باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

درس سیگنال ها و سیستم ها

گزارش تمرین سری اول متلب

علی محرابیان

۹۶۱۰۲۳۳۱

استاد

دکتر کربلایی آقاجان

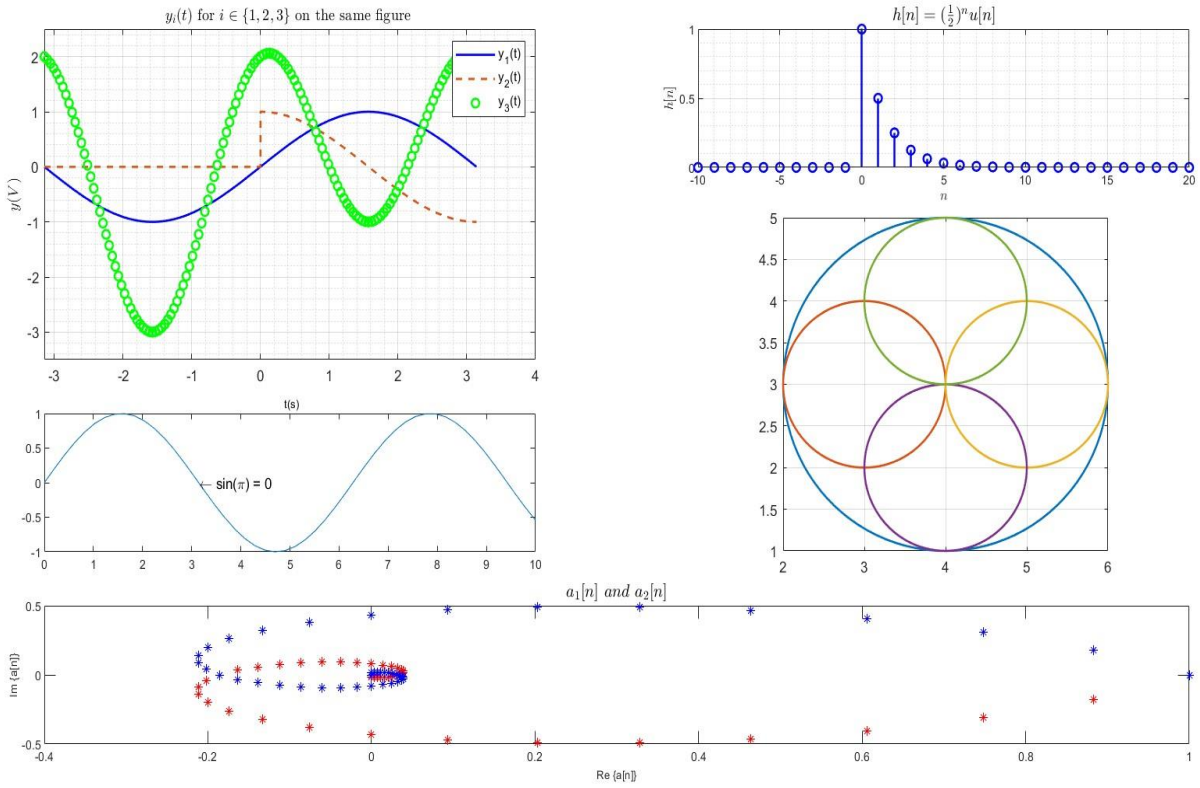
رسم نمودار:

در این مسئله برای نمایش دادن شکلی کاملاً مشابه شکل خواسته شده از دستور subplot به شکل زیر استفاده شد:

```
subplot(4,9,[1,2,3,4,10,11,12,13]);
subplot(4,9,[6,7,8,9]);
subplot(4,9,[19,20,21,22]);
subplot(4,9,[28,29,30,31,32,33,34,35,36]);
```

به این صورت که صفحه پلات به ۳۶ خانه تقسیم شد تا فضاهای خالی میان subplot ها دقیقا به مانند شکل باشد.
همچنین برای نمایش title های مناسب از مفسّر LaTeX استفاده شد:

```
p=title('$h[n]=(\frac{1}{2})^nu[n]$','Interpreter','latex')
```



مسئله رای دهندگان:

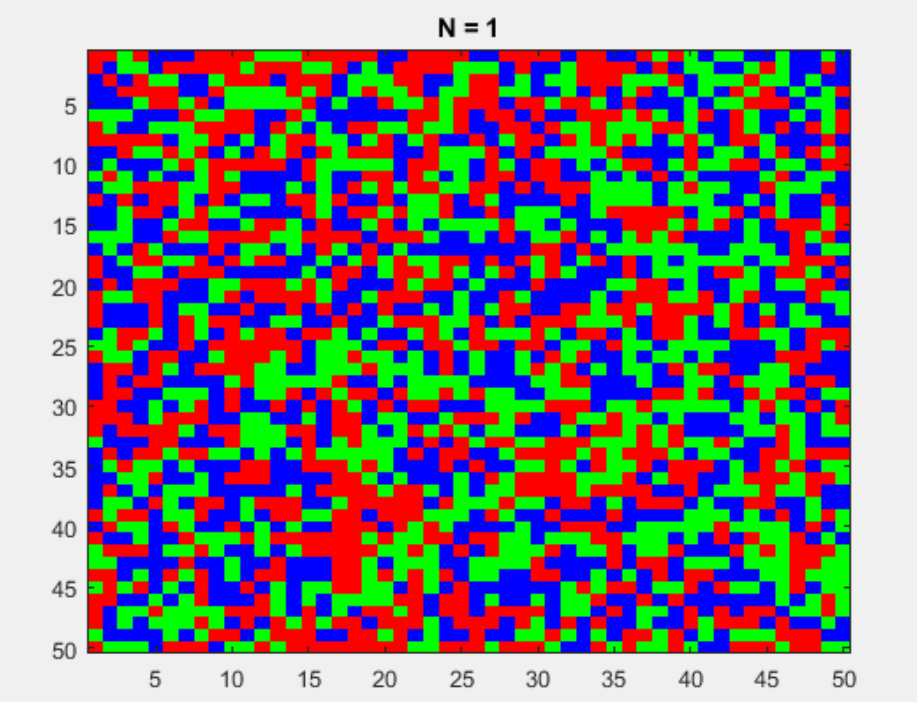
تابع VOTE را تعریف کردیم ک ورودی های به ترتیب VOTE(n,k,N) هستند که در صورت سوال تعریف شده اند.

ابتدا به کمک دستورrand یک ماتریس که فقط از سه عضو مختلف ۱و۲و۳ ساخته شده باشد می سازیم.سپس به کمک دستورrandi(numel(A)) به تصادف یکی از خانه های شکل را انتخاب می کنیم.ممکن است چند خانه که مقدار مساوی دارند،انتخاب شوند که دوباره باید به تصادف یکی از آنهارا انتخاب کنیم.

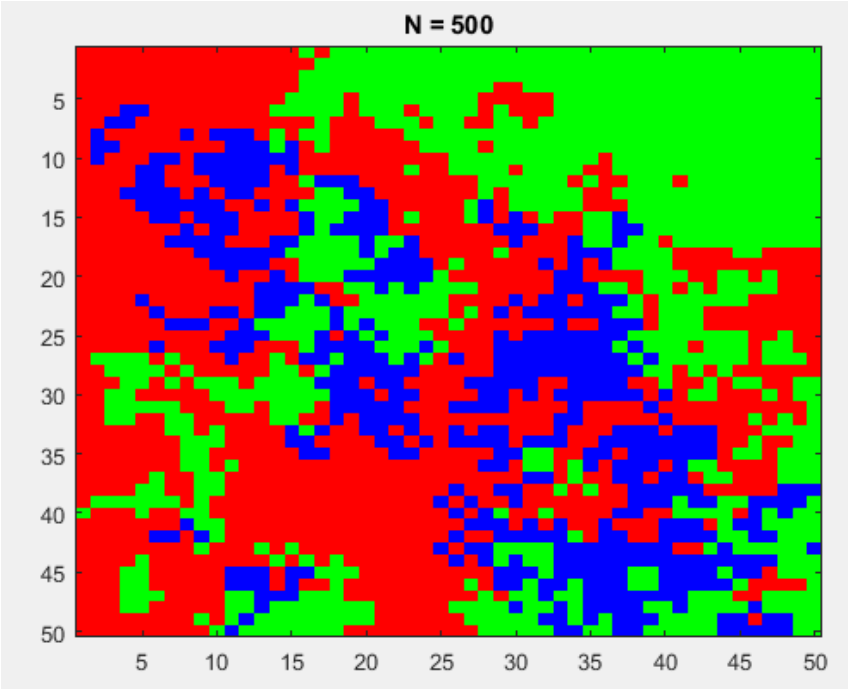
سپس با توجه به این که خانه انتخاب شده کجاست وچند همسایه دارد،دوباره به تصادف یکی از خانه های همسایه را انتخاب می کنیم و مقدار آن را جایگزین خانه اصلی می کنیم.

در آخر،یک ماتریس سه بعدی می سازیم که بعد سوم آن RGB باشد که یک بردار با سه مولفه می باشد.چون ماتریس اصلی ما فقط سه عضو متفاوت داشت،سه رنگ قرمز،سبز و آبی ساخته می شوند.

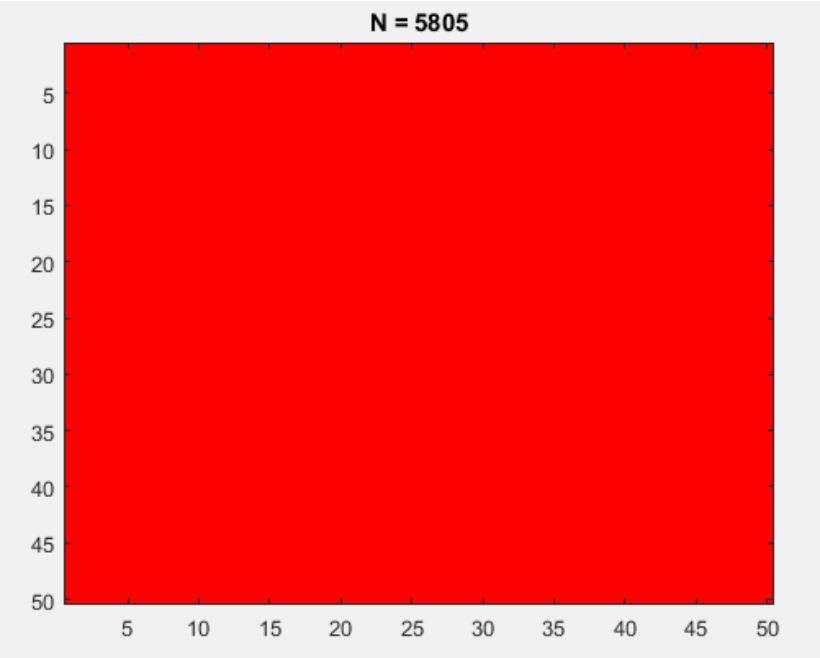
تمرین متلب سری اول درس سیگنال و سیستم



مرحله اول



مرحله پانصدم



همان طور که ملاحظه می شود،پس از تقریبا ۶۰۰۰ مرحله،کل صفحه به یک رنگ در

می آید. علت این که این اتفاق (یک رنگ شدن) رخ میدهد، انتخاب تصادفی در تابع VOTE است.

بررسی تاثیر مکان قطب بر روی سیستم:

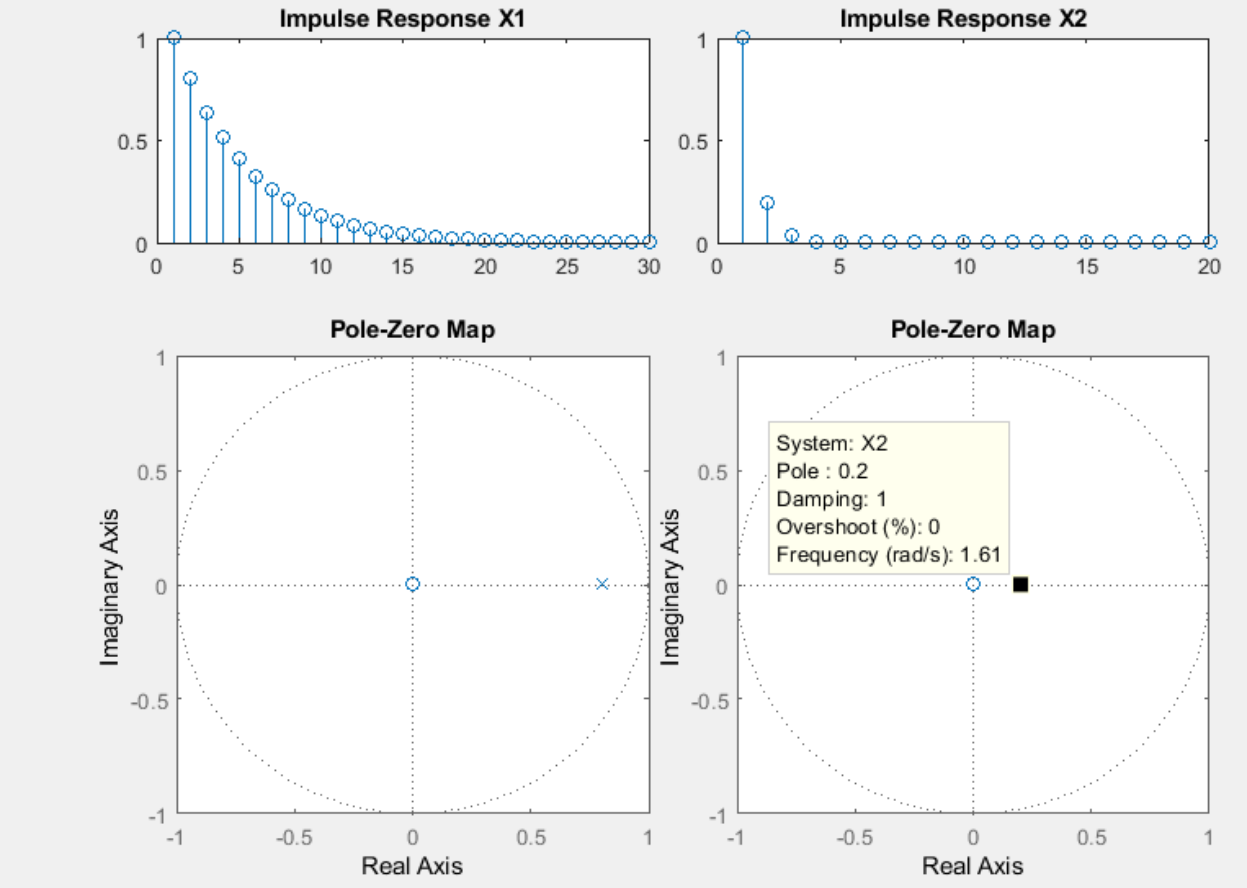
در تمامی موارد،به کمک دستورtf ،تابع تبدیل را تعریف می کنیم.دستور impulse پاسخ ضربه را به ما می دهد وpzmap،نمودار صفر_قطب را رسم می کند.

```
X1=tf([1],[1 -0.8],1,'variable','z^-1')
X2= tf([1],[1 -0.2],1,'variable','z^-1');
figure()
subplot(3,4,[1,2])
v1=1:1:30
i1=impulse(X1);
stem(v1,i1(v1))
title('Impulse Response X1');
subplot(3,4,[5,6,9,10])
pzmap(X1)
```

۱.برای سیستم علّی:

$$X(z) = \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} \quad \leftrightarrow \quad x[n] = (a)^n u[n]$$

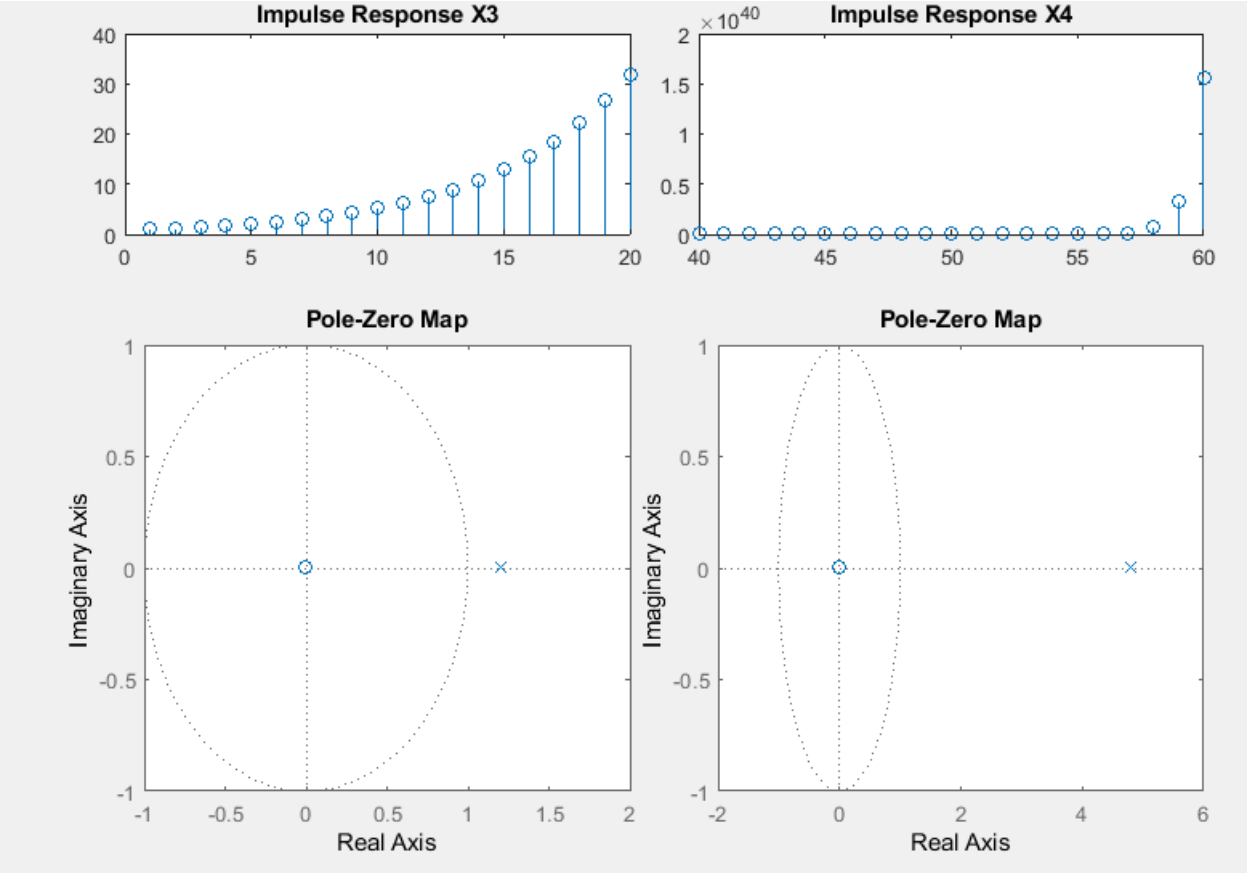
هرچه|α| کوچک تر باشد،کاهش پاسخ ضربه تندتر می شود وچون در این حالت هردو کوچک تر از ۱هستند،سیستمX2 سریع تر به صفر میل می کند.



.۲

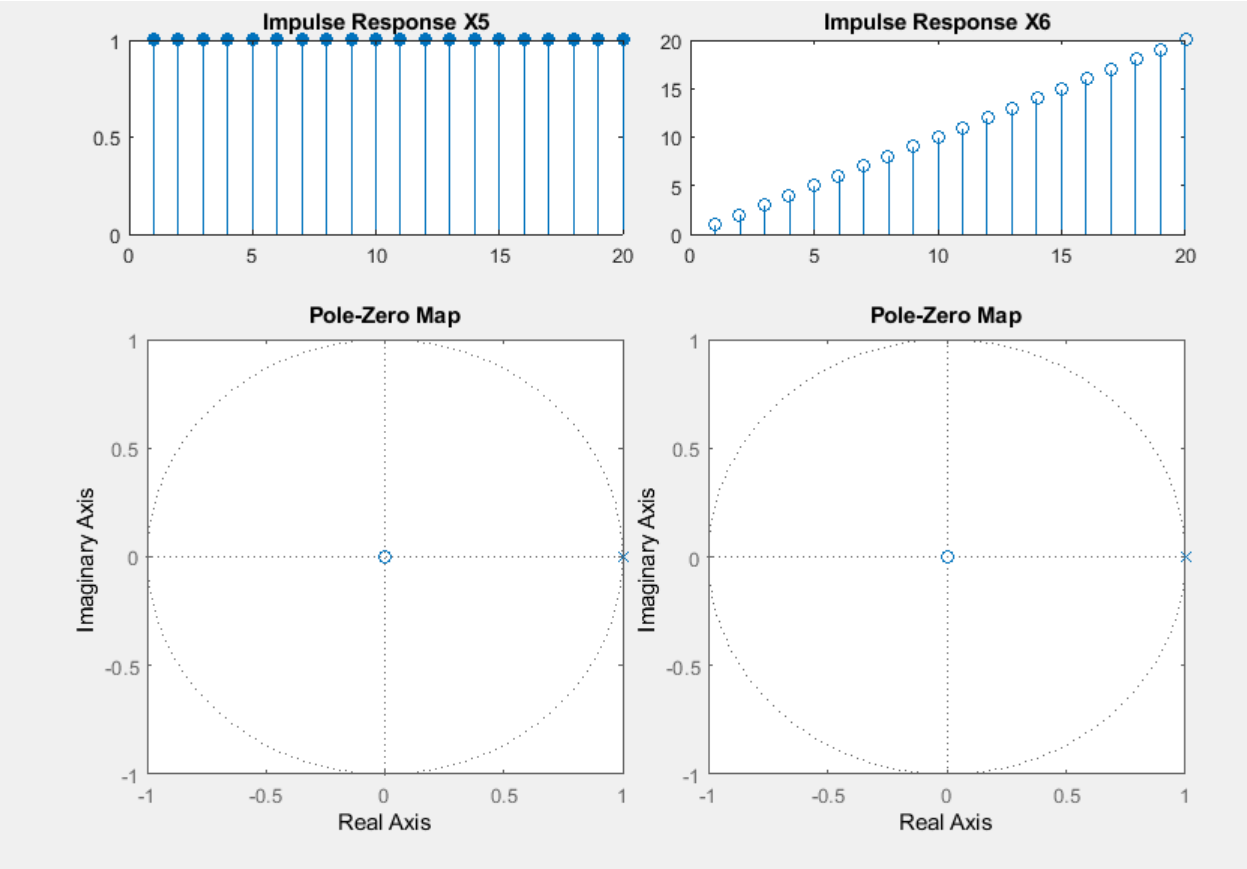
چون سیستم ها علّی هستند،ناحیه همگرایی خارج بیرونی ترین قطب سیستم می باشد.چون ناحیه همگرایی ای سیستم ها شامل دایره واحد نمی شوند،بنابراین پایدار نیستند.سیستمX4 سریع تر شروع به افزایش می کند،چون α آن بزرگتر است.سیستم های بخش قبل برخلاف سیستم های این قسمت چون قطب هایی داخل دایره واحد دارند،پایدار هستند.

با توجه به پاسخ ضربه سیستمX4،می توان فهمید که مقدار آن پس از مدت زمان کمی،به سرعت افزایش می یابد.

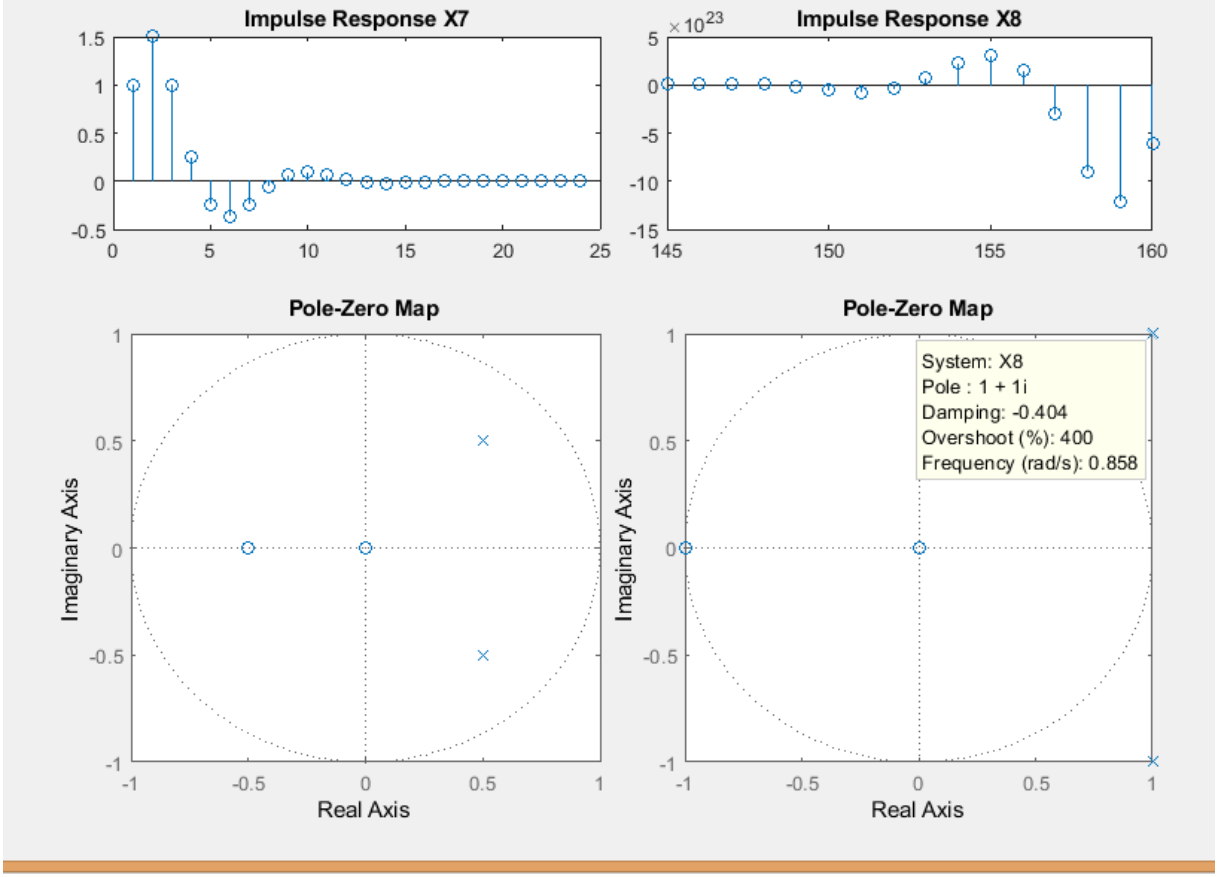


۳.پاسخ ضربه سیستم ۶ به صورت صعودی زیاد می شود ولی پاسخ ضربه سیستم ۵ ثابت است.علت آن این است که سیستم ۶ قطبی از مرتبه ۲ دارد.

$$x_5[n] = u[n] \qquad x_6[n] = nu[n]$$



۴. چون قطب ها موهومی هستند،در نتیجه انتظار داریم پاسخ سیستم ها به صورت نوسانی باشد.سیستمX7 قطب هایی به فاصله ۰,۷ از مبداء دارد و چون علّی است،پس شامل دایره واحد شده و پایدار است ولی سیستم ۸،قطب هایی به فصله ۱,۴ از مبداء دارد و پایدارنیست.



۲,۲ خواص تبدیل Z

به کمک دستور ztrans،تبدیل یافته سیگنال مورد نظر را پیدا می کنیم.لازم به ذکر این نکته است که چون متلب،از تعریف تبدیل را از ۰ شروع می کند،سیگنال x[n] را بدون حضور تابع step تعریف می کنیم.

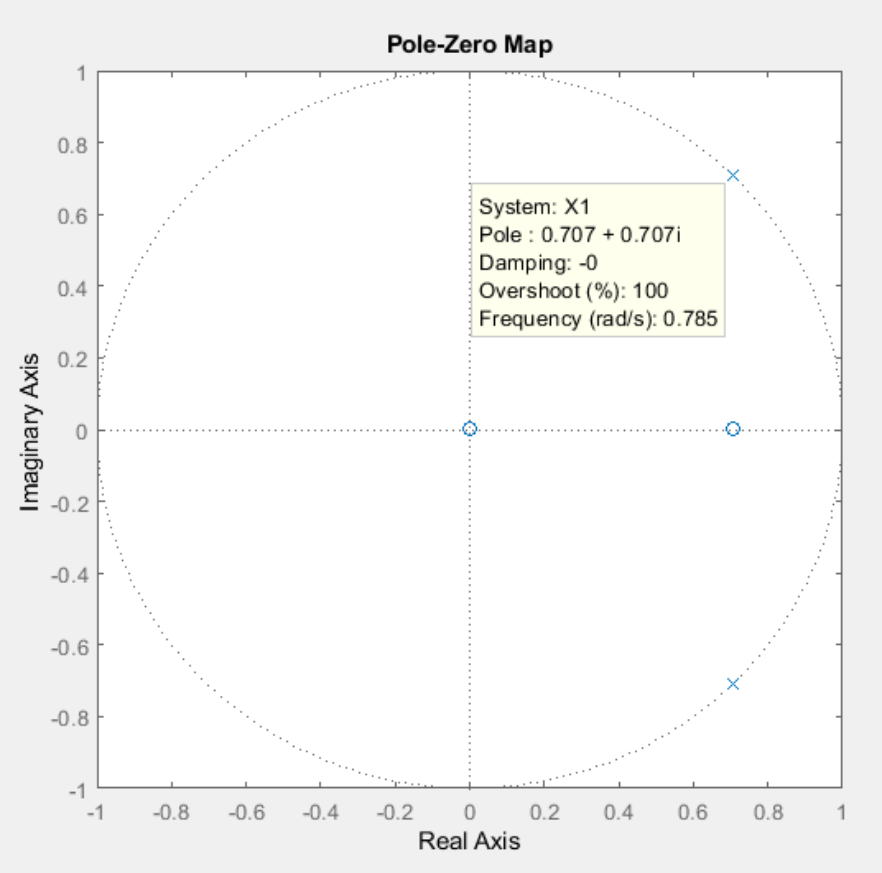
$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(n)}{z^n}.$$

```
X_ =

      2 - 1.414 z^-1
  ----------------------
  2 - 2.828 z^-1 + 2 z^-2

Sample time: 1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

همان طور که پیش تر گفته شد،ناحیه همگرایی یک سیستم علّی،خارج بیرونی ترین قطب آن در صفحهz می باشد.بنابراین،ناحیه همگرایی خارج دایره به شعاع $0.707\sqrt{2}$ می باشد.



.۲

$$nx[n] \leftrightarrow -Z * \frac{d(X(Z))}{dZ}$$

از ویژگی های تبدیلZ،رابطه بالا را می دانیم.X1 را تبدیل یافته سیگنال x1 و q را عبارت سمت راست بالا تعریف می کنیم.با استفاده از دستور(())simplify(collect عبارت ها را ساده می کنیم.

```
Command Window
>> X1

X1(z) =

(z*(2^(1/2)*z^2 - 4*z + 2^(1/2)))/(2*z^4 - 4*2^(1/2)*z^3 + 8*z^2 - 4*2^(1/2)*z + 2)

>> q

q =

(z*(2^(1/2)*z^2 - 4*z + 2^(1/2)))/(2*z^4 - 4*2^(1/2)*z^3 + 8*z^2 - 4*2^(1/2)*z + 2)
```

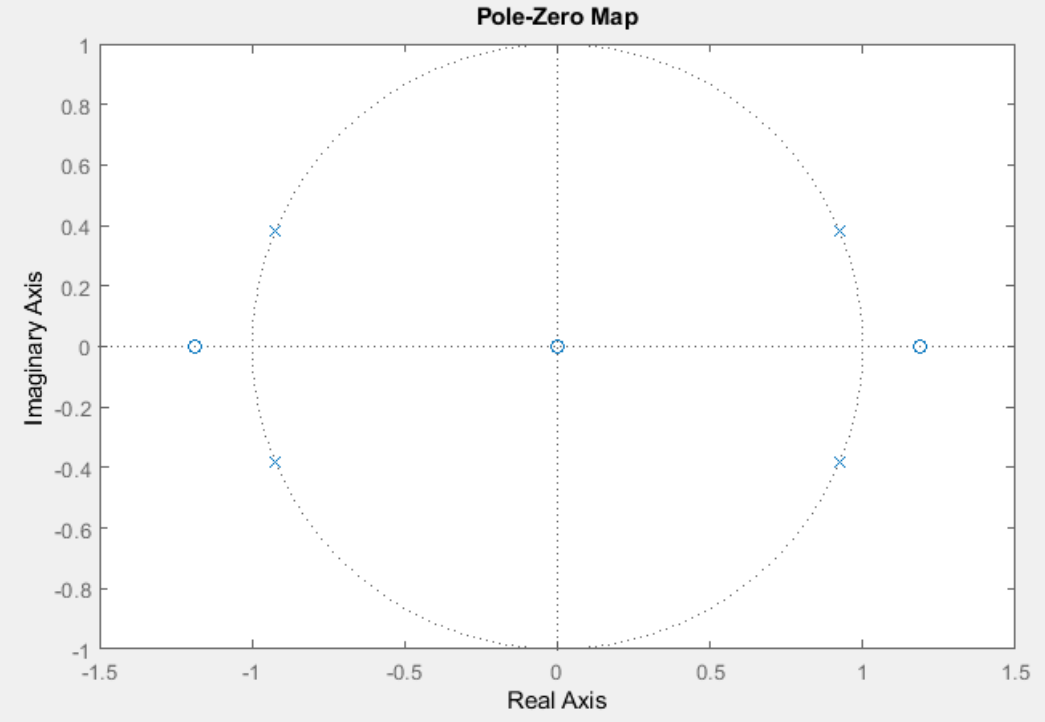
۳.با توجه به خاصیت گسترش زمانی

$$x_k[n] = \begin{cases} x[n/k] & n = mk \\ 0 & n \neq mk \end{cases}$$

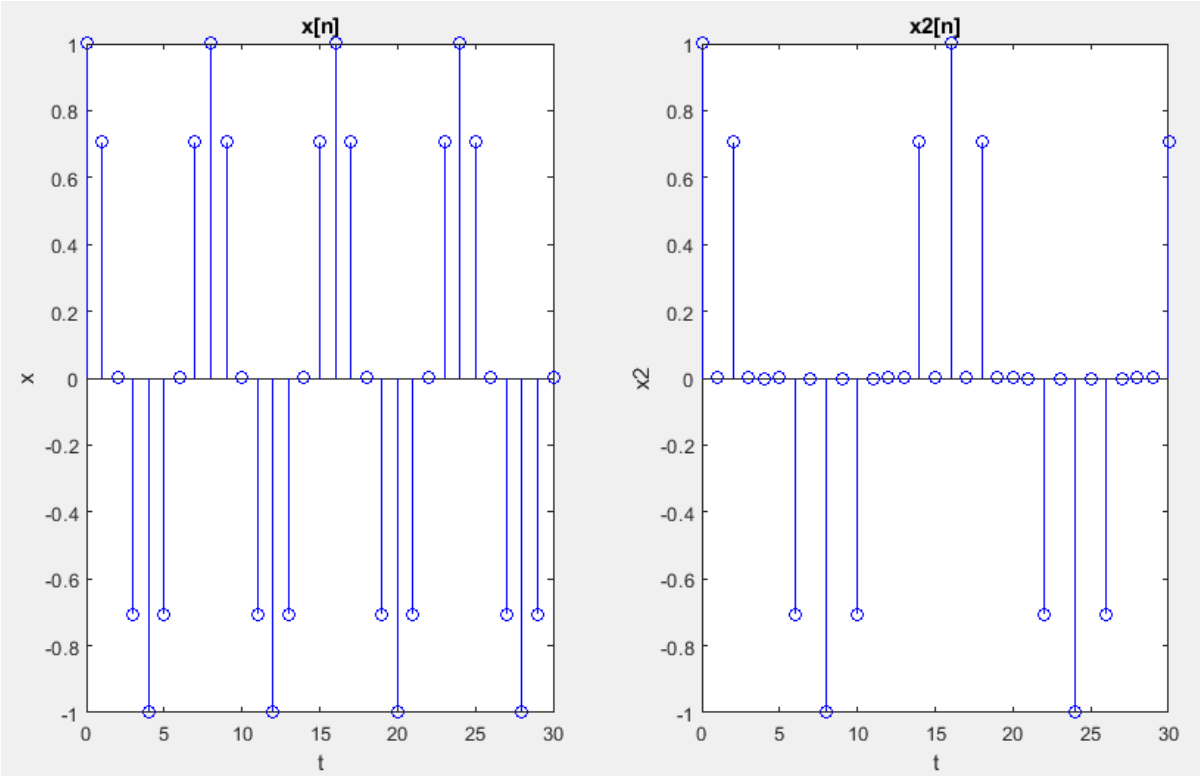
دارایk-1 ۰متوالی قرارداده شده میان مقادیرمتوالی سیگنال است.در این صورت

$$x_k[n] \overset{z}{\leftrightarrow} X(z^k) \qquad ROC = R^{1/k}$$

با استفاده از دستورnumden چند جمله ای های صورت ومخرج را پیدا می کنیم وبه کمک دستورcoeffs ضرایب چند جمله ای ها را پیدا می کنیم.سپس به کمک tf،تابع تبدیل را برحسب توان هایz^-1 می نویسیم که کار با آن راحت تر است.سپس به کمک کسر های جزئی،سیگنال را در حوزه زمان می یابیم.این روش در سوال بعد به طور کامل تشریح خواهد شد.



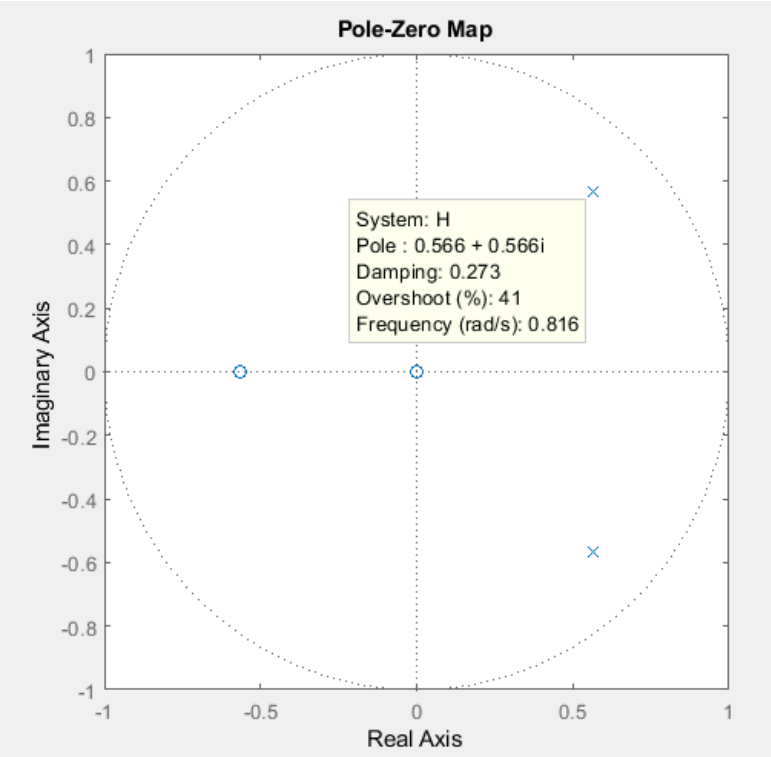
صفر و قطب های تابع تبدیل اولیه با توان1/k،صفر وقطب های تابع تبدیل جدید خواهند بود.



همان طور که ملاحظه می شود،دوره تناوب دو برابر شده و سیگنال گسترش یافته است.

۳,۲ وارون تبدیلz

۱.چون سیستم علّی است،ناحیه همگرایی خارج دایره به شعاع ۰,۸ می باشد.همان طور که گفته شد،چون ناحیه همگرایی شامل دایره واحد می شود،سیستم پایدار است.



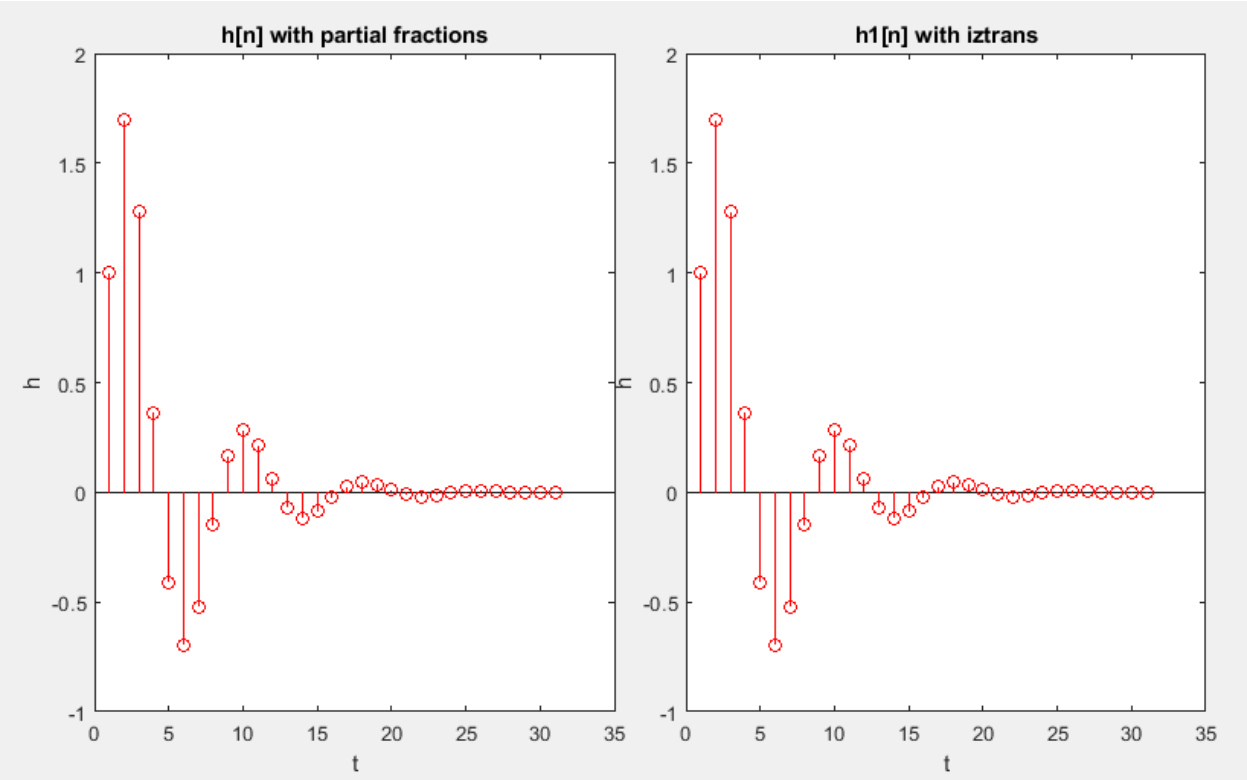
۲.ابتدا به کمک دستورtfdata،ضرایب صورت ومخرج تابع تبدیل را حساب می کنیم.سپس به کمک دستورresiduez،قطب ها و مانده های هر کدام محاسبه می شوند.

$$X(z) = \frac{r}{1 - pz^{-1}} \quad \leftrightarrow \quad x[n] = r(p)^n u[n]$$

حال قسمت های جزئی را جمع می زنیم و سیگنال در حوزه زمان ساخته می شود.

۳.

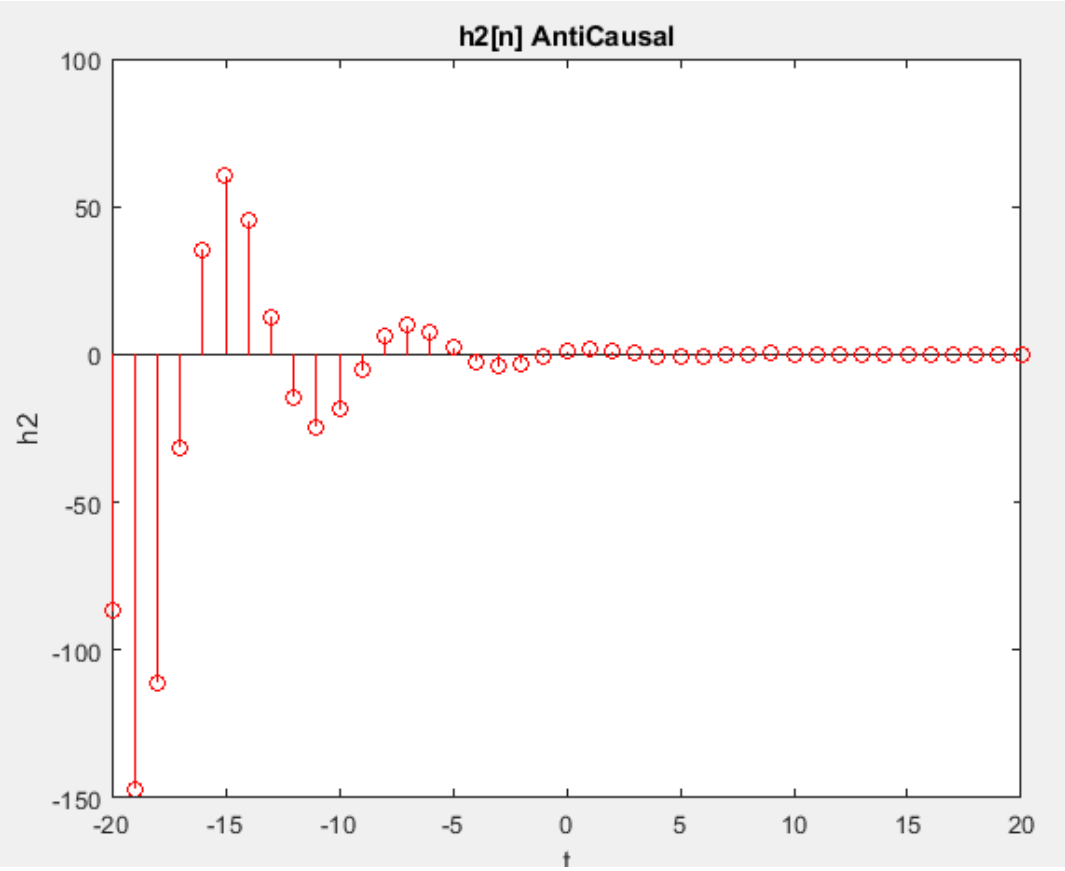
راه دیگر استفاده از دستوریztrans می باشد که سیگنال علّی را در حوزه زمان به ما می دهد.



۳. برای سیستم ضدعلّی از رابطه پایین اسفاده می کنیم.

$$X(z) = \frac{r}{1 - pz^{-1}} \quad \leftrightarrow \quad x[n] = -r(p)^n u[-n-1]$$

و دوباره به کمک دستورresiduez،قطب ها وماندە ها را حساب کرده و قسمت های جزئی را جمع می زنیم.نمی توانیم از دستورiztrans به سیگنال ضدعلّی برسیم،چون همان طور که گفته شد،متلب تعریف تبدیل را از ۰شروع می کند وهمواره سیگنال را علّی می پندارد.

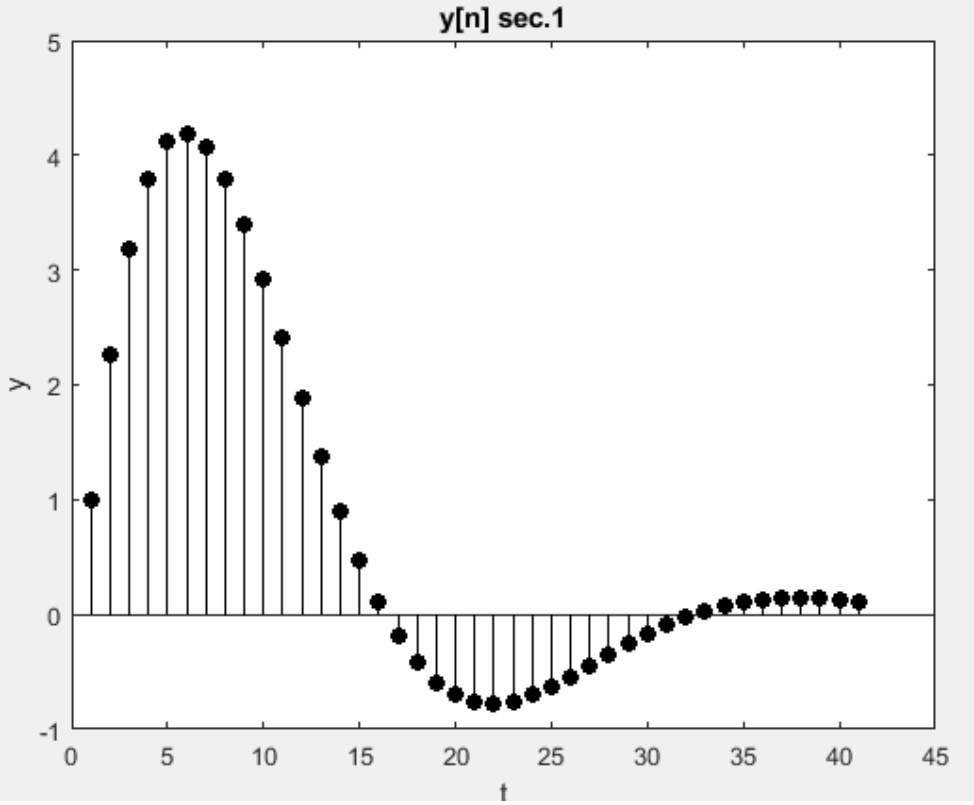


۴.تحلیل سیستم های توصیف شده بامعادله تفاضلی

در این سوال از ۴روش معادله دیفرانسیل را حل می کنیم.

۱.در روش اول،تابع تبدیل به کمک ضرایب معادله و دستورtf می سازیم.سپس مشابه سوال قبل به کمک دستورresiduez،قطب ها وmانده ها را حساب می کنیم و چون سیستم علّی است،به کمک رابطه ای که در سوال قبل ذکر شد،سیگنال جواب را در حوزه زمان می یابیم.

```
H=tf([1 0.5],[1 -1.8*cos(pi/16) 0.81],1,'variable','z^-1');
[N,D]=tfdata(H,'v');
[r,p,k]=residuez(N,D);
h(n)=sum((p.^n).*(r))*heaviside(n);
```

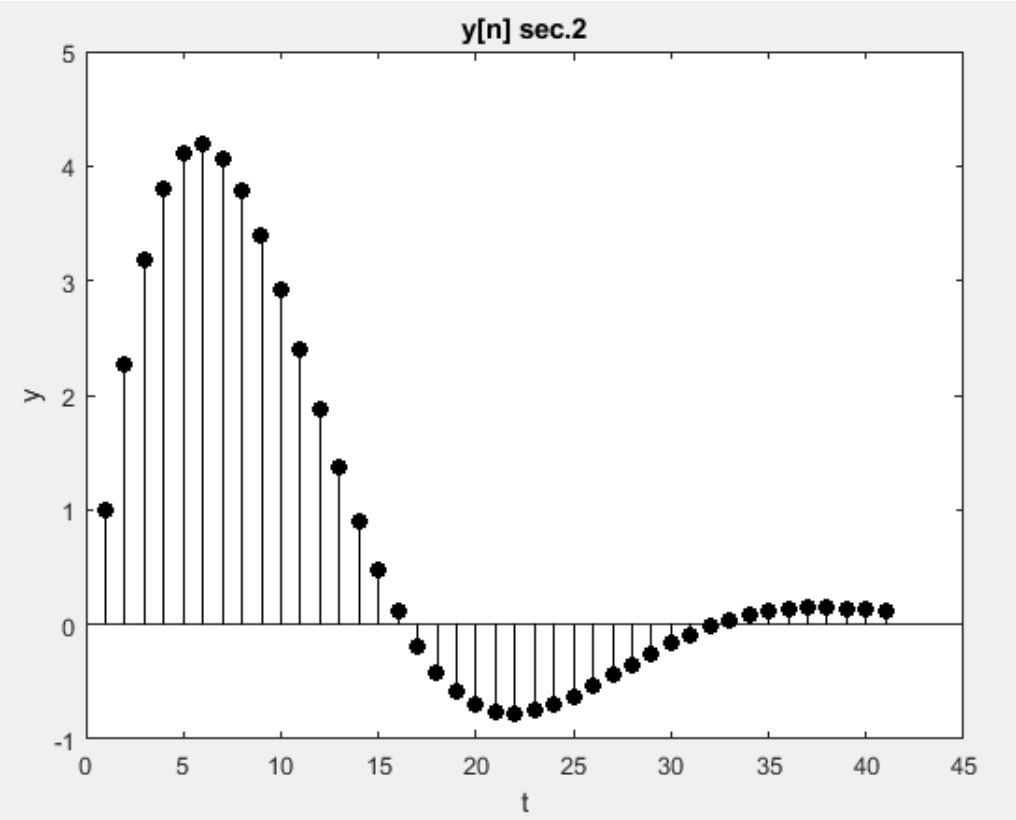


۲.در این روش به دنبال ضرایب مجهول هستیم.باید دو شرط اولیه تعیین کنیم.ورودی ضربه فقط در صفر،مقدار ۱ دارد ودر بقیه نقاط ۰ است.سیستم نیز چون علّی است، پاسخ به ازایn های منفی برابر ۰ است.دو شرط اولیه به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} y[0] = 1 \\ y[1] = 0.5 + 1.8\cos(\frac{\pi}{16}) \end{cases}$$

حال به کمک دستورlinsolve،دستگاه معادلات را حل کرده و مجهولات به دست می آیند.

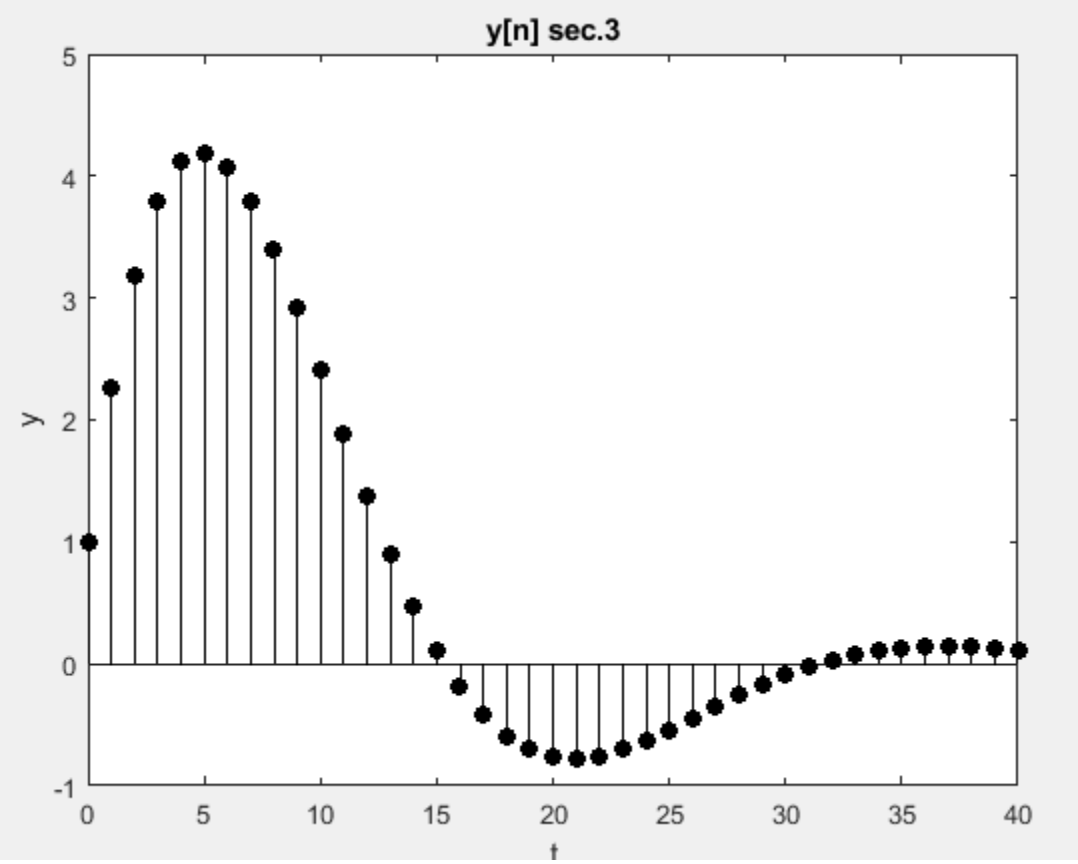
سیگنال به دست آمده درحوزه زمان،مشابه قسمت قبل است.



۳.دستورfilter(b,a,x) ،تابع تبدیلی می سازد که ضرایب صورت آن،بردارb وضرایب مخرج،بردارa هستند که توسط جمله اول نرمالیزه می شوند.سپس به کمک رابطه پایین Y ساخته شده و خروجی،سیگنال y در حوزه زمان خواهد بود

$$Y(z) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + ... + b(n_b + 1)z^{-n_b}}{1 + a(2)z^{-1} + ... + a(n_a + 1)z^{-n_a}} X(z),$$

چون معادله دیفرانسیل ما خطی وبه طور کلی تر،سیستم ما LTIاست،می توان خروجی مطلوب را با تعریف ورودی ضربه و ضرایب معادلات ساخت.



۴.در این قسمت،حل کامل معادله را به متلب واگذار می کنیم.ابتدا همه معادله را به یک سمت می بریم و آن را f نامگذاری می کنیم.سپس تبدیل z آن را می یابیم.به کمک دستور Subs،به جای تبدیل z خروجی،متغیر yZT را گذاشته و معادله را حل میکنیم.چون سیگنال

علّی است،بنابراین دست راستی است و مقادیر آن در قسمت های منفی صفر است.مقدار اولیه ۰ را قرار داده و خروجی را به دست می آوریم.

```
f =y(n)-1.8*(cos(pi/16))*y(n-1)+0.81*y(n-2)-o(n)-(1/2)*o(n-1);
fZT =ztrans(f)
syms yZT
fZT = subs(fZT,ztrans(y(n)),yZT)
yZT = solve(fZT,yZT)
ySol = iztrans(yZT);
ySol = simplify(ySol)
ySol = subs(ySol,[y(-1) y(-2)],[0 0])
```