال کلاه‌هایی با ۲۵۶ الکترود موجود هستند. این که هر الکترود در کدام نقطه از سر قرار بگیرد به صورت استاندارد موجود است. برای مثال، استاندارد کلاه ۶۴ الکترودی به شکل زیر است:



هر کدام از الکترودها نیز اسمی دارند که بر حسب موقعیت مکانی روی سر و این‌که چه ناحیه‌ای از مغز را پوشش می‌دهند تعیین شده‌است.

سیگنال‌های EEG فعالیت‌های متفاوت، مشخصه‌های متفاوتی دارند. برخی از این مشخصه‌ها در حوزه زمان و برخی دیگر در حوزه فرکانس بیشتر مشهود هستند. برای مثال یک مشخصه حوزه زمان، P300 است و از مشخصه‌های فرکانسی می‌توان به باندهای فرکانسی مختلف که هر یک نمایانگر دسته فعالیت‌های متفاوت هستند اشاره کرد.

- با جست‌جو در اینترنت در مورد مشخصه P300 و دیگر مشخصه‌هایی که به عنوان ERP^۳ شناخته می‌شوند اطلاعات کسب کنید و به صورت خلاصه در گزارش ذکر کنید.
- با جست‌جو در اینترنت در مورد باندهای فرکانسی مختلف اطلاعات لازم را بدست آورید و در گزارش ذکر کنید. هر باند فرکانسی نمایانگر چه فعالیت‌هایی است؟
- با توجه به این باندهای فرکانسی و قضیه نایکوئیست، چه فرکانس‌های نمونه‌برداری مناسب سیگنال‌های EEG است؟

^۲Electroencephalography

^۳Event Related Potential

اکنون که با مبانی سیگنال‌های EEG آشنا شده‌اید، به داده‌های موجود می‌پردازیم. در این فاز از پروژه تنها به داده‌های یک فرد دسترسی داریم. داده‌گیری توسط کلاه EEG با ۸ الکتروود است. اگرچه مقاله‌ی موجود ذکر کرده است که این ۸ الکتروود معادل کدام یک از الکتروودهای یک کلاه ۶۴ کاناله هستند اما در هیچ جای دیتابیس موجود ذکر نشده است که هر یک از بردارهایی که در متلب موجود هستند، کدام یک از این ۸ الکتروود هستند. این ۸ الکتروود عبارتند از:

Fz, Cz, Pz, P4, P3, Oz, Po7, Po8

فایل داده‌شده تحت عنوان Subject1.mat را در متلب باز کنید. این فایل حاوی ماتریسی با ۱۱ سطر است. سطر اول، زمان آزمایش است و هر یک از سطرها دوم تا نهم، داده‌های یکی از الکتروودها هستند. سطرها دهم و یازدهم مربوط به ساختار آزمایش هستند که در فاز بعدی با آن آشنا خواهیم شد.

● با استفاده از سطر اول، فرکانس نمونه برداری را محاسبه کنید.

داده‌های EEG به شدت می‌توانند تحت تاثیر نویز قرار بگیرند و به همین دلیل و برای حذف نویز یکی از مراحل ابتدایی پیش‌پردازش داده‌ها، فیلتر کردن آن‌ها است. ساخت فیلتر خود یک مبحثی مهم است که در فاز دوم پروژه به آن خواهیم پرداخت. در این فاز با استفاده از توابع متلب می‌خواهیم فیلتری ساخته و نتیجه‌ی اعمال آن را بر داده‌ها ببینیم.

● به کمک اطلاعاتی که از باندهای فرکانسی بدست آوردید، چه فرکانس قطعی مناسب است؟

● به کمک تابعی که در قسمت قبل نوشته‌اید، اندازه طیف فرکانسی کانال‌ها را بکشید. با توجه به این نمودارها چه فرکانسی به عنوان فرکانس قطع مناسب است؟

● معیاری دیگر برای انتخاب فرکانس قطع می‌تواند انرژی سیگنال باشد. با استفاده از توابعی که نوشته‌اید، فرکانسی را بیابید که بخش بزرگی از انرژی سیگنال در فرکانس‌های کوچک‌تر از آن تجمع شده باشد. (برای این کار البته بهتر است از فرکانس DC که ممکن است بخش بزرگی از انرژی سیگنال در آن ذخیره شده باشد، صرف‌نظر کنید.)

● به کمک موارد بالا، فرکانس قطع فیلتر پایین‌گذر را نهایی کنید

با توجه به این‌که فرکانس DC اطلاعاتی را منتقل نمی‌کند، آن را نیز از داده‌ها بایستی حذف کنیم. برای این کار، در مرحله اول میانگین سیگنال را از آن کم می‌کنیم و سپس یک فیلتر بالاگذر بر سیگنال اعمال می‌کنیم. با توجه به اینکه هم به یک فیلتر پایین‌گذر و هم یک فیلتر بالاگذر نیاز داریم، می‌توانیم با استفاده از یک فیلتر میان‌گذر، مراحل بالا را خلاصه کنیم. پس به طور خلاصه، پس از کم کردن میانگین داده‌ها، یک فیلتر میان‌گذر بر سیگنال اعمال کنید.

● چرا تنها کم کردن میانگین داده‌ها از سیگنال برای حذف فرکانس DC کافی نیست؟

در نهایت با توجه به نکات بالا و اطلاعاتی که بدست آورده‌اید فیلتری میان‌گذر را با استفاده از توابع متلب و یا هر تابع دیگری پیاده‌سازی کنید. می‌توانید از افزونه‌های ساخت فیلتر متلب نیز استفاده کنید.

● پس از اعمال فیلتر، در یک بازه‌ی ثابت، نمودار داده‌ی زمانی سیگنال اولیه و سیگنال فیلتر شده را بر روی یک نمودار بکشید. واضح است که نویز بایستی کم شود اما آیا این تنها تغییر اعمال شده بر سیگنال است؟ آیا این دو سیگنال شبیه یکدیگر رفتار میکنند و در زمان‌های یکسان مقادیر نزدیک به هم دارند؟

مرحله‌ی دیگری که معمولاً در پیش‌پردازش طی می‌شود، کاهش فرکانس نمونه برداری است. با توجه به اصل نایکوئیست، فرکانس نمونه‌برداری معادل با ۲ برابر پهنای باند سیگنال برای انتقال کامل اطلاعات سیگنال کافی است پس می‌توان فرکانس نمونه برداری را در صورتی که بیشتر از حد نایکوئیست باشد، تا آن حد کاهش دهیم.

● با توجه به نکته‌ای که گفته شد و با توجه به فرکانس قطعی که در مرحله پیش انتخاب کردید، فرکانس نمونه‌برداری را کاهش دهید.

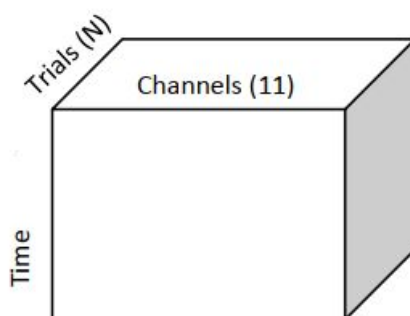
توجه اثبات اینکه چرا ما قادر هستیم بعد از نمونه‌برداری از سیگنال، همچنان فرکانس نمونه‌برداری را کاهش دهیم، در اینجا بررسی نشده است. البته این اثبات چندان پیچیده نیست و افراد مشتاق می‌توانند با جست‌جو در اینترنت آن را فراگیرند. اغلب داده‌گیری‌هایی که انجام می‌شوند به صورت آزمایش به آزمایش و یا دقیق‌تر، trial-trial هستند. یعنی به فرد در هر مرحله تحریکی داده می‌شود و یا از وی خواسته می‌شود که کاری را انجام دهد. پس می‌توانیم این آزمایش‌های پشت‌سرهم

را نیز از یک‌دیگر جدا کنیم تا بررسی راحت تر شود. به این عمل epoching گفته می‌شود.

- تابعی بنویسید که با ورودی گرفتن سیگنال تمامی الکترودها و ۲ عدد اضافی، ماتریس epoch شده را در خروجی برگرداند. عدد اول، مشخص می‌کند که از چه زمانی قبل از اعمال تحریک، شروع به نگه‌داری داده برای هر پنجره بکنیم و عدد دوم نشانگر پایان هر پنجره است. مشخص است که به زمان شروع تحریک‌ها نیاز داریم. سطر دهم داده‌ها، این اطلاعات را دارد. هرجایی که داده‌ی غیر صفر آمده باشد، تحریک به فرد اعمال شده تا زمانی که تحریک بعدی برسد. پس تابع شما به صورت زیر خواهد بود:

epoching (InputSignal, #BackwardSamples, #ForwardSamples, StimuliOnset)

خروجی این تابع، ماتریسی ۳ بعدی به شکل زیر است:



- به کمک تابعی که نوشته‌اید، سیگال را به پنجره‌های حدوداً ۱۰۰۰ میلی‌ثانیه‌ای تقسیم کنید که از حدود ۲۰۰ میلی‌ثانیه قبل از شروع تحریک، شروع به نگه‌داری داده کرده و تا حدود ۸۰۰ میلی‌ثانیه پس از اعمال تحریک ادامه دارد.
- توجه** در مرحله‌ای که تا کنون طی کرده‌ایم، لازم است که مرحله فیلترکردن داده قبل از همه‌ی دیگر مراحل انجام شود. دلیل این امر را در سوال‌های زیر بررسی می‌کنیم:
- با توجه به اصل نایکوئیست و پدیده aliasing بگویید که چرا نمی‌توانیم فرکانس نمونه‌برداری را قبل از فیلترکردن کاهش دهیم.
- فرض کنید از سیگنالی به طول ۱۰۰۰ نمونه، از نمونه‌ی ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ به شما داده شده است. فرض کنید فیلتری به طول ۱۰۰ در اختیار دارید، یعنی تنها درایه‌های ۰ تا ۹۹ مقادیر غیرصفر دارند. نکته‌ی گفته شده در بالا را بررسی کنید؛ در واقع به بررسی این پردازید که با این کار که ابتدا epoch کنیم و سپس فیلتر، چه فرقی خواهد داشت با این که ابتدا فیلتر کنیم و سپس پنجره را انتخاب کرده و جدا کنیم.
- با استفاده از نکته بالا بگویید که چرا لازم است در ابتدای داده‌گیری حتماً مدت زمانی پس از شروع داده‌گیری توسط کلاه، EEG هنوز آزمایش را شروع نکنیم.
- نکات سوال‌های بالا را در یاد داشته باشید به خصوص در قسمت استخراج انرژی باندهای فرکانسی که خود طول فیلتر می‌تواند مشکل‌زا باشد. با توجه به سوال‌های بالا بدیهی است که بایستی طول فیلتر از طول سیگنال و همچنین از طول epoch ها نیز کمتر باشد. شرط اول که معمولاً برقرار است چرا که طول خود سیگنال در حدود چند میلیون نمونه است اما شرط دوم همواره باید بررسی شود.

مراحلی که تاکنون انجام داده‌ایم، در کل برای پیش‌پردازش کافی است. البته کارهای فراتری نیز وجود دارند که برخی از آنها در برخی دیپاست‌ها بیشتر نیاز هستند مانند اینکه برخی trial ها به صورت دستی حذف بشوند چرا که ممکن است فرد در آن آزمایش زیادی حرکت کرده باشد و داده‌ی نویزی داشته باشیم. برخی کارهای پیشرفته‌تری نیز مانند اعمال ICA^۴ وجود

^۴Independent Component Analysis

دارند که در مقال این پروژه نمی‌گنجد.

همانطور که قبلاً گفته شد، انرژی سیگنال از ویژگی‌های مهم آن است. در این قسمت قرار است تابعی بنویسید که انرژی باندهای فرکانسی مختلف را در پنجره‌های epoch شده بدست بیاورد. حتماً به نکاتی که در سوال‌های بالا در مورد طول فیلتر گفته شد توجه کنید.

• تابعی بنویسید که با ورودی گرفتن سیگنال epoch شده، و گرفتن پهنای باند فرکانسی موردنظر، سیگنال فیلترشده را در خروجی برگرداند. با استفاده از این تابع، انرژی باندهای فرکانسی سیگنال‌های EEG را در هر پنجره محاسبه کنید. با توجه به سوال‌های بالا بایستی توجه کنید که تمامی داده‌های هر پنجره دیگر معتبر نیستند و بایستی در محاسبه انرژی، از برخی از آن‌ها صرف‌نظر کنید. تابع شما بایستی به صورت زیر باشد:

$y = \text{freqband}(x, \text{passband1}, \text{passband2}, F_s)$

که در آن پهنای باند فرکانسی بین $[\text{passband1}, \text{passband2}]$ نگه داشته می‌شود.

توجه در نوشتن تابع بالا ممکن است برای ساخت فیلتر با مشکل مواجه شوید. در صورتی که تابع مناسبی برای ساخت فیلترها با طول دلخواه پیدا نکرده‌اید می‌توانید از فایل BPF.m که در فولدر پروژه است استفاده کنید.

خوشه‌بندی بر مبنای همبستگی

در این بخش قصد داریم که الکترودهای مختلف را بر مبنای شباهت سیگنال‌های زمانی هر کدام، به چند دسته تقسیم کنیم. یک معیار برای شباهت دو سیگنال زمانی، همبستگی متقابل این دو سیگنال در $\tau = 0$ است. فرض کنید دو سیگنال زمانی $X(t)$ و $Y(t)$ در اختیار داریم، همان‌طور که می‌دانیم مقدار تابع خودهمبستگی این دو سیگنال در $\tau = 0$ برابر

$$R_{XY}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)dt$$

است.

● نشان دهید که

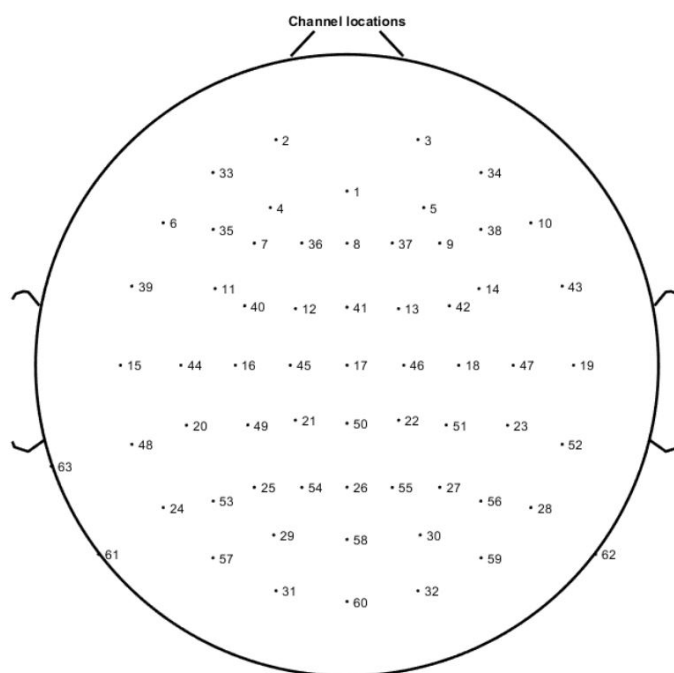
$$r_{XY} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} X^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} Y^2(t)dt}}$$

عددی بین 1 و -1 است.

● نشان دهید $|r_{XY}| = 1$ تنها در حالتی رخ می‌دهد که دو سیگنال تنها در یک ضریب تفاوت داشته باشند یعنی $X(t) = \alpha Y(t)$.

● استدلال کنید که چرا این معیار، معیار مناسبی برای سنجش شباهت دو سیگنال است.

همان‌گونه که گفته شد، در دیتاست موجود، مکان ۸ الکتروده به صورت دقیق مشخص نیستند و تنها می‌دانیم که این ۸ الکتروده در کل کدام مجموعه الکترودها هستند. می‌خواهیم با استفاده از همبستگی و خوشه‌بندی به کمک آن، ببینیم که آیا می‌توانیم ارتباطی بین این الکترودها پیدا کنیم یا نه. برای این کار ابتدا بر روی دیتاست دیگری که مکان دقیق الکترودهای آن را می‌دانیم تابع خوشه‌بندی‌کننده را می‌نویسیم و پس از صحت از کارکرد آن، نهایتاً تابع را بر روی داده‌های آزمایش فعلی اعمال خواهیم کرد تا سعی کنیم ارتباطی میان الکترودها پیدا کنیم. دیتاستی که برای این قسمت اضافه در اختیار دارید، برای یک آزمایش BCI دیگر با هدف تشخیص نوع حرکت است. این دیتاست با فرکانس نمونه برداری ۶۰۰ اخذ شده‌است و خود داده‌ها به صورت epoch شده هستند. مکان ۶۴ الکترودها در شکل زیر آمده‌اند.



مراحل زیر را برای دیتاست موجود انجام دهید. توجه کنید که برای انجام صحیح این قسمت بایستی قسمت‌های قبل را به درستی فهمیده باشید و توجه شما به تمامی نکاتی که در قسمت‌های پیشین گفته شده ضروری است. مراحل که بایستی طی کنید را به دقت در گزارش ذکر کرده و علت هر یک را با توجه به قسمت‌های پیشین بنویسید. عدم رعایت هر یک از مراحل باعث کسر نمره و مهم‌تر از آن باعث نویزی شدن نتایج و کم شدن دقت و صحت داده‌ها می‌شود.

- با مشاهده طیف فرکانسی، در صورت لزوم فیلتری را بر داده‌ها اعمال کنید تا نویز در نتایج حاصل اثر هرچه کم‌تری داشته باشد.

- فرکانس نمونه‌برداری را تا حد معقولی کاهش دهید.

با توجه به اینکه شصت و چهار سیگنال زمانی از کانال‌های مختلف در اختیار دارید، ماتریسی 64×64 بسازید که درایه‌ی ij آن برابر $r_{X_i X_j}$ است. بدیهی است که این ماتریس، ماتریسی متقارن است. به این ماتریس، ماتریس همبستگی می‌گویند.

- به کمک ماتریسی که در بالا پیدا کردید، برای خوشه‌بندی (یعنی دسته‌بندی کانال‌ها) بر مبنای معیار شباهت، می‌توان از ایده‌ای مشابه ایده‌ی زیر استفاده کرد.

۱. هر کانال را در یک خوشه قرار دهید.

۲. دو خوشه با نزدیک‌ترین فاصله را با هم ادغام کنید.

۳. قدم قبل را آن قدر تکرار کنید تا تمام کانال‌ها در یک خوشه قرار بگیرند.

برای فاصله‌ی دو کانال، که زیاد بودن آن نشان دهنده‌ی عدم شباهت دو کانال است، چه رابطه‌ای را پیشنهاد می‌کنید؟ دو پیشنهاد برای فاصله‌ی دو خوشه (هر کدام متشکل از چند کانال) نیز ارائه دهید.

- الگوریتم فوق را پیاده‌سازی کنید. در پیاده‌سازی خود، از فواصلی که در بخش قبل پیشنهاد کردید استفاده کنید. تابع خود را به صورت زیر تعریف کنید. اگر به ورودی‌های دیگری نیز نیاز دارید آن‌ها را بیافزایید.

`CorrelationCluster (InputCorrMat, DistanceMeasure)`

- در هر مرحله‌ای که الگوریتم فوق را متوقف کنیم، یک خوشه‌بندی به دست می‌آید. به نظر شما چگونه می‌توان خوشه‌بندی مناسب را پیدا کرد؟ معیاری برای مقایسه‌ی خوشه‌بندی‌های مختلف معرفی شده توسط الگوریتم بالا که هر کدام تعداد خوشه‌های متفاوتی دارند ارائه کرده و به کمک این معیار، یک خوشه‌بندی را به عنوان خوشه‌بندی منتخب معرفی کنید.

- با شهودی که خود دارید و یا با جست‌وجو در اینترنت به دنبال این بگردید که چه ارتباطی بین الکترودها می‌تواند برقرار باشد؟ آیا مثلاً الکترودهای سمت چپ از سمت راست مستقل هستند؟ چه انتظاری از الکترودهای نزدیک به یکدیگر دارید؟

- با توجه به نتایج حاصل از خوشه‌بندی و مکان الکترودها آیا رابطه‌ای بین الکترودهای بین موجود در هر خوشه مشهود است؟

- پس از اطمینان از کارکرد الگوریتم و انتخاب معیار مناسب فاصله، تمام مراحل بالا را برای دیتاست اصلی ۸ الکترودی که می‌خواهیم بر روی آن کار کنیم پیاده‌سازی کنید. آیا ارتباطی بین الکترودها داریم؟