باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

درس سیگنال ها و سیستم ها

گزارش تمرین سری دوم متلب

علی محرابیان

96102331

استاد

دکتر کربلایی آقاجان

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

تبدیل لاپلاس

1.ابتدا ذکر می کنیم که تعریف ما برای تبدیل لاپلاس، $F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$ می باشد

در صورتی که متلب از 0 بعد انتگرال را محاسبه می کند.در این سوال چون در تمامی موارد،توابع ما

در قسمت منفی 0 هستند،تفاوتی ایجاد نمی کند.

(a) $f_1(t) = 5e^{-5t}u(t) \longrightarrow$

```
  5
-----
s + 5
```

(b) $f_2(t) = 5te^{-5t}u(t) \longrightarrow$

```
    5
--------
       2
(s + 5)
```

(c) $f_3(t) = (t\sin 2t + e^{-2t})u(t) \longrightarrow$

```
1/(s + 2) + (4*s)/(s^2 + 4)^2
```

(d) $f_4(t) = 5t^2e^{-5t}u(t) \longrightarrow$

```
   10
--------
       3
(s + 5)
```

از تبدیل لاپلاس های پرکاربرد، $t^{(n-1)}e^{-at}u(t) \xrightarrow{L} \frac{(n-1)!}{(s+a)^n}$ ومورد زیر می باشند.

$$\sin(wt)\,u(t) \xrightarrow{L} \frac{w^2}{s^2 + w^2}$$

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

2.عکس تبدیل لاپلاس به کمک رابطه $f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} F(s)\, e^{st} ds$ روی یک مسیر مختلط محاسبه می شود.

(a) $F_1(s) = \dfrac{28}{s(s+8)}$

```
7   exp(-8 t) 7
- - -----------
2        2
```

(b) $F_2(s) = \dfrac{s-5}{s(s+2)^2}$

```
exp(-2 t) 5    t exp(-2 t) 5                5
----------- + ------------- + dirac'(t) - -
     4              2                       4
```

(c) $F_3(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2(s+3)}$

```
exp(-3 t) 5    5 exp(-t)
----------- - --------- + 5 t exp(-t)
     2            2
```

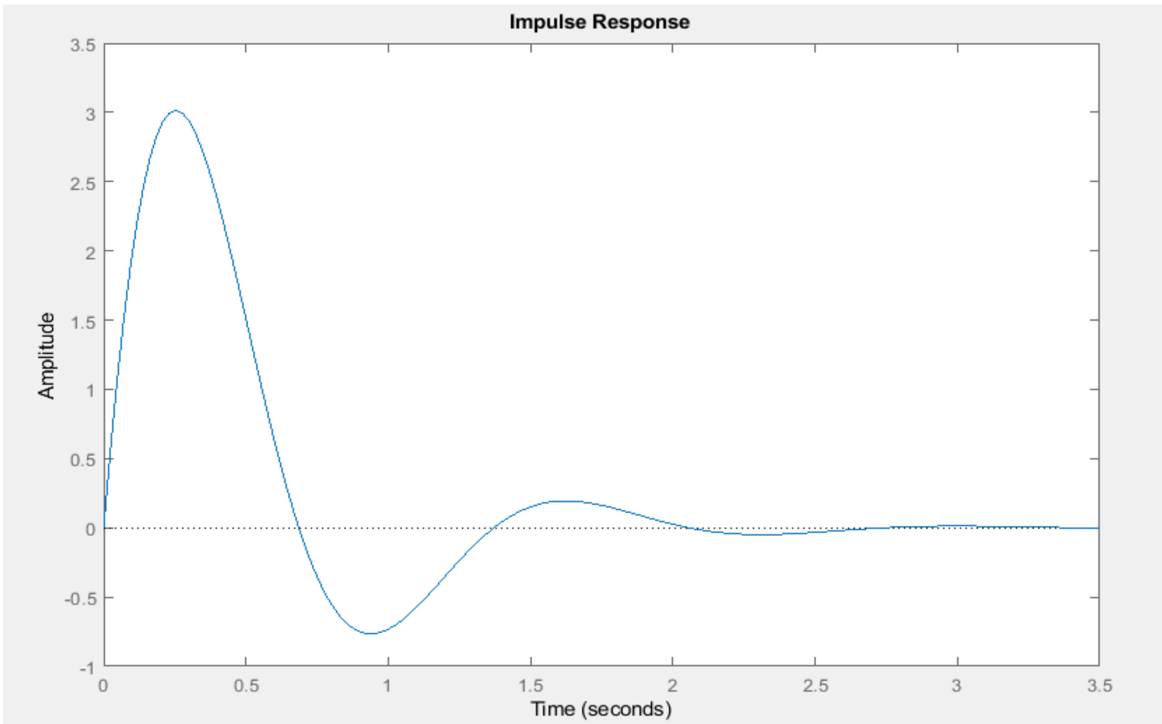
(d) $F_4(s) = \dfrac{2(s+1)}{s(s^2+s+2)}$

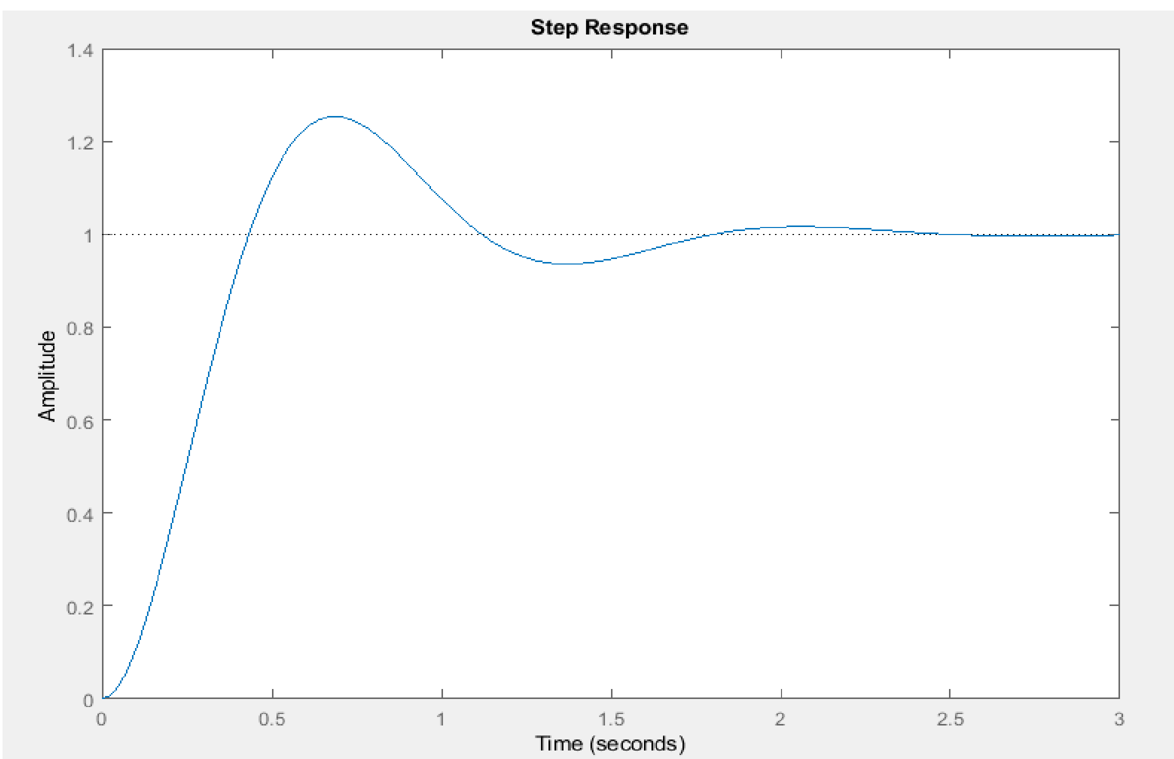
```
               /                              / sqrt(7) t \   \
               |                  sqrt(7) sin| --------- | 3 |
         /   t \ |     / sqrt(7) t \            \     2     /   |
1 - exp| - - | | cos| --------- | - -------------------------- |
         \   2 / \     \     2     /                7             /
```

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

3.

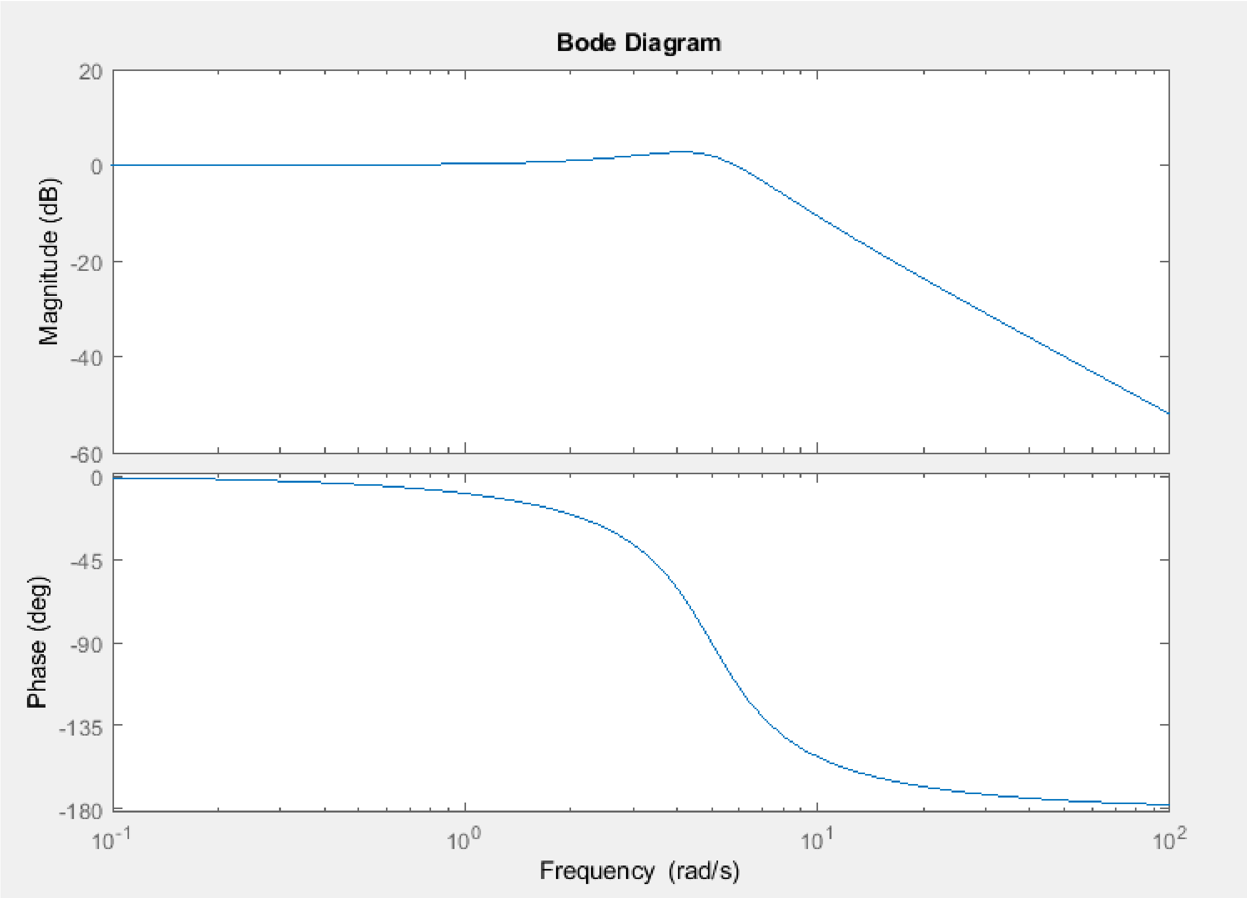
الف)





تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

ب)



ج) با توجه به فرم کلی سیستم مرتبه دوم که به فرم زیر است،پارامتر های نسبت میرایی(ξ) وفرکانس طبیعی نامیرا(ω_n)به ترتیب برابر با 0.4 و 10 می باشند.

$$H(s) = \frac{\omega_n{}^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n{}^2}$$

برای حالتی که (ξ) کوچکتر 1باشد،سیستم میرای ضعیف است و دارای پاسخ ضربه ای است که میرای نوسانی است.

$$h(t) = \frac{\omega_n e^{-\xi\omega_n t}[\sin(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t)]u(t)}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

در این حالت،هرچه(ω_n) بزرگترشود،پاسخ ضربه به عنوان تابعی از t فشرده تر می شود وفرکانس نوسانات هم بزرگتر می شود.

Bode plot پاسخ فرکانسی که H(jw) درآن بررسی میشود،به صورت تقریبی از روابط زیر به دست می آید.

$$20\log|H(jw)| \cong \begin{cases} 0 & \omega \ll \omega_n \\ -40log\omega \quad + 40log\omega_n & \omega \gg \omega_n \end{cases}$$

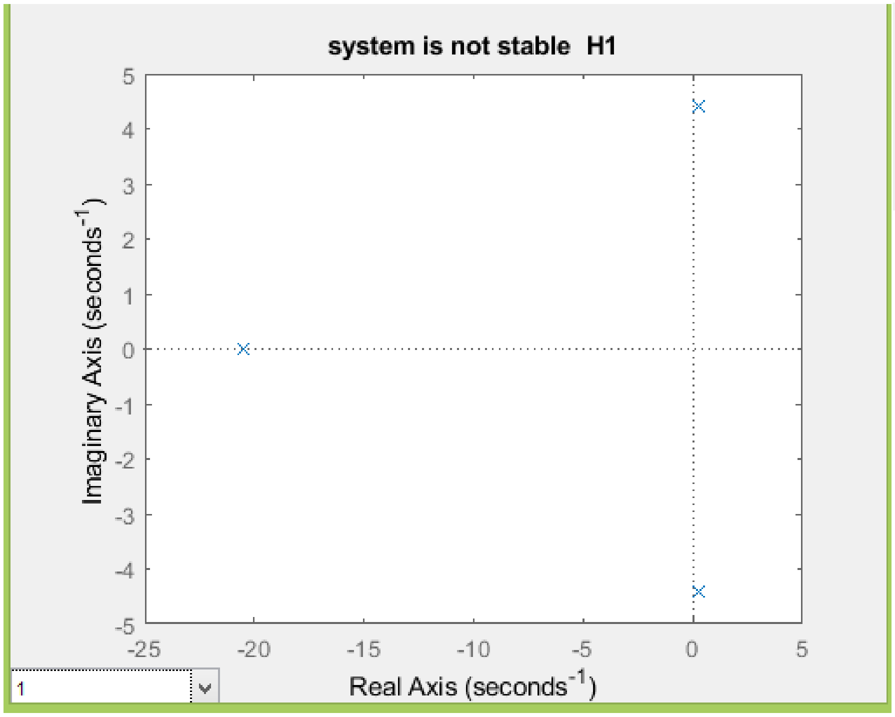
$$\measuredangle H(jw) = \begin{cases} 0 & \omega \le 0.1\omega_n \\ \frac{-\pi}{2}\left[\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) + 1\right] & 0.1\omega_n \le \omega \le 10\omega_n \\ -\pi & \omega \ge 10\omega_n \end{cases}$$

مجانب فرکانس پایینِ لگاریتم اندازه برابر خط dB 0است ومجانب فرکانس بالا دارای شیب -40dB در هردهه است.

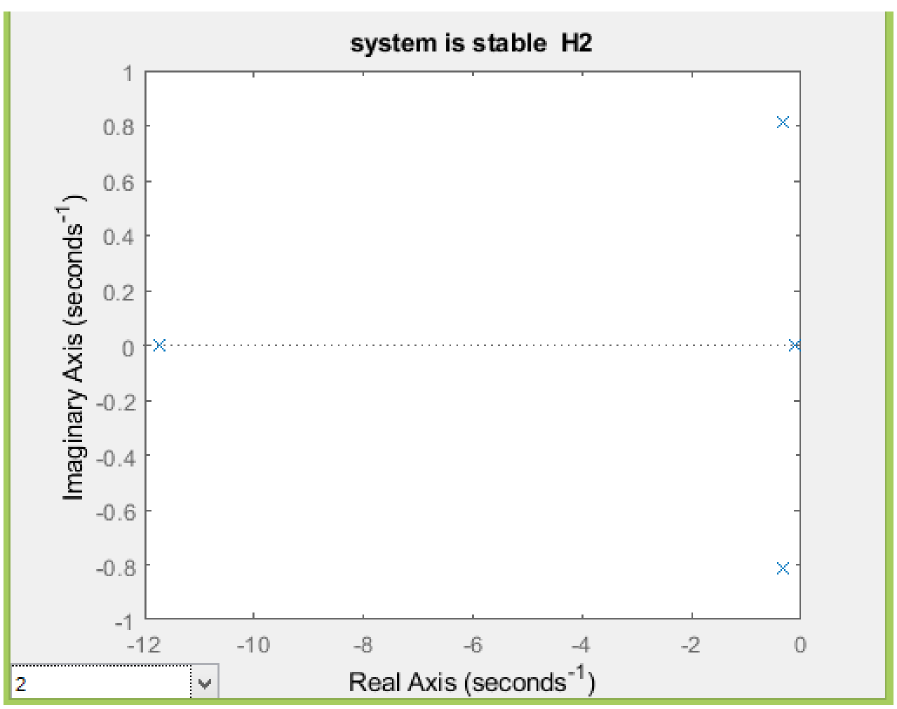
2 بررسی پایداری ومشخصات سیستم

1.در مواردی که قطب ها سمت چپ محور موهومی باشند،سیستم پایدار و در غیراین صورت،سیستم ناپایدار است.در این قسمت به کمک تابع figure_control وmenu ساخته شده،می توان نمودار صفر قطب مورد نظر را مشاهده کرده و پایداری آن را دید.

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

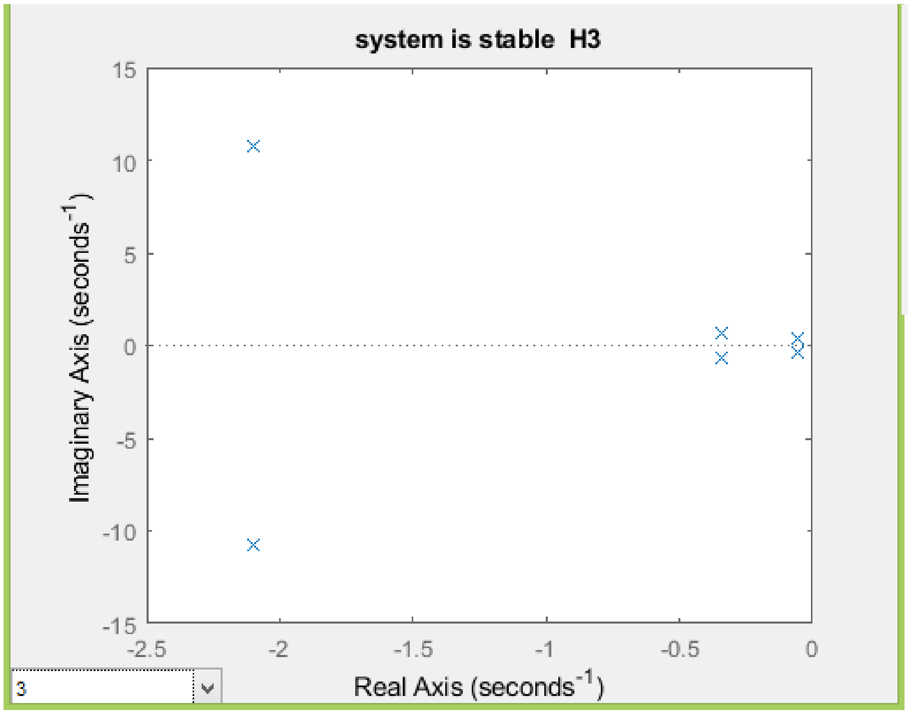



```
p_1 =

 -20.4663 + 0.0000i
   0.2332 + 4.4147i
   0.2332 - 4.4147i
```

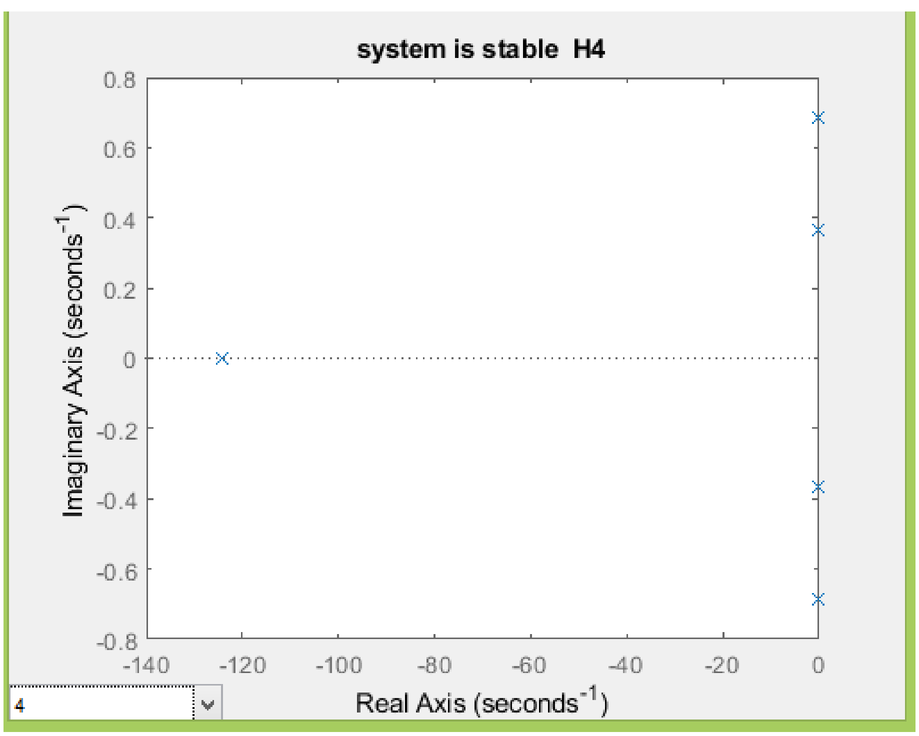



```
p_2 =

 -11.7189 + 0.0000i
  -0.3353 + 0.8121i
  -0.3353 - 0.8121i
  -0.1105 + 0.0000i
```

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم



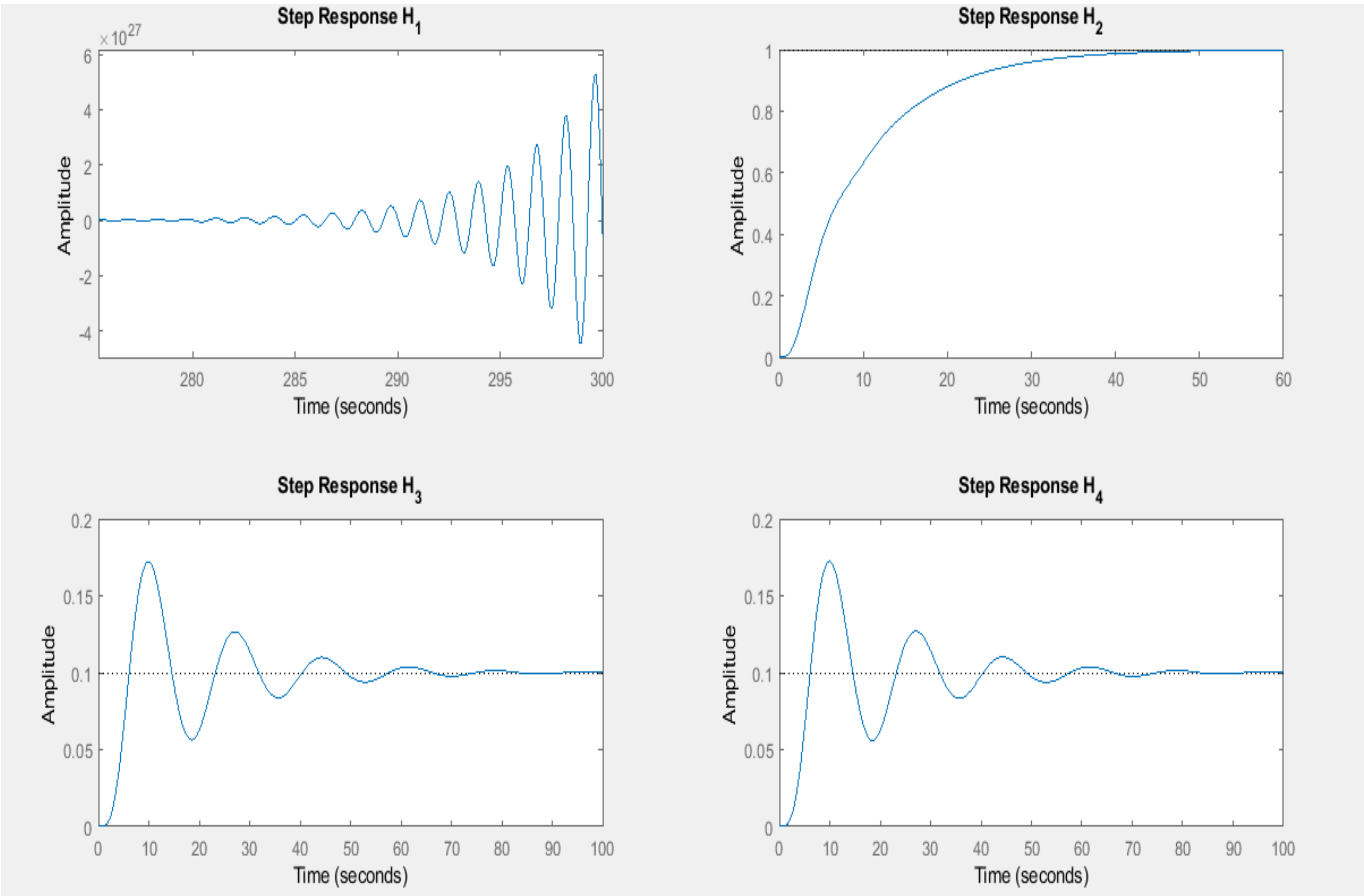

```
p_3 =

  -2.1011 +10.7894i
  -2.1011 -10.7894i
  -0.3416 + 0.7000i
  -0.3416 - 0.7000i
  -0.0572 + 0.3649i
  -0.0572 - 0.3649i
```




```
p_4 =

   1.0e+02 *

  -1.2420 + 0.0000i
  -0.0034 + 0.0069i
  -0.0034 - 0.0069i
  -0.0006 + 0.0037i
  -0.0006 - 0.0037i
```

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

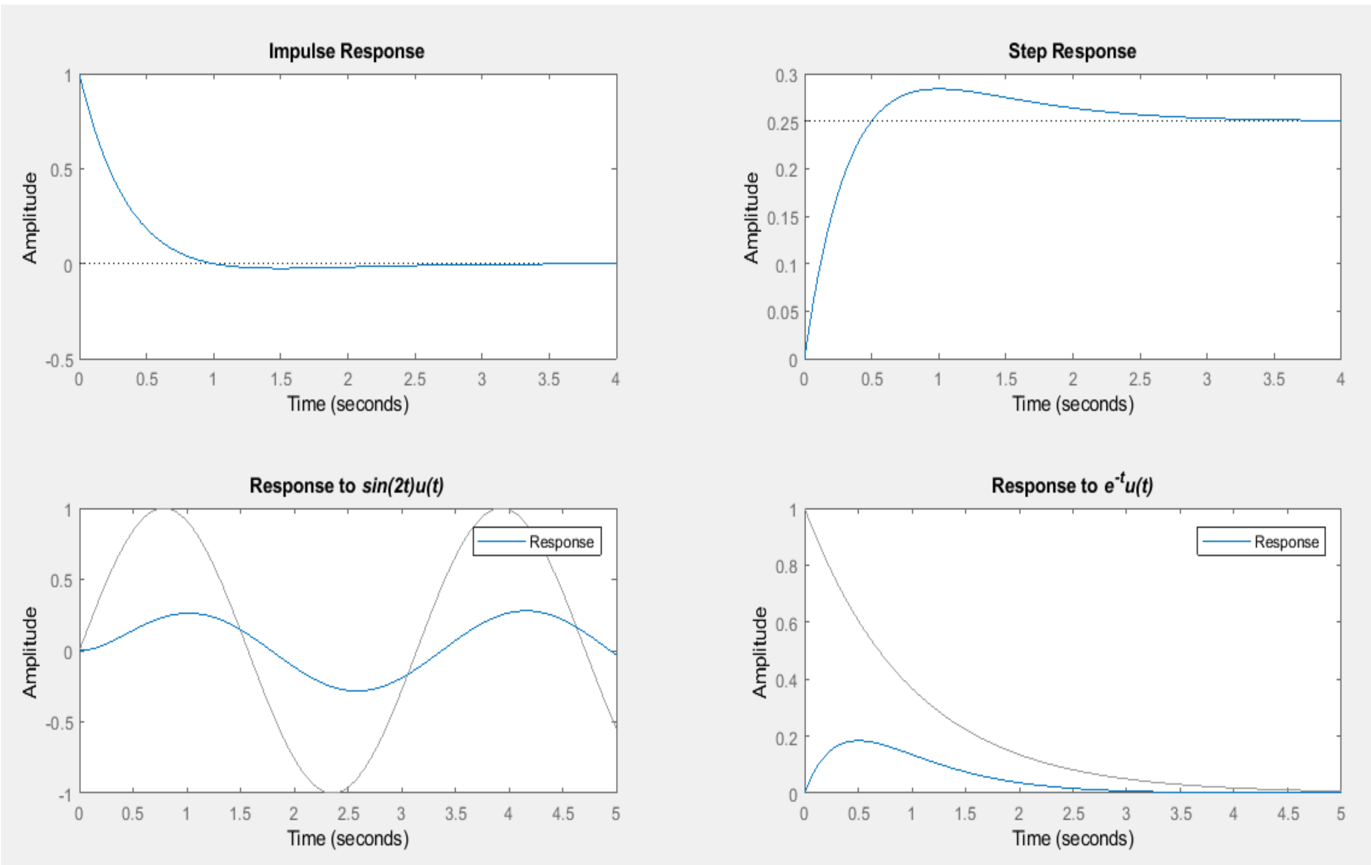
2.پاسخ یک سیستم پایدار به یک ورودی محدود،باید محدود باشد.برای سیستم H1 ملاحظه می شود که پاسخ روند افزایشی داشته و پایدار نیست ولی بقیه موارد پایدار هستند.



3.در نمودارهای صفروقطب،برای سیستمH4 1قطب وبرای سیستمH3، 2 قطب در فاصله دوری ازمحور موهومی قرار دارند وجمله مربوط به آنها در پاسخ زود میرا می شود.در نتیجه می توان این گونه تعبیر کرد که هردو معادل با یک سیستم مرتبه چهار(دارای 4قطب)هستند که پاسخ پله مشابهی دارند.

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

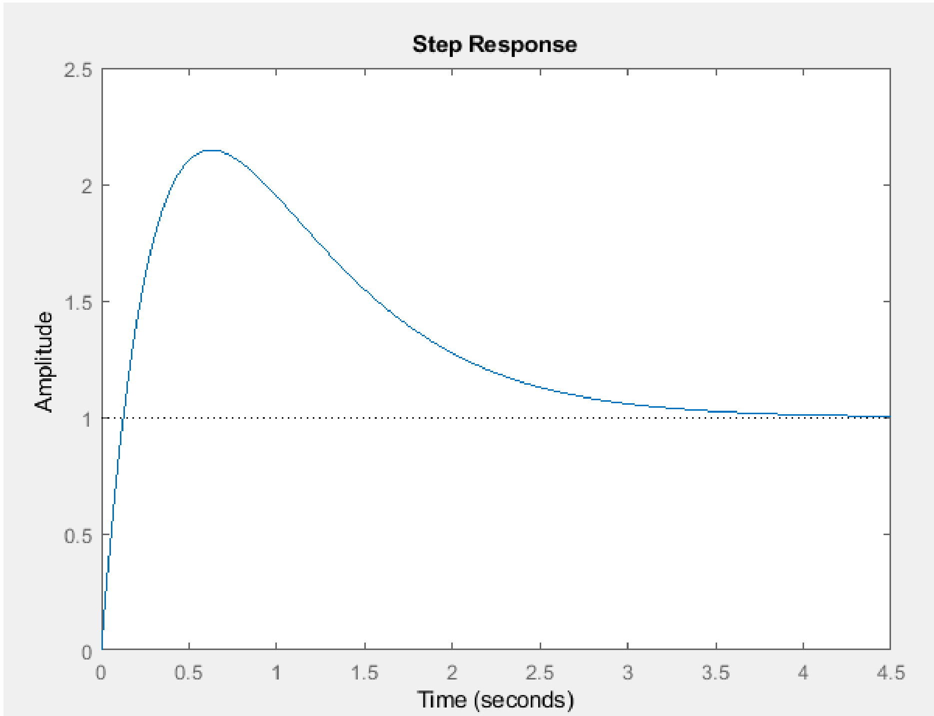
4.در این قسمت،به کمک دستور lsim،پاسخ به ورودی های خواسته شده را پیدا می کنیم.



5.پاسخ پله به صورت زیر است.

```
St_R =

8*t*exp(-2*t) - exp(-2*t) + 1
```

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم



ب)برای یافتن مقدار نهایی پاسخ می توان از دو روش استفاده کرد.می توان حد پاسخ را در بی نهایت محاسبه کرد که به پاسخ 1 می رسیم.

```
>> limit(St_R,t,inf)

ans =

1
```

یا می توان به کمک قضیه مقدار نهایی،پاسخ را محاسبه کرد.

$$\lim_{s\to 0} s(St_R) = \lim_{S\to 0} sG(s)\frac{1}{s} = \lim_{S\to 0} G(s) = 1$$

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

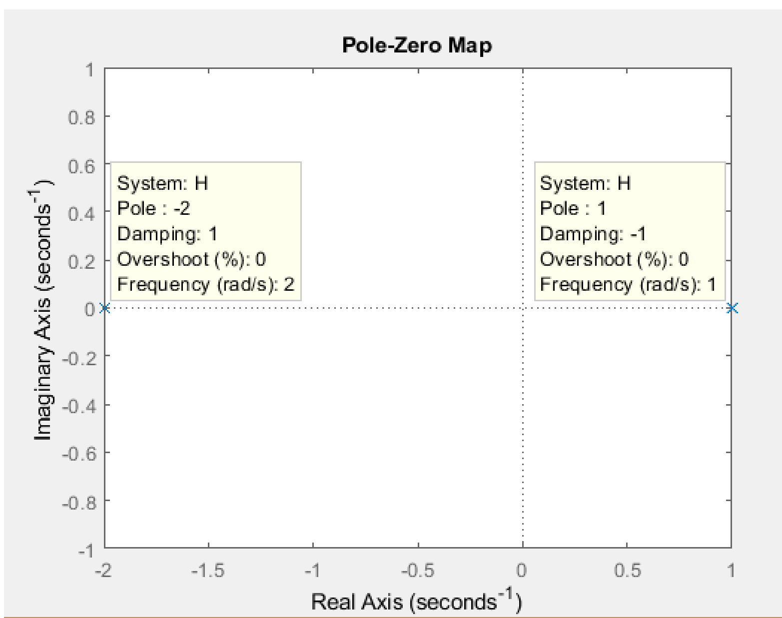
به کمک دستور های step و lsiminfo مقادیر ماکسیمم و مینیمم را پیدا می کنیم.

```
     Max: 2.1460
 MaxTime: 0.6300
```

برای آخرین مورد،از مفهوم risetime استفاده می کنیم.مدت زمانی که طول می کشد تا از 10% پاسخ نهایی به 90% برسیم.اما ما treshhold را عوض کرده و مطلوب ما،رسیدن از 0% به 50% است.

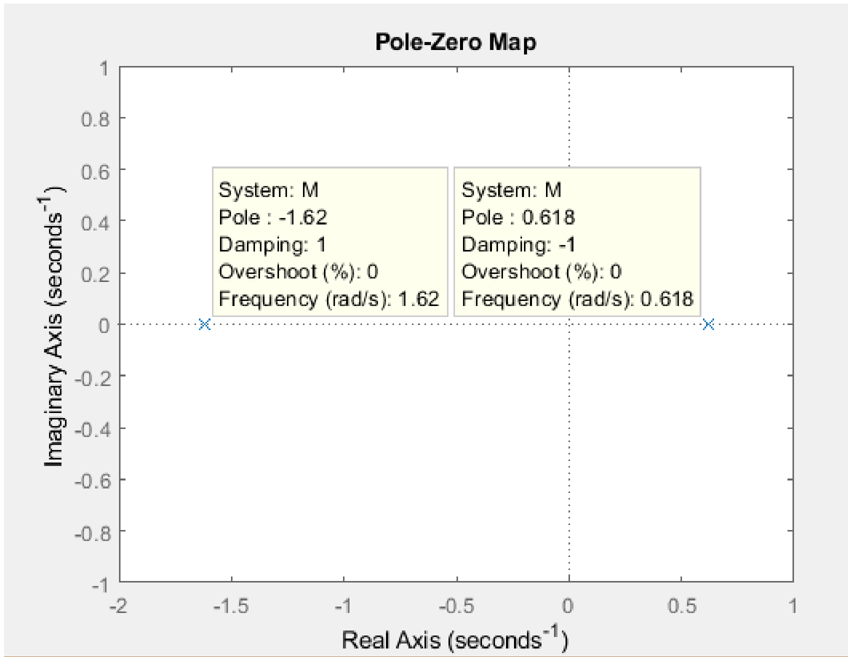
```
st1 =

    0.0553
```

3.فیدبک وکنترل کننده



همان طور که ملاحظه می شود،چون در سمت راست محور موهومی قطب داریم،سیستم ناپایدار است.

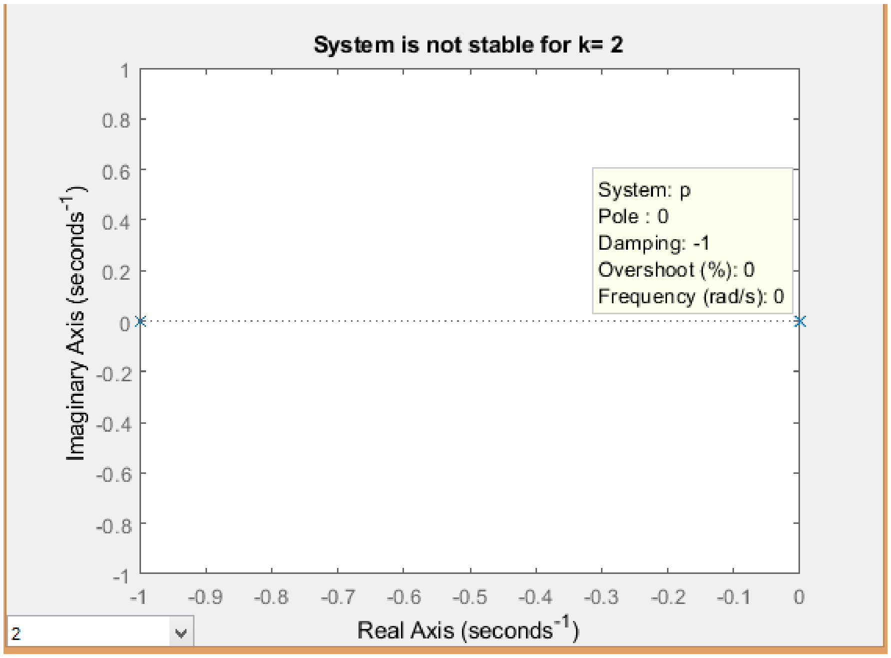
2.به کمک دستور feedback،سیستم خواسته شده را می سازیم.



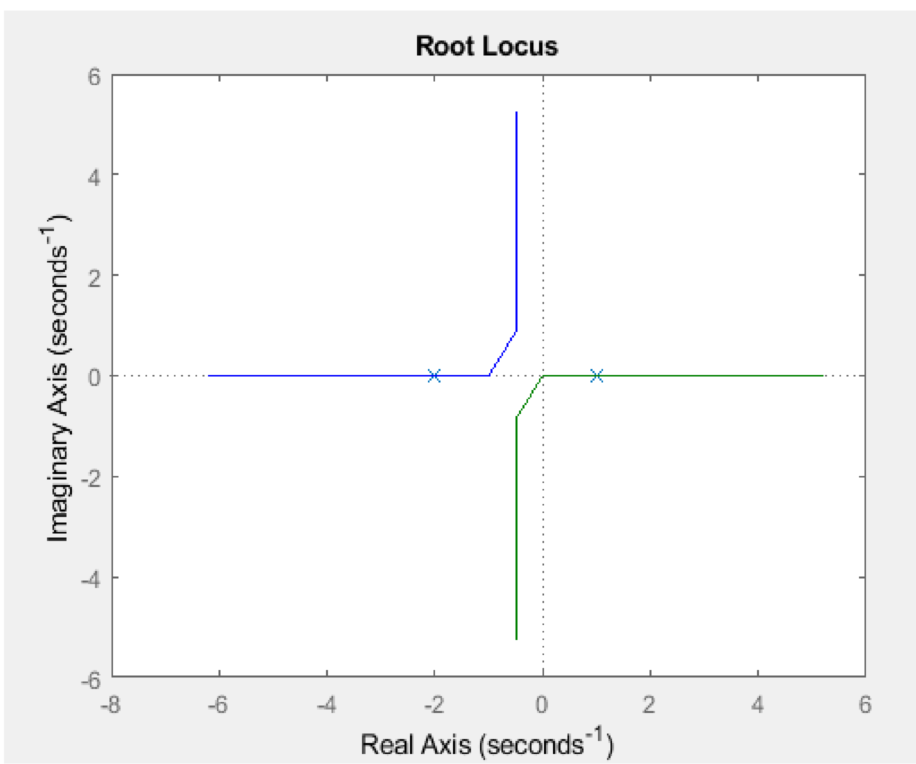
همان طور که ملاحظه می شود،قطب ها به محور موهومی نزدیک می شوند.با وجود این که سیستم ناپایدار است،امّا می توان فهمید که با وجود فیدبک،می توان به پایدارتر شدن سیستم کمک کرد.

3.در این جا نیز دوباره به کمک تابع figure_control وساخت menu،می توان نمودار های صفر و قطب را به ازای kهای مختلف دید.به ازای k=2،یکی از قطب ها روی محور موهومی می افتد.در واقع، K=2مرز پایداری است و برای k>2،همواره تمامی قطب ها سمت چپ محور موهومی بوده و سیستم پایدار است.

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم



4.به کمک دستور rlocus،می توان مکان هندسی ریشه های سیستم را به ازای kهای مختلف دید.



تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

همان طور که ملاحظه می شود،مکان یکی از قطب ها همواره سمت چپ محور است ولی قطب دیگر است که به ازای kهای مختلف،پایداری سیستم را رقم می زند.

5.تابع تبدیل سیستم به صورت زیر است.

$$M(s) = \frac{k}{s^2 + s + k - 2}$$

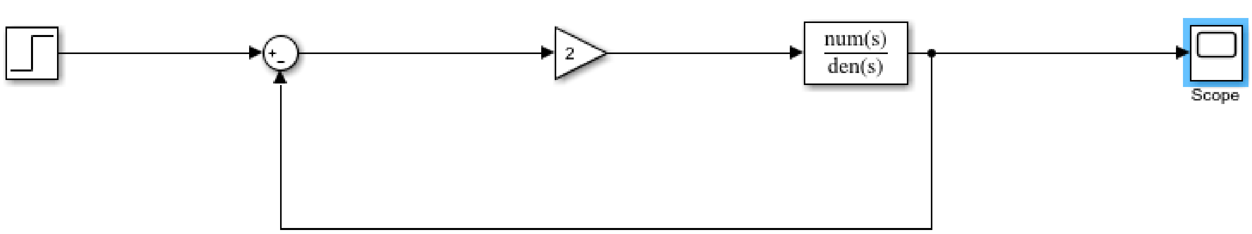
ریشه های سیستم به صورت مقابل هستند.

همان طور که ذکرشد،ریشه دوم همواره در سمت چپ محور موهومی قرار دارد.اما ریشه دوم به ازای k>2 منفی بوده و پایداری سیستم را رقم می زند.

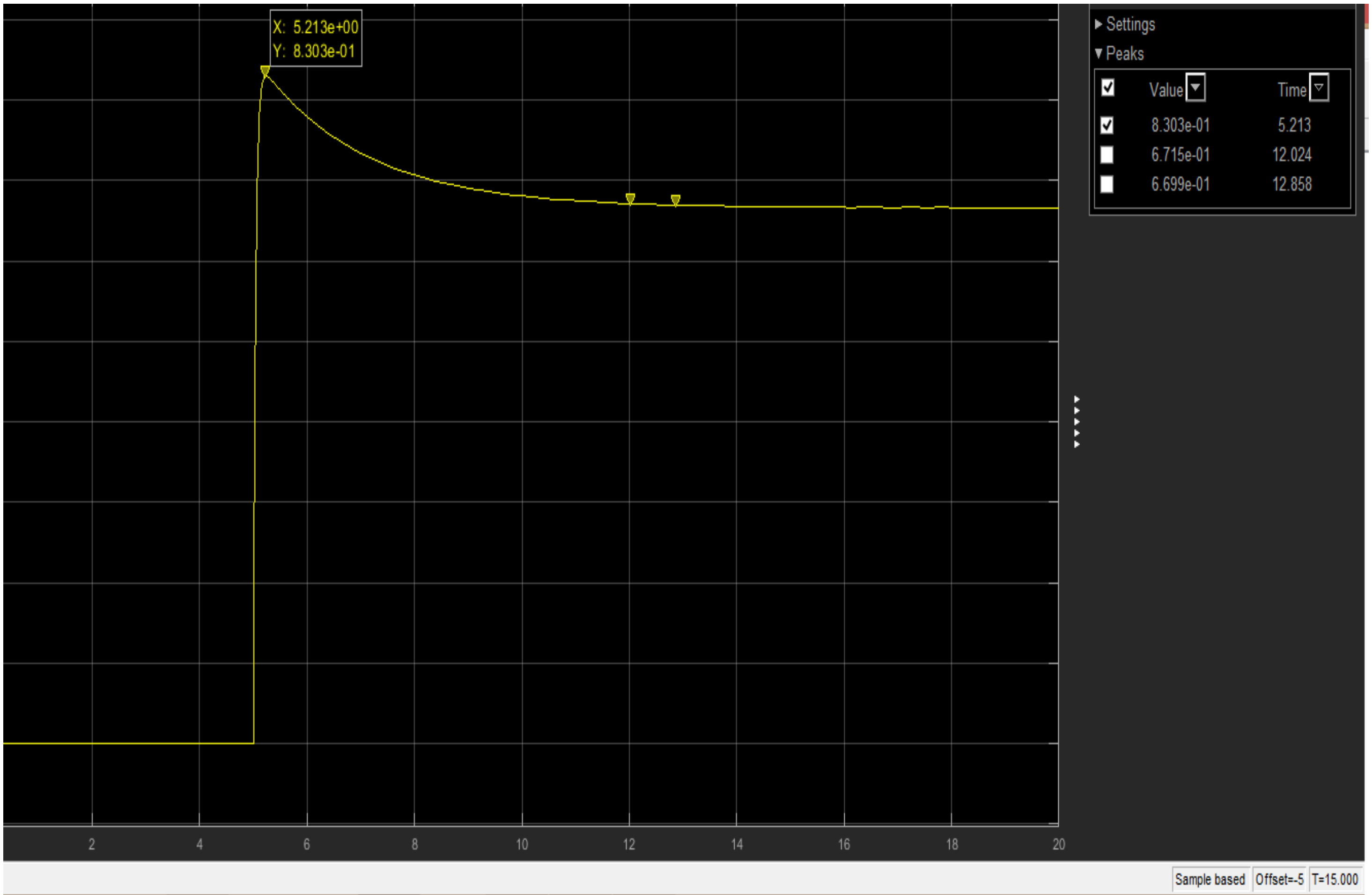
```
/  sqrt(9 - 4 K)    1 \
|  ------------- - - |
|        2         2 |
|                    |
|   sqrt(9 - 4 K)   1 |
| - ------------- - - |
\        2          2 /
```

1.4 آشنایی با سیمولینک

در این قسمت،دیاگرام خواسته شده را پیاده سازی کرده و خروجی را از -5 تا 15نمایش می دهیم.



تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم



همان طورکه ملاحظه می شود،مقدار offset برابر با 5- می باشد.پاسخ مطلوب به صورت بالا است.

مقدار Max،در لحظه 0.211 اتفاق افتاده و مقدار آن برابر با 0.83 می باشد.تابع تبدیل به صورت زیر می باشد.

$$\frac{Y}{X} = \frac{20s + 8}{s^2 + 24s + 12}$$

مقدار نهایی پاسخ با توجه به قضیه مقدار نهایی،برابر با 0.67 می باشد.

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

2.4 مسئله حرکت خودرو

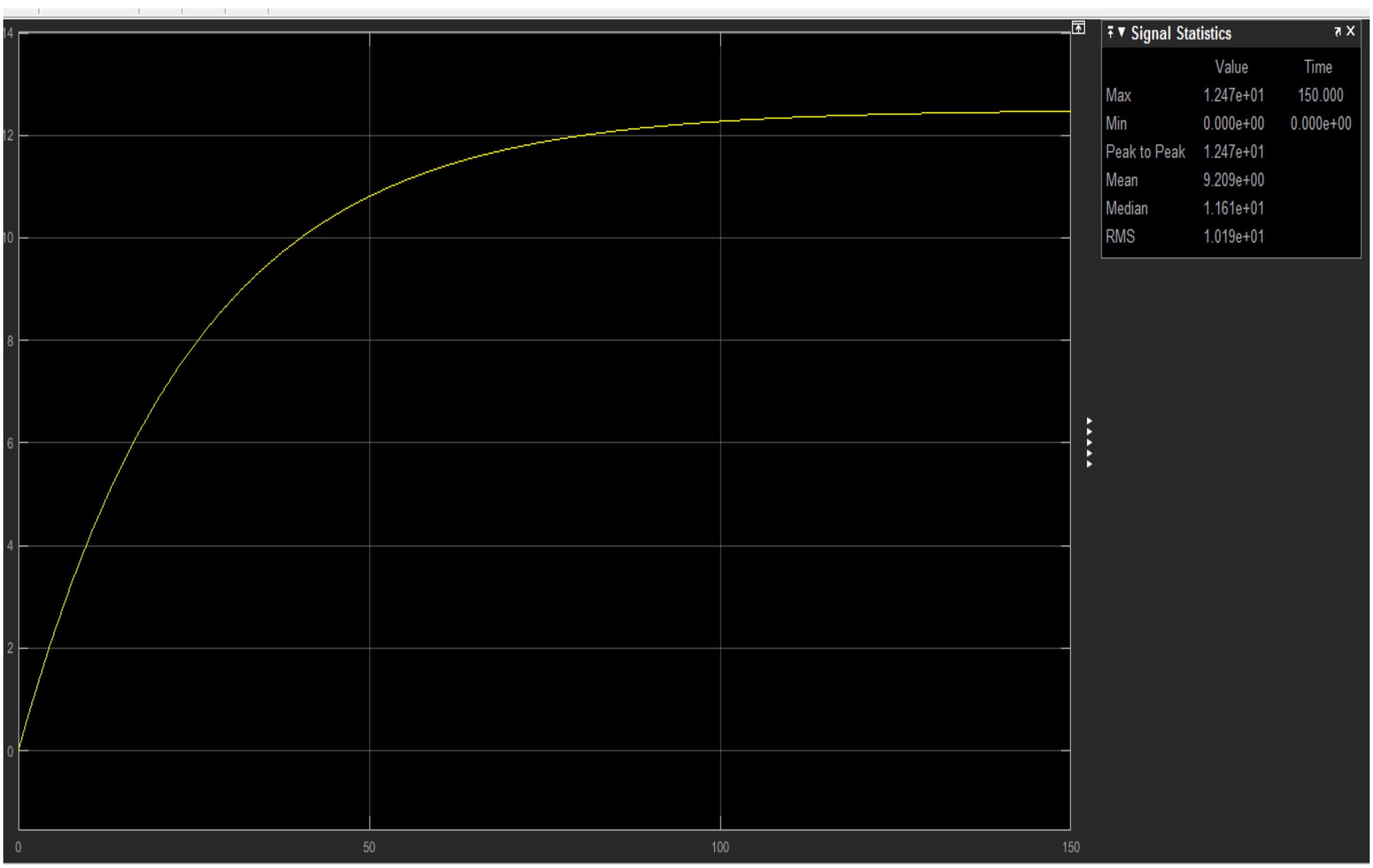
1.ابتدا مقادیر k1 و k2 را می یابیم.با توجه به دیاگرام مطرح شده در سوال ومقایسه با معادله دیفرانسیل:

$$\int k_1 F - \int k_1 k_2 V = V$$

$$M\frac{dV}{dt} = F - bV \quad \xrightarrow{\int} V = \frac{1}{M}\int F - \frac{b}{M}\int V$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = \dfrac{1}{M} \\ k_2 = b \end{cases}$$

2.دیاگرام مطلوب را به کمک مواردی که در قسمت قبل به دست آوردیم،پیاده سازی می کنیم.



$$m\frac{dv}{dt}=F-bv \;\rightarrow\; v=ae^{-\frac{b}{m}t}+\frac{F}{b} \xrightarrow{initial\ rest} v=\frac{F}{b}\left(1-e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

$$v(t)=12.5(1-e^{-0.04t})$$

.3

$$m\frac{dv}{dt}=F-bv \xrightarrow{L} msV=F-bV \xrightarrow{T(s)} T(s)=\frac{F}{ms+b}=\frac{\frac{F}{b}}{\frac{m}{b}s+1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L=\frac{F}{b}=12.5 \\ \tau=\frac{m}{b}=25 \end{cases}$$

حال به کمک پاسخ پله:

ابتدا به کمک cursor،مقدار نهایی پاسخ را پیدا می کنیم.از قضیه مقدار نهایی می دانیم که:

$$\lim_{t\to\infty} x(t)=\lim_{S\to 0} sG(s)$$

2	180.095	1.249e+01

مقدار 12.49 ثبت شد.در پاسخ پله پس از گذشت یک ثابت زمانی،به مقدار تقریبی 0.632 مقدار نهایی خواهیم رسید که تقریبا برابر با 7.901 می باشد.

	Time	Value
1	25.048	7.903e+00

زمان 25.04 برای ثابت زمانی به ثبت رسید.

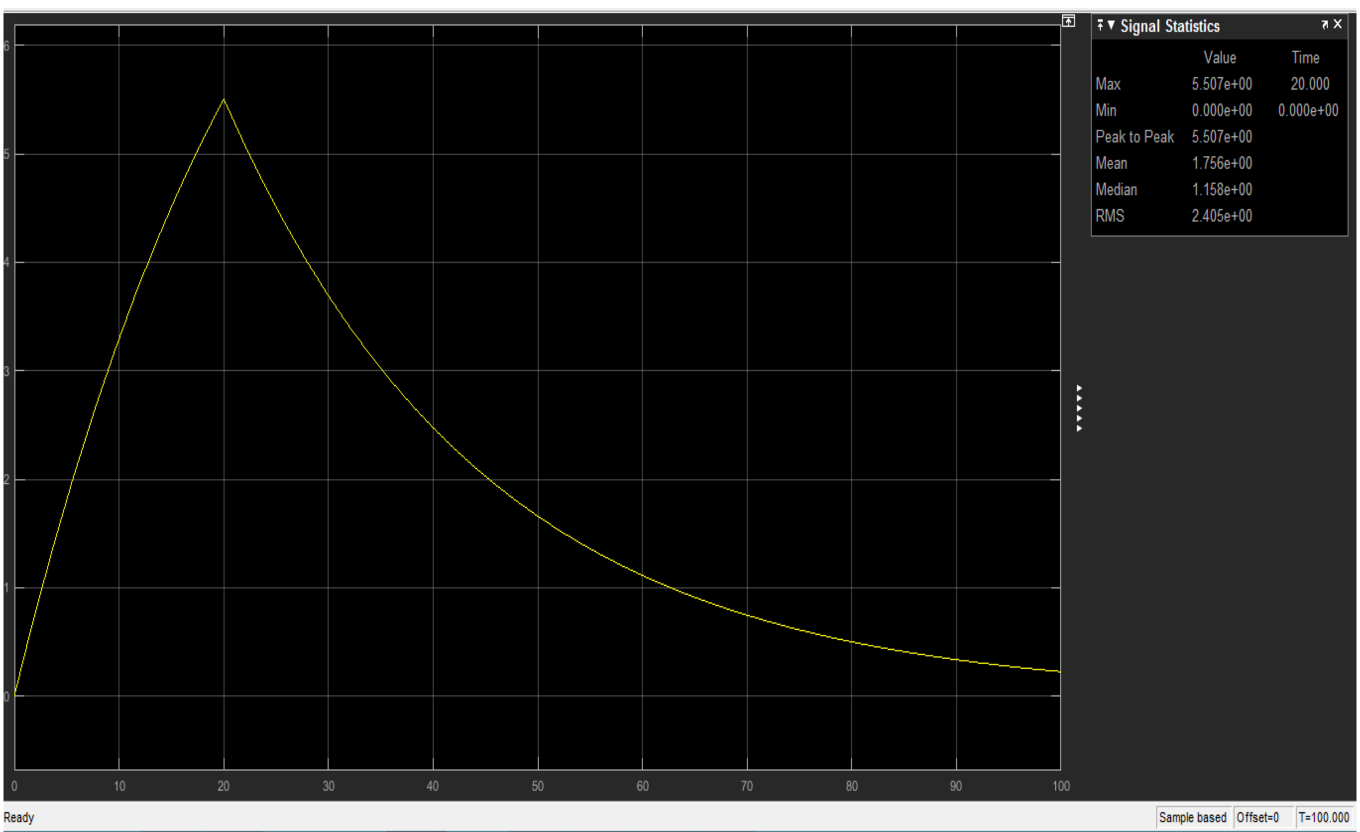
این دو پاسخ دقیقا با حالت تئوری برابر نیستند.دلیل آن این است که محاسبات تئوری فاقد خطا هستند ولی تعیین کردن با cursor،دارای خطا می باشد.مضاف براین،ترسیم و نمونه برداری کاملا پیوسته نبوده و

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

خود دارای خطا می باشد.

4.در این قسمت چون ورودی تغییرمی کند،پاسخ نیز عوض می شود.برای 20 ثانیه اول مانند قسمت قبل به دست می آید.برای ثانیه 20 به بعد،ورودی صفر می شود و خروجی باید پیوسته باشد.در simulink، برای ساخت ورودی از pulse generator کمک می گیریم.

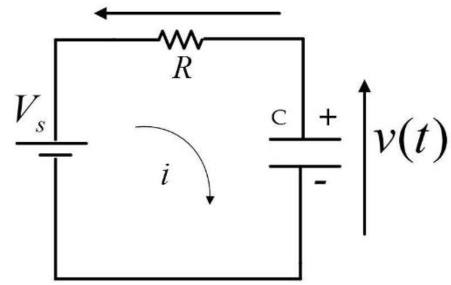
$$v(t) = \begin{cases} 10(1 - e^{-0.04t}) & 0 < t < 20 \\ 5.506e^{-0.04(t-20)} & 20 < t < 100 \end{cases}$$



تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

مشابهت با مدار RC

$$RC\frac{dv}{dt} + v = V_s$$



می دانیم که RC ثابت زمانی مدار بالا است که در معادله ظاهر شد.با توجه به جدول ثابت زمانی زیر، می توان گفت که پس از گذشت 5τ(در حالت دشارژ)به کمتر از 1 درصد پاسخ اولیه می رسیم که تقریبا خروجی برابر با 0 می شود.

$$v(t)/V_0 = e^{-t/\tau}$$

t	$v(t)/V_0$
τ	0.36788
2τ	0.13534
3τ	0.04979
4τ	0.01832
5τ	0.00674

می دانیم که ورودی ما به صورت شکل زیر است.

نسبت $Duty\ cycle = \frac{t}{T}$ تعریف می کنیم.

تمرین متلب سری دوم درس سیگنال سیستم

شرط این که خروجی پیش از رسیدن به تناوب بعدی 0 شود،به صورت زیر است.

$$T - t > 5\tau \quad \rightarrow \quad T - DT > 5\tau \quad \rightarrow \quad T > \frac{5\tau}{1-D} \qquad\qquad T_{min} = \frac{5\tau}{1-D}$$

به طور مثال،در سوال آخر D=0.2 و τ=25 باشد،حداقل T برای ارضا شرط،باید 156.25 باشد.