



دانشگاه تهران پردیس دانشکدههای فنی دانشکدهی مهندسی برق و کامپیوتر

آنالیز و طراحی شبکههای هوشمند ابزار -به-ابزار با رویکرد هندسهی تصادفی

نگارش

مرتضى بناگر

استاد راهنما

دكتر بهروز مهام

پایاننامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق - گرایش مخابرات سیستم

شهریور ۱۳۹۳







دانشگاه تهران پردیس دانشکدههای فنی دانشکدهی مهندسی برق و کامپیوتر

آنالیز و طراحی شبکههای هوشمند ابزار -به-ابزار با رویکرد هندسهی تصادفی

نگارش

مرتضى بناگر

استاد راهنما

دكتر بهروز مهام

پایاننامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق - گرایش مخابرات سیستم

شهریور ۱۳۹۳





دانشگاه تهران پردیس دانشکدههای فنی

دانشکدهی مهندسی برق و کامپیوتر

پایاننامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق - مخابرات سیستم عنوان:

آنالیز و طراحی شبکههای هوشمند ابزار -به ابزار با رویکرد هندسه ی تصادفی نگارش: مرتضی بناگر

این پایاننامه در تاریخ ۱۳۹۳/۰۶/۱۰ در مقابل هیأت داورن دفاع گردید و مورد تصویب قرار گرفت.

معاون آموزشی و تحصیلات تکمیلی پردیس دانشکدههای فنی: دکتر علی افضلی کوشا رئیس دانشکدهی مهندسی برق و کامپیوتر: دکتر شاهرخ فرهنگی

معاون پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکدهی مهندسی برق و کامپیوتر: دکتر ناصر معصومی

استاد راهنما: دكتر بهروز مهام

عضو هیأت داوران: دکتر پائیز عزمی

عضو هیأت داوران: دکتر وحید شاهمنصوری

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب مرتضی بناگر تائید مینمایم که مطالب مندرج در این پایاننامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آنها استفاده شده است، طبق مقررات ارجاع گردیده است. این پایاننامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشکدهی فنی دانشگاه تهران است.

نام و نام خانوادگی: مرتضی بناگر

امضاء:

تقدیم به

خانوادهام

که پس از یزدان پاک، عزیز ترینهای من هستند.

سپاس گزاری

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.

در آغاز وظیفه خود میدانم از زحمات ارزشمند استاد راهنمای خود، جناب آقای دکتر بهروز مهام و همچنین از جناب آقای دکتر پتر پوپوفسکی اصمیمانه تشکر و قدردانی کنم که در تهیه و تألیف این پایانامه از راهنماییهای ایشان بسیار بهره بردهام.

بهعلاوه از تمامی دوستانی که مرا از یاری و کمک بیدریغ خویش بهرهمند ساختند، کمال قدردانی را دارم؛ بهخصوص خانمها رضوانی و زبردست و آقایان باهنر، مشتاق پور، بناگر، زمانی، عطاری فر و مساوات.

در پایان بوسه میزنم بر دستان خداوندگاران مهر و مهربانی، پدر و مادر عزیزم و بعد از خداوند ستایش میکنم وجود مقدسشان را به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان، که در این سردترین روزگاران، بهترین پشتیبان من بودند.

مرتضی بناگر شهریور ۱۳۹۳

¹Petar Popovski

چکیده

با توجه به افزایش روزافزون تعداد کاربران مخابراتی و نیاز به پوششدهی بیشتر در شبکههای مخابراتی بی سیم، فن آوریهای نوینی پا به عرصه ی ظهور گذاشته اند. شبکههای سلولی ناهمگون و شبکههای ابزار (D2D) ابزار (D2D) دو نوع خاص از شبکههای مخابراتی جدید هستند که می توانند به افزایش بهرهوری در شبکههای کنونی کمک کنند. هدف از این پایان نامه، بررسی دقیق این شبکهها و تحلیل احتمال پوشش دهی در آنها است. به منظور بررسی دقیق شبکههای ناهمگون و D2D، لازم است ابتدا ابزارهای ریاضی برای تحلیل آنها را به خوبی بشناسیم. هندسه ی تصادفی روش درست تحلیل آماری این شبکهها را در اختیار ما می گذارد.

در ادامه به بررسی شبکههای سلولی ناهمگون و تحلیل احتمال پوششدهی در آنها میپردازیم. پس از بیان احتمال پوششدهی این شبکهها، کران بالای دقیقی برای آن ارائه میدهیم. سپس محدودیتهای اضافه کردن یک لایهی جدید به شبکهی فعلی را موردبررسی قرار میدهیم. هدف از این کار پاسخ به این سوال است که آیا لزوماً اضافه کردن چند BS بهصورت یک لایهی جدید، احتمال پوششدهی شبکه را افزایش خواهد داد یا خیر. با بررسی این مسأله در چند حالت خاص، درمی یابیم که برای اینکه احتمال پوششدهی شبکه با اضافه شدن یک لایهی جدید افزایش یابد، SINR آستانهی لایهی جدید باید از حد خاصی که به احتمال پوششدهی شبکهی قبلی مربوط است، کمتر باشد.

در نهایت به سراغ شبکههای D2D رفته و به تحلیل تابع توزیع توان در آنها میپردازیم. پس از معرفی مدل کلی سیستم و طریقه ی اشتراک گذاری پهنای باند بین کاربران سلولی و D2D، که به صورت درون باندی و زیر نهی است، تابع توزیع توان کاربران D2D را محاسبه کرده و یک رابطه ی انتگرالی برای DDF توان ارسالی کاربران D2D به دست می آوریم. همچنین کران بالایی را برای این تابع توزیع ارائه می دهیم و با بررسی چند حالت خاص، مشاهده می کنیم که رابطه ی توزیع توان، در عین دقت کافی، به فرم ساده تری تبدیل می شود. نتایج شبیه سازی ها درستی تحلیل های به دست آمده را تأیید می کنند.

واژههای کلیدی: هندسهی تصادفی، نظریهی اندازه، فرآیند نقطهای پواسن، شبکههای سلولی ناهمگون، احتمال پوششدهی، مخابرات D2D، تابع توزیع تجمعی توان.

فهرست مطالب

١		مقدمه	١
٢	شبكەھاى ناھمگون	١.١	
۶	شبکههای ابزار-به-ابزار	۲.۱	
۱۱	اهداف و دستاوردهای پایاننامه	٣.١	
۱۲	ساختار پایاننامه	۴.۱	
۱۳	ـهی تصادفی و کاربرد آن در شبکههای مخابراتی بیسیم	هندس	۲
۱۳	مقدمه	1.7	
14	فرآیندهای نقطهای و نظریهی اندازه	۲.۲	
۱٧	مدل پواسن	٣.٢	
27	جمع روی فرآیندهای پواسن	4.7	
۲٧	کاربرد فرآیندهای پواسن در مخابرات بیسیم	۵.۲	
٣٠	جمعبندی و نتیجه گیری	۶.۲	
٣١	ی احتمال پوششدهی در شبکههای سلولی ناهمگون چندلایه	بررسے	٣
۳١	مقدمه	۲.۲	
٣٣	مدل سیستم	۲.۳	
٣٣	۱.۲.۳ مدل شبکهی سلولی ناهمگون		
٣۴	۲.۲.۳ نواحی پوششدهی		
٣۵	احتمال پوششدهی	٣.٣	
٣٧	۱.۳.۳ کران بالای احتمال پوششدهی		
٣٩	۲.۳.۳ محدودیتهای اضافه کردن یک لایهی جدید		
٣٩	$\sigma^2=0$ دسترسی باز و $\sigma^2=0$ دسترسی باز و		
۴.	lpha=4دسترسی باز و که $lpha=4$ دسترسی باز و		
ęψ	$\sigma^2=0$		

	۴.۳	نتایج شبیهسازی	44	
	۵.۳	جمعبندی و نتیجه گیری	49	
۴	توزيع	توان در مخابرات ابزار-به-ابزار (D2D) تحت شبکهی سلولی	۵۱	
	1.4	مقدمه	۵۱	
	۲.۴	مدل سیستم	۵۲	
	٣.۴	توزیع توان	۵۵	
	4.4	نتایج شبیهسازی	۶٠	
	۵.۴	جمعبندی و نتیجه گیری	۶۷	
۵	نتيجه	گیری و کارهای آینده	99	
	۱.۵	خلاصه و جمعبندی	۶۹	
	۲.۵	کارهای آینده	٧٠	
Ĩ	اثبات	قضيهها	٧٣	
	Ĩ. ١	اثبات قضیهی ۱.۳	٧٣	
	Ĩ.Y	اثبات لم ۱.۳	74	
	Ĩ.٣	اثبات قضیهی ۱.۴	74	
ب	واژەناە	مه انگلیسی به فارسی	YY	
پ	واژەنا،	مه فارسی به انگلیسی	۸۳	
مراء	مع		٨٩	

فهرست تصاویر و نمودارها

٩	سناریوهای مختلف اشتراکگذاری پهنایباند برای مخابرات D2D	1.1
٣٢	یک شبکهی ناهمگون سهلایه. نوع هر لایه در شکل مشخص است	۱.۳
٣۵	نواحی پوششدهی برای یک شبکهی ناهمگون دولایه با مدلسازی لایهی اول (ماکروسل) بهصورت (اً) PPP و (ب) شبکهی واقعی 4G [۳۶].	۲.۳
٣۶	نمای نزدیک شدهای از نواحی پوششدهی یک شبکهی ناهمگون سهلایه با مدلسازی لایهی اول (ماکروسل) بهصورت (آ) PPP و (ب) شبکهی واقعی $4G$ [89]	٣.٣
۴۵	احتمال پوششدهی برای یک HCN دولایه با اثر نویز و بدون آن	۴.۳
۴۵	مقایسهی نتایج نظری با شبیهسازی احتمال پوششدهی برای یک HCN دولایه	۵.۳
41	مقایسهی احتمال پوشش دهی دقیق و دو کران بالای آن برای یک شبکهی (آ) دولایه و (ب) سهلایه.	۶.۳
۴۸	اختلاف بین احتمال پوششدهی دقیق و تقریبی یک HCN سهلایه	٧.٣
۴۸	مقایسهی احتمال پوشش دهی شبکههای چندلایه	۸.۳
۵۳	$\mathrm{D2D}$ یک شبکهی $\mathrm{D2D}$ تحت شبکهی سلولی	1.4
۵۹	حالات مختلف تحلیل یک شبکهی $\mathrm{D2D}$ تحت شبکهی سلولی (آ) برای تحلیل توزیع توان کاربران $\mathrm{D2D}$ و (ب) برای تحلیل توزیع توان کاربران سلولی.	7.4
۶١	نمایی از فرستندهها و گیرندههای D2D در یک سلول. \dots	٣.۴
۶١	نمایی از فرستندهها و گیرندههای D2D انتخابشده در یک سلول. \dots	4.4
۶۲	مقایسهی نظری و عملی PDF فاصلهی نزدیک ترین نقاط (کاربران D2D انتخاب شده) به یکدیگر.	۵.۴
۶۵	مقایسهی CDF دقیق توان ارسالی با حالت خاص بدون نویز و کران بالای ۱۱۰۴	۶.۴
۶۵	اختلاف CDF دقیق توان ارسالی با حالت خاص بدون نویز آن	٧.۴
99	، مقایسه ی نظری و شبیه سازی ${ m CDF}$ توان ارسالی کاربران ${ m D2D}$ با پارامترهای ${ m CDF}$ توان ارسالی کاربران $\mu=10^{-3}$	۸.۴
۶۷	$\mu=10^{-4}$ های نظری و شبیهسازی CDF توان ارسالی کاربران $\mathrm{D2D}$ با پارامترهای $\alpha=3$ های مختلف	۹.۴

فهرست جداول

٣٩	lpha جواب معادلهی شرط دوم قضیهی ۱.۳ برای مقادیر مختلف $lpha$	۲.۲
۶۴	پارامترهای شبیهسازی برای شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی	1.4

فهرست سرنامها

3rd Generation Partnership Project
4th Generation
Base Station
Channel State Information
Characteristic Function
Closed Subscriber Group CSG
Cognitive Radio
Complementary Cumulative Distribution Function
Cumulative Distribution Function
Device-to-Device
Heterogeneous Cellular Network HCN
Heterogeneous Network HetNet
High Speed Packet Access
Inter-Cell Interference ICl
Inter-Site Distance ISD
Long-Term Evolution Advanced LTE-A
Machine-to-Machine
Media Access Control
Moment Generating Function
Multiple-Input and Multiple-Output MIMO
Network Listening Module NLM
Peer-to-Peer
Point Process
Poisson Point Process
Power Spectral Density
Probability Density Function
Proximity Services
Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio SINR
Signal-to-Interference Ratio
Signal-to-Noise Ratio

User Equipment	UE
Transmitter	Tx
Receiver	Rx

فصل ١

مقدمه

امروزه شبکههای مخابراتی بیسیم بهسرعت در حال رشد هستند و کارایی آنها با افزایش تعداد کاربرها، به دلیل تراکم سیگنالهای دریافتی و تداخلهای ایجاد شده، محدود می شود. روشهای کلاسیک نظریهی مخابرات اغلب در بررسی شبکههای امروزی چندان کارآمد نیستند که دلایل آن در زیر بیان شده است [۱].

۱. معیار محدود کننده در این شبکهها، نسبت توان سیگنال به مجموع تداخل و نویز 1 (SINR) است، بر خلاف مخابرات کلاسیک که معیار آن اغلب نسبت توان سیگنال به نویز 7 (SNR) است.

۲. تداخل تابعی از هندسه ی شبکه است؛ بنابراین پدیدههای تصادفی کانال، همچون محوشوندگی 7 ، سایه 4 و افت مسیر 6 ، وابسته به هندسه ی شبکه خواهند شد.

۳. میزان عدم قطعیت در شبکههای بیسیم بزرگ، بهمراتب بیشتر از یک مخابره ی نقطه-به-نقطه واهد به این معنا که امکان ندارد هر گره اطلاعات مکانی یا وضعیت کانال گرههای دیگر را بداند یا بتواند آن را به طور قابل قبولی پیشبینی کند.

¹Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio

 $^{^2}$ Signal-to-Noise Ratio

³Fading

⁴Shadowing

 $^{^5}$ Path loss

⁶Point-to-point

با توجه به افزایش تعداد کاربران و نیاز روزافزون آنها به حجم داده ی بیشتر، نوع جدیدی از شبکههای مخابراتی به نام شبکههای ناهمگون (HetNet) معرفی شد [۲]، [۳]. در این شبکهها، علاوه بر پایگاههای مرکزی (BS) مرسومی که در شبکههای امروزی موجود است، BBهای کوچکتری با توان و محدوده ی ارسال کمتر، به عنوان یک لایه P جدید، به افزایش ظرفیت کل شبکه و بهبود ناحیه ی پوشش دهی آن کمک می کنند. در قسمت ۱.۱ به بررسی این شبکهها و بیان تاریخچهای کوتاه از آنها می پردازیم.

ایده ی دیگری که اخیراً مطرح شد و مورد استقبال محققان قرار گرفت، برقراری ارتباط مستقیم بین کاربران نزدیک یکدیگر بود [۴]. از این ایده که در ادبیات با نام مخابرات ابزار به ابزار به ابزار ۱۰ (D2D) شناخته می شود، می توان نرای بهبود بهره وری طیفی ۱۱ استفاده کرد [۵]، [۶]، [۷]، [۸]. در واقع شبکه های D2D خود نوعی HetNet هستند که در لایه ی پایینی آنها، کاربران به طور مستقیم با یکدیگر در ارتباطند [۶]. در بخش ۲.۱ به توضیح چگونگی عملکرد این نوع خاص از مخابره می پردازیم و مزایا و معایب آن را بیان خواهیم کرد. سپس با یادآوری اهدافی که در این پایان نامه مورد توجه بوده است، دستاوردهای پایان نامه را بیان می کنیم و در نهایت ساختار کلی پایان نامه را شرح می دهیم.

1.۱ شبکههای ناهمگون

تقاضا برای ترافیک داده ی بیشتر در شبکههای سلولی 17 امروزی، با نرخ نمایی در حال زیاد شدن است. از آنجایی که بهرهوری طیفی لینک نقطه $^{-}$ به $^{-}$ نقطه در شبکههای سلولی از لحاظ نظری به حد خود نزدیک می شود و با توجه به اینکه پیش بینی می شود با انفجار داده روبرو شویم، نیاز به افزایش تراکم گرهها برای بهبود بخشیدن به ظرفیت شبکه به خوبی حس می شود. برای یک استقرار تنک 17 ماکروسل ها 17 (18 های اصلی)، اضافه کردن یک استقرار تنک 17 ماکروسل ها 18 (18 های اصلی)، اضافه کردن یک علی سلولی 18 (18 افزایش چندان تداخل بین سلولی 18 (10) نمی شود و در نتیجه، بهره ی تفکیک سلولی 18

⁷Heterogeneous Networks

⁸Base Station

⁹Tier

¹⁰Device-to-Device communication

¹¹Spectral efficiency

¹²Cellular networks

¹³Sparse deployment

¹⁴Macro BS or macrocell

¹⁵Inter-Cell Interference

¹⁶Cell splitting gain

بهراحتی قابل دستیابی است. با این وجود، در شبکههای متراکم امروزی، با توجه به ICI شدیدی که تفکیک سلولی در پی خواهد داشت، استفاده از این روش مناسب نیست. روش جای گزینی که در این پایاننامه قصد بررسی آن را داریم، استفاده از BSهای کوچکتر با توان پایین در کنار BSهای شبکهی قبلی است که در ادبیات از آنها با نام شبکههای ناهمگون یاد می شود [۲]، [۳].

گرههای توان پایین خود به چند بخش تقسیم می شوند که می توان از پیکوسل 14 و مراههای راه 19 به عنوان دسته های اصلی نام برد. در فضای باز 7 و برای مصارف خارجی، از پیکوسل ها می توان استفاده کرد که توان ارسالی آن ها در حدود 250 تا 20 است. این دسته از گرههای توان پایین نیاز به واحد خنک کننده ندارند و همچنین بسیار ارزان تر از ماکروسل های مرسوم هستند. کاربرد اصلی فمتوسل ها برای مصارف داخلی یا خانگی 17 است و توان ارسالی آن ها در حدود 100 یا کمتر از آن است 17 . بر خلاف پیکوسل ها، فمتوسل ها می توانند برای گروه خاصی از کاربران طراحی و تنظیم شوند و بنابراین، فقط به بخشی از کاربران اجازه ی مخابره خواهند داد که از آن در ادبیات با نام گروه مشتر کین بسته 77 (CSG) یاد می شود.

شاید بتوان گفت کاهش هزینهها اصلی ترین دلیل به کارگیری فمتوسلها باشد. در مرجع [۹] نشان داده شده است که در مناطق شهری ترکیب فمتوسلهای خانگی کوچک و قابل دسترس برای عموم (فمتوسلهای باز که بهصورت تصادفی توزیع شدهاند) با ماکروسلهایی که توسط اپراتور نصب شدهاند، نسبت به شبکهای که تماماً با ماکروسلها پوشیده شده باشد، می تواند کاهش چشم گیری در هزینههای سالانه ی شبکه به همراه داشته باشد.

از طرفی، به کارگیری گرههای کوچک و کمتوان به عنوان شبکه ی ناهمگون در یک شبکه ی سلولی مرسوم چالشهایی نیز به همراه دارد. یکی از مهمترین مشکلات پیش رو، عدم تعادل در نواحی پوشش دهی فراسو 77 و فروسو 77 است. از آنجایی که توان ارسالی ماکروسلها بسیار زیاد است، مرزهای نواحی پوشش دهی تمایل بیشتری به سمت پیکوسلها و فمتوسلها خواهند داشت و این خود باعث تداخل شدید فراسو در نزدیکی سلولهای کوچک تر می شود. عملکرد همزمان پیکوسل و فمتوسل به همراه ماکروسل در یک شبکه ی سلولی ناهمگون در مراجع [11] و [11] مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این مقالهها نشان داده شده که پوشش دهی محدود گرههای کم توان، اصلی ترین عامل محدود کننده ی بهره ی عملکردی شبکههای ناهمگون است.

 $^{^{17}}$ Picocell

¹⁸Femtocell

¹⁹Relay nodes

 $^{^{20}}$ Outdoor

 $^{^{21}}$ Indoor

²²Closed Subscriber Group

²³Uplink

²⁴Downlink

علاوه بر این، از آنجایی که برخی از فمتوسلهای به کار گرفته شده به صورت بسته هستند، ممکن است باعث ایجاد یک حفره ی پوشش دهی 77 شوند که این حفره ها مشکل تداخل را شدیدتر می کنند [10]. بنابراین لازم است روشهایی به منظور مقابله با تداخل معرفی شوند. یکی از راه کارهای معروف مدیریت تداخل 77 برای فمتوسلهای 3G، یعنی فمتوسلهای پروتکل دسترسی به بسته با سرعت بالا 77 (HSPA)، کنترل توان ارسالی فروسو 77 است. به منظور کاهش نواحی دارای حفره ی پوشش دهی، فمتوسلها می توانند توان ارسالی خود را به صورت هوشمندانه ای وفق دهند که تداخل به ناحیه ی پوشش دهی موردنظر نشت نکند. این تکنیک اغلب با یک واحد گوش کننده به شبکه 79 (MLM) همراه است که در آن فمتوسلها بر قدرت سیگنال ماکروسل موجود در یک گوش کننده به شبکه 79 (شارت دارند. ایده ی اصلی این تکنیک همانند حس گری طیف 77 در رادیو شناخت گر 77 (CR) است که در آن فرانسی مشتر ک حس می کند و در صورت است 79 که در آن نیز کاربر ثانویه 77 حضور کاربر اولیه 77 را در باند فرکانسی مشتر ک حس می کند و در صورت عدم حضور کاربر اولیه، شروع به ارسال خواهد کرد. مطالعه روی ظرفیت شبکههای ناهمگونی که از ترکیب ماکروسلها و فمتوسلهای بسته تشکیل شدهاند، در مراجع 79 (79 ایجام شده است. نویسندگان این مقالهها نشان دادند که با کنترل پویای توان ارسالی فمتوسلها، می توان به بهرهوری بالایی در شبکه رسید.

بررسی و طراحی شبکههای سلولی مرسوم تک 76 همواره به دو صورت انجام می پذیرد. برای تحلیل و تحقیقات علمی، به منظور قابل پی گیری بودن 70 حل مسأله، اغلب مدل بسیار ساده شده ای از شبکه ی واقعی را در نظر می گیرند. اما برای طراحی و پیش برد صنعتی، معمولاً شبیه سازی های پیچیده ی در سطح سیستم 79 با تعداد زیادی پارامتر استفاده می شوند. این موضوع باعث می شود که نتایج روشهای نوین معرفی شده توسط محققان، در سیستم های واقعی به راحتی قابل مشاهده نباشند. مثال های معروف آن نیز شامل آشکار سازی چند کاربره 79 [18]،

²⁵Coverage hole

 $^{^{26}}$ Interference management

²⁷High Speed Packet Access

²⁸Downlink transmitter power control

²⁹Network Listening Module

³⁰Spectrum sensing

³¹Cognitive Radio

³²Secondary or unlicensed users

³³Primary or licensed user

³⁴Conventional 1-tier cellular network

³⁵Tractability

³⁶Complex system-level simulations

³⁷Multiuser detection

سیستمهای ^{۳۸}MIMO چند کاربره [۱۷] و همیاری ^{۳۹} BSها [۱۸]، [۱۹] هستند. در تمام این روشها، بهرهای بسیار کمتر از آنچه در نظریهی مخابرات پیش بینی میشد، در عمل به دست آمد [۲۰].

یک مدل تحلیلی معروف برای سیستمهای چندسلولی مدل وینر ۴۰ است [۲۱] که فرض می کند بهره ی کانال تمام BSهای تداخل کننده یکسان است و بنابراین، در تمام سلول مقدار ثابتی دارد. این مدل تفاوتی بین کاربران روی مرز سلول و کاربران داخلی ۴۱ قائل نمی شود و اغلب موارد هم خاموشی ۴۲ در آن رخ نمی دهد، چرا که SINR را در تمام شبکه ثابت و یقینی ۴۳ (غیرتصادفی) در نظر می گیرد [۲۲]. روش مرسوم دیگر، در نظر گرفتن تنها تعداد کمی از سلولهای تداخل کننده است که در آن BBهای مطلوب و تداخل کننده از یکدیگر تشخیص داده می شوند [۲۳]، [۲۴]. در نهایت، شاید محبوب ترین و قابل قبول ترین مدل برای شبکههای سلولی، مدل مشبک شش ظلعی دوبعدی ۴۴ باشد که اغلب به عنوان یک مدل پایه برای شبیه سازی های در سطح سیستم از آن استفاده می شود [۲۵]، [۲۶]، [۲۷]. لازم به ذکر است که در حالت کلی، تحلیل شبکههای سلولی به کمک این مدل ممکن نیست. با این وجود، درستی و همچنین دقت مدل مشبک برای شبکههای ناهمگون قابل بحث است [۲۸].

مدل دیگری که اخیراً بیشتر مورد توجه قرار گرفته است، در نظر گرفتن یک فرآیند نقطهای تصادفی ۴۵ برای محل قرار گیری BS است [۲۹]، [۳۰]، [۳۱]. این مدل برای لایههای پایینی یک شبکهی سلولی ناهمگون، همچون پیکوسلها و فمتوسلها که مکانشان از قبل تعیین نشده است و ممکن است در هر جایی از شبکه نصب شوند، معقول به نظر میرسد. اما استفاده از یک مدل تصادفی برای لایههای بالایی، مانند ماکروسلها که محل قرار گیری آنها از قبل مشخص است، اندکی شکبرانگیز است. با این وجود، تحقیقات اخیر نشان داده است که اختلاف بین محل قرار گیری BSها بهصورت تصادفی و واقعی (از قبل برنامهریزی شده) حتی برای BBهای لایهی اول (ماکروسلها) هم چندان محسوس نیست [۳۲]. در واقع برای یک شبکهی سلولی تکلایه، مرجع [۳۲] نشان میدهد که در مقایسه با یک شبکهی نسل چهارم ۴۶ (4G) واقعی، اگر مکان SBها بهصورت فرآیند نقطهای نواسن ۴۶ (PPP) توزیع شده باشد، شبکهی حاصل به همان دقت شبکهای خواهد بود که در آن مکان SBها

 $^{^{38}\}mathrm{Multiple\text{-}Input}$ and Multiple-Output

 $^{^{39}}$ Cooperation

⁴⁰Wyner model

⁴¹Cell edge and interior users

⁴²Outage

⁴³Deterministic

 $^{^{44}}$ Two-dimentional hexagonal grid model

⁴⁵Stochastic point process

⁴⁶4th Generation

⁴⁷Poisson Point Process

به صورت مدل مشبک در نظر گرفته شده است. نکته ی حائز اهمیت در این مدل تصادفی این است که ابزارهای ریاضی مفیدی از هندسه ی تصادفی وارد حل مسأله می شوند که در عین دقت بالا، به قابلیت پی گیری آن نیز می افزایند [۱]، [۳۳]، [۳۳]، [۳۳]. این مدل همچنین به تازگی برای یافتن احتمال پوشش دهی 4 یک شبکه ی سلولی ناهمگون حاوی فمتوسل مورداستفاده قرار گرفته است که در آن یک کاربر به نزدیک ترین BS موجود وصل می شود [۳۵]. کارهای متنوع دیگری نیز در سالهای اخیر بر روی تحلیل شبکه های سلولی ناهمگون انجام شده است که برای مثال می توان از مراجع [78], [78], [78] و [89] نام برد. به این مراجع در فصلهای بعد و برای تحلیل احتمال پوشش دهی یک شبکه ی سلولی ناهمگون رجوع خواهیم کرد. مراجع یاد شده این انگیزه را در ما ایجاد کردند که به تحلیل شبکه های ناهمگون و بررسی اساسی ترین علت ناهمگون کردن شبکه، یعنی افزایش احتمال پوشش دهی در آنها بپردازیم.

۲.۱ شبکههای ابزار –به –ابزار

با توجه به نیاز کاربران مخابراتی به پهنایباند و سرعت بیشتر، محققان در تلاش برای یافتن روشهای نوینی برای رسیدن به این هدف هستند. به علاوه، فن آوریهای 4G مخابرات سلولی مانند 6q LTE-A که عملکرد بهینه ی در لایههای فیزیکی 6p و 6m دارند، همچنان نمی توانند به خواستههای روزافزون این کاربران پاسخ مناسبی دهند. مخابرات می از روشهای جدیدی است که به تازگی معرفی شده و می تواند برای به کارگیری در نسل جدید مخابرات سلولی امیدوار کننده باشد 6p !، 6m !

مخابرات D2D در شبکههای سلولی با ایده ی ارتباط مستقیم بین کاربران و بدون کمک گرفتن از BS تعریف می شود [۴۰]. در یک شبکه ی سلولی مرسوم، تمامی مخابرهها باید توسط BS کنترل شوند، حتی اگر فرستنده و گیرنده در نزدیکی یکدیگر باشند. این نوع قدیمی از مخابرات برای سرویسهای با نرخ پایین، همچون تماس صوتی و پیام متنی که در آن معمولاً کاربران نزدیک یکدیگر نیستند، مناسب است. با این حال کاربران شبکههای امروزی از سرویسهای با نرخ داده ی بالا استفاده می کنند (مثل شبکههای اجتماعی مبتنی بر فاصله ^{۵۲} اشتراک گذاری ویدیو و بازی) که در آنها اغلب کاربران نزدیک به یکدیگر هستند و مخابره ی مستقیم (یعنی اشتراک گذاری ویدیو و بازی) که در آنها اغلب کاربران نزدیک به یکدیگر هستند و مخابره ی مستقیم (یعنی الله المکان پذیر است. بنابراین مخابرات D2D در این سناریوها می تواند به افزایش بهرهوری طیفی

⁴⁸Coverage probability

⁴⁹Long-Term Evolution Advanced

⁵⁰Physical layer

⁵¹Media Access Control layer

⁵²Proximity-based services

در شبکه کمک کند. با این وجود مزیت مخابرات D2D تنها به بالا بردن بهرهوری طیفی محدود نمی شود. علاوه بر آن، می توان از بهبود گذردهی $^{A^{\pi}}$ و کاهش مصرف انرژی و تأخیر در شبکه نام برد [۴۰].

مخابرات D2D اولین بار در [۴۱] برای فعال سازی رلههای چندگامه 46 در شبکههای سلولی مطرح شد. سپس کارهای [۴۲] و [۵] توانایی مخابرات D2D را در بهبود بخشیدن به بهرهوری طیفی در شبکههای سلولی بررسی کردند. به مدت کوتاهی بعد از آن، محققان مزیتهای دیگر این نوع جدید از مخابرات را معرفی کردند که می توان به مخابرات ماشین-به-ماشین 46 (M2M) [۴۳]، مخابرات همتا-به-همتا 46 (P2P) [۴۴]، ارسال چندگانه 47 [۴۵]، انتشار ویدیو 48 [۴۶] و تخلیه یا باربرداری سلولی 48 [۴۷] اشاره کرد. اولین تلاشها برای پیادهسازی مخابرات 47 انتظار ویدیو 48 [۴۸] و تخلیه یا باربرداری سلولی 49 شرکت کوال کام 49 انجام شد [۴۸] که در آن از یک ساختار ترکیبی لایههای فیزیکی و MAC برای مخابرات 47 سرویس های نزدیکی 47 (ProSe) است و محققان نیز به بررسی این استاندارد جدید پرداختند [۴۹].

دو موضوع مهم که در مخابرات D2D بسیار مورد توجه محققان قرار گرفتهاند، مباحث اشتراکگذاری پهنای باند، 84 و کنترل توان 86 هستند. از نقطه نظر اشتراکگذاری پهنای باند، مخابرات و دسته ی کلی تقسیم می شود: درون باندی 89 و بیرون باندی و باندی به استفاده می استفاده کنند؛ در حالی که مخابرات بیرون باندی به استفاده ی کاربران می و پزشکی 80 (ISM) 80 اطلاق می شود.

⁵³Throughput

 $^{^{54}}$ Multihop relays

⁵⁵Machine-to-Machine

 $^{^{56}}$ Peer-to-Peer

⁵⁷Multicasting

⁵⁸Video dissemination

⁵⁹Cellular offloading

⁶⁰FlashLinQ

⁶¹Qualcomm

⁶²3rd Generation Partnership Project

⁶³Proximity Services

⁶⁴Spectrum sharing

⁶⁵Power control

⁶⁶In-band

⁶⁷Out-of-band

⁶⁸Industrial, Scientific, and Medical

مخابرات درونباندی نیز خود به دو بخش زبرنهی 89 و زیرنهی 79 تقسیم می شود. مخابره به صورت زبرنهی به معنای استفاده ی فرستنده های سلولی و D2D از منابع زمان – فرکانسی 71 متعامد 71 است 70 ، در حالی که در مخابره به صورت زیرنهی، کاربران D2D از منابعی که تماماً توسط کاربران سلولی اشغال شده است، به صورت خوش بینانه 70 استفاده می کنند 70 اغلب کارهایی که در زمینه ی D2D انجام می شوند، با فرض استفاده ی زیرنهی از کانال موجود برای مخابره هستند که در آن ها مهمترین موضوع مورد بحث کاهش تداخل 70 بین کاربران 70 و سلولی است 70 است 70 مطالعه در مورد مخابره ی بیرون باندی نیز اغلب شامل مباحثی چون مصرف توان است 70 است 70 است 70

مرجع [4] اشتراک گذاری پهنای باند بین کاربران سلولی و D2D را موردبررسی دقیق قرار داده و با ارائه ی مرجع 4 اشتراک گذاری پهنای باند بین کاربران سلولی و D2D تحت شبکه ی سلولی 4 پرداخته یک الگوریتم کشف مسیر 4 , به تحلیل احتمال خاموشی در یک شبکه ی D2D تحت شبکه ی سلولی 4 پرداخته است. همچنین با توجه به شرطهای موجود برای برقراری ارتباط بین کاربران سلولی و D2D و کمینه کردن تداخل ایجادشده، بیشینه توان ارسالی کاربران D2D محاسبه شده است. شکل ۱.۱ سناریوهای بیان شده برای مخابرات D2D را نشان می دهد.

می توان مقایسهای بین مخابرات D2D و CR نیز انجام داد. از آنجایی که حق استفاده از پهنای باند به صورت پیش فرض با کاربران سلولی است، این کاربران را می توان به صورت کاربران اولیه یا قانونی در ادبیات CR دانست. کاربران D2D را نیز که با یک منطق خوش بینانه از پهنای باند موجود استفاده می کنند، می توان به صورت کاربران ثانویه یا غیرقانونی در حوزه ی CR در نظر گرفت. بنابراین، با توجه به رشد چشم گیری که علم CR در سال های اخیر داشته [۱۲]، می توان از ایده های موجود در آن برای حوزه ی جدید مخابرات D2D نیز استفاده کرد. در واقع، اغلب مدیریت تداخل به این صورت انجام می شود که پهنای باند اختصاص داده شده به شبکه ی کاربران ثانویه یا سلولی نداشته باشد (یا کمترین اشتراک ثانویه یا سلولی نداشته باشد (یا کمترین اشتراک ممکن را داشته باشد). بر خلاف CR، اشتراک گذاری پهنای باند در مخابرات D2D توسط شبکه ی سلولی یا D2D کنترل می شود [۵۵]. با در نظر داشتن CR، حالات مختلف اشتراک گذاری پهنای باند برای مخابرات D2D را

⁶⁹Overlay

⁷⁰Underlay

⁷¹Time-frequency resources

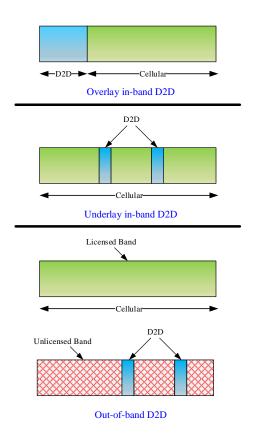
⁷²Orthogonal

⁷³Opportunistic

⁷⁴Interference mitigation

⁷⁵Route discovery

⁷⁶D2D underlaid cellular network



شکل ۱.۱: سناریوهای مختلف اشتراک گذاری پهنای باند برای مخابرات D2D

۱. مخابرهی D2D درونباندی بهصورت زبرنهی

پهنایباندی کاملاً جدا از کاربران اولیه، ولی در باند مجاز، به کاربران ثانویه اختصاص داده میشود. در واقع با کاربران ثانویه درست مانند کاربران اولیه رفتار خواهد شد.

مخابرهی D2D درونباندی بهصورت زیرنهی

همانند آنچه در حوزهی CR داریم، زیر مجموعهای از پهنای باند اختصاص داده شده به کاربران اولیه در اختیار کاربران ثانویه قرار داده می شود تا آنها به صورت هوشمند و خوش بینانه از این بازه ی فرکانسی استفاده کنند.

۳. مخابرهی D2D بیرونباندی

تمام پهنایباند مجاز به کاربران اولیه اختصاص داده خواهد شد و کاربران ثانویه در باند غیرمجاز بهصورت هوشمند مخابره می کنند.

در حالتهایی که تا کنون به آنها اشاره شد، کاربران D2D کاملاً مجزا از کاربران سلولی در نظر گرفته

میشدند. اما حالت دیگری نیز وجود دارد که در آن کاربران D2D می توانند به صورت سلولی (و در نتیجه در باند سلولی) نیز اقدام به مخابره نمایند. در واقع در این حالت دو دسته کاربر داریم: دسته ی اول کاربرانی هستند که فقط در فاز سلولی کار می کنند (همانند آنچه در حالات قبل نیز داشتیم) و دسته ی دوم کاربرانی هستند که هم در فاز سلولی و هم در فاز D2D می توانند مخابره کنند که به آنها کاربران بالقوه ی VV D2D می گویند [۴۹]. در دسته ی دوم، احتمال کار کردن یک کاربر مشخص در هر دو فاز اغلب با روشهای مبتنی بر فاصله تعیین می شود [۵۶]. در حالت خاصی از این روش، اگر فاصله ی بین کاربر موردنظر (فرستنده ی بالقوه ی D2D) با مقصدش (گیرنده ی بالقوه ی D2D) از فاصله ی بین آن و BS کمتر باشد، آنگاه این کاربر فاز D2D را برای ارسال انتخاب می کند؛ در غیر این صورت، فاز سلولی انتخاب خواهد شد. حالت ممکن دیگر این است که اگر فاصله ی فرستنده و گیرنده ی بالقوه ی D2D از مقدار مشخصی کمتر باشد، آنگاه به صورت DD2D مخابره می کنند و در غیر این صورت با فاز سلولی کار خواهند کرد.

مبحث کنترل توان در شبکههای مخابراتی D2D نیز توجه زیادی را به خود جلب کرده است. یک طرح D2D کنترل توان ساده برای یک شبکهی تکسلولی و یقینی در [۵۷] ارائه شده است که در آن توان کاربران کوبا برای بهمنظور آسیب نرساندن به لینکهای سلولی فعال تنظیم می شود. در [۵۸]، یک سازوکار ۲۸ کنترل توان پویا برای یک لینک مخابراتی D2D معرفی شد که هدف آن بهبود عملکرد شبکهی سلولی با کم کردن تداخل ایجادشده توسط کاربران D2D بود. در واقع ایدهی اصلی آن، تنظیم توان ارسالی کاربران D2D توسط BS برای محافظت از کاربران سلولی است. اغلب کارهایی که در زمینه ی کنترل توان انجام شده است، شبکهی مخابراتی را بهصورت یقینی فرض می کنند؛ حال آنکه در یک شبکهی واقعی، محل قرارگیری کاربران بهصورت تصادفی است [۵۹]. بنابراین، در تحلیل باید از یک مدل تصادفی برای شبکه استفاده کرد. از آنجایی که در شبکههای مخابراتی امروزی دانستن میانگین، واریانس و در حالت کلی تر توزیع توان ارسالی کاربران سلولی و D2D برای طراحی مناسب شبکه بسیار حائز اهمیت است، در این پایاننامه قصد داریم توزیع توان این کاربران را در حالت کلی تحلیل کنیم.

با این توضیحات، در ادامه به بیان اهدافی که در این پایاننامه پیش رو داریم میپردازیم و سپس ساختار پایاننامه را شرح میدهیم.

⁷⁷Potential D2D users

 $^{^{78}}$ Mechanism

۳.۱ اهداف و دستاوردهای پایاننامه

اهداف این پایان نامه به سه بخش کلی تقسیم می شوند. اولین هدف، مطالعه و تحقیق بر روی ریاضیاتی است که برای تحلیل شبکه های ناهمگون و شبکه های D2D به آن ها نیاز مندیم. همان طور که در بخش های ابتدایی این فصل نیز به آن اشاره شد، با توجه به تصادفی بودن موقعیت گرهها (چه کاربران و چه BSها)، هندسه ی تصادفی ابزاری قدر تمند برای تحلیل چنین شبکه هایی است. برای نیل به این هدف، لازم است که نظریه ی اندازه $^{\gamma q}$ آنالیز حقیقی $^{\Lambda}$ و کاربرد آن ها در نظریه ی احتمالات $^{\Lambda}$ را مور دبررسی دقیق قرار دهیم تا در ک بهتری از رفتار شبکه های مخابراتی تصادفی داشته باشیم.

هدف دیگر این پایان نامه، تحلیل شبکههای سلولی ناهمگون است. مرجع [77] احتمال پوشش دهی یک شبکه ی K شبکه از ده از K از ده این احتمال با وجود اینکه دقیق است، اما به فرم انتگرالی است که دارای پیچید گی محاسباتی خاص خود است. یکی از دستاور دهای ما، محاسبه ی کران بالای دقیقی برای این احتمال است. در نگاه اول انتظار داریم که با افزایش تعداد لایهها، احتمال پوشش دهی شبکه نیز بهبود یابد. اما نشان خواهیم داد که این اتفاق لزوماً رخ نمی دهد و شرطهای خاصی باید در پارامترهای شبکه ی جدید برقرار باشند تا تابع احتمال پوشش دهی شبکه نسبت به تعداد لایهها روند صعودی داشته باشد. دستاورد دیگر این پایان نامه، فرمول بندی این شرطها و تحلیل دقیق آنها در چند حالت خاص است.

هدف آخر این پایاننامه، تحلیل یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی است. به کمک هندسهی تصادفی، به تحلیل دقیق توزیع توان در این شبکهها پرداختیم تا دستاورد دیگر این پایاننامه، بهدست آورن یک فرم بستهی انتگرالی برای تابع توزیع تجمعی D2D توان ارسالی کاربران D2D باشد. مدلی که در این پایاننامه در نظر گرفته شده است، مخابرهی D2D درونباندی بهصورت زیرنهی است؛ بنابراین کاربران D2D و سلولی روی یکدیگر تداخل ایجاد میکنند. مرجع اصلی ما در این زمینه D2D است، که در آن به کمک نامساوی ینسن D2D کران بالای دقیقی برای توزیع توان یک شبکهی مخابراتی D2D بهدست آمده است. سناریوی اشتراک گذاری پهنای باند در این مقاله درونباندی بهصورت زبرنهی است، در نتیجه کاربران سلولی و D2D در دو باند فرکانسی جدا مخابره میکنند و تداخلی روی یکدیگر ندارند. در نهایت دستاورد آخر این پایاننامه، یافتن کران بالای دقیقی برای توزیع توان بهدست آمده و بررسی حالات خاص است.

⁷⁹Measure theory

⁸⁰Real analysis

⁸¹Probability theory

⁸²Cumulative Distribution Function

⁸³Jensen's inequality

۱۲. ساختار پایاننامه

۴.۱ ساختار پایاننامه

پس از مقدمهی کوتاهی که در این فصل بیان کردیم، ساختار پایاننامه را شرح میدهیم.

فصل ۲ به مقدمات ریاضی V ازم برای تحلیل شبکههای مخابراتی امروزی، یعنی هندسه ی تصادفی اختصاص دارد. در این فصل ابتدا نظریه ی اندازه و فرآیندهای نقطهای V (PP) را با بیان چند تعریف بررسی و مفهوم انتگرال را از دید این نظریه معرفی می V نیم. سپس مدل پواسن را به همراه چند قضیه ی مهم بیان می V به تعریف حالت خاصی از فرآیندهای نقطهای V برای مدل سازی مکان V رهها در یک شبکه ی مخابراتی تصادفی بسیار مناسب است، یعنی فرآیند نقطهای پواسن می پردازیم. بعد از آن، از آنجایی V نیاز به فرمول بندی تداخل در شبکه داریم، به سراغ جمع روی فرآیندهای پواسن می رویم و قضیه ی اساسی کمبل V را معرفی می V نین فصل را با بیان چند کاربرد از هندسه ی تصادفی در مخابرات بی سیم به اتمام می رسانیم.

تحلیل احتمال پوشش دهی در یک شبکه ی سلولی ناهمگون موضوع فصل T این پایان نامه است. بر مبنای مرجع [TF]، مدل سیستمی را در نظر می گیریم که شامل T لایه از Tهای مختلف است. سپس با بیان نتیجه ی اصلی مرجع یادشده، یعنی احتمال پوشش دهی شبکه، کران بالایی برای آن ارائه می دهیم. در ادامه ی این فصل، به سراغ محدودیتهای اضافه کردن یک لایه ی جدید در شبکه ی ناهمگون فعلی خواهیم رفت و نشان می دهیم که باید شرطهای خاصی برآورده شود تا احتمال پوشش دهی به دست آمده در [TF]، با زیاد شدن تعداد لایه ها افزایش یابد. در نهایت با بیان نتایج شبیه سازی، به جمع بندی این فصل می پردازیم.

در فصل ۴ یک شبکه ی D2D تحت شبکه ی سلولی را در حالت ارسال فراسو در نظر گرفته و مدل دقیق سیستم را بیان می کنیم. سپس تحلیلی بر تداخل ایجاد شده توسط کاربران D2D و سلولی به یکدیگر در شبکه ارائه داده و توزیع توان کاربران D2D را به دست می آوریم. بعد از آن و همانند فصل ۳، کران بالایی را برای توزیع به دست آمده مطرح خواهیم کرد و به بررسی حالتهای خاص نیز می پردازیم. در ادامه با ارائه ی شبیه سازی های لازم، درستی تحلیل های انجام شده را ارزیابی کرده و این فصل را جمع بندی می کنیم.

در نهایت نتیجه گیری و کارهای آینده در فصل ۵ آورده میشوند.

⁸⁴Point Processes

⁸⁵Campbell theorem

فصل ۲

هندسهی تصادفی و کاربرد آن در شبکههای مخابراتی بیسیم

۱.۲ مقدمه

در این فصل در مورد مقدمات ریاضی هندسه ی تصادفی، فرآیندهای نقطهای، مدل پواسن و کاربردهای آن در شبکههای بی سیم صحبت می کنیم. این موضوع از آن جهت حائز اهمیت است که هندسه و ساختار گرهها در شبکههای بی سیم نقش تأثیر گذاری در تعیین SINR در هر گیرنده دارند. هندسه ی تصادفی در واقع یک روش طبیعی برای تعریف و محاسبه ی ویژگیهای مقیاس بزرگ این شبکهها است که با میانگین گرفتن روی تمام الگوهای هندسی ممکن برای گرهها به دست می آیند. به بیان دقیق تر، مکان عناصر شبکه را می توان به صورت تحقق یک فرآیند نقطه ای در نظر گرفت [۳۳].

اخیراً علاقهی زیادی برای استفاده از هندسهی تصادفی در زمینهی مخابرات بیسیم ایجاد شده است، با این وجود پیشینهی برخی از کارهای اساسی آن به حدود یک قرن پیش بازمی گردد. استفاده از هندسهی تصادفی برای تحلیل تداخل در شبکههای بیسیم به سال ۱۹۷۸ برمی گردد [۶۱] و سپس توسط سوسا و سیلوستر ۲ در اوایل دههی ۹۰ موردبررسی بیشتر قرار گرفت [۶۲]، [۶۳]. در آن زمان دو کتاب مفید در اختیار محققان

¹Macroscopic

²Sousa and Silvester

قرار داشت: "هندسهی تصادفی و کاربردها" نوشتهی استویان " و همکاران [۳۳] و "فرآیندهای پواسن" نوشتهی کینگمن † [۶۴]. این دو کتاب کمک شایانی به تحلیل اثر پدیدههای تصادفی در کانال بیسیم † † مسایه و افت مسیر † بر روی تداخل ایجادشده کردند [۶۵]. در سالهای اخیر نیز هندسهی تصادفی و روشهای مرتبط با آن به شبکههای سلولی [۶۶]، شبکههای رادیو شناخت گر [۶۸]، [۶۹]، شبکههای بیسیم اعمال شدهاند. با این وجود، شاید بیشترین تأثیر این روش در شبکههای اقتضایی † باشد که در آنها تمامی گرهها، اعم از فرستنده و گیرنده، به صورت تصادفی قرار گرفتهاند. کنترل SINR در این شبکههای مخابراتی را افزایش می دهد. در این شرایط، هندسهی تصادفی می تواند راه حل مناسبی برای تحلیل و بررسی شبکه، از جمله SINR در یافتی در هر گره باشد.

در ادامه، ابتدا به بررسی فرآیندهای نقطهای و تعاریف مربوطه میپردازیم. سپس حالت خاص و بسیار مهم فرآیندهای نقطهای پواسن را مورد ارزیابی قرار خواهیم داد و با ذکر چند قضیه، کاربردهای آن را در شبکههای بی سیم بیان می کنیم.

۲.۲ فرآیندهای نقطهای و نظریهی اندازه

اولین نظریهای که در هندسهی تصادفی مطرح می شود، نظریهی فرآیندهای نقطهای است [۷۱]. این نظریه ابتدا توسط کاربردهایی در علوم زیست شناسی، ستاره شناسی و مواد گسترش یافت و سپس در زمینه های پردازش تصویر و شبکه های مخابراتی نیز مورد استفاده قرار گرفت.

روش اصولی برای بررسی فرآیندهای نقطهای، نظریهی مجموعهها^۷، نظریهی اندازه [۷۲] و کاربردهای آنها در احتمالات [۷۳]، [۷۴] است. در ادامه، بهمنظور دور نشدن از موضوع اصلی و عدم درگیری با جزئیات ریاضی، فقط به بیان چند تعریف مهم و کاربردی از این نظریهها بسنده می کنیم.

 $^{\wedge}$ تعریف ۱.۲. جبر و

³Stoyan

⁴Kingman

⁵Ad hoc networks

⁶Overhead

⁷Set theory

⁸Algebra and σ -algebra

فرض کنید که X یک مجموعه ی ناتهی باشد. یک **جبر** از مجموعهها روی X گردآیهای و ناتهی چون فرض کنید که X است که نسبت به عملگرهای اجتماع متناهی و مکمل بسته باشد؛ به بیان دیگر اگر A از زیرمجموعههای X است که نسبت به E_1 و اگر E_2 و اگر E_3 آنگاه E_4 یک E_4 جبر، جبری است که نسبت به عمل اجتماع شمارا نیز بسته باشد.

تعریف ۲.۲. اندازه و اندازهپذیری

 $\mu(E) = \sum_{x \in E} f(x)$ با فرمول M روی μ روی μ روی μ باشد، آنگاه μ باشد، آنگاه μ باشد، آنگاه μ با فرمول μ به گونه و تعریف شود تعیین می کند. در حالت خاص μ با باشد، μ با اندازه شمارشی μ می نامند. اگر μ به گونه و تعریف شود که برای یک μ دلخواه داشته باشیم μ و μ باشد و μ برای یک μ در نقطه و تامیده می شود. اندازه و تقطه ای μ نیز اندازه و تامید و باشد و دوماً مقادیر صحیح اختیار کند.

تعریف ۳.۲. فرآیند نقطهای

فرآیند نقطهای (PP) نگاشت اندازهپذیری است همچون Φ از یک فضای احتمال به فضای اندازهی نقاط

⁹Collection

 $^{^{10}\}mathrm{Measurable}$ space

¹¹Measurable sets

¹²Measure space

¹³Probability space

¹⁴Finite

 $^{^{15}}$ Counting measure

 $^{^{16}}$ Point mass

¹⁷Dirac measure

¹⁸Point measure

روی یک فضای E. فضای E غالباً همان فضای فضای \mathbb{R}^d با بعد $1 \geq d \geq 1$ در نظر گرفته می شود. چنین اندازههایی را می توان با مجموع گسسته ای از اندازههای دیراک روی E به صورت زیر نمایش داد.

$$\Phi = \sum_{i} \delta_{X_{i}},\tag{1.7}$$

که در این رابطه متغیرهای تصادفی $\{X_i\}$ که مقادیرشان را در E اختیار می کنند، نقاط Φ هستند. برای حالت خاص کنید که دو شرط زیر را برآورده خاص $\phi \subset \mathbb{R}^2$ باشد که دو شرط زیر را برآورده می سازد.

ا. هر مجموعه ی کران دار $A\subset\mathbb{R}^2$ شامل تعداد نقاط محدودی شود.

 $x_i
eq x_j$ آنگاه i
eq j آنگاه کر دو نقطه ای روی هم قرار نگیرند، یعنی اگر

در این صورت فرآیند نقطهای روی \mathbb{R}^2 یک متغیر تصادفی است که مقادیرش را در فضای N اختیار می کند. $\Phi(B)$ ا**ندازهی شدت** A^{r} در A به صورت $\Phi(B)$ به صورت $\Lambda(B) = \mathbb{E}\{\Phi(B)\}$ برای هر بورل A^{r} تعریف می شود، که در آن $\Phi(B)$ تعداد نقاط داخل $\Phi(B)$ را مشخص می سازد.

یک فرآیند نقطهای ساده 17 است، اگر هیچ دو نقطهای در یک مکان نباشند (همان شرط دوم در بالا برای حالت خاص \mathbb{R}^2) و ساکن 17 است، اگر قانون کلی فرآیند نقطهای (بهطور مثال تابع توزیع احتمال آن) با انتقال تغییر نکند. در قسمت 17 به بررسی حالت خاصی از فرآیندهای نقطهای که کاربرد فراوانی در مخابرات بی سیم دارد، خواهیم پرداخت.

تعریف ۴.۲. انتگرال

 $\chi_E(x)$ فرض کنید (X,\mathcal{M},μ) یک فضای اندازه باشد. اگر $E\subset X$ آنگاه تابع مشخصهی و ابدازه باشد. اگر نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$\chi_E(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in E \\ 0 & \text{if } x \notin E \end{cases} \tag{7.7}$$

 $^{^{19}}$ Intensity measure

 $^{^{20}}$ Borel

²¹Simple

²²Stationary

²³Characteristic function

 \mathcal{M} تابع ساده 77 روی X یک ترکیب خطی محدود با ضرایب مختلط از توابع مشخصه ی مجموعههای داخل $(0,\infty)$ است. حال فرض کنید که مجموعه ی تمام توابع اندازه پذیر از $(0,\infty)$ به $(0,\infty)$ را با $(0,\infty)$ نشان دهیم. اگر $(0,\infty)$ باشد، آنگاه انتگرال $(0,\infty)$ نسبت به $(0,\infty)$ به صورت زیر تعریف تعریف با نمایش استاندارد $(0,\infty)$ به $(0,\infty)$ باشد، آنگاه انتگرال $(0,\infty)$ نسبت به $(0,\infty)$ به صورت زیر تعریف می شود.

$$\int \phi \, \mathrm{d}\mu = \sum_{1}^{n} a_{j} \mu(E_{j}). \tag{\text{T.T}}$$

انتگرال فوق را گاهی به صورتهای زیر نیز می نویسند.

$$\int \phi \, \mathrm{d}\mu = \int \phi(x) \, \mathrm{d}\mu(x) = \int \phi(x) \, \mu(\mathrm{d}x).$$

تعریف بالا انتگرال توابع ساده را به دست می دهد. این تعریف به سادگی به توابع دلخواه مختلط مقدار نیز قابل تعمیم است که علاقه مندان می توانند به مرجع [۷۲] برای مطالعه ی دقیق تر مراجعه کنند.

٣.٢ مدل پواسن

در این قسمت، ابتدا توزیع پواسن که حالت حدی توزیع دوجملهای ^{۲۵} است را تعریف و چند ویژگی آن را بیان می کنیم. سپس خاصیت کاملاً تصادفی بودن ^{۲۶} و اجتنابناپذیری این متغیر تصادفی را بررسی خواهیم کرد و با بیان چند قضیهی مهم، به سراغ فرآیند پواسن و فرآیند نقطهای پواسن می رویم.

تعریف ۵.۲. توزیع پواسن

متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن $\mathscr{P}(\mu)$ است، اگر مقادیری که اختیار می کند اعداد صحیح مثبت باشند و اگر برای هر $n \geq 0$

$$\mathbb{P}\{X=n\} = \pi_n(\mu) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!}.$$
(5.7)

به بادگی دیده می شود که میانگین و واریانس X هر دو برابر با با خواهند بود. حال اگر عدد مختلطی با

²⁴Simple function

²⁵Binomial distribution

 $^{^{26}}$ Complete randomness

۱۸. مدل پواسن

شرط $|z| \leq 1$ باشد، متغیر تصادفی z^X محدود است. بنابراین داریم

$$\mathbb{E}(z^X) = \sum_{n=0}^{\infty} \pi_n(\mu) z^n$$

$$= e^{-\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu z)^n}{n!}$$

$$= e^{-\mu(1-z)},$$
(a.7)

و این رابطه برای $\mu < \infty$ برقرار است. با مشتق گرفتن از این رابطه و قرار دادن z=1 گشتاورهای مختلف متغیر تصادفی پواسن به سادگی قابل حصول است.

قضیهی زیر به جمع تعداد شمارایی از متغیرهای تصادفی پواسن و ویژگیهای آن میپردازد. اثبات این قضیه به دلیل اختصار در اینجا نمی آید و خواننده می تواند به [۶۴] مراجعه کند.

قضیه ۱.۲. جمع پذیری شمارا^{۲۷}

فرض کنید X_1,X_2,\dots متغیرهای تصادفی مستقل از هم و پواسن با توزیع Y_1,X_2,\dots برای برای باشند. اگر می فرض کنید $S=\sum_1^\infty X_j$ متغیرهای تصادفی مستقل ا همگرا می شود و دارای توزیع $S=\sum_1^\infty X_j$ است. در غیر این صورت S با احتمال ۱ واگرا می شود.

حال می خواهیم با فرضیاتی ساده و معقول به این سوال پاسخ دهیم که چرا برای تحلیل شبکههای مخابراتی اغلب از مدل پواسن استفاده می شود [۶۴]. فرض کنید A_t یک مجموعه ی تست باشد که در فضای دوبعدی یک دایره به شعاع t است. توابع زیر را در نظر بگیرید.

$$p_n(t) = \mathbb{P}\{N(A_t) = n\},\$$

$$q_n(t) = \mathbb{P}\{N(A_t) \le n\}.$$

در ادامه سعی داریم که معادلهی دیفرانسیل حاکم بر $p_n(t)$ را بیابیم.

متغیر تصادفی $N(A_t)$ هنگامی از n به n+1 جهش می کند که مرزهای آن از یکی از نقاط تصادفی بگذرند. A_t در حالت بین رخدادی بین t+h برابر خواهد بود با احتمال وجود یک نقطه در حلقه ی بین دایرههای $\mu(t+h) - \mu(t)$ که ما با کوچک بودن $\mu(t+h) - \mu(t)$ فرض می کنیم این احتمال نیز کوچک و برابر است با $\mu(t+h) - \mu(t)$ که ما با کوچک بودن $\mu(t+h) - \mu(t)$ که ما با کوچک بودن $\mu(t+h) - \mu(t)$ نیز کوچک و برابر است با کوچک بودن $\mu(t+h) - \mu(t)$ که ما با کوچک بودن $\mu(t+h)$ در خواهد بودن با کوچک بودن $\mu(t+h)$ در خواهد بودن با کوچک با کوچک بودن با کوچک با کوچک بودن با کوچک بودن با کوچک بودن با کوچک با کوچک بودن با کوچک با کوچک با کوچک بودن با کوچک بودن با کوچک با کوچک با کوچک با کوچک با کوچ

²⁷Countable additivity

در آن $\mu(t) = \mathbb{E}\{N(A_t)\}$ این رابطه با فرض اینکه احتمال وجود بیش از یک نقطه در این حلقه بسیار ناچیز باشد، بهدست آمده است. بنابراین داریم

$$q_n(t) - q_n(t+h) = p_n(t)\{\mu(t+h) - \mu(t)\},\$$

که با h o 0 نتیجه می دهد

$$-\frac{\mathrm{d}q_n}{\mathrm{d}t} = p_n \frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}.\tag{8.7}$$

از آنجایی که $p_n=q_n-q_{n-1}$ معادلهی (۶.۲) را میتوان بر حسب p_n بهصورت زیر نوشت.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p_n \mathrm{e}^{\mu}) = p_{n-1} \mathrm{e}^{\mu} \frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t},$$

که با استقراء به جواب زیر میرسد.

$$p_n(t) = \frac{\mu(t)^n e^{-\mu(t)}}{n!}.$$

است. $\mu(t)$ است با میانگین $N(A_t)$ دارای توزیع پواسن با میانگین

در ادامه به تعریف فرآیند پواسن و بیان چند قضیهی مرتبط با آن میپردازیم.

تعریف ۶.۲. فرآیند پواسن

فرض کنید S یک فضای اندازهپذیر است. یک فرآیند پواسن روی S زیرمجموعهای تصادفی و شمارا مانند Π از S است که شرایط زیر را برآورده سازد.

- ۱. برای زیرمجموعههای اندازهپذیر و جدا از هم $N(A_1, A_2, \dots, A_n)$ از $N(A_1), N(A_2), \dots, N(A_n)$ مستقل از هم باشند.
- ر محدودهی $\mu=\mu(A)=\mathbb{E}\{N(A)\}$ باشد که $\mathscr{P}(\mu)$ باشد که $N(A)=\mu$ در محدودهی ۲. متغیر تصادفی $0\leq \mu\leq \infty$

در این تعریف μ یک اندازه روی S است که به آن اندازهی میانگین $^{7\Lambda}$ گویند. دو قضیهی زیر ویژگیهای مهمی از فرآیندهای تصادفی یواسن را بیان می کنند.

 $^{^{28}\}mathrm{Mean}$ measure

۳۰. مدل پواسن

قضیه ۲.۲. برهمنهی ۲۹

فرض کنید S باشند و فرض کنید که فرض کنید و فرض کنید و فرض کنید و فرض کنید که فرض کنید و فرض کنید و فرض کنید Π_1,Π_2,\dots دارای اندازه ی میانگین μ_n برای هر n باشد. آنگاه حاصل برهمنهی آنها، یعنی Π_n یک فرآیند پواسن با اندازه ی میانگین μ_n برای هر μ_n خواهد بود.

قضیه ۳.۲. رنگ آمیزی یا نازک کردن ۳۰

فرض کنید Π یک فرآیند تصادفی پواسن با اندازه ی میانگین μ روی S باشد. همچنین فرض کنید که نقاط p_i بهصورت تصادفی با k رنگ مختلف رنگ آمیزی شده باشند و احتمال اینکه یک نقطه رنگ i م را بگیرد برابر i باشد. مجموعه تمام نقاطی که توسط رنگ i مرنگ آمیزی شده اند را با i نمایش می دهیم. آنگاه مجموعه های Π_i مستقل از هم و با توزیع پواسن $\mathcal{P}(p_i\mu)$ خواهند بود.

قضیههای ۲.۲ و ۳.۳ از جمله ی قضایای مهمی هستند که خاصیت پواسن بودن نقاط را حفظ می کنند و همین نکته باعث شده که کاربرد زیادی در مخابرات بی سیم و شبکههای اقتضایی داشته باشند [۷۵]. قضایای متعدد و پرکاربرد دیگری همچون قضیه ی نگاشت 77 ، قضیه ی وجود 77 ، قضیه ی فاصله 77 و قانون اعداد بزرگ 77 نیز وجود دارند که به دلیل اختصار در این پایان نامه آورده نمی شوند و خواننده ی علاقه مند می تواند به مرجع [۶۴] (فصل های ۲ و ۴) مراجعه کند.

تعریف فرآیند نقطهای پواسن در فضای \mathbb{R}^d نیز مشابه تعریف ۶.۲ است، ولی از آنجایی که در ادامه ی این پایان امه بیشتر با چنین فرآیندهایی سروکار داریم، تعریف دقیق فرآیند نقطهای پواسن ساکن در فضای \mathbb{R}^2 در زیر آورده شده است.

تعریف ۷.۲. فرآیند نقطهای پواسن ساکن

فرآیند نقطهای پواسن ساکن Φ با چگالی λ $^{\mathsf{N}^{\mathsf{D}}}$ توسط دو شرط زیر تعیین میشود.

 $A\cap B=\emptyset$ و $B\subset\mathbb{R}^2$ ، $A\subset\mathbb{R}^2$ اگر تعداد نقاط مجموعههای جدا از هم، مستقل از هم باشند؛ یعنی اگر $\Phi(A)\perp\Phi(B)$ و $\Phi(A)$

 $^{^{29}}$ Superposition theorem

³⁰Coloring or Thinning theorem

³¹Mapping theorem

³²Existence theorem

³³Interval theorem

³⁴Law of large numbers

³⁵Density

۲. تعداد نقاط در مجموعه ی کرانداری همچون $A\subset\mathbb{R}^2$ دارای توزیع پواسن با میانگین $\lambda|A|$ باشد؛ به عبارت دیگر

$$\mathbb{P}(\Phi(A) = n) = \exp\left(-\lambda |A|\right) \frac{(\lambda |A|)^n}{n!}.$$

همان طور که از تعریف هم برمی آید، یک PPP ساکن به طور کامل توسط λ مشخص می شود. دقت کنید که در این تعریف λ لزوماً یک عدد ثابت نیست و می تواند متغیر هم باشد؛ اما اگر مقدار λ ثابت بود، به آن PPP که در این تعریف λ گفته می شود. از تعاریف روشن است که یک PPP همگن، ساکن و ساده نیز هست. در واقع ساده ترین و طبیعی ترین نوع فر آیندهای نقطه ای نقطه ای پواسن همگن است.

با بيان و اثبات دو لم مهم، اين قسمت را به اتمام مي سانيم.

لم ۱.۲. اگر \mathbb{R}^2 ، آنگاه مشروط به اینکه تعداد نقاط $\Phi(A)$ را بدانیم، این نقاط به صورت مستقل از هم و یکنواخت در مجموعه A توزیع شده اند.

اثبات لم ۱.۲. با در نظر گرفتن احتمال تهی بودن $K \subset A$ مجموعهای مانند $K \subset A$ داریم

$$\begin{split} \mathbb{P}(\Phi(K) = 0|\Phi(A) = n) &= \frac{\mathbb{P}(\Phi(K) = 0 \cap \Phi(A) = n)}{\mathbb{P}(\Phi(A) = n)} \\ &= \frac{\mathbb{P}(\Phi(K) = 0)\mathbb{P}(\Phi(A - K) = n)}{\mathbb{P}(\Phi(A) = n)} \\ &= \frac{\mathrm{e}^{-\lambda|K|}\mathrm{e}^{-\lambda|A - K|}\left(\lambda|A - K|\right)^{n}/n!}{\mathrm{e}^{-\lambda|A|}\left(\lambda|A|\right)^{n}/n!} \\ &= \left(1 - \frac{|K|}{|A|}\right)^{n}, \end{split}$$

و اثبات تمام است.

این لم در شبیهسازیها و تولید نقاط پواسن به کمک توزیع یکنواخت می تواند چارهساز باشد. به عنوان مثال فرض کنید که می خواهیم یک PPP با چگالی λ روی فضای $A=[-L,L]^2$ تولید کنیم. برای این کار، ابتدا یک متغیر تصادفی پواسن با میانگین $\lambda |A|$ تولید می کنیم، چرا که می دانیم تعداد نقاط در مجموعه ی $\lambda |A|$ متغیر تصادفی پواسن با میانگین $\lambda |A|$ است. حال مشروط به دانستن این تعداد نقطه، نقاط مطلوب را به کمک متغیر تصادفی یکنواخت تولید می کنیم.

لم بعدی به توزیع فاصلهی بین گرهها مربوط است و کاربرد زیادی در تحلیل شبکههای بیسیم دارد.

³⁶Homogeneous PPP

³⁷Void probability

لم ۲.۲. تابع توزیع تجمعی مکمل $^{\mbox{\scriptsize M}}$ (CCDF) فاصله ی نزدیک ترین نقطه ی یک PPP از مرکز مختصات، که آن را با D نمایش می دهیم، برابر خواهد بود با

$$\mathbb{P}(D \ge r) = \exp\left(-\lambda \pi r^2\right). \tag{Y.7}$$

اثبات لم ۲.۲. دایره به مرکز \mathcal{O} و شعاع r را با $\mathcal{B}(\mathcal{O},r)$ نمایش می دهیم. به سادگی داریم

$$\mathbb{P}(D \ge r) = \mathbb{P}(\mathcal{B}(\mathcal{O}, r) \text{ is empty})$$
$$= \exp(-\lambda |\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)|)$$
$$= \exp(-\lambda \pi r^2).$$

همچنین با مشتق گیری از (۷.۲)، تابع چگالی احتمال $^{"}$ (PDF) متغیر تصادفی D برابر خواهد بود با

$$f_D(r) = 2\lambda \pi r \exp\left(-\lambda \pi r^2\right),\tag{A.7}$$

و اثبات تمام است.

خواننده ی علاقه مند به تابع توزیع Nاُمین نقطه ی نزدیک به مبدأ، می تواند مرجع [78] را مطالعه کند.

۴.۲ جمع روی فر آیندهای یواسن

این بخش به جمعهایی به شکل

$$\Sigma = \sum_{X \in \Pi} f(X) \tag{9.7}$$

است. اختصاص دارد که در آن f یک تابع حقیقی مقدار روی فضای فرآیند پواسن Π است.

این نوع جمعها کاربرد زیادی در فیزیک، اخترشناسی، مخابرات و علوم دیگر دارند. به عنوان مثال می توان از اثر

³⁸Complementary Cumulative Distribution Function

³⁹Probability Density Function

ضربهای ^{۴۰} نام برد که در آن اثر نقاط فرآیند پواسن در یک بعد، تا مدت زمانی پس از رخداد هر پیشامد توسط آن نقاط ادامه خواهد داشت.

تکنیک اصلی برای یافتن توزیع و خواص آماری Σ به این صورت است که ابتدا تابع f را ساده در نظر می گیریم و سپس نتیجه ی آن را به کمک قضایای مربوطه در نظریه ی انتگرال، به توابع پیچیده تر تعمیم می دهیم.

فرض کنید تابع $f:S \to \mathbb{R}$ تنها تعداد محدودی مقدار غیرصفر، که آنها را با $f:S \to \mathbb{R}$ نشان می دهیم، اختیار می کند و در بقیه جاها صفر است. آنگاه مجموعهی

$$A_j = \{x; f(X) = f_j\}$$

با اندازهی

$$m_j = \mu(A_j) < \infty$$

اندازه پذیر است و A_j ها جدای از هم نیز میباشند. بنابراین متغیرهای تصادفی $N_j=N(A_j)$ مستقل از هم و دارای توزیع پواسن $\mathscr{P}(m_j)$ هستند و داریم

$$\Sigma = \sum_{X \in \Pi} f(X) = \sum_{1}^{k} f_j N_j.$$

(MGF) این رابطه به ما کمک می کند که توزیع Σ را بهوسیله ی تابع مشخصه (CF) ایا تابع مولد گشتاور Σ را بهوسیله ی تابع مشخصه (CF) برای متغیرهای تصادفی پولسن آوریم. در واقع برای هر θ حقیقی یا مختلط، با توجه به رابطه ی (Σ) برای متغیرهای تصادفی پولسن می توانیم بنویسیم

$$\mathbb{E}(\mathbf{e}^{\theta \Sigma}) = \prod_{1}^{k} \mathbb{E}(\mathbf{e}^{\theta f_{j} N_{j}})$$

$$= \prod_{1}^{k} \mathbf{e}^{m_{j}(\mathbf{e}^{\theta f_{j}} - 1)}$$

$$= \exp\left\{\sum_{1}^{k} \int_{A_{j}} (\mathbf{e}^{\theta f(x)} - 1) \mu(\mathrm{d}x)\right\}, \tag{1...7}$$

 $^{^{40}}$ Shot effect

⁴¹Characteristic Function

⁴²Moment Generating Function

و با توجه به اینکه خارج از اجتماع A_j ها داریم f=0 معادلهی (۱۰.۲) به شکل زیر ساده می شود.

$$\mathbb{E}(\mathbf{e}^{\theta \Sigma}) = \exp\left\{ \int_{S} (\mathbf{e}^{\theta f(x)} - 1) \, \mu(\mathrm{d}x) \right\}. \tag{11.7}$$

معادلهی (۱۱.۲) اساسی ترین معادلهای است که در ادامهی این پایاننامه به آن رجوع خواهیم کرد.

t که $\theta=jt$) که مقادیر مثبت و منفی را اختیار کند، بهترین انتخاب برای θ مقدار موهومی محض است t که عند میشود به حقیقی است). در این صورت (۱۱.۲) تبدیل میشود به

$$\mathbb{E}(\mathbf{e}^{jt\Sigma}) = \exp\left\{ \int_{S} (\mathbf{e}^{jtf(x)} - 1) \, \mu(\mathrm{d}x) \right\},\tag{17.7}$$

که سمت چپ این معادله همان تابع مشخصه ی Σ است. در [۶۴] نشان داده شده است که مجموع (۹.۲) با احتمال ۱ مطلقاً همگراست، اگر و تنها اگر انتگرال معادله ی (۱۲.۲) مطلقاً همگرا باشد، و در نتیجه ی آن رابطه ی (۱۲.۲) نیز برقرار می شود.

حال اگر f فقط مقادیر مثبت را اختیار کند، بهتر است که θ را حقیقی و منفی در نظر بگیریم ($\theta=-u$ که حقیقی و مثبت است). برای این حالت نیز داریم u

$$\mathbb{E}(e^{-u\Sigma}) = \exp\left\{-\int_{S} (1 - e^{-uf(x)}) \,\mu(\mathrm{d}x)\right\}. \tag{17.7}$$

در این حالت، رابطهی (۱۳.۲) بدون هیچ قیدی درست است؛ اگر انتگرال واگرا شود، آنگاه با احتمال ۱ داریم $\Sigma=\infty$

با بسط (۱۱.۲) به صورت یک سری توانی از θ و مساوی قرار دادن ضرایب همارز خواهیم داشت

$$\mathbb{E}(\Sigma) = \int_{S} f(x) \, \mu(\mathrm{d}x), \tag{1.7.7}$$

9

$$var(\Sigma) = \int_{S} f(x)^{2} \, \mu(\mathrm{d}x). \tag{12.7}$$

روابط مفید دیگری، از جمله توزیع مشترک دو یا چند جمع به شکل (۹.۲)، کوواریانس بین این متغیرهای

تصادفی و غیره، از کارهای ابتدایی کمبلf نتیجه میشوند و در ادامه، این روابط را برای توابع دلخواه f تحت عنوان قضیه ی کمبل ارائه خواهیم داد.

در مورد انتگرالها هم دقت کنید که اندازه ی μ حاوی یک چگالی λ نسبت به اندازه یل به اندازه ی است. بنابراین، انتگرالهایی که نسبت به μ گرفته می شوند باید به صورت زیر محاسبه شوند.

$$\int_{S} \dots \mu(\mathrm{d}x) = \int_{S} \dots \lambda(x) \mathrm{d}x.$$

قضیهی کمبل رابطهی (۱۱.۲) را به توابع کلی تر تعمیم می دهد و ما این قضیه را بدون اثبات در این جا می آوریم. علاقه مندان می توانند به [۶۴] برای اثبات مراجعه کنند.

قضيه ۴.۲. كمبل

فرض کنید Π یک فرآیند پواسن روی S با اندازه ی میانگین μ باشد. همچنین تابع $S \to \mathbb{R}$ را یک تابع اندازه پذیر در نظر بگیرید. آنگاه جمع

$$\Sigma = \sum_{X \in \Pi} f(X) \tag{19.7}$$

مطلقاً در احتمال همگراست، اگر و تنها اگر

$$\int_{S} \min(|f(x)|, 1) \, \mu(\mathrm{d}x) < \infty. \tag{1Y.Y}$$

اگر این شرط برقرار باشد، آنگاه

$$\mathbb{E}(e^{\theta \Sigma}) = \exp\left\{ \int_{S} (e^{\theta f(x)} - 1) \, \mu(\mathrm{d}x) \right\} \tag{1A.7}$$

برای هر مقدار مختلط θ که انتگرال (۱۸.۲) همگرا شود. به علاوه داریم

$$\mathbb{E}(\Sigma) = \int_{S} f(x) \, \mu(\mathrm{d}x), \tag{19.7}$$

⁴³N. R. Campbell

⁴⁴Lebesgue measure

به این بیان که امید ریاضی موجود است، اگر و تنها اگر انتگرال (۱۹.۲) همگرا شود و در نتیجه این دو مقدار برابر خواهند شد. اگر (۱۹.۲) همگرا شود، آنگاه خواهیم داشت

$$var(\Sigma) = \int_{S} f(x)^{2} \mu(dx), \qquad (\Upsilon \cdot . \Upsilon)$$

چه انتگرال سمت راست (۲۰.۲) محدود شود، چه نامحدود.

نتیجه ی زیر به سادگی از قضیه ی کمبل ۴.۲ با جای گذاری $f = \sum_{1}^{n} t_i f_i$ و طاصل می شود.

نتیجه ۱.۲. اگر f_1, f_2, \dots, f_n توابعی باشند که شرط (۱۷.۲) را برآورده سازند، آنگاه $\Sigma_i = \sum_{X \in \Pi} f_i(X)$ توابعی باشند که شرط ایر ایر آورده سازند، آنگاه اگرا می شود و داریم

$$\mathbb{E}(e^{\sum_{1}^{n} j t_{i} \Sigma_{i}}) = \exp\left\{ \int_{S} (e^{\sum_{1}^{n} j t_{i} f_{i}(x)} - 1) \,\mu(\mathrm{d}x) \right\}. \tag{7.1.7}$$

همچنین اگر f_i ها شرط

$$\int_{S} f_i(x)^2 \, \mu(\mathrm{d}x) < \infty$$

را برآورده سازند، آنگاه

$$cov(\Sigma_i, \Sigma_k) = \int_S f_i(x) f_k(x) \, \mu(\mathrm{d}x). \tag{77.7}$$

این قسمت را با معرفی تابعک مشخصه ^{۴۵} فرآیند پواسن به اتمام میرسانیم.

با به کار بردن قضیه ی کمبل ۴.۲ برای حالت $f \geq 0$ و f = -1 ، رابطه (۱۸.۲) تبدیل می شود به

$$\mathbb{E}(\mathrm{e}^{-\Sigma_f}) = \exp\left\{-\int_S (1 - \mathrm{e}^{-f(x)}) \,\mu(\mathrm{d}x)\right\} \tag{77.7}$$

که در آن

$$\Sigma_f = \sum_{X \in \Pi} f(X). \tag{7.5}$$

 $^{^{45}}$ Characteristic functional

کمیتی که در سمت چپ معادلهی (۲۳.۲) قرار دارد، به **تابعک مشخصه** یک فرآیند تصادفی معروف است. علت این نامگذاری این است که این معادله در واقع یک فرآیند تصادفی را مشخص میسازد.

فرض کنید که Π هر زیرمجموعه ی تصادفی شمارایی از S باشد و ∞ کی Γ را برای هر تابع دلخواه فرض کنید که برای یک اندازه مانند μ , رابطه ی (۲۴.۲) برای $f:S \to [0,\infty)$ طبق (۲۴.۲) تعریف کنید. حال فرض کنید که برای یک اندازه مانند $\mathscr F$ از توابع برقرار باشد. اگر کلاس $\mathscr F$ به قدری جامع باشد که شامل همه ی توابعی شود که تنها تعداد محدودی از مقادیر مختلف f_1,f_2,\ldots,f_k را اختیار می کنند، آنگاه (۲۳.۲) نتیجه می دهد

$$\mathbb{E}(e^{-\Sigma_f}) = \exp\left\{-\sum_{1}^{k} (1 - e^{-f_i})m_i\right\},\,$$

که در آن $\Sigma_f = \sum_1^k f_i N(A_i)$ و $A_i = \{x_i; f(x) = f_i\}$ بنابراین با که در آن $X_i = e^{-f_i}$ داریم

$$\mathbb{E}(z_1^{N(A_1)}z_2^{N(A_2)}\dots z_k^{N(A_k)}) = \prod_{1}^k e^{m_i(z_i-1)},$$

و از آنجا که این رابطه برای $z_i < z_i < 1$ برقرار است، متغیرهای تصادفی $N(A_i)$ مستقلاند و دارای توزیع پواسن $0 < z_i < 1$ میباشند. در نتیجه Π یک فرآیند پواسن با اندازهی میانگین μ است.

به طور خلاصه، برای اثبات اینکه یک مجموعهی تصادفی شمارا فرآیندی پواسن است، کافی است که صحت رابطهی (۲۳.۲) برای کلاس جامعی از توابع بررسی شود.

۵.۲ کاربرد فرآیندهای پواسن در مخابرات بیسیم

به دلیل افزایش بسیار زیاد تعداد کاربران مخابراتی، تداخل مهمترین پارامتری است که در شبکههای بیسیم امروزی مطرح است و محققان سعی دارند میزان تداخل را در شبکههای مخابراتی کمینه کنند. به همین دلیل، SINR معیار سنجش شبکههای امروزی به جای SNR است. از آنجایی که هم مکان کاربران و هم توان فرستندهها و SBها اغلب مقداری تصادفی دارند، توان تداخلی در این شبکهها نیز توسط یک یا چند فرآیند تصادفی کنترل میشود [۱]. حتی اگر این توان ثابت باشد، در گیرنده دارای یک خاصیت تصادفی خواهد بود، چرا که عوامل محیطی همچون محوشوندگی، سایه و افت مسیر ماهیتی تصادفی دارند. در ساده ترین حالت، SINR در گیرنده ای

که در مبدأ مختصات یک فضای اقلیدسی ۲ یا ۳ بعدی قرار دارد را میتوان بهصورت زیر نوشت.

$$SINR = \frac{S}{W+I},$$
 (۲۵.۲)

که در این رابطه W ،S و I بهترتیب توان سیگنال مطلوب، نویز و تداخل میباشند. برای I نیز میتوانیم بنویسیم

$$I = \sum_{i \in \mathcal{T}} P_i h_i l(\|x_i\|), \tag{79.7}$$

که در آن P_i ، P_i ، P_i و l به ترتیب بیان گر مجموعه ی فرستندههای مزاحم l توان فرستنده ی l م توان پدیدههای سایه و محوشوندگی و تابع افت مسیر هستند. لازم به ذکر است که l فقط وابسته به فاصله ی فرستنده ی مزاحم $\|x_i\|$ از گیرنده ی مطلوب است و اغلب به صورت قانون توان $\|x_i\|$ مدل می شود:

$$l(\|x_i\|) = k_0 \|x_i\|^{-\alpha},\tag{YY.Y}$$

که در آن k_0 یک ثابت است که به محیط بستگی دارد و lpha نیز بیانگر توان افت مسیر lpha است.

در شبکههای بزرگ، T ، h_i ، h_i ، h_i ، h_i ، T همگی عواملی تصادفی هستند، اما مکان قرارگیری کاربران مزاحم است که نقش تعیین کننده ای در سطح SINR و در نتیجه عملکرد شبکه دارد. در واقع، تداخل تابعی از شرایط کانال و توزیع گرههای موجود است که میتواند بهصورت PPP مدل شود. در دو فصل آینده به کمک این مدل، سعی داریم تابعک مشخصه یا همان **تبدیل لاپلاس** 49 تداخل را در دو نوع خاص از شبکههای مخابراتی محاسبه کنیم. با داشتن مشخصات آماری تداخل، میتوان بهراحتی احتمال پوشش دهی و احتمال خاموشی شبکه، متوسط نرخ ارسال و بسیاری از پارامترهای مرتبط دیگر را محاسبه کرد.

فرآیندهای نقطهای پواسن یک ویژگی جالب دیگر نیز دارند که در ادامه تحت عنوان قضیهی اسلیونیاک $^{a\cdot}$

⁴⁶Interfering transmitters

⁴⁷Power law

⁴⁸Path loss exponent

⁴⁹Laplace transform

⁵⁰Slivnyak theorem

به آن اشاره خواهیم کرد. قبل از آن باید مفهوم احتمال کاهش یافته ی پام 41 را بدانیم. نظریه ی پام 47 به بررسی مفهوم توزیع شرطی یک 41 دلخواه میپردازد (مشروط به این که 41 موردنظر، نقطه ی خاصی در مکان خاصی داشته باشد). بدین منظور، مثلاً برای فاصله ی نزدیک ترین همسایه به یک نقطه ی موردنظر می توانیم بنویسیم

$$\begin{split} D(r) &= \mathbb{P} \left\{ \Phi(\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)) = 1 | \mathcal{O} \in \Phi \right\} \\ &= \mathbb{P}^{\mathcal{O}} \left\{ \Phi(\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)) = 1 \right\} \\ &= \mathbb{P}^{!\mathcal{O}} \left\{ \Phi(\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)) = 0 \right\}, \end{split}$$

که رابطهی بالا در واقع احتمال مشروط به وجود نقطهای در مبدأ (و به احتساب نیاوردن آن) است.

قضيه ۵.۲. اسليونياک

توزیع کاهشیافتهی پام یک PPP با توزیع اولیهی آن معادل است، یعنی

$$P_x^!(.) = \mathbb{P}\{\Phi \in .\}. \tag{TA.Y}$$

بنابراین برای یک PPP، یک نقطه ی جدید می تواند به فرآیند اضافه شود، بدون اینکه مزاحم نقاط دیگر فرآیند شود. برای اثبات می توانید به [۳۳] یا [۳۴] مراجعه کنید.

این قسمت را با بیان قضیهی کمبل-مک^{۵۳} که در محاسبهی تبدیل لاپلاس تداخل در شبکههای مخابراتی بیسیم نقش بهسزایی دارد، خاتمه میدهیم.

قضيه ۶.۲. كميل -مك

فرض کنید $f(x,\phi):\mathbb{R}^2 imes\mathbb{N} o [0,\infty]$ تابعی حقیقی مقدار باشد. آنگاه داریم

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{x\in\Phi}f(x,\Phi\backslash\{x\})\right\} = \lambda \int_{\mathbb{R}^2}\mathbb{E}^{!\mathcal{O}}\{f(x,\Phi)\}\,\mathrm{d}x. \tag{79.7}$$

⁵¹Reduced Palm probability

⁵²Palm theory

 $^{^{53}}$ Campbell-Mecke theorem

با ترکیب دو قضیهی فوق برای یک PPP داریم

در فصل بعد، از این رابطه برای محاسبه ی تبدیل لاپلاس تداخل در حالت خاصی از شبکههای مخابراتی استفاده خواهیم کرد.

۶.۲ جمع بندی و نتیجه گیری

این فصل به هندسهی تصادفی و کاربردهایش در مخابرات بیسیم اختصاص داشت. ابتدا فرآیندهای نقطهای و نظریهی اندازه بهطور مختصر بررسی شدند. سپس به سراغ حالت خاص و بسیار مهم این فرآیندها، یعنی فرآیند نقطهای پواسن رفتیم و قضایای مفیدی از جمله قضیهی جمعپذیری شمارا ۱.۲ و قضیه برهمنهی ۲.۲ را در این زمینه ارائه کردیم. در نهایت نگاهی اجمالی به جمع روی فرآیندهای پواسن و کاربردهای آن در مخابرات بیسیم داشتیم و با بیان قضیهی کمبل ۴.۲ و نتایج آن، سعی داشتیم ارتباطی ملموس بین هندسهی تصادفی و تحلیل تداخل در شبکههای مخابراتی برقرار کنیم.

در ادامه با بررسی و تحلیل دقیق دو نوع خاص از شبکههای مخابراتی، یعنی شبکههای ناهمگون و شبکههای ابزار به ابزار، کاربرد روابط ریاضی مطرح شده در این فصل را خواهیم دید. برای مطالعه ی بیشتر در موضوعات نظریه ی اندازه و هندسه ی تصادفی می توان به [۷۲]، [۳۳]، [۷۳] و [۷۴] رجوع کرد. همچنین محققان علاقه مند برای بررسی جامع تری از کاربرد این مباحث در مخابرات، می توانند مراجع [۳۴] و [۷۵] را ببینند.

فصل ۳

بررسی احتمال پوششدهی در شبکههای سلولی ناهمگون چندلایه

۱.۳ مقدمه

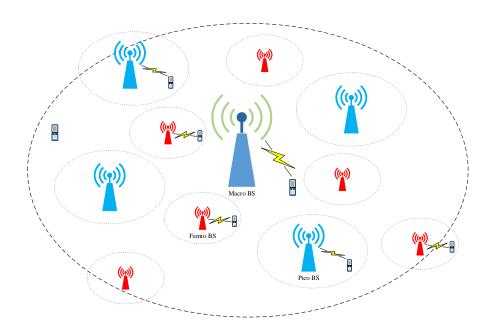
همانطور که در فصل ۱ اشاره شد، شبکههای مخابراتی سلولی امروزی در حال یک تغییر اساسی از حالت پایگاههای مرکزی ثابت و مشخص به ساختارهای ناهمگون و نامشخص هستند. ماکروسل، میکروسل، پیکوسل، فمتوسل و آنتن گسترده ۲ المانهای اصلی این شبکهها را تشکیل میدهند.

تحلیل دقیق ریاضی شبکههای سلولی تکلایه (شبکههای مرسوم امروزی) در حالت کلی مشکل است. در عمل، برای تحلیل یک مدل بسیار ساده شده آن را در نظر می گیرند و برای طراحی، مدل کلی سیستم را شبیه سازی می کنند. تحلیل چنین شبکههایی با اضافه شدن گروههای مختلفی از BSها پیچیده تر نیز می شود الاستان می کوچکتری نسبت به BSهای اصلی یا الاستان الا

¹Microcell

²Distributed antenna

۱.۳ مقدمه



شکل ۱.۳: یک شبکهی ناهمگون سهلایه. نوع هر لایه در شکل مشخص است.

پرتراکمتر یافت میشوند. پیکوسلها حتی در نواحی کوچکتر از میکروسل، مانند ادارههای بزرگ، فرودگاهها، ایستگاههای راهآهن یا فروشگاههای بزرگ قابل استفاده هستند. کوچکترین ناحیههای ممکن، همچون ادارههای کوچک یا خانهها نیز توسط فمتوسلها پوشانده میشوند. این رشد شبکههای مخابراتی به سمت ناهمگون شدن در سالهای آینده با سرعت بیشتری ادامه خواهد یافت، چرا که روز به روز تقاضا برای حجم داده بیشتر میشود.

همان طور که در شکل ۱.۳ نشان داده شده است، یک مدل جامع برای شبکههای سلولی ناهمگون (HCN)، شمامل K لایه همزمان فعال است، که هر لایه توسط توان، چگالی BSها و نرخ ارسالشان مشخص می شود. به عنوان مثال، ماکروسلها (لایه ی اول) دارای توان ارسالی بسیار بیشتر، چگالی کمتر و همچنین نرخ ارسالی کمتری نسبت به لایههای پایین تر هستند. در این شکل مشخص است که وجود لایههای پایین تر (پیکوسل و فمتوسل) به بهبود ناحیه ی پوشش دهی شبکه، به خصوص در مرزهای سلول، کمک می کند.

هدف این فصل بررسی یک مدل جامع برای HCNها بر اساس کارهای انجام شده در [۳۶] و [۳۷] است. با معرفی مدل HCN، به محاسبه ی احتمال پوشش دهی در این شبکه می پردازیم و با توجه به اینکه نتیجه ی حاصل به فرم یک انتگرال خواهد بود که برای محاسبه ی عملی مناسب نیست، کران بالایی برای آن ارائه می دهیم. از آنجایی که کران بالای ارائه شده به جواب اصلی بسیار نزدیک است، می توان آن را به عنوان یک تقریب خوب برای احتمال پوشش دهی HCN در نظر گرفت. صحت این موضوع توسط شبیه سازی نیز بررسی خواهد شد. در ادامه محدودیتهای اضافه کردن یک لایه ی جدید به شبکه ی در دسترس را مورد ارزیابی دقیق قرار می دهیم. هرچند

به نظر میرسد اضافه کردن یک لایهی جدید باید باعث افزایش احتمال پوششدهی شود، ما این فرضیه را به چالش میکشیم و نشان خواهیم داد که برای حصول این مهم، باید شرایط خاصی برآورده شوند. در نهایت به کمک شبیه سازی درستی نتایج به دست آمده را محک خواهیم زد.

۲.۳ مدل سیستم

مدلی که در این فصل داریم بر اساس مرجع [۳۶] است که به دو بخش کلی مدل شبکهی سلولی ناهمگون و نواحی پوششدهی تقسیم میشود. در قسمت اول مدل BSهای هر لایه به همراه مدل کانال مربوطه را بررسی میکنیم و سپس SINR دریافتی برای هر کاربر را تعریف خواهیم کرد. در قسمت دوم نگاهی عمیق تر به نواحی پوششدهی شبکه و اثر محوشوندگی در آن داریم و ویژگیهای لایههای مختلف شبکه را بررسی میکنیم.

1.۲.۳ مدل شبکهی سلولی ناهمگون

یک HCN را به عنوان یک شبکه ی سلولی K-لایه در نظر می گیریم که در آن هر لایه، گروه خاصی از BB را مدل می کند؛ به عنوان مثال لایه های اول، دوم و سوم به ترتیب می توانند ما کروسل، پیکوسل و فمتوسل باشند. مدل می کنیم BB های هر لایه می توانند از لحاظ توان ارسالی، چگالی فضایی و نرخ ارسال داده متفاوت باشند. فرض می کنیم که هر گروه از BB توسط فرآیند نقطه ای پواسن همگن Φ_i با چگالی λ_i توزیع شده باشند. تمامی BB های لایه ی λ_i مارای توان ارسالی λ_i و SINR آستانه λ_i هستند؛ بدین معنا که اگر دریافتی از یکی از BB های لایه ی λ_i مدر یک کاربر خاص از λ_i بیشتر باشد، آنگاه کاربر مذکور می تواند با آن BB ارتباط برقرار کند. بنابراین هر لایه به طور یکتا توسط چندتایی λ_i تعیین می شود.

کاربران نیز توسط PPP با چگالی λ_m که مستقل از Φ_i است مدل می شود. بدون کم شدن از کلیت مسأله، تمامی تحلیلهایی که در ادامه می آیند بر روی یک کاربر که در مرکز مختصات واقع شده است (کاربر نوعی x)، انجام خواهند شد. توان محوشوندگی بین کاربر نوعی و BSی که در نقطه x قرار دارد را به صورت نوعی x)، انجام خواهند شد. توان محوشوندگی ریلی x) و میانگین ۱ در نظر می گیریم و آن را با x نمایش می دهیم. تابع افت مسیر استاندارد را به صورت x0 توان افت مسیر است. x1 در نظر می گیریم که در آن x2 توان افت مسیر است. بنابراین توان دریافتی در کاربر نوعی از BSی که در نقطه x3 قرار دارد برابر خواهد شد با x4 در نوعی از BSی که در نقطه ی x5 قرار دارد برابر خواهد شد با x6 در آن ی که در نوعی از BSی که در نقطه ی x6 در نوار دارد برابر خواهد شد با

³SINR threshold

⁴Typical user

⁵Rayleigh fading

۳۴. مدل سیستم

این توضیحات SINR دریافتی را میتوان بهصورت زیر نوشت

SINR
$$(x_i) = \frac{P_i h_{x_i} ||x_i||^{-\alpha}}{\sigma^2 + \sum_{j=1}^K \sum_{x \in \Phi_j \setminus x_i} P_j h_x ||x||^{-\alpha}},$$
 (1.7)

که در آن σ^2 توان نویز جمعشونده σ^2 است.

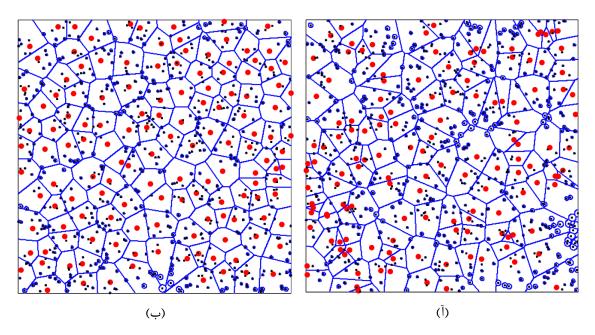
فرض می کنیم هر کاربر بلافاصله به قوی ترین BS موجود (BS) که بیشترین SINR را ارائه دهد) وصل می شود. به بیان ریاضی، کاربر نوعی در پوشش است اگر حداقل برای یک $1 \leq i \leq K$ داشته باشیم می شود. به بیان ریاضی، کاربر نوعی در پوشش است اگر حداقل برای یک $\beta_i > 1$ (0 dB) فرض ساده کننده است که تحت فرض ساده کننده فرض ساده کننده گزارت که آن، حداکثر یک BS در سراسر شبکه می تواند SINR ای بیشتر از حد مورد نیاز ارائه دهد (لم ۱ مرجع [۳۶]). با وجود اینکه این فرض همیشه درست نیست، احتمال رخداد چنین حالتی بسیار ناچیز است.

۲.۲.۳ نواحی پوششدهی

شکلهای ۲.۳ و ۳.۳ نواحی پوشش دهی یک HCN را در چهار مرحله نشان می دهند. در شکل ۲.۳ آ نواحی پوشش دهی یک شبکه ی دولایه که BSهای تمام لایههای آن به صورت PPP مدل شده اند، نشان داده شده است (همانند مدل سازی در [۳۶] و در این پایان نامه). شکل ۲.۳ ب نواحی پوشش دهی شبکه ی دولایه ای را به تصویر می کشد که در آن BSهای لایه ی اول (ماکروسلها) نمودی از گسترش واقعی نسل چهارم مخابرات می باشند و لایه ی دوم (فمتوسل) به صورت PPP مدل شده است. نقاط قرمز و مشکی به تر تیب نشان دهنده ی ماکروسل و فمتوسل می باشند و فرض می کنیم $PP = 10^3 P_1$ و $P = 10^3 P_2$. همان طور که مشاهده می شود، نواحی پوشش دهی تقریباً مانند هم هستند و فرض $PP = 10^3 P_3$ برای لایه ی اول معقول است. دقت کنید که به علت پدیده ی محوشوندگی، در عمل مرزهای بین سلول ها به صورت نشان داده شده در این شکل ها نخواهند بود و این شکل ها را می توان به عنوان میانگین تمامی پدیده ها در طی زمان در نظر گرفت.

شکل ۳.۳ نمای نزدیکشدهای از نواحی پوششدهی یک HCN با سه لایه را نشان می دهد؛ شکل ۱۳.۳ با مدل سازی لایه یا اول به صورت PPP و شکل ۳.۳ با مدل واقعی برای لایه ی اول. لایه های دوم و سوم در هر در سازی لایه ی اول به صورت PPP مدل شده اند. دایره های قرمز، مثلثهای سبز و مربع های مشکی به تر تیب نشان دهنده ی ماکروسل، پیکوسل و فمتوسل می باشند و فرض می کنیم $P_1 = 10^2 P_2 = 10^3 P_3$ و از این شکل ها نیز برمی آید که استفاده از مدل PPP برای لایه ی اول مناسب است. می دانیم که لایه های پایین تر توان

⁶Additive noise power



شکل ۲.۳: نواحی پوششدهی برای یک شبکهی ناهمگون دولایه با مدلسازی لایهی اول (ماکروسل) بهصورت (اً) PPP و (ب) شبکهی واقعی 4G [۳۶].

ارسالی کمتری نیز دارند، بنابراین نواحی پوششدهی فمتوسلها به مراتب کوچکتر از لایههای بالاتر میباشند. به طور خاص، هر چه یک فمتوسل به BSهای با توان بیشتر نزدیک تر باشد، ناحیه ی پوششدهی کوچکتری خواهد داشت و همین طور اگر پیکوسلی از ماکروسلها دور باشد، دارای ناحیه ی پوششدهی بزرگتری است.

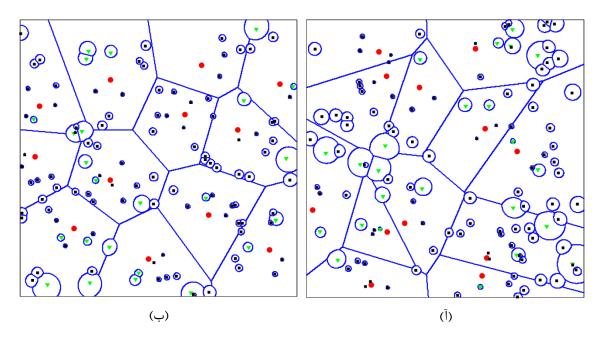
در نهایت این بخش را با بیان دو حالت مختلف دسترسی به BSهای یک لایه به پایان میبریم. در **دسترسی باز** V برای یک لایه، کاربر نوعی میتواند به هر BS از لایه یادشده بدون هیچ محدودیتی وصل شود. اما وقتی **دسترسی بسته** باشد، کاربر موردنظر فقط به زیرمجموعهای از لایهها دسترسی دارد و بقیه لایهها (آنهایی که بهصورت بسته هستند) نقش تداخلی ایجاد می کنند. در بخش بعد به بررسی احتمال پوششدهی شبکه می پردازیم.

٣.٣ احتمال پوششدهی

یک کاربر نوعی را تحت پوشش گوییم، اگر بتواند به حداقل یک BS وصل شود؛ یعنی SINR دریافتی از حداقل یک کاربر نوعی را تحت پوشش گوییم، اگر بتواند به حداقل یک از BSها توسط این کاربر، از حد موردنظر آن بیشتر باشد. با این تعریف و در حالت دسترسی باز، احتمال

⁷Open access

⁸Close access



شکل ۳.۳: نمای نزدیک شدهای از نواحی پوششدهی یک شبکهی ناهمگون سه $^{\prime}$ با مدل سازی $^{\prime}$ لایه یا اول (ماکروسل) به صورت (اً) $^{\prime}$ PPP و (ب) شبکهی واقعی $^{\prime}$ GP [۳۶].

پوشش دهی یک شبکه ی ناهمگون K-لایه به صورت رابطه ی زیر به دست می آید.

$$P_{c} = \sum_{i=1}^{K} \pi \lambda_{i} \int_{0}^{\infty} e^{-a_{i}r - b_{i}r^{\alpha/2}} dr, \qquad (Y.7)$$

که در آن اندیس c نشان دهنده ی پوشش دهی 9 است و پارامترهای موجود عبار تند از:

$$a_i = \frac{\pi}{\operatorname{sinc}(2/\alpha)} \left(\frac{\beta_i}{P_i}\right)^{2/\alpha} \sum_{j=1}^K \lambda_j P_j^{2/\alpha},$$

$$b_i = \frac{\beta_i}{P_i} \sigma^2.$$

که در آن $\frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \frac{\sin(\pi x)}{\sin(x)}$ اثبات این رابطه بهطور کامل در ضمیمه ی دوم [۳۶] آمده است و در آن از مفاهیمی که در فصل قبل مطرح شد، همچون جمع روی فرآیندهای پواسن و قضیه ی کمبل-مک ۶.۲ استفاده می شود. توزیع ریلی برای پدیده ی محوشوندگی نقش بسیار مهمی در به دست آوردن این رابطه دارد و یافتن رابطه ای مشابه برای توزیعهای کلی تر محوشوندگی مانند رایسین ۱۰ یا ناکاگامی-m بسیار مشکل خواهد بود.

⁹Coverage

 $^{^{10}}$ Rician fading

¹¹Nakagami-m fading

برای حالتی که اثر نویز در مقابل تداخل ناچیز فرض شود، می توانیم فرض کنیم $\sigma^2=0$ و در نتیجه رابطهی (۲.۳) به صورت زیر ساده می شود.

$$\mathbf{P_{c}^{nn}} = \mathrm{sinc}(2/\alpha) \frac{\sum_{i=1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha} \beta_{i}^{-2/\alpha}}{\sum_{i=1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha}}, \tag{\text{7.7}}$$

که در آن "nn" نشان دهنده حالت بدون نویز 17 است. در حالت دسترسی بسته و وقتی که از اثر نویز صرف نظر شود نیز رابطه ی مشابه ای به صورت زیر داریم (اثبات در لم ۲ مرجع [۳۶])

$$P_{c}^{\text{nnc}} = \text{sinc}(2/\alpha) \frac{\sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha} \beta_{i}^{-2/\alpha}}{\sum_{i=1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha}}, \tag{\text{f.T}}$$

که در آن کاربر نوعی فقط مجاز است به زیرمجموعه $\mathcal{B} \subset \{1,2,\ldots,K\}$ از لایههای موجود در شبکه وصل شود و "nnc" نشان دهنده حالت دسترسی بسته و بدون نویز $\mathcal{B} \subset \{1,2,\ldots,K\}$ است. واضح است که احتمال پوشش دهی در حالت دسترسی بسته کمتر از دسترسی باز خواهد بود.

1.٣.٣ كران بالاي احتمال يوششدهي

در این قسمت کران بالایی برای احتمال پوششدهی یک HCN در حالت کلی، یعنی رابطه ی (۲.۳)، بهدست می آوریم و نشان میدهیم که این کران بالا می تواند تقریب بسیار خوبی برای محاسبه ی احتمال پوششدهی شبکه باشد و پیچیدگی محاسباتی انتگرال موجود در (۲.۳) را نیز ندارد.

P_c قضیه ۱.۳. کران بالای

برای احتمال پوشش دهی یک شبکهی سلولی ناهمگون (۲.۳) رابطهی زیر برقرار است.

$$P_{c} \leq \sum_{i=1}^{K} \pi \lambda_{i} \left(\frac{1}{u_{i} a_{i}}\right)^{1/u_{i}} \left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) \left(\frac{1}{v_{i} b_{i}}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right)^{1/v_{i}},\tag{\Delta.7}$$

که در آن $\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} \mathrm{e}^{-x} \, \mathrm{d}x$ و توسط رابطهی v_i و توسط رابطهی آن $\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} \mathrm{e}^{-x} \, \mathrm{d}x$ و تابعی هستند که دو شرط زیر را برآورده می سازند.

¹²No Noise

¹³No Noise & Closed

$$ightharpoonup rac{1}{u_i} + rac{1}{v_i} = 1,$$

اثبات قضیه ۱.۳. به پیوست ۱.آ مراجعه کنید.

شرط دوم قضیهی ۱.۳ پیچیدگی محاسباتی چندانی به محاسبهی احتمال پوشش دهی اضافه نمی کند؛ در واقع مقدار u_i برای چند مقدار مشخص α در جدول ۱.۳ آمده است که با کمک آن کران بالا بدون هیچگونه پیچیدگی محاسباتی به دست می آید.

یادآوری این نکته لازم است که نامساوی کوشی-شوارتز ۱۴ در واقع حالت خاصی از نامساوی هولدر است [۲۲] که در اثبات قضیه ی ۱.۳ بیان شد را می توان به کمک نامساوی کوشی-شوارتز به صورت زیر نوشت.

$$\begin{split} & \mathbf{P_{c}} \leq \sum_{i=1}^{K} \pi \lambda_{i} \sqrt{2^{-(1+2/\alpha)} \Gamma(1+2/\alpha) (1/a_{i}) (1/b_{i})^{2/\alpha}} \\ & = \pi 2^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha}\right)} \Gamma^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2/\alpha\right) \sum_{i=1}^{K} \lambda_{i} a_{i}^{-\frac{1}{2}} b_{i}^{-\frac{1}{\alpha}}, \end{split} \tag{\textbf{F.T}}$$

که با جای گذاری $u_i = v_i = 2$ در (۵.۳) به سادگی به دست می آید. با وجود اینکه رابطه ی (۶.۳) دارای ظاهر ساده تری نسبت به آنچه در قضیه ی ۱.۳ مطرح کردیم است، دقت چندان زیادی ندارد. صحت و دقت روابط (۵.۳) و (۶.۳) برای مقادیر مختلف α توسط شبیه سازی در بخش ۴.۳ بررسی خواهند شد. کران بالایی که قضیه ی ۱.۳ به دست می دهد به قدری دقیق است که می تواند به عنوان یک تقریب بسیار نزدیک برای احتمال پوشش دهی یک HCN به کار رود.

می توان از کران بالای مطرح شده استفاده کرد و محدودیتهای اضافه کردن یک لایه ی جدید به شبکه ی در دسترس را بررسی نمود که موضوع قسمت ۲.۳.۳ است؛ اما از آنجایی که اثر نویز در بسیاری از مواقع می تواند نادیده گرفته شود [۳۶]، ما بخش اصلی تحلیل این قسمت را فقط در حالت بدون نویز و محدود به تداخل α که از لحاظ ریاضی نیز بیشتر قابل پی گیری است، بررسی می کنیم. با این حال، وقتی $\alpha=4$ است نیز می توان تحلیل با نویز را به کمک چند تقریب انجام داد که در بخش ۲.۲.۳.۳ به آن اشاره خواهد شد.

¹⁴Cauchy–Schwarz inequality

¹⁵Interference-limited

u_i	α
1/040	٣
1/0709	٣/۵
1/0878	۴
1/0481	4/0
1/• ٣٣٣	۵
1/0778	۵/۵
1/0149	۶

جدول ۱.۳: جواب معادلهی شرط دوم قضیهی ۱.۳ برای مقادیر مختلف lpha

۲.۳.۳ محدودیتهای اضافه کردن یک لایهی جدید

در شبکههای سلولی ناهمگون، مهمترین دلیل برای اضافه کردن یک لایه ی جدید یا بهطور کلی "ناهمگون" کردن شبکه، افزایش احتمال پوشش دهی شبکه است [78]، [78]. با یادآوری این نکته، می توان به روابط (7.7) و (7.7) بهصورت تابعی از تعداد لایهها، یعنی K، نگاه کرد که انتظار داریم این توابع نسبت به K صعودی باشند. با این وجود، این نتیجه ی مطلوب واضح نیست؛ هرچند اضافه کردن تعدادی BS به عنوان یک لایه ی جدید به یک HCN منابع توان بیشتری را در اختیار کاربران قرار می دهد، این کار باعث ایجاد تداخل بیشتری در شبکه نیز خواهد شد. بنابراین تعداد لایههای بیشتر لزوماً منجر به افزایش احتمال پوشش دهی شبکه نخواهد شد. در ادامه این مسأله را در حالات دسترسی باز و بسته بررسی خواهیم کرد. وقتی دسترسی باز باشد، کاربر نوعی می تواند به هر BS در هر لایه بدون هیچ محدودیتی وصل شود؛ اما وقتی دسترسی بسته باشد، کاربر موردنظر فقط به زیر مجموعهای از لایهها دسترسی دارد و بقیه لایهها نقش تداخلی ایجاد می کنند. از آنجا که فرمول احتمال پوشش دهی شبکه در حالت کلی چندان از لحاظ ریاضی قابل پی گیری نیست، مسأله را در دو حالت خاص بررسی خواهیم کرد و سعی می کنیم پارامترهای شبکه را طوری تنظیم کنیم که با اضافه شدن یک لایه ی جدید به آن، احتمال پوشش دهی نیز افزایش یابد.

$\sigma^2=0$ دسترسی باز و ۱.۲.۳.۳

برای سناریوی محدود به تداخل، رابطهی (۳.۳) بیانگر احتمال پوششدهی شبکه است. در این قسمت مایلیم بدانیم تحت چه شرایطی این تابع نسبت به تعداد لایهها مطلقاً صعودی است. به بیان دقیق ریاضی، میخواهیم شرایط برآورده شدن رابطهی زیر را بیابیم.

$$P_c^{\text{nn}}(K+1) > P_c^{\text{nn}}(K),$$
 (V.Y)

که در این رابطه احتمال پوشش دهی به صورت تابعی از K در نظر گرفته شده است. با استفاده از رابطه ی (۳.۳) شرط (۷.۳) را می توان به صورت زیر نوشت.

$$\frac{\sum_{1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha} \beta_{i}^{-2/\alpha} + \lambda_{K+1} P_{K+1}^{2/\alpha} \beta_{K+1}^{-2/\alpha}}{\sum_{1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha} + \lambda_{K+1} P_{K+1}^{2/\alpha}} > \frac{\sum_{1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha} \beta_{i}^{-2/\alpha}}{\sum_{1}^{K} \lambda_{i} P_{i}^{2/\alpha}},$$

که پس از اندکی محاسبات جبری تبدیل میشود به

$$\beta_{K+1} < \left(\frac{\sum_{1}^{K} \lambda_i P_i^{2/\alpha}}{\sum_{1}^{K} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha}}\right)^{\alpha/2} = \left(\frac{\operatorname{sinc}(2/\alpha)}{\operatorname{P_c^{nn}}(K)}\right)^{\alpha/2}. \tag{A.7}$$

رابطهی (۸.۳) بیان می کند که با اضافه کردن یک لایه ی جدید به یک HCN اگر نسبت توان سیگنال به تداخل β_{K+1} (SIR) آستانه ی لایه ی اضافه شده، یعنی β_{K+1} از مقدار مشخصی که تابعی از احتمال پوشش دهی شبکه اصلی (با K لایه) است، کمتر باشد، آنگاه احتمال پوشش دهی شبکه افزایش می یابد. نتیجه ی جالب دیگری که از این شرط می توان گرفت این است که در سناریوی محدود به تداخل، تا زمانی که SIR آستانه ی لایه ی جدید محدود به کران ارائه شده در (۸.۳) باشد، توان P_{K+1} و چگالی P_{K+1} لایه ی جدید می توانند هر مقدار دلخواهی داشته باشند، بدون اینکه در ویژگی صعودی بودن احتمال پوشش دهی نسبت به K تأثیری بگذارند.

لم زیر یک شرط کافی را برای برقراری این شرط بهدست میدهد.

لم ۱.۳. یک شرط کافی و نه لازم برای برآورده ساختن شرط (۸.۳) عبارت است از

$$\beta_{K+1} < \min_{i=1,\dots,K} \beta_i. \tag{9.7}$$

اثبات لم ۱.۳. به پیوست ۱.آ مراجعه کنید.

در بخش ۴.۳ در مورد نتایج روابط بهدست آمده در این بخش در شبکههای واقعی صحبت خواهیم کرد.

lpha=4 دسترسی باز و ۲.۲.۳.۳

در حالت نویزی، از آنجا که رابطهی دقیق احتمال پوششدهی شبکه چندان از لحاظ ریاضی قابل پی گیری نیست، ما در این جا فقط حالت خاص محیطهای نسبتاً با اتلاف ۱۷ را که بازتاب طیفی کامل از سطح زمین رخ

¹⁶Signal-to-Interference Ratio

¹⁷Relatively lossy environments

میدهد (lpha=4) بررسی میکنیم. برای ادامه ی تحلیل، لازم به یادآوری است که تابع Q به صورت انتگرالی (lpha=4) تعریف می شود. $Q(x)=rac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty \mathrm{e}^{-rac{u^2}{2}}\,\mathrm{d}u$

وقتی lpha=4 باشد، انتگرال موجود در (۲.۳) به فرم سادهتر تابع Q تبدیل خواهد شد. به بیان دقیقتر داریم

$$\begin{split} \mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{l}}(K) &= \sum_{i=1}^{K} \pi \lambda_{i} \int_{0}^{\infty} \exp \left\{ -\left[\frac{\pi^{2}}{2} \sqrt{\frac{\beta_{i}}{P_{i}}} \sum_{1}^{K} \lambda_{j} \sqrt{P_{j}} \right] r - \left[\frac{\beta_{i}}{P_{i}} \sigma^{2} \right] r^{2} \right\} \, \mathrm{d}r \\ &= \frac{\pi \sqrt{\pi}}{\sigma} \mathrm{e}^{\frac{d^{2}}{2} \left(\sum_{1}^{K} \lambda_{i} \sqrt{P_{i}} \right)^{2}} \mathbf{Q} \left(d \sum_{1}^{K} \lambda_{i} \sqrt{P_{i}} \right) \sum_{1}^{K} \frac{\lambda_{i} \sqrt{P_{i}}}{\sqrt{\beta_{i}}} \\ &= \frac{\pi \sqrt{\pi}}{\sigma} \mathrm{e}^{\frac{d^{2}}{2} A^{2}} \mathbf{Q}(dA) B, \end{split} \tag{1..7}$$

که در آن پارامترها عبارتند از:

$$d = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{4\sigma},$$

$$A = \sum_{i=1}^{K} \lambda_i \sqrt{P_i},$$

$$B = \sum_{i=1}^{K} \frac{\lambda_i \sqrt{P_i}}{\sqrt{\beta_i}},$$

و نمای ا نشان دهنده ی محیط نسبتاً با اتلاف ($\alpha=4$) است. یادآوری این نکته حائز اهمیت است که مطابق آنچه انتظار می رود، به سادگی می توان تحقیق کرد که عبارت (۱۰.۳) با جای گذاری $\sigma^2=0$ معادل است با عبارت (۳.۳) با جای گذاری $\alpha=4$.

کار کردن با تابع Q در نامساویها مشکل است؛ بنابراین، ما از تقریب زیر برای تابع Q که تماماً نمایی است استفاده می کنیم $[\Lambda 1]$.

$$Q(x) \approx \frac{1}{12} e^{-\frac{x^2}{2}} + \frac{1}{4} e^{-\frac{2x^2}{3}}.$$
 (11.7)

با جای گذاری (۱۱.۳) در (۱۰.۳) خواهیم داشت

$$P_c^1(K) \approx \frac{\pi\sqrt{\pi}}{\sigma} \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}e^{-\frac{d^2}{6}A^2}\right)B.$$
 (17.7)

حال آمادهایم تا شرط مطلوب صعودی بودن احتمال پوششدهی شبکه را با روابط بهدست آمده در بالا بازنویسی کنیم. داریم

$$P_{\mathrm{c}}^{\mathrm{l}}(K+1) > P_{\mathrm{c}}^{\mathrm{l}}(K), \tag{1.7.7}$$

که با قرار دادن (۱۲.۳) در آن تبدیل میشود به

$$\left(B + \frac{\theta_{K+1}}{\sqrt{\beta_{K+1}}}\right) \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \mathrm{e}^{-\frac{d^2}{6}(A^2 + 2A\theta_{K+1} + \theta_{K+1}^2)}\right) > B\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \mathrm{e}^{-\frac{d^2}{6}A^2}\right),$$

که در آن برای سهولت در نمایش قرار دادیم $heta_{K+1} = \lambda_{K+1} \sqrt{P_{K+1}}$ با ادامه ی ساده سازی رابطه ی فوق داریم

$$\frac{\sqrt{\beta_{K+1}}}{\theta_{K+1}} < \frac{1}{B} \frac{\frac{1}{3} e^{\frac{d^2}{6}A^2} + e^{-\frac{d^2}{6}(\theta_{K+1}^2 + 2A\theta_{K+1})}}{1 - e^{-\frac{d^2}{6}(\theta_{K+1}^2 + 2A\theta_{K+1})}}.$$
(14.7)

حال فرض می کنیم $1 \gg 1 \gg 1$ که در واقع عددی به بزرگی $0 \gg 1 \gg 1 \gg 1$ برای این فرض کافی است و در شبکههای ناهمگون واقعی نیز این شرط بهخوبی برآورده می شود [۳۶]، [۳۸]. با این فرض می توان از $e^{-\frac{d^2}{6}(\theta_{K+1}^2+2A\theta_{K+1})}$ در صورت و مخرج (۱۴.۳) صرف نظر کرد و در نتیجه داریم

$$\frac{\sqrt{\beta_{K+1}}}{\theta_{K+1}} < \frac{1}{3B} e^{\frac{d^2}{6}A^2},$$

که با جایگذاری پارامترهای تعریف شده داریم

$$\frac{\beta_{K+1}}{\lambda_{K+1}^2 P_{K+1}} < \frac{\exp\left\{\frac{\pi^4}{24\sigma^2} \left(\sum_{1}^{K} \lambda_i \sqrt{P_i}\right)^2\right\}}{9\left(\sum_{1}^{K} \frac{\lambda_i \sqrt{P_i}}{\sqrt{\beta_i}}\right)^2}.$$
(10.7)

همان طور که انتظار می رفت، تمام پارامترهای لایه ی جدید، یعنی P_{K+1} ، λ_{K+1} و P_{K+1} در شرطی که برای حالت خاص $\alpha=4$ از شبکه ی نویزی به دست آمد، تأثیر گذارند و این خود به پیچید گی کار می افزاید. برای اینکه لایه ی $\alpha=4$ اضافه شده احتمال پوشش دهی شبکه ی کلی را افزایش دهد، باید بین پارامترهای این لایه و لایه های قبلی رابطه ی (۱۵.۳) برقرار باشد.

$\sigma^2=0$ دسترسی بسته و ۳.۲.۳.۳

در این حالت رابطهی (۴.۳) احتمال پوشش دهی شبکه را بهدست میدهد. با نوشتن شرط ریاضی مانند دو حالت قبل داریم

$$P_c^{\text{nnc}}(K+1) > P_c^{\text{nnc}}(K), \tag{18.7}$$

که بهصورت زیر می توان آن را نوشت.

$$\frac{\sum_{i \in \mathscr{B}_{K+1}} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha}}{\sum_{i=1}^{K+1} \lambda_i P_i^{2/\alpha}} > \frac{\sum_{i \in \mathscr{B}_K} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha}}{\sum_{i=1}^{K} \lambda_i P_i^{2/\alpha}}, \tag{1Y.7}$$

که در آن \mathcal{B}_K نشان دهنده ی نواحی در دسترس کاربر نوعی تا لایه ی Kاُم است. دو حالت زیر ممکن است پیش بیآید:

۱. لایهی اضافه شده در ناحیهی بسته یا غیرمجاز است.

در این حالت صورت دو کسر رابطهی (۱۷.۳) با هم برابرند، چرا که وقتی لایهی جدید در ناحیهی در در این حالت صورت دو کسر رابطهی داشت $\mathcal{B}_K=\mathbb{R}$ با این وجود مخرج حالت K+1م افزایش دسترس کاربر نوعی نباشد خواهیم داشت $\mathcal{B}_K=\mathbb{R}$ مستقل از اینکه پارامترهای شبکه چه باشند، کاهش می یابد و همواره خواهیم داشت $P_{\rm c}^{\rm nnc}(K+1) < P_{\rm c}^{\rm nnc}(K)$

۲. لایهی اضافه شده در ناحیهی باز یا مجاز است.

در این حالت تحلیل ریاضی مانند حالت دسترسی باز است و در واقع داریم

$$\sum_{i \in \mathcal{B}_{K+1}} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha} = \sum_{i \in \mathcal{B}_K} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha} + \lambda_{K+1} P_{K+1}^{2/\alpha} \beta_{K+1}^{-2/\alpha}$$

نهایتاً با انجام چند محاسبهی جبری می توان نوشت

$$\beta_{K+1} < \left(\frac{\operatorname{sinc}(2/\alpha)}{\operatorname{P_c^{nnc}}(K)}\right)^{\alpha/2}.$$
(1A.7)

۴۴. نتایج شبیهسازی

همان طور که مشاهده شد، تحلیل در حالت دسترسی بسته و بدون نویز مشابه حالت دسترسی باز است و برای اختصار نتایج آن را در این قسمت نمی آوریم.

۴.۳ نتایج شبیهسازی

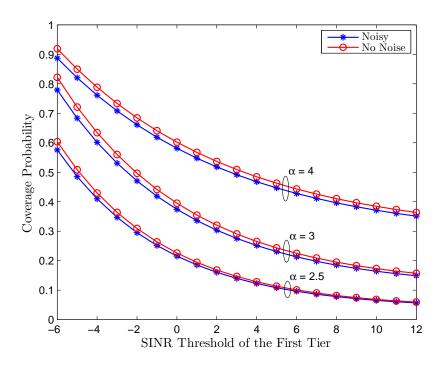
در این قسمت تحلیلهایی که انجام دادیم را با شبیهسازی یک شبکه ی سلولی ناهمگون محک میزنیم تا از در این قسمت تحلیلهای ما با فرض $\sigma^2=0$ انجام شد، لازم است ابتدا درستی آنها اطمینان حاصل کنیم. از آنجا که اغلب تحلیلهای ما با فرض $\sigma^2=0$ انجام شد، لازم است ابتدا اثر نویز را در یک HCN بررسی کنیم. به منظور تعیین توان نویز، ما از مفهوم کاربران مرز سلولی D^{Λ} استفاده می کنیم [۳۶]. فرض کنید که فاصله ی نزدیک ترین ماکروسل به کاربر نوعی و متغیر تصادفی مرتبط با آن D^{Λ} ابروطو با آن D^{Λ} و متغیر تصادفی مرتبط با آن D^{Λ} برقول باشد، آنگاه اگر D^{Λ} برقرار باشد، گوییم کاربر نوعی در مرز سلول است. در این شرط D^{Λ} برقرار باشد، گوییم برای D^{Λ} داریم D^{Λ} داریم (D^{Λ} داریم از لم ۲.۲ فصل قبل می دانیم برای (D^{Λ} داریم D^{Λ} داریم (D^{Λ} داریم دهد

$$d \ge \sqrt{\frac{-\ln(1 - P_{\text{edge}})}{\pi \lambda}}.$$
(19.7)

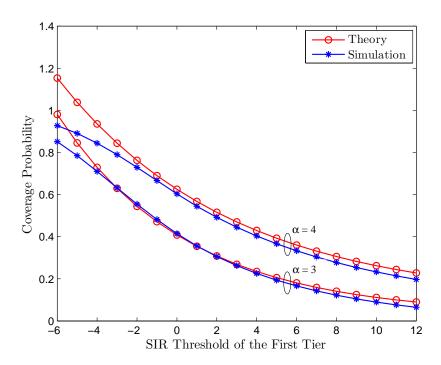
حال برای یک SNR مطلوب کاربران مرز سلولی، به طور مثال SNR و توان نویز σ^2 را می توان به صورت d_{edge} و است و SNR و توریب زد که در آن P_t توان فرستنده و لایه ی اول یا همان نزدیک ترین ماکروسل است و $\sigma^2 \approx \frac{P_t d_{\mathrm{edge}}^{-\alpha}}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{edge}}}$ مقادیر مقادیر حدی داده شده در (۱۹.۳) است. با این توضیحات، احتمال پوشش دهی یک HCN دولایه برای مقادیر مختلف σ و در دو حالت نویزی و بدون نویز در شکل ۴.۳ رسم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، نویز اثر چندانی در این احتمال ندارد و فرض نبود نویز (یا محدود به تداخل بودن شبکه) معقول است. $\sigma^2 \approx \frac{P_t d_{\mathrm{edge}}^{-\alpha}}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{edge}}}$ در این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ ما این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما $\sigma^2 = 0$ و این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما این شکل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تواند بازد به تداخل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تداخل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تداخل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تداخل بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تداخل بارامترهای بارامترهای شبکه عبار تند از: $\sigma^2 = 0$ ما به تداخل بارامترهای بارامترهای بارامترهای ما بارامترهای بارامتره

صحت مدل PPP برای لایههای مختلف را میتوان در شکل ۵.۳ مشاهده کرد. در این شکل ما با تولید مکان تمامی BS به به به به به به به به تصادفی و با توزیع پواسن برای لایههای مختلف، احتمال پوشش دهی شبکه را برای هم مکان تمامی β_1 به به به در نظر گرفتن تعداد زیادی کاربر (در این جا 10^4 محاسبه کرده و با مقدار نظری مقایسه می کنیم. لازم به ذکر است که این نمودار با ۱۰۰۰ بار میانگین گیری روی مدل شبکه به دست آمده است. با توجه به هماهنگی خوبی که نتایج نظری با عملی دارند، روشن است که PPP مدل مناسبی برای تحلیل چنین شبکههایی است. پارامترهای استفاده شده در این نمودار نیز عبار تند از: $2\lambda_1$ ، $P_1 = 100$ بارامترهای استفاده شده در این نمودار نیز عبار تند از:

 $^{^{18}}$ Cell-edge users



شکل ۴.۳؛ احتمال پوششدهی برای یک HCN دولایه با اثر نویز و بدون اَن.



شکل ۵.۳: مقایسهی نتایج نظری با شبیهسازی احتمال پوشش دهی برای یک HCN دولایه.

۴۶. نتایج شبیهسازی

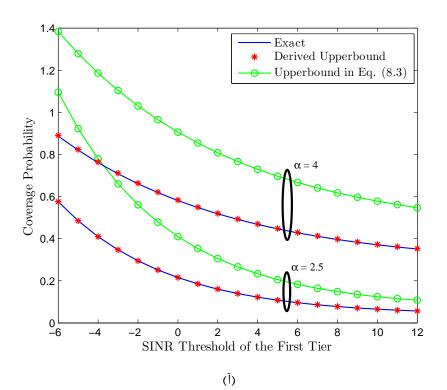
 $.\sigma^2=0$ و

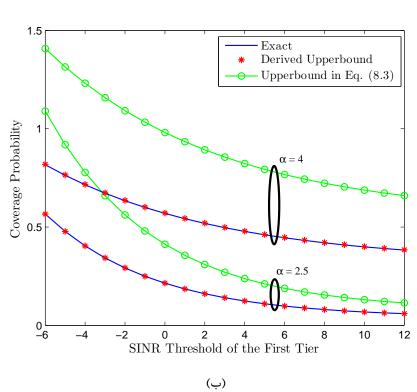
با این توضیحات به سراغ شبیهسازیهای مربوط به کران بالای بهدست آمده برای احتمال پوششدهی شبکه و دقت آن می پردازیم. احتمال پوششدهی برای شبکههای ناهمگون دو و سهلایه را می توان به ترتیب در شکلهای 7.8 و 7.8 مشاهده کرد. از نمودارهای این دو شکل کاملاً روشن است که کران بالای بهدست آمده در قضیه 7.8 می تواند به عنوان تقریبی بسیار نزدیک برای احتمال پوششدهی یک HCN به کار رود. علاوه بر کران بالای بهدست آمده با استفاده از نامساوی هولدر که دقت آن در این شکل واضح است، کران بالای دیگری را نیز به کمک نامساوی کوشی – شوار تز محاسبه کردیم. این کران بالا که صورت آن در رابطهی 7.8 آمده است را نیز در این شکل برای مقایسه ی بیشتر آوردیم. مقادیری که برای رسم این نمودارها استفاده کردیم عبار تند از: 9.8 و 9.8

برای اینکه دقیق تر باشیم، میزان اختلاف کران بالای بهدست آمده و مقدار دقیق آن را برای یک شبکه سه لایه (با همان پارامترهای نمودار قبل) در شکل 7.7 آوردیم. همان طور که در این نمودار واضح است، هر چه مقدار SINR آمند، این اختلاف نیز کمتر و تقریب ما دقیق تر خواهد بود. به علاوه هر چه مقدار 3 آستانه کلایه یاول 3 بیشتر باشد، کران بالای بهدست آمده دقیق تر خواهد بود. بنابراین احتمال پوشش دهی شبکههای ناهمگون را می توان با کمک تقریب به دست آمده در (3.7) نیز محاسبه کرد.

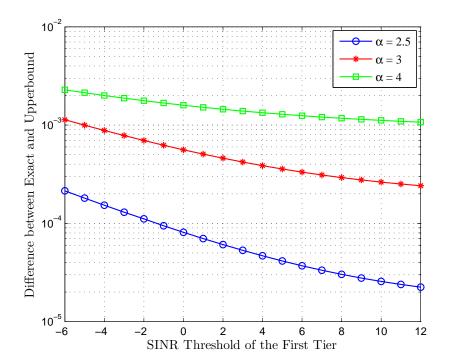
همان طور که در قسمت قبل بیان شد، به منظور اینکه احتمال پوشش دهی یک HCN محدود به تداخل نسبت به تعداد لایه های شبکه اکیداً صعودی باشد، باید مقدار SIR آستانه ی لایه ی جدید، یعنی β_{K+1} از یک حد مشخص کمتر باشد. این حد، همان طور که در رابطه ی (۸.۳) مشخص است، با احتمال پوشش دهی شبکه ی اصلی مشخص کمتر باشد. این حد، همان طور که در رابطه ی شبکه برای مقادیر مختلف α و α در شکل α آمده است. α امده است بارامترهای این نمودار عبار تند از: α و α در α نکات زیر را می توان از این نمودار استخراج کرد. α و α در α نکات زیر را می توان از این نمودار استخراج کرد.

۱. اختلاف بین احتمالهای پوششدهی برای مقادیر کوچک α قابل چشمپوشی است، در حالی که این اختلاف برای مقادیر بزرگتر α کاملاً محسوس است. به طور شهودی، در مناطق پرجمعیت و متراکم که مقدار α عددی بین α تا α است، اضافه کردن α های بیشتر به صورت یک لایه ی جدید می تواند باعث افزایش چشم گیر احتمال پوششدهی شود. در واقع با این کار بسیاری از نقاط کور و نقاط روی مرز سلول تحت پوشش قرار می گیرند. با این وجود، در محیطهای خلوت اضافه کردن یک لایه ی جدید تأثیر چندانی در احتمال پوششدهی ندارد و با در نظر گرفتن هزینههای آن، توجیه اقتصادی مناسبی نیز نمی توان برای آن یافت.

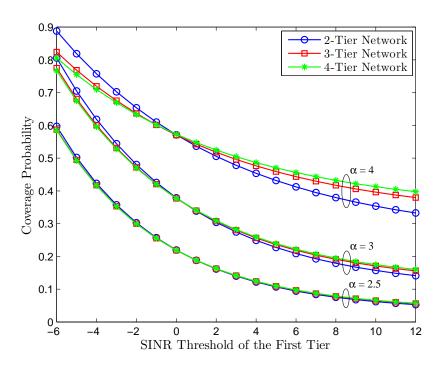




شکل ۶.۳: مقایسهی احتمال پوششدهی دقیق و دو کران بالای آن برای یک شبکهی (آ) دولایه و (ب) سهلایه.



شكل ٧.٣: اختلاف بين احتمال پوشش دهي دقيق و تقريبي يک HCN سهلايه.



شكل ٨.٣: مقايسهى احتمال پوشش دهي شبكه هاي چندلايه.

- ۲. برای یک مقدار ثابت α ، اختلاف بین احتمالهای پوشش دهی نسبت به تعداد لایهها، یعنی K، نزولی است. به بعنوان مثال، ما از اضافه کردن لایهی دوم به اول به مراتب بهرهی بیشتری از دید احتمال پوشش دهی می بریم تا از اضافه کردن لایهی سوم به لایههای اول و دوم.
- $^{\infty}$. محل تقاطع احتمالهای پوشش دهی برای لایههای مختلف (مثلاً نقطهای که احتمال پوشش دهی شبکه ی سه لایه از دولایه شروع به بیشتر شدن می کند. با افزایش α به سمت چپ نمودار، یعنی مقادیر کوچکتر برای SIR لایه ول β_1 , حرکت می کند. این بدان معناست که در محیطهای متراکم تر، ویژگی مطلوب اکیداً صعودی بودنِ احتمال پوشش دهی شبکه با افزایش تعداد لایهها، نیاز به مقادیر کوچکتری از β_{K+1} دیده می شود. دارد. این نکته به صورت تحلیلی نیز با بازنویسی معادله ی (۸.۳) بر حسب β_1 به جای β_{K+1} دیده می شود. مقدار دقیق این مرز نیز برابر با مقدار زیر است.

$$\beta_1^{\text{Th}} = \frac{\lambda_1^{\alpha/2} P_1 \beta_{K+1}}{\left(\lambda_1 P_1^{2/\alpha} + \sum_{i=1}^{K} \lambda_i P_i^{2/\alpha} \left(1 - (\beta_{K+1}/\beta_i)^{2/\alpha}\right)\right)^{\alpha/2}},$$
 (Y•.\mathfrak{r})

. که در آن $eta_1^{ ext{Th}}$ میزان SIR میزان

بنابراین، با توجه به هزینههای اقتصادی تحمیلشده به شبکه و بهرهای که از لحاظ احتمال پوششدهی از این امر بهدست میآید، میبایست به این نکته توجه کرد که آیا ارزش دارد چند BS بیشتر بهصورت یک لایهی جدید تحت لایهی اصلی به شبکه اضافه کنیم یا خیر. در صورت مثبت بودن جواب، باید به کمک روابط (۲.۳) و جدید تحت لایهی اصلی به شبکه اضافه کنیم یا خیر. در صورت مثبت بودن جواب، باید به کمک روابط (۳.۳) و (۳.۳) به این سوال پاسخ داد که با چه چگالی، توان و SINR آستانهای برای لایهی جدید این کار را انجام دهیم تا به احتمال پوششدهی موردنظر برسیم.

۵.۳ جمع بندی و نتیجه گیری

در این فصل به بررسی شبکههای سلولی ناهمگون K-لایه و تحلیل احتمال پوشش دهی در آنها پرداختیم. ابتدا مقدمهای بر ساختار این شبکهها همچون پیکوسلها و فمتوسلها، که اخیراً بسیار مورد توجه محققان قرار گرفتهاند، بیان شد و مدلی کلی برای تحلیل شبکههای ناهمگون بر اساس مرجع [۳۶] مطرح شد. سپس به بررسی احتمال پوشش دهی یک شبکه ی ناهمگون K-لایه پرداختیم و کران بالایی برای آن ارائه دادیم. در قسمت شبیه سازی ها نیز این کران بالا را ارزیابی کرده و نشان دادیم که با پیچیدگی محاسباتی کمتری نسبت به فرم دقیق انتگرالی (۲.۳)، از دقت بسیار بالایی نیز برخوردار است. در ادامه محدودیتهای اضافه کردن یک لایه ی

جدید به شبکهی فعلی را موردبررسی قرار دادیم و سعی در پاسخ به این سوال داشتیم که آیا لزوماً اضافه کردن ${\rm BS}$ چند ${\rm BS}$ به عنوان یک لایه ی جدید، احتمال پوشش دهی شبکه را افزایش خواهد داد یا خیر. این مسأله را در سه حالت خاص دسترسی باز با $0=\sigma^2$ و σ دلخواه بررسی باز با $\sigma^2=0$ و σ دلخواه بررسی کردیم. مهمترین نتیجهای که از این تحلیل در حالت محدود به تداخل حاصل شد، این بود که برای اینکه احتمال پوشش دهی شبکه با اضافه شدن یک لایه ی جدید افزایش یابد، ${\rm SIR}$ آستانه ی لایه ی جدید باید از حد خاصی که به احتمال پوشش دهی شبکه ی قبلی مربوط است، کمتر باشد. این نکته در رابطه ی (۸.۳) مشهود است. در حالتی که اثر نویز نیز در نظر گرفته شد، با چند تقریب شرطی برای پارامترهای لایه ی جدید به در مناطق پرجمعیت و متراکم، اضافه به دست آمده را در بخش شبیه سازی ها ارزیابی کردیم و نشان دادیم که در مناطق پرجمعیت و متراکم، اضافه کردن ${\rm SIR}$

فصل ۴

توزیع توان در مخابرات ابزار -به -ابزار (D2D) تحت شبکهی سلولی

۱.۴ مقدمه

با توجه به نیاز روزافزون شبکههای مخابراتی به حجم داده و سرعت بیشتر، شاهد رشد سیستمهای پیشرفته ی مخابرات بی سیم هستیم که با نرخ بالایی از تعداد زیادی کاربر پشتیبانی می کنند. یکی از روشهایی که برای بالا بردن نرخ ارسال داده به تازگی معرفی شده و مورد استقبال محققان نیز قرار گرفته است، استفاده از یک فرستنده برای هر گیرنده است که از آن در ادبیات مهندسی با عنوان مخابرات ابزار –به –ابزار (D2D) یاد می شود [۴۰]. در مخابرات D2D امکان ارتباط مستقیم بین کاربران، بدون دخالت یا با نظارت BS، وجود دارد که این ارتباط مستقیم کاربرد زیادی در شبکههای اجتماعی دارد. انگیزه ی اولیه برای به کار بردن مخابرات D2D در شبکههای سلولی، پشتیبانی از سرویسهای مبتنی بر نزدیکی فاصله بین کاربران (فرستنده و گیرنده) است [۴]. از مزایای این نوع جدید از مخابره می توان به افزایش نرخ ارسال داده، کاهش مصرف توان ارسالی، افزایش ظرفیت شبکه و بهرهوری طیفی، میزان سازی بهتر بار روی شبکه 1 و افزایش نواحی پوشش دهی سلولی 2 و احتمال پوشش دهی شبکه نام برد [۵۶]، [۴۹].

با وجود این نکات، مخابرهی همزمان کاربران D2D و سلولی در یک طیف فرکانسی، به دلیل مشکل بودن

¹Network load balancing

²Cellular coverage regions

۲.۴ مدل سیستم

کنترل تداخل کاربران، مشکلساز است. به بیان دقیق تر، کاربران D2D که تحت شبکه ی سلولی مخابره می کنند، خود به صورت یک منبع تداخلی عمل خواهند کرد و بنابراین لینکهای سلولی، علاوه بر ICI، تداخل بین لایهای [†] را نیز به خاطر وجود کاربران D2D تجربه می کنند. خود کاربران D2D نیز باید هم تداخل درون شبکهای D2D و هم تداخل بین لایهای حاصل از ارسالهای کاربران سلولی را کنترل کنند. در نتیجه، برای اینکه بتوانیم هر دو مخابره را همزمان انجام دهیم، مدیریت تداخل امری ضروری و اجتناب ناپذیر است.

در این فصل به بررسی و تحلیل دقیق یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی در حالت ارسال فراسو میپردازیم. از آنجایی که مخابرهی D2D ما بهصورت درون باندی و زیرنهی است، از ایدهی اصلی CR در مورد استفاده ی بهینه از پهنای باند کمک خواهیم گرفت. در ادامه، ابتدا مدل سیستم را معرفی می کنیم و تفاوت اساسی این تحقیق با کارهای موجود را بیان خواهیم کرد. سپس به کمک ابزارهای ریاضی معرفی شده در فصل ۲، به سراغ تحلیل دقیق توزیع توان در این شبکهها می رویم و کران بالایی را نیز برای روابط محاسبه شده ارائه می دهیم. در نهایت درستی روابط به دست آمده را در بخش شبیه سازی ها ارزیابی می کنیم.

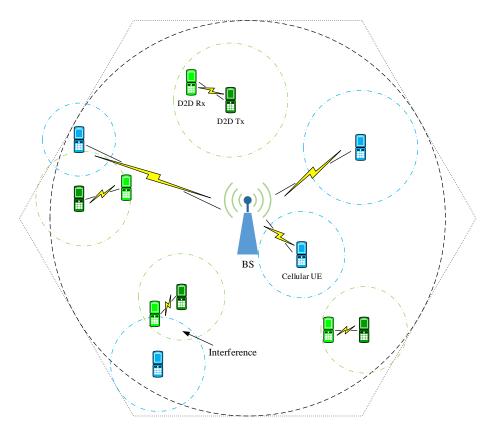
۲.۴ مدل سیستم

مدل سیستمی که ما در این پایان نامه در نظر گرفتیم، شامل مجموعه ای از کاربران سلولی و D2D است که هر دو در یک باند فرکانسی مشترک کار می کنند. به این نوع مخابره، همان طور که در بخش قبل هم اشاره کردیم، مخابره ی D2D درون باندی به صورت زیرنهی گفته می شود. مرجع [60] تحلیلی بر توزیع توان و SINR در یک مخابره ی D2D درون باندی به صورت زبرنهی انجام داده است. با توجه به زبرنهی بودن شبکه ی D2D نسبت به شبکه ی سلولی، کاربران سلولی اثر تداخلی برای مخابره ی بین کاربران D2D نخواهند داشت و از این لحاظ تحلیل شبکه نیز ساده تر می شود. شکل 1.4 مدل شبکه ی موردنظر را در یک ماکروسل نشان می دهد. در این شکل کاربران سلولی و D2D به همراه محدوده ی ارسالشان به ترتیب با رنگهای آبی و سبز نشان داده شده اند. با وجود اینکه تداخل در تمام شبکه موجود است، فقط یک نمونه از آن در شکل فوق نشان داده شده است.

مکان کاربران سلولی توسط PPP همگن $\Phi_{\rm C}$ با چگالی ثابت $\lambda_{\rm C}$ مدل می شود. به طور مشابه، مکان کاربران کاربران سلولی توسط PPP همگن $\Phi_{\rm D}$ با چگالی ثابت $\lambda_{\rm D}$ تعیین خواهد شد. فرض می کنیم که این دو فرآیند پواسن از هم مستقل باشند. توان ارسالی هر دو نوع کاربر سلولی و D2D را به صورت i.i.d در نظر می گیریم و آن را با P نمایش می دهیم. همچنین فرض می کنیم که این دو متغیر تصادفی از یکدیگر مستقل می باشند P البته

³Cross-tier interference

⁴Inter-D2D interference



شكل ۱.۴: يك شبكهى D2D تحت شبكهى سلولى.

فرض i.i.d بودن توان کاربران D2D همیشه درست نیست؛ چرا که اگر دو لینک مخابراتی D2D خیلی به هم نزدیک باشند، توان ارسالی هر یک از دو لینک تأثیر زیادی روی دیگری میگذارد و بنابراین این دو توان مستقل از هم نخواهند بود [۸۲]. با این وجود، این حالت بسیار غیرمحتمل است و میتوان با فرض i.i.d بودن توان آنها، به تحلیل ادامه داد [۶۰]. یادآوری این نکته مفید است که یک فرق اساسی مدلی که در این فصل در نظر گرفتیم با مدل فصل ۳، در انتخاب توان ارسالی است. در فصل ۳ توان فرستندههای هر لایه (BSها) ثابت در نظر گرفته شد، حال آنکه در این فصل توان فرستندهها (چه کاربران سلولی، چه D2D) خود یک متغیر تصادفی است. به بیان دیگر، تخصیص توان به هر کاربر ثابت نیست و در واقع یکی از اهداف این فصل، یافتن توزیع احتمالی این متغیر تصادفی است.

h بدیده محوشوندگی برای تمامی لینکها به سورت i.i.d با مدل ریلی در نظر گرفته می شود که آن را با i نمایش می دهیم. دقت کنید که توان محوشوندگی ریلی، اندازه ی متغیر تصادفی ریلی به توان ۲ است که دارای توزیع نمایی خواهد بود. میزان SINR آستانه برای برقراری ارتباط در فاز سلولی و D2D برای تمامی لینکها ثابت و به ترتیب برابر g و g هستند و فرستنده ها از کنترل توان ایده آل برای دستیابی به g آستانه در گیرنده ها استفاده می کنند g افت مسیر نیز همانند فصل قبل به صورت استاندارد g استاندارد g افرض

۲.۴ مدل سیستم

می شود که در آن x فاصله ی نقطه ی موردنظر تا فرستنده و lpha>2 توان افت مسیر است.

فرض می کنیم که در هر لحظه از زمان، هر گیرنده ی D2D فقط از نزدیک ترین فرستنده ی D2D اطلاعات دریافت کند و هر فرستنده ی D2D نیز فقط به یک گیرنده ی D2D اطلاعات را مخابره کند. مانند فصل قبل و بدون کاسته شدن از کلیت مسأله، ما یک فرستنده و گیرنده ی D2D نوعی را در مبدأ مختصات \mathcal{O} قرار داده و تمامی تحلیلها را روی آن انجام می دهیم. همچنین از اندیس 0 برای متمایز کردن فرستنده و گیرنده ی D2D نوعی به بوعی با بقیه ی فرستنده و گیرنده ها استفاده می کنیم. با این توضیحات، توانی که از فرستنده ی D2D نوعی به گیرنده ی D2D نوعی می رسد برابر است با

$$P_{\rm r} = P_{0,\rm D} |h_{0,\rm D}|^2 ||x_{0,\rm D}||^{-\alpha}, \tag{1.f}$$

$$I_{\rm C} = \sum_{i \in \Phi_{\rm C}} P_{i,{\rm C}} |h_{i,{\rm C}}|^2 ||x_{i,{\rm C}}||^{-\alpha},$$
 (Y.f)

$$I_{\rm D} = \sum_{i \in \Phi_{\rm D}} P_{i,{\rm D}} |h_{i,{\rm D}}|^2 ||x_{i,{\rm D}}||^{-\alpha},$$
 (٣.٢)

که در آن اندیسهای C و $|h_i|^2$ و $|h_i|^2$ و $|h_i|^2$ هستند و $|h_i|^2$ بیان گر توان ارسالی فرستنده ی $|h_i|^2$ توان محوشوندگی از فرستنده ی $|h_i|^2$ تا گیرنده ی $|h_i|^2$ نوعی و مکان فرستنده ی $|h_i|^2$ هستند. دقت کنید که در رابطه ی تداخل برای کاربران $|h_i|^2$ فضای $|h_i|^2$ شامل نقطه ی مبدأ نمی شود. در واقع فرستنده و گیرنده ی $|h_i|^2$ نوعی را در مبدأ مختصات قرار دادیم و $|h_i|^2$ اثر تداخلی بقیه نقاط را در آن جا نشان می دهد. از آنجایی که فرض می کنیم توان ارسالی، اثر محوشوندگی و مکان کاربران سلولی و $|h_i|^2$ همگی از یکدیگر مستقل هستند، $|h_i|^2$ و $|h_i|^2$ نیز از هم مستقل می شوند.

حال SINR دریافتی در گیرندهی D2D نوعی را به صورت زیر فرمول بندی می کنیم

$$SINR = \frac{P_{\rm r}}{I_{\rm D} + I_{\rm C} + \sigma^2}, \tag{f.f}$$

که در آن σ^2 توان نویز است و در کل شبکه ثابت فرض میشود.

در ادامه به کمک مدلی که در این قسمت بیان شد، توزیع توان را در یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی بهدست می آوریم.

۳.۴ توزیع توان

در این قسمت به چگونگی توزیع توان در یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی می پردازیم. سعی می کنیم که با اختصاص کمینهی توان ارسالی ممکن به کاربران، به SINR آستانهی هر لینک برسیم. به منظور برقراری ارتباط بین یک جفت کاربر D2D، باید SINR دریافتی در گیرنده ی D2D از $\beta_{\rm D}$ بیشتر باشد. به بیان ریاضی باید داشته باشیم

$$SINR \ge \beta_{\rm D} \Longrightarrow P_{0,\rm D} \ge \frac{\beta_{\rm D} \|x_{0,\rm D}\|^{\alpha} (I_{\rm D} + I_{\rm C} + \sigma^2)}{|h_{0,\rm D}|^2}.$$
 (a.f)

با فرض نبود هیچ گونه محدودیتی در توان ارسالی کاربران، قضیه ی زیر توزیع توان کاربران D2D را در حالت کلی به دست می دهد. بعد از بیان این قضیه و نتایج آن، به بررسی حالتی که توان ارسالی کاربران محدود باشد می پردازیم. از آنجایی که توزیع توان را برای هر دو نوع کاربر i.i.d فرض کردیم، در نمایش روابط از $P_{\rm D}$ به جای $P_{\rm D,D}$ استفاده می کنیم.

قضیه ۱.۴ توزیع توان ارسالی کاربران D2D

در یک مخابره ی D2D تحت شبکه ی سلولی، CDF توان ارسالی فرستنده ی D2D توان ارسالی فرستنده ی مخابره است با

$$\mathbb{P}\{P_{D} \le p\} = \mathbb{P}\{P_{0,D} \le p\} = \int_{0}^{\infty} e^{-k_{1}r - k_{2}r^{\alpha/2}} dr, \tag{5.5}$$

که در آن داریم

$$k_{1} = 1 + \frac{1}{\operatorname{sinc}(2/\alpha)} \left(\frac{\beta_{\mathrm{D}}}{\mu p}\right)^{2/\alpha} \left(E_{\mathrm{D}} + \left(\frac{\lambda_{\mathrm{C}}}{\lambda_{\mathrm{D}}}\right) E_{\mathrm{C}}\right),$$

$$k_{2} = \frac{\beta_{\mathrm{D}}}{\mu p} \frac{\sigma^{2}}{(\pi \lambda_{\mathrm{D}})^{\alpha/2}},$$
(Y.f)

$$E_{
m D}=\mathbb{E}\left\{P_{
m D}^{2/lpha}
ight\}$$
 و همچنین تعریف میکنیم $E_{
m C}=\mathbb{E}\left\{P_{
m C}^{2/lpha}
ight\}$ و همچنین تعریف می

۵۶. توزیع توان

اثبات قضیه ۱.۴. به پیوست ۳.آ مراجعه کنید.

همانند فصل قبل، مسأله را در حالات خاص محدود به تداخل ($\sigma^2=0$) و محیطهای نسبتاً با اتلاف ($\alpha=4$) نیز بررسی می کنیم. از آنجایی که شبکههای D2D به نوعی خود ناهمگون هستند و می توان آنها را از دسته ی شبکههای سلولی ناهمگون به حساب آورد، تحلیل این حالات خاص، که اغلب به فرم ساده تری از جواب نیز می انجامند، مفید و کاربردی خواهد بود. نتایج زیر این دو حالت خاص را به طور دقیق مطرح می کنند.

نتیجه ۱.۴ در یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی محدود به تداخل، CDF توان ارسالی کاربران D2D برابر است با

$$\mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}} \le p\} = \frac{1}{1 + (\frac{\beta_{\mathrm{D}}}{\mu p})^{2/\alpha} \frac{1}{\mathrm{sinc}(2/\alpha)} (E_{\mathrm{D}} + (\frac{\lambda_{\mathrm{C}}}{\lambda_{\mathrm{D}}}) E_{\mathrm{C}})}.$$
 (A.f)

lacktriangle اثبات نتیجه ۱.۴. با قرار دادن $\sigma^2=0$ و سادهسازی انتگرال حاصله، اثبات سرراست است.

همانطور که مشاهده می شود، در حالت محدود به تداخل رابطه ی توزیع توان کاربران D2D به فرم بسته ی همانطور که مشاهده می شود، در حالت محدود به تداخل رابطه ی توزیع توان کاربران D2D به فرم بسته ی تبدیل می شود. به عنوان نتیجه ی دوم، حالت خاص دیگر $\alpha=4$ را در نظر بگیرید. در این حالت نیز نتیجه ی زیر به دست می آید.

نتیجه ۲.۴ در یک فضای نویزی و نسبتاً با اتلاف با $\alpha=4$ اتلاف با D2D توان ارسالی کاربران D2D برابر است با D2D

$$\mathbb{P}\{P_{\rm D} \le p\} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_2'}} \frac{k_1'^2}{^{4k_2'}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{k_1'^2}{4k_2'}}\right) \\
\approx \frac{1}{12} \sqrt{\frac{\pi}{k_2'}} \left(1 + 3e^{-\frac{k_1'^2}{12k_2'}}\right), \tag{9.5}$$

که در آن تابع خطای مکمل 4 بهصورت dx بهصورت و $erfc(u)=rac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{u}^{\infty}\mathrm{e}^{-x^{2}}\,\mathrm{d}x$ که در آن تابع خطای مکمل

$$k_1' = k_1(\alpha = 4) = 1 + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\beta_D}{\mu p}} \left(E_D + \left(\frac{\lambda_C}{\lambda_D} \right) E_C \right)$$
$$k_2' = k_2(\alpha = 4) = \frac{\beta_D}{\mu p} \frac{\sigma^2}{(\pi \lambda_D)^2},$$

⁵Complementary error function

اثبات نتیجه ۲.۴. با قرار دادن $\alpha=4$ و ساده سازی انتگرال حاصله، اثبات سرراست است. یادآوری این نکته لازم است که تقریب آورده شده در این جا بر مبنای مرجع [۸۱] است که در آن نویسندگان، تقریب کاملاً نمایی زیر را برای تابع خطای مکمل ارائه کردند

$$\operatorname{erfc}(x) \approx \frac{1}{6} e^{-x^2} + \frac{1}{2} e^{-4x^2/3}.$$
 (1...f)

با استفاده از این تقریب، رابطهی (۹.۴) بهسادگی بهدست می آید.

همانند آنچه در فصل قبل نیز داشتیم، قضیهی ۲.۴ کران بالای دقیقی برای تابع توزیع توان ارائه می دهد. همچنین می توان کران بالای دیگری نیز به کمک نامساوی کوشی-شوارتز برای تابع توزیع توان ارائه کرد؛ اما همان طور که از نمودارهای ۴.۳ و ۴.۳ب برمی آید، این کران بالا چندان دقیق نیست. بنابراین، از آوردن آن در این فصل از پایان نامه صرف نظر می کنیم.

$P_{ m D}$ قضیه ۲.۴. کران بالای تابع توزیع

برای تابع توزیع تجمعی (CDF) توان ارسالی فرستندهی D2D نوعی (۴.۴) رابطهی زیر برقرار است.

$$\mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}} \le p\} \le \left(\frac{1}{uk_{1}}\right)^{1/u} \left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) \left(\frac{1}{vk_{2}}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right)^{1/v},\tag{11.5}$$

که در آن u و v مقادیر ثابتی هستند که دو شرط زیر را برآورده می سازند.

 $ightharpoonup rac{1}{u} + rac{1}{v} = 1,$

اثبات قضیه ۲.۴. اثبات کاملاً مشابه اثبات قضیهی ۱.۳ است و برای اختصار در اینجا آورده نمیشود. ■

با نگاهی عمیق تر به رابطه ی انتگرالی توزیع توان کاربران D2D در حالت کلی، مشاهده می کنیم که گشتاور $\frac{2}{\alpha}$ مور دو توان، یعنی $P_{\rm C}$ و $P_{\rm D}$ ، در آن تأثیر گذارند. بنابراین نمی توان این دو کمیت را به دلخواه انتخاب کرد. به بیان ریاضی

$$E_{\rm D} = \mathbb{E}\{P_{\rm D}^{2/\alpha}\} = \int_0^\infty x^{2/\alpha} f_{P_{0,\rm D}}(x) \,\mathrm{d}x,$$

حال با مشتق گیری از CDF توزیع توان (۴.۴)، جای گذاری آن در رابطهی بالا و چندین بار استفاده از تکنیک

۳.۴ توزیع توان

تغییر متغیرها در انتگرال گیری خواهیم داشت

$$E_{\rm D} = \int_0^\infty \left[A_1 (A_2 + E_{\rm D}) x^{-1} + A_3 x^{-2/\alpha} \right] e^{-\frac{\alpha}{2} A_1 (A_2 + E_{\rm D}) x^{2/\alpha} - A_3 x} \, \mathrm{d}x, \tag{17.5}$$

که در آن پارامترها عبارتند از:

$$A_{1} = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{\beta_{\rm D}}{\mu}\right)^{2/\alpha} \frac{1}{\mathrm{sinc}(2/\alpha)},$$

$$A_{2} = \left(\frac{\lambda_{\rm C}}{\lambda_{\rm D}}\right) E_{\rm C},$$

$$A_{3} = \frac{\beta_{\rm D}}{\mu} \frac{\sigma^{2}}{(\pi\lambda_{\rm D})^{2/\alpha}}.$$

از آنجایی که حل تحلیلی معادله ی انتگرالی (۱۲.۴) موجود نیست، آن را می توان به کمک روشهای عددی حل کرد و مقدار دقیق گشتاور $\frac{2}{\alpha}$ ام توان کاربران D2D، یعنی $E_{
m D}$ را یافت.

در شبکههای مخابراتی واقعی، توانی که هر کاربر (چه سلولی، چه D2D) استفاده میکند، محدود است. تحلیلی که تا به این جا روی توزیع توان کاربران D2D انجام دادیم، با فرض عدم وجود هرگونه محدودیتی در تخصیص توان به این کاربران بود. با این حال، تعمیم آن به حالت واقعی سرراست است.

فرض کنید که متغیر تصادفی و تصادفی اختیار می کند؛ آنگاه متغیر تصادفی توان می کند؛ آنگاه متغیر تصادفی توان محدودشده را به صورت زیر تعریف می کنیم $[\mathfrak{s}_{-}]$.

$$P_{\mathrm{D}}^{\mathrm{c}} = \min\{P_{\mathrm{D}}, P_{\mathrm{max}}\},\tag{1.7.f}$$

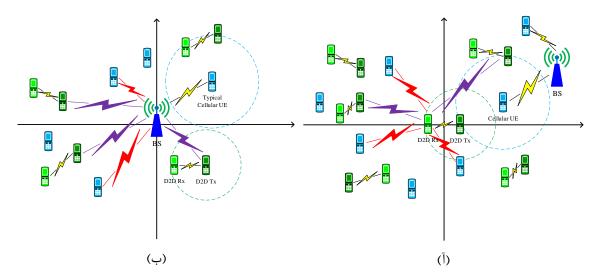
که در آن نمای c نشاندهنده توان محدودشده است. حال c است. حال c توان ارسالی جدید کاربران c برابر خواهد بود با

$$\mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}}^{\mathrm{c}} \leq p\} = \begin{cases} \mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}} \leq p\} & p < P_{\mathrm{max}} \\ 1 & p \geq P_{\mathrm{max}} \end{cases}$$

$$(14.4)$$

بنابراین با توجه به قضیهی ۱.۴، تابع توزیع توان برای حالتی که توان محدود به مقدار $P_{
m max}$ باشد نیز بهسادگی

 $^{^6\}mathrm{Constraint}$



شکل ۲.۴: حالات مختلف تحلیل یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی (آ) برای تحلیل توزیع توان کاربران سلولی. توزیع توان کاربران سلولی.

بەدست مىآيد.

برای تابع توزیع توان کاربران سلولی روش حل مسأله کمی تغییر می کند. از آنجایی که هدف تحلیل توزیع توان در فراسو است، اینبار به جای اینکه یک کاربر سلولی نوعی را محور کار قرار دهیم، BS را در مبدأ مختصات می گذاریم تا راحت تر بتوانیم شبکه را تحلیل کنیم. شکل ۲.۴ تفاوت این دو حالت را به خوبی نشان می دهد. در این شکل فلشهای زرد به معنای ارتباط درست (حالت مطلوب) است و فلشهای قرمز و بنفش به ترتیب نشان دهنده ی تداخل کاربران سلولی و D2D بر روی گیرنده ی D2D نوعی (شکل ۱۲.۴) و BS (شکل ۲.۴ب) هستند.

برای تحلیل این حالت، یک کاربر سلولی نوعی را در نظر می گیریم که میخواهد به BS اطلاعاتش را مخابره کند. در این سناریو، تمامی کاربران سلولی دیگر و تمام فرستندههای D2D، که حدود نیمی از کل کاربران D2D را تشکیل میدهند، نقش تداخلی دارند. فرق اساسی این حالت با حالت قبل در این است که در اینجا فاصلهی بین مبدأ (کاربر سلولی نوعی) تا مقصد (BS) لزوماً کمترین فاصلهی ممکن نیست؛ در حالی که فرستنده و گیرندهی D2D کمترین فاصلهی ممکن را نسبت به یکدیگر داشتند. دقت کنید که مدل این شبکه درست مانند مدل بیان شده در فصل قبل (همان مدل مرجع [۳۶]) با دو لایه است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که در فصل قبل بهصورت ارسال فروسو بود، یک کاربر نوعی در مبدأ مختصات قرار داشت و چندین BS از لایههای مختلف سعی در پوششدهی این کاربر نوعی داشتند که در آن همهی BSها به جز یکی نقش تداخلی لایههای مختلف سعی در پوششدهی این کاربر نوعی داشتند که در آن همهی BSها به جز یکی نقش تداخلی ایفا میکردند. در این فصل تحلیل بهصورت ارسال فراسو است، BS در مبدأ مختصات قرار دارد و چندین کاربر ایفا میکردند. در این فصل تحلیل بهصورت ارسال فراسو است، BS در مبدأ مختصات قرار دارد و چندین کاربر ایم دو لایهی مختلف (سلولی و D2D) مشغول ارسال اطلاعات خود هستند که در عین حال، باعث ایجاد تداخل از دو لایهی مختلف (سلولی و D2D) مشغول ارسال اطلاعات خود هستند که در عین حال، باعث ایجاد تداخل

 $^{\circ}$ در $^{\circ}$ نیز می شوند. بنابراین نتایجی که در آن جا به دست آمد به راحتی قابل تعمیم به این قسمت نیز است.

۴.۴ نتایج شبیهسازی

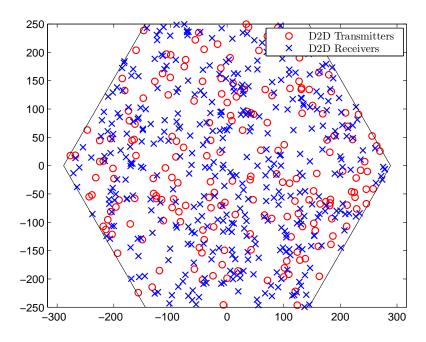
در این قسمت به شبیهسازیهای مربوط به مخابره ی D2D در یک شبکه ی سلولی میپردازیم تا از درستی روابط به در این قسمت به شبیهسازی یک شبکه ی D2D شناسایی به دست آمده در این فصل مطمئن شویم. بدین منظور، ابتدا باید اصول شبیهسازی یک شبکه ی D2D شناسایی شوند. با فرضیاتی که در این فصل بیان شد، ابتدا تعداد معینی از فرستندهها و گیرندههای D2D را به صورت مستقل از هم و با توزیع یکنواخت در یک سلول ایجاد می کنیم. سلول مورد بحث به صورت شش ضلعی در نظر گرفته می شود. در این جا دو نکته ی مهم را یادآور می شویم.

۱. با توجه به قضیهی ۳.۲، توزیع فرستندهها و گیرندههای D2D مستقل از یکدیگر هستند.

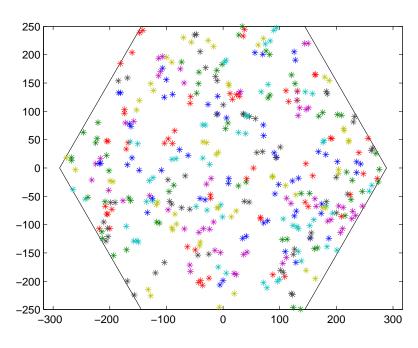
۲. با توجه به لم ۱.۲، توزیع فرستندهها و گیرندههای D2D بهصورت یکنواخت هستند.

در ابتدای فصل، فرض کردیم که هر گیرنده ی D2D فقط از نزدیک ترین فرستنده ی D2D اطلاعات را دریافت می کند و هر فرستنده ی D2D نیز فقط به یک گیرنده ی D2D اطلاعات را مخابره می کند. بنابراین، لازم است که در ابتدای کار، هر فرستنده نزدیک ترین گیرنده به خود و هر گیرنده نیز نزدیک ترین فرستنده به خود را بشناسند. در الگوریتم اختصاص دادن هر گیرنده به فرستنده ی مطلوب (و برعکس)، اگر فرستنده و گیرنده کاصی نزدیک ترین به یکدیگر باشند، آنگاه ما آنها را بهعنوان یک فرستنده و گیرنده ی D2D می شناسیم. اما اگر برای فرستنده ی خاصی این اتفاق رخ نداد، الگوریتم برای گیرندههای بعدی اجرا می شود تا نزدیک ترین فرستنده و گیرنده ها به یکدیگر مشخص شوند. سپس دوباره برای آن فرستنده ی خاص، الگوریتم را تکرار می کنیم تا به جواب نهایی برسیم. این الگوریتم نیازمند یک حلقه ی hall است. برای فهم بهتر مطلب، دو شکل از شبکه ی سلولی را در ادامه نشان می دهیم. شکل ۴.۳ نمایی از تمامی فرستندهها (دایرههای قرمز رنگ) و گیرندههای فرستندهها باشد (تعداد فرستندهها باشد (تعداد فرستندهها باشد (تعداد فرستنده فاصله ی فرستنده و گیرنده ی انتخاب شده توسط الگوریتم است. کاربران سلولی نیز به صورت مشابه تولید می شوند بین فرستنده و گیرنده کردن بیشینه فاصله ی که برای شلوغ نشدن شکل، آنها را نشان ندادیم. نمایی از شبکهی یادشده بعد از اجرای الگوریتم را می توان در شکل، فاصله ی بین مکانی (ISD) یا همان قطر دایره ی محاطی سلول شکل ۴.۴ مشاهده کرد که در آن هر یک از فرستندهها و گیرندههای (ISD) یا همان قطر دایره ی محاطی سلول داده ده داد کر است که در آین شکل، فاصله ی بین مکانی (ISD) یا همان قطر دایره ی محاطی سلول دادهده اندر کروره به ذکر است که در آین شکل، فاصله ی بین مکانی (ISD) یا همان قطر دایره ی محاطی سلول دادوره به ذکر است که در آین شکل، فاصله ی بین مکانی (ISD) یا همان قطر دایره ی محاطی سلول داده در آن هر یک از فرستنده ها و گیرنده های (ISD) یا همان قطر در رویم محاطی سلول

⁷Inter-Site Distance

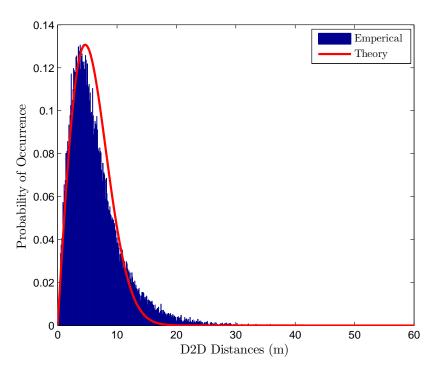


شکل ۳.۴: نمایی از فرستندهها و گیرندههای D2D در یک سلول.



شکل ۴.۴: نمایی از فرستندهها و گیرندههای D2D انتخاب شده در یک سلول.

اصلی برابر ۵۰۰ متر است و بیشینه فاصلهی بین فرستندهها و گیرندههای انتخاب شده توسط الگوریتم برابر ۴۷/۸ متر بهدست آمد.



شکل ۵.۴: مقایسهی نظری و عملی PDF فاصلهی نزدیک ترین نقاط (کاربران D2D) انتخاب شده) به یکدیگر.

پس از تولید فرستندهها و گیرندههای D2D، به منظور بررسی درستی نحوه ی اختصاص نزدیک ترین کاربران به یکدیگر، نمودار فراوانی فاصلههای کاربران D2D را رسم کردیم. شکل ۵.۴ این نمودار را به همراه نمودار نظری PDF متغیر تصادفی فاصله ی نزدیک ترین نقاط به هم، که در لم ۲.۲ بیان شد، نشان می دهد. برای این شبیه سازی، ۱۰۰۰ فرستنده ی D2D و ۲۰۰۰ گیرنده ی D2D را در نظر گرفته و الگوریتم بیان شده را اجرا کردیم.

پس از آنکه هر فرستنده نزدیک ترین گیرنده به خود را پیدا کرد و تمامی فاصلهها محاسبه شدند، نوبت به تخصیص توان به این فرستندهها می رسد. در تخصیص توان به کاربران D2D از الگوریتم فاسکینی-میلانیک می استفاده می کنیم و سعی بر آن داریم که شرط SINR در هر لینک برآورده شود [۸۴]. در ادامه به توضیح چگونگی اختصاص توان به کاربران D2D و سلولی توسط این الگوریتم می پردازیم. نکته ای که قبل از بیان این الگوریتم بسیار حائز اهمیت است، در نظر گرفتن محدودیت برای توان ارسالی کاربران است؛ چرا که در غیر این صورت، الگوریتم همگرا نمی شود و به جواب مطلوب نخواهیم رسید. بنابراین روابطی که در ادامه به آنها رجوع خواهیم کرد، (۱۴.۴) و (۱۳.۴) هستند که در آنها کران بالای توان ارسالی کاربران ست.

 $^{^8}$ Foschini-Miljanic algorithm

به منظور کنترل توان کاربران سلولی و D2D در شبکه، روشهای متعددی وجود دارد که به برخی از آنها اشاره می کنیم.

- lacktriangle اختصاص بیشینه توان $P_{
 m max}$ به تمام فرستندهها [۳۸].
- اختصاص بیشینه توان P_{max} به فرستنده ای که دارای لینک مخابراتی "خوبی" باشد، به این معنا که اثر مشترک محوشوندگی و افت مسیر در آن لینک از حد معینی بیشتر باشد. در غیر این صورت، به آن فرستنده توان 0 اختصاص داده می شود و در واقع فرستنده اطلاعاتی ارسال نخواهد کرد. در این الگوریتم که کنترل توان روشن-خاموش توزیع شده 9 نام گرفته است [۸۵]، هیچ مشارکتی بین فرستنده ها برای کاهش تداخل وجود ندارد و هر فرستنده بدون توجه به تداخلی که ممکن است ایجاد کند، سعی در بیشینه کردن نرخ ارسال خود به سمت گیرنده ی مطلوبش دارد.
- کنترل توان بهصورت مرکزی ۱۰ در این الگوریتم فرض میشود که اطلاعات حالت کانال ۱۱ (CSI) را در کنترل کننده ی مرکزی داریم. سپس با حل یک مسأله ی بهینه سازی که با در نظر گرفتن شرطهای کمینه مقدار SINR برای کاربران سلولی و D2D سعی می کند SINR لینک سلولی را بیشینه کند، توانهای به دست آمده را به کاربران اختصاص می دهیم [۸۵].
- اختصاص توان به کمک الگوریتم فاسکینی-میلانیک [۸۴] که کنترل توان برای کاربران سلولی و D2D و اختصاص توان به کمک الگوریتم است و بهطور مفصل در ادامه توضیح می دهیم.

در الگوریتم فاسکینی-میلانیک، هدف رسیدن به SINR آستانه بهصورت توزیعشده برای تمامی لینکها است. برای این منظور، ابتدا الگوریتم بهصورت پیوسته و به فرم یک معادلهی دیفرانسیل مطرح میشود تا دید خوبی نسبت به چگونگی رسیدن به SINR آستانه بهدست آوریم. سپس با فرضهای معقول و ساده کنندهای، رابطهی بهروزرسانی توان اختصاص داده شده به هر کاربر بهدست میآید (رابطهی (۳) مرجع [۸۴]). در نهایت به سراغ حالت گسسته و معادلهی تفاضلی توان میرویم. به عبارت دقیق تر، رابطهی بهروزرسانی توان اختصاص داده شده به هر کاربر بهصورت زیر بهدست میآید.

$$P_i(k+1) = (1-\gamma)P_i(k)\left[1 + \frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\beta}{\beta_i}\right], \tag{1\Delta.f}$$

⁹Distributed on-off power control algorithm

¹⁰Centralized power control

¹¹Channel State Information

		1
توضيح	مقدار	پارامتر
فاصلهی بینمکانی سلول اصلی	500 m	ISD
مساحت سلول اصلى	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ISD ²	A
پهنایباند	$9 \times 10^6 \text{ Hz}$	B
چگالی طیف توان نویز حرارتی	$-174~\mathrm{dBm/Hz}$	\hat{N}_0
عدد نویز	5 dB	N_f
توان نویز حرارتی	$\hat{N}_0 + 10\log(B) + N_f$	N_0
m افت مسیر به dB و	$30.6 + 40\log(d)$	PL
کمینه توان ارسالی کاربران	−40 dBm	P_{\min}
بیشینه توان ارسالی کاربران	23 dBm	P_{max}
نمای افت مسیر	2.5, 3, 4	α
میانگین اثر محوشوندگی	$10^{-3}, 10^{-4}$	μ
تعداد فرستندههای D2D در سلول اصلی	200	$N_{ m D2D}^{ m T}$
تعداد گیرندههای D2D در سلول اصلی	$2N_{ m D2D}^{ m T}$	$N_{ m D2D}^{ m R}$
تعداد کاربران سلولی در سلول اصلی	$rac{1}{2}N_{ m D2D}^{ m T}$	N_{Cell}
ثابت همگرایی الگوریتم فاسکینی-میلانیک	0.06	γ
SINR آستانه کاربران SINR	-10, -5, -1 dB	β_{D}

جدول ۱.۴: پارامترهای شبیه سازی برای شبکه ی D2D تحت شبکه ی سلولی.

که در آن β_i γ β_i و β_i بهترتیب بیانگر توان کاربر i مر لحظه β_i ثابت تعیین کننده سرعت همگرایی $P_i(k+1)=P_i(k)$ الگوریتم، SINR لینک i و SINR آستانه هستند. روشن است که وقتی $\beta=\beta_i$ آنگاه و والگوریتم همگرا خواهد شد.

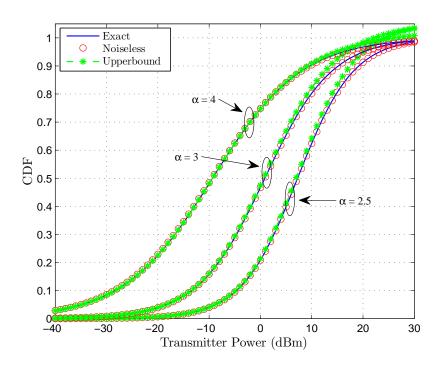
 $\beta_{\rm D}$

 $\beta_{\rm C}$

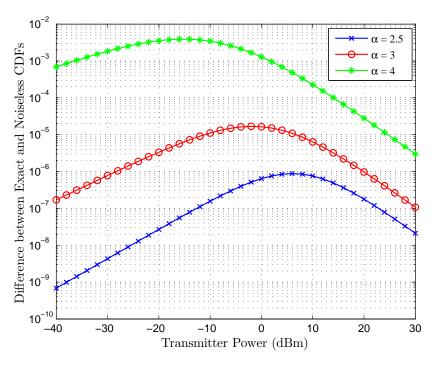
SINR آستانه کاربران سلولی

با در اختیار داشتن میزان توان اختصاص داده شده به هر کاربر، به سراغ پارامترها و نتایج شبیه سازی می رویم. همان طور که قبلاً هم بیان شد، کاربران سلولی و فرستنده ها و گیرنده های D2D را به صورت یکنواخت و مستقل از هم در یک سلول تولید می کنیم. با توجه به تعریف ISD، مساحت سلول شش ضلعی برابر خواهد بود با از هم در یک سلول تولید می کنیم. با توجه به تعریف مسیر بین فرستنده و گیرنده ای که به فاصله ی متر از یکدیگر قرار دارند را به صورت $A = \frac{\sqrt{3}}{2} ISD^2$ تعریف می کنیم و توان ارسالی کمینه و بیشینه کاربران وا به ترتیب برابر A = A = A در نظر می گیریم. تمام پارامترهای شبیه سازی در جدول ۱.۴ خلاصه شده اند.

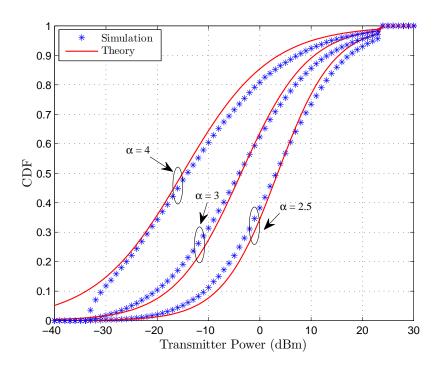
شکل ۶.۴ نمودار توزیع توان کاربران D2D، حالت خاص بدون نویز آن و کران بالای به دست آمده را برای مقادیر مختلف α نشان می دهد. همان طور که از این شکل برمی آید، کران بالای به دست آمده دقت بسیار خوبی



شکل ۶.۴: مقایسهی CDF دقیق توان ارسالی با حالت خاص بدون نویز و کران بالای ۱۱.۴.



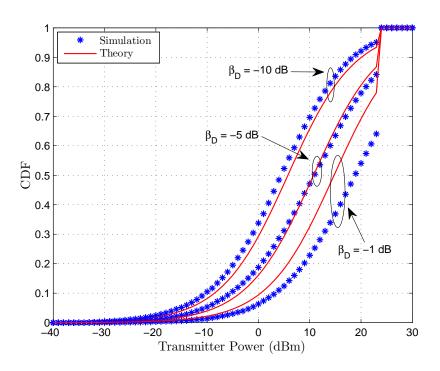
شكل ۷.۴: اختلاف CDF دقيق توان ارسالي با حالت خاص بدون نويز آن.



شکل ۸.۴: مقایسه ی نظری و شبیه سازی CDF توان ارسالی کاربران D2D با پارامترهای شکل $\mu=10^{-3}$ ، $\beta_{\rm D}=-10~{
m dB}$

دارد. همچنین بررسی حالت بدون نویز نشان می دهد که اثر تداخل بسیار بیشتر از نویز است و در نتیجه، می توان ارسالی از اثر نویز در تحلیلها صرفنظر کرد. برای دقت بیشتر، اختلاف حالت دقیق و بدون نویز CDF توان ارسالی کاربران $\mathrm{D2D}$ را برای مقادیر مختلف α در شکل α در شکل α آور دیم. همان طور که روشن است، اختلاف یادشده برای مقادیر مختلف α بسیار ناچیز است؛ با این وجود، هر چه α بیشتر شود، تراکم شبکه نیز بیشتر شده و اثر نویز نیز بیشتر حس می شود. در این دو نمودار، α SINR آستانه را α حال نظر می گیریم.

شکل ۸.۴ نمودارهای نظری و شبیهسازی CDF توان ارسالی کاربران D2D را با محدودیت توان بیان شده در جدول ۸.۴ و برای مقادیر مختلف α نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، هماهنگی خوبی بین نتایج شبیهسازی و نظری وجود دارد که نشان دهنده ی درستی روابط و تقریبهای به کار گرفته شده است. هر چه بیشتر شود، برای یک توان ارسالی خاص مثل p_0 , مقدار CDF در نقطه ی p_0 یا احتمال اینکه توان ارسالی اختصاص داده شده به هر کاربر از p_0 کمتر باشد، افزایش می یابد. در واقع، هر چه محیط متراکم تر باشد (مانند معابر شهری پر رفت و آمد)، تعداد کاربرانی که توان اختصاص داده شده به آنها از حد خاص p_0 کمتر باشد، بیشتر می شود. به عبارت دیگر، در چنین محیطهایی برای کنترل تداخل، توان کمتری به کاربران اختصاص داده می شود که این نتیجه به خوبی در شبیه سازی ها نشان داده شده است.



شکل ۹.۴: مقایسهی نظری و شبیهسازی CDF توان ارسالی کاربران D2D با پارامترهای شکل $\mu=10^{-4}$ ، $\alpha=3$

در شکل ۹.۴، با ثابت فرض کردن مقدار α و تغییر SINR آستانه $\beta_{\rm D}$ نمودار CDF توان ارسالی کاربران D2D رسم شده است. برای یک مقدار مشخص از CDF، هر چه SINR آستانه بیشتر شود، توانهای ارسالی نیز بیشتر میشوند. به تعبیر دیگر، در یک توان ارسالی خاص p_0 ، هر چه SINR آستانه بیشتر شود، کاربران کمتری شرط SINR را برآورده کرده و در نتیجه، احتمال اینکه توان ارسالی اختصاص داده شده به هر کاربر از p_0 کمتر باشد، کاهش می یابد. به علاوه، افزایش SINR آستانه باعث می شود تعداد بیشتری از کاربران به کران بالای توان (که در جدول ۱.۴ تعریف شده است) برسند. نکته ی دیگر افزایش اختلاف بین روابط نظری و نتایج شبیه سازی برای $\beta_{\rm D}$ می بزرگ است. در واقع تقریبهای استفاده شده در این شرایط اند کی غیردقیق هستند؛ با این وجود، می توان روابط نظری به دست آمده را به عنوان کران بالایی برای حالتهای واقعی در نظر گرفت.

۵.۴ جمعبندی و نتیجهگیری

در این فصل به بررسی شبکههای D2D و تحلیل تابع توزیع توان در آنها پرداختیم. ابتدا مقدمهای از ساختار این شبکهها بیان شد و سپس به سراغ معرفی مدل کلی سیستم رفتیم و تفاوتهای کار انجام شده در این پایاننامه با کارهای مشابه موجود را بررسی کردیم. مدل استفاده شده در این پایاننامه، مخابره ی D2D درونباندی به صورت زیرنهی در نظر گرفته شد که در آن کاربران سلولی و D2D هر دو در یک باند فرکانسی کار می کنند و در نتیجه، روی یکدیگر اثر تداخلی خواهند داشت. بعد از آن به محاسبه ی توزیع توان کاربران D2D پرداختیم و یک رابطهی انتگرالی برای CDF توان ارسالی کاربران D2D به دست آوردیم. همانند فصل قبل، حالتهای خاص محدود به تداخل ($\sigma^2=0$) و محیطهای نسبتاً با اتلاف ($\sigma^2=0$) را نیز بررسی کردیم و مشاهده شد که در این حالتها، رابطه ی توزیع توان به فرم ساده تری تبدیل می شود. همچنین کران بالایی برای این تابع توزیع ارائه کردیم و در اسمت شبیه سازی ها نیز درستی کران به دست آمده را ارزیابی کردیم و نشان دادیم که با پیچیدگی محاسباتی کمتر، می توان با دقت بسیار خوبی به تابع توزیع توان رسید. سپس توضیحی در مورد چگونگی محاسبه ی توزیع توان کاربران سلولی دادیم و فرقهای اساسی آن را با توزیع توان کاربران D2D بیان کردیم. در نهایت در بخش شبیه سازی ها، درستی نتایج تحلیلی به دست آمده در این فصل را ارزیابی کردیم و نشان دادیم که هماهنگی شبیه سازی ها، درستی نتایج تحلیلی به دست آمده در این فصل را ارزیابی کردیم و نشان دادیم که هماهنگی خوبی بین روابط نظری و شبیه سازی موجود است.

فصل ۵

نتیجه گیری و کارهای آینده

در این فصل، در ابتدا مروری داریم بر کارهای انجام شده در این پایاننامه و سپس برخی از جهتهای تحقیقاتی ممکن برای ادامه این فعالیت پژوهشی بیان خواهند شد.

۱.۵ خلاصه و جمع بندی

در این پایاننامه، ابتدا مروری بر ریاضیاتی که در شبکههای مخابراتی تصادفی مورد نیاز است، یعنی هندسهی تصادفی داشتیم. این مطالعه شامل بررسی نظریهی اندازه، فرآیندهای نقطهای و مدل پواسن بود. همچنین برای مدلسازی تداخل در شبکههای مخابراتی، به تحلیل جمع روی فرآیندهای پواسن پرداختیم.

در فصل ۳ شبکههای سلولی ناهمگون (HCN) را بررسی کردیم. با فرض K-لایه بودن شبکه [۳۶]، به دنبال تحلیل احتمال پوششدهی آن بودیم و کران بالایی دقیقی برای احتمال موردنظر ارائه دادیم. سپس مسألهی اضافه کردن لایههای جدید به شبکهی یادشده و تأثیر این کار بر احتمال پوششدهی شبکهی حاصل را بررسی کردیم. حالت مطلوب برای یک شبکهی K-لایه این است که احتمال پوششدهی آن تابعی صعودی نسبت به تعداد لایهها K باشد. برای رسیدن به این هدف در حالت محدود به تداخل، به این نتیجه رسیدیم که باید SIR لایهی اضافه شده از مقدار خاصی کوچکتر باشد. این مقدار رابطهی معکوسی با احتمال پوششدهی شبکهی اولیه دارد. نتایج شبیه سازی نیز درستی روابط به دست آمده در این فصل را تأیید کردند. یکی از نتایج جالبی که در HCN بخش شبیه سازی ها گرفتیم، این بود که اضافه کردن K

۷۰. کارهای آینده

افزایش دهد؛ در حالی که اضافه کردن این لایهی جدید در محیطهای تنک یا با جمعیت کمتر، تأثیر چندانی در احتمال پوششدهی شبکه ندارد و این کار مقرون به صرفه نیست.

در نهایت، فصل ۴ به بررسی و تحلیل شبکههای ابزار-به-ابزار (D2D) مربوط میشد. هدف از این فصل، ارائهی یک مدل سیستم جامع، که هم شامل کاربران سلولی باشد و هم کاربران D2D، برای تحلیل توزیع توان بود. بعد از بیان مدل دقیق شبکه و معرفی انواع تداخل موجود، در قضیهی ۱.۴ توزیع کلی توان را برای یک شبکهی D2D تحت شبکهی سلولی بهدست آوردیم. در ادامه، حالات خاص این قضیه را بررسی کرده و کران بالای دقیقی نیز بر آن ارائه دادیم. از آنجایی که توان اختصاص دادهشده به کاربران در یک شبکهی واقعی محدود است، با تغییر کوچکی در قضیهی ۱.۴، توزیع توان کاربران D2D را، با محدودیت توان، بهدست آوردیم. سپس توضیحی در مورد چگونگی تغییر تحلیلها برای محاسبهی تابع توزیع توان کاربران سلولی در این شبکهها ارائه کردیم. به کمک الگوریتم کنترل توان فاسکینی-میلانیک، روابط تحلیل بهدستآمده را با شبیهسازیها ارزیابی کردیم. مقایسهی نمودارهای نظری و عملی، ما را از صحت تحلیلهای ارائهشده مطمئن ساختند و مشاهده کردیم. که تقریبهای استفاده شده از دقت خوبی برخوردارند.

۲.۵ کارهای آینده

تحلیل احتمال پوشش دهی شبکههای سلولی ناهمگون در فصل m با فرض ریلی بودن اثر محوشوندگی کانال بود. میتوان برای کارهای آینده از مدلهای جامع تر محوشندگی، مانند رایسین و ناکاگامی m استفاده کرد. از آنجایی که ما در این فصل به ارسال فروسو در HCNها پرداختیم، تحلیل حالت فراسو در این شبکهها می تواند به عنوان یکی از کارهای امیدبخش آینده تلقی شود.

در مورد شبکههای D2D تحت شبکهی سلولی نیز کارهای متنوعی را میتوان در آینده ادامه داد. تحلیل چگونگی توزیع توان برای کاربران سلولی و تحلیل توزیع SINR و احتمال پوششدهی (و در نتیجه احتمال خاموشی) برای کاربران سلولی و D2D از جمله کارهایی است که در آینده قصد انجام آنها را داریم.

موضوع مهم دیگر در این شبکهها، تحلیل دقیق و تقریبی توان و SINR برای کاربران سلولی و D2D در حالت ارسال فروسو است. در ارسال فروسو نیز کاربران D2D نباید باعث ایجاد تداخل شدیدی برای ارتباط بین کاربران سلولی و BS شوند؛ بنابراین سناریوهای مختلفی را میتوان پیشنهاد داد که شرط بیشینه میزان تداخل ناشی از کاربران D2D بر روی کاربران سلولی در حالت ارسال فروسو برآورده شود. بهعلاوه، میتوان با طرح یک مسألهی بهینهسازی، این میزان تداخل را کمینه کرد تا به بیشینهی بهرهوری در کل شبکه برسیم.

همان طور که در مقدمه هم به آن اشاره شد، کار امیدبخش دیگری که می توان در حوزه ی D2D انجام داد، بررسی حالتی است که کاربران D2D خود بتوانند در فاز سلولی نیز کار کنند. با وجود پیچیده تر شدن تحلیل، پیشبینی می شود که این کار به افزایش بهرهوری طیفی شبکه کمک شایانی کند.

پيوست آ

اثبات قضيهها

۱.۳ اثبات قضیهی ۱.۳

 $[0,\infty]$ به کمک نامساوی هولدر 1 میدانیم که اگر $|f(x)|^u$ و $|f(x)|^u$ و $|f(x)|^u$ میدانیم که اگر $|f(x)|^u$ و $|f(x)|^u$ با $|f(x)|^u$ با نامیانی التیار وی التیار

$$\int_0^\infty f(x)g(x)\,\mathrm{d}x \leq \left(\int_0^\infty |f(x)|^u\,\mathrm{d}x\right)^{1/u} \left(\int_0^\infty |g(x)|^v\,\mathrm{d}x\right)^{1/v}.$$

[۸۳] خواهیم داشت $g(x)=\mathrm{e}^{-b_ix^{lpha/2}}$ حال با جای گذاری $f(x)=\mathrm{e}^{-a_ix}$

$$\int_0^\infty e^{-a_i x - b_i x^{\alpha/2}} dx \le \left(\int_0^\infty e^{-u a_i x} dx \right)^{1/u} \left(\int_0^\infty e^{-v b_i x^{\alpha/2}} dx \right)^{1/v}$$

$$= \left(\frac{1}{u a_i} \right)^{1/u} \left(\Gamma \left(\frac{2}{\alpha} + 1 \right) \left(\frac{1}{v b_i} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right)^{1/v}. \tag{1.1}$$

کران بالایی که در (۱.۱) به دست آمد، برای هر مقدار از u و v که شرط اول قضیه را برآورده کنند صادق است. اما می توانیم این عبارت را به صورت تابعی از u در نظر بگیریم و برای یافتن دقیق ترین کران بالا، مقداری از u که آن را کمینه می کند بیابیم. با مشتق گرفتن از این رابطه نسبت به u و صفر قرار دادن نتیجه، شرط دوم قضیه حاصل می شود.

¹Hölder's inequality

۷۴ . اثبات لم ؟؟

١.٢ أثبات لم ١.٣

برای اثبات این لم از استقراء قوی ریاضی 7 بهره میبریم. با فرض K=1,2 شرایط اضافه کردن لایههای دوم و سوم بهصورت زیر خواهند بود.

$$\begin{cases} \beta_{2} < \beta_{1}, \\ \beta_{3} < \left(\frac{\lambda_{1} P_{1}^{2/\alpha} + \lambda_{2} P_{2}^{2/\alpha}}{\lambda_{1} P_{1}^{2/\alpha} \beta_{1}^{-2/\alpha} + \lambda_{2} P_{2}^{2/\alpha} \beta_{2}^{-2/\alpha}}\right)^{\alpha/2}. \end{cases}$$
(I.Y)

با مقایسه ی (۹.۳) و (۹.۳)، شرط اول واضح است و میبینیم که عبارت سمت راست شرط دوم از کمینه ی با مقایسه ی (۹.۳) و (۹.۳) بزرگتر است. حال اگر β_1 , β_2 است β_3 حسن این وجود در (۱.۲) بزرگتر است. حال اگر β_3 حسن این وجود گزاره ی β_3 حسن این وجود گزاره ی β_3 حسن این روند و استفاده از استقراء قوی ریاضی، لم برای هر مقدار دلخواه β_1 اثبات می شود.

۱.۴ اثبات قضیهی ۱.۴

برای متغیر تصادفی نمایی Z با میانگین μ ، بهسادگی دیده میشود $\mathbb{P}\{Z\geq z\}=\mathrm{e}^{-z/\mu}$ حال از آنجایی که فرض کردیم توان محوشوندگی دارای توزیع نمایی است، به کمک رابطه ی CDF (۵.۴) توان ارسالی فرستنده D2D نوعی را به صورت زیر می نویسیم.

$$\mathbb{P}\{P_{D} \leq p\} = \mathbb{P}\left\{|h_{0,D}|^{2} \geq \frac{\beta_{D}\|x_{0,D}\|^{\alpha}(I_{D} + I_{C} + \sigma^{2})}{p}\right\} \\
= \mathbb{E}\left\{e^{-\beta_{D}\sigma^{2}\|x_{0,D}\|^{\alpha}/(\mu p)}\mathbb{E}\left\{e^{-\beta_{D}I\|x_{0,D}\|^{\alpha}/(\mu p)}\right\}\right\}, \tag{I.7}$$

که در آن امید ریاضی داخلی روی $I=I_{
m C}+I_{
m D}$ گرفته میشود. این امید ریاضی در واقع همان تبدیل لاپلاس متغیر تصادفی $I=I_{
m C}+I_{
m D}$ محاسبه شده است.

از آنجایی که جفت کاربران D2D در نظر گرفته شده نزدیکترین فاصله را به یکدیگر دارند، توزیع فاصلهی بین

²Strong or complete mathematical induction

آنها توسط لم ۲.۲ داده می شود. بنابراین با استفاده از رابطهی (۸.۲) داریم

$$\mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}} \leq p\} = \int_{0}^{\infty} 2\pi \lambda_{\mathrm{D}} x \mathrm{e}^{-\pi \lambda_{\mathrm{D}} x^{2}} \mathrm{e}^{-\frac{\beta_{\mathrm{D}} \sigma^{2}}{\mu p} x^{\alpha}} \mathcal{L}_{I} \left(\frac{\beta_{\mathrm{D}} x^{\alpha}}{\mu p}\right) \, \mathrm{d}x. \tag{1.4}$$

محاسبه ی $\mathcal{L}_I(s)$ نیاز به ابزارهایی از هندسه ی تصادفی دارد که در فصل ۲ به آنها اشاره کردیم و در این جا نیز مراحل به دست آوردن آن را بیان می کنیم. با شروع از استقلال متغیرهای تصادفی $I_{
m C}$ و $I_{
m C}$ داریم

$$\mathcal{L}_{I}(s) = \mathbb{E}\left\{e^{-sI}\right\} = \mathbb{E}\left\{e^{-s(I_{C}+I_{D})}\right\} = \mathbb{E}\left\{e^{-sI_{C}}\right\} \mathbb{E}\left\{e^{-sI_{D}}\right\}$$
$$= \mathcal{L}_{I_{C}}(s)\mathcal{L}_{I_{D}}(s). \tag{1.2}$$

برای تبدیل لاپلاس $I_{
m C}$ می توانیم بنویسیم

$$\mathcal{L}_{I_{\mathcal{C}}}(s) = \mathbb{E}\left\{e^{-sI_{\mathcal{C}}}\right\}$$

$$= \mathbb{E}\left\{e^{-s\sum_{i\in\Phi_{\mathcal{C}}} P_{i,\mathcal{C}}|h_{i,\mathcal{C}}|^{2}\|x_{i,\mathcal{C}}\|^{-\alpha}}\right\}$$

$$= \mathbb{E}\left\{\prod_{i\in\Phi_{\mathcal{C}}} e^{-sP_{i,\mathcal{C}}|h_{i,\mathcal{C}}|^{2}\|x_{i,\mathcal{C}}\|^{-\alpha}}\right\}.$$
(19)

امید ریاضی در آخرین رابطه ی بالا روی تمام متغیرهای موجود در شبکه، یعنی توان ارسالی، اثر محوشوندگی و موقعیت مکانی کاربران (فاصله آنها از گیرنده ی D2D نوعی) گرفته می شود. دقت کنید که توان ارسالی و اثر محوشوندگی از محل قرارگیری کاربران مستقل اند و در نتیجه، امید ریاضی روی آنها می تواند از حاصل ضرب روی $\Phi_{\rm C}$ عبور کند. به بیان دقیق تر داریم

$$\mathcal{L}_{I_{\mathbf{C}}}(s) = \mathbb{E}\left\{ \prod_{i \in \Phi_{\mathbf{C}}} \mathbb{E}\left\{ \frac{1}{1 + sP_{i,\mathbf{C}} \|x_{i,\mathbf{C}}\|^{-\alpha}} \right\} \right\}$$

$$\stackrel{(a)}{=} \exp\left\{ -\lambda_{\mathbf{C}} \int_{\mathbb{R}^{2}} \left[1 - \mathbb{E}\left\{ \frac{1}{1 + sP_{i,\mathbf{C}}x^{-\alpha}} \right\} \right] dx \right\}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \exp\left\{ -\frac{1}{\operatorname{sinc}(2/\alpha)} \pi \lambda_{\mathbf{C}} s^{2/\alpha} \mathbb{E}\left\{ P_{\mathbf{C}}^{2/\alpha} \right\} \right\}, \tag{1.Y}$$

که در آن (a) از قضیه ی کمبل برای PPPها ۴.۲ و نتیجه ی آن ۱.۲ حاصل می شود و (b) از این حقیقت که امید ریاضی روی P و انتگرال روی x جابه جایی پذیرند، نتیجه می شود.

اما برای تبدیل لاپلاس $I_{
m D}$ ، از آنجایی که در آن $\Phi_{
m D}$ شامل نقطهی مبدأ نمیشود، رابطهای مشابه بهصورت تقریبی

۷۶ . اثبات قضیهی ؟؟

درست است. به بیان ریاضی داریم

$$\mathcal{L}_{I_{\mathrm{D}}}(s) = \exp\left\{-\lambda_{\mathrm{D}} \int_{\mathcal{A}} \left[1 - \mathbb{E}\left\{\frac{1}{1 + sP_{i,\mathrm{D}}x^{-\alpha}}\right\}\right] \,\mathrm{d}x\right\}$$

$$\stackrel{(c)}{\approx} \exp\left\{-\frac{1}{\mathrm{sinc}(2/\alpha)} \pi \lambda_{\mathrm{D}} s^{2/\alpha} \mathbb{E}\left\{P_{\mathrm{D}}^{2/\alpha}\right\}\right\}, \tag{1.A}$$

که در آن $\mathcal{B}(\mathcal{O}, \|x_{0,D}\|)$ و شعاع $\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)$ و شعاع $\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)$ است. $\mathcal{A} = \mathbb{R}^2 \setminus \mathcal{B}(\mathcal{O}, \|x_{0,D}\|)$ و شعاع $\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)$ اتقریب استفاده شده در $\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)$ از نادیده گرفتن اثر ناچیز انتگرال از $\mathcal{B}(\mathcal{O}, r)$ موجود در این رابطه است. با این توضیحات، برای تبدیل لایلاس تداخل کلی داریم

$$\begin{split} \mathcal{L}_{I}(s) &= \mathcal{L}_{I_{\mathcal{C}}}(s) \mathcal{L}_{I_{\mathcal{D}}}(s) \\ &= \exp\left\{-\frac{\pi}{\mathrm{sinc}(2/\alpha)} s^{2/\alpha} \left(\lambda_{\mathcal{C}} \mathbb{E}\left\{P_{\mathcal{C}}^{2/\alpha}\right\} + \lambda_{\mathcal{D}} \mathbb{E}\left\{P_{\mathcal{D}}^{2/\alpha}\right\}\right)\right\}. \end{split} \tag{\tilde{I}.9}$$

حال با جای گزینی $s=eta_{
m D}x^lpha/(\mu p)$ رابطه ی توزیع توان برای کاربران D2D جال با جای گزینی

$$\mathbb{P}\{P_{\mathrm{D}} \leq p\} = \int_{0}^{\infty} 2\pi \lambda_{\mathrm{D}} x \mathrm{e}^{-\pi \lambda_{\mathrm{D}} x^{2}} \mathrm{e}^{-\frac{\beta_{\mathrm{D}}}{\mu p} \sigma^{2} x^{\alpha}} \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{\mathrm{sinc}(2/\alpha)} (\frac{\beta_{\mathrm{D}}}{\mu p})^{2/\alpha} (\lambda_{\mathrm{C}} E_{\mathrm{C}} + \lambda_{\mathrm{D}} E_{\mathrm{D}}) x^{2}} \, \mathrm{d}x. \tag{1.1.}$$

در نهایت با تغییر متغیر r میشود. عضیه اثبات میشود.

پیوست ب

واژهنامه انگلیسی به فارسی

پروژهی مشارک نسل سوم
غسل چهارم
شبكه هاى اقتضايي Ad hoc networks
جمع شونده
جمع پذیری Additivity
Algebra
Analysis تحليّل عنصيل
كاربرد م Application
رویکرد Approach
پُهنای باند
توزيع دوجملهاي Binomial distribution
Borel بورل
قضيه كمبل Campbell theorem
ظرفیت Capacity
نامساوی کوشی-شوارتز
بهرهی تفکیک سلولی کی Cell splitting gain
كاربر روى مرز Cell-edge user
كاربر سلولي Cellular user
كنترل توان مركزي Centralized power control
كانال Channel
اطلاعات حالت كانال
تابع مشخصه تابع تابع مشخصه تابع تابع مشخصه تابع تابع تابع مشخصه تابع تابع تابع تابع تابع تابع تابع تابع
بسته بودن
دسترسی بسته
گروه مشترکین بسته Closed Subscriber Group (CSG)
راديو شناخت گر
گُرداً یه
قضّیه رنگ آمیزی
مكمل
تابع توزیع تجمعی مکمل Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF)

Complementary error function	تابع خطای مکمل
Complete randomness	كاملاً تصادفي بودن
Constraint	
Convergent	همگراً
Cooperation	همیاری
Corollary	- 3 ··
Cost	·
Countable	**2
Counting measure	3
Coverage	
Coverage probability	
Coverage region	
Cross-tier interference	
Cumulative Distribution Function (CDF)	
D2D underlaid cellular network	
D2D user	
Data explosion	
Definition	2 *
Density	***
·	1 2
Deployment	
9	
Deterministic	
Device-to-Device (D2D)	
Dimension	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Dirac measure	
Distributed	C-33
Distributed antenna	, ,
Distributed on-off power control	
Divergent	
Dynamic	
Efficiency	
Empty	•
Existence theorem	3 3 "
Fading	
Femtocell	
Finite	محدود
Foschini-Miljanic algorithm	
Grid	•
Heterogeneous	
Heterogeneous Cellular Networks (HCN)	
Heterogeneous Networks (HetNet)	
Hexagon	شش ظلعی
High Speed Packet Access (HSPA)	دسترسى به بسته با سرعت بالا
Hölder's inequality	
Homogeneous	
In-band	درون باندی

T 1 1 .	1.0
Independent	
Indoor	
Induction	2
Intensity measure	
Inter-Cell Interference (ICI)	
Interference	
Interference limited	محدود به تداخل
Interference mitigation	کاهش تداخل
Interfering transmitters	فرستندههای مزاحم
Intersection	
Inter-Site Distance (ISD)	فاصلهی بین مکانی
Interval theorem	
Jensen's inequality	
Laplace transform	
Law of large numbers	
Lemma	,,. C,
Link	,
Load balancing	•
Long-Term Evolution (LTE)	J. C.J.
Machine-to-Machine (M2M)	
Macrocell	
Macroscopic	
Mapping theorem	
Mean	••
Mean measure	<u> </u>
Measurable sets	
Measurable space	
Measure space	3" . 3
Measure theory	
Mechanism	
Media Access Control (MAC)	
Microcell	O 33
Moment	
Moment Generating Function (MGF)	
Multihop	چندگامه
Multiple-Input and Multiple-Output (MIMO)	چند ورودی و چند خروجی
Multiuser detection	
Nakagami-m	
Network	
Network Listening Module (NLM)	
Node	
Noise	
Noise figure	
Non-empty	_ ·
Offloading	
Open access	دسترسی باز

Operator	
Opportunistic	
Optimization	
Outage	
Outdoor	
Out-of-band	
Overhead	J . J
Overlay	
Path loss	3
Path loss exponent) U
Peer-to-Peer (P2P)	•
Phase	
Picocell	O , ",
Point mass	
Point measure	
Point Process (PP)	
Point-to-point communication	
Poisson Point Process (PPP)	
Potential	
Power allocation	
Power control	كنترل توان
Power law	قانون توان
Power Spectral Density (PSD)	چگالی طیف توان
Probability Density Function (PDF)	
Probability space	
Process	فرآیند
Proximity Services (ProSe)	سُرویسهای نزدیکی
Proximity-based services	
Rayleigh	
Real analysis	أَناليز حقيقي
Receiver	
Relatively lossy environments	محبطهاي نسبتاً با اتلاف
Relay	
Rician	رانسين
Route discovery	
Scenario	
Set theory	33
Shadowing	
Sharing	
Shot effect	
Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR)	
Signal-to-Interference Ratio (SIR)	
Signal-to-Noise Ratio (SNR)	
Simple function	
Simple point process	
Simulation	
	سبيدسري

Single-tier	تكلايه
Sparse	تُنُک
Spectrum	طيف
كن	فرآیند نقطهای سا
Stochastic	تصادفی
Stochastic geometry	هندسهی تصادفی
Strictly	مطلقاً
ى	استقراء قوی ریاض
Superposition	برهمنهی
Theorem	قضيه
Theory	نظریه
Thinning theorem	قضیه نازک کردن
Threshold	آستانه
Throughput	گذردهی
Γier	
ى Time-frequency resources	منابع زمان-فركانس
Tractable	
Transmitter	
Transmitting power	توان ارسالي
Typical receiver	
Typical transmitter	
Typical user	
Uncertainty	
Underlay	
Uniform	
Union	
Upperbound	
User Equipment (UE)	
Variance	
Video dissemination	
Wireless communications	

پيوست پ

واژهنامه فارسی به انگلیسی

Threshold	
Multiuser detection	آشکارسازی چندکاربره
Real analysis	آناليز حقيقي
Distributed antenna	آنتن گسترده
Device-to-Device (D2D)	ابزار -به -ابزار
Shot effect	
Union	اجُتماعٌ
Coverage probability	احتمال يوشش دهي
Power allocation	اختصاص توان
Induction	
Strong mathematical induction	استقراء قوى رياضي
Deployment	
Intersection	اشتراک
Sharing	اشتراکگذاری
Channel State Information (CSI)	اطلاعات حالت كانال
Path loss	افت مسير
Foschini-Miljanic algorithm	الگوريتم فَاسكيني-ميلانيك
Video dissemination	انتشار ويديو
Dirac measure	اندازه ی دیراک
Intensity measure	اندازَهي شدّت
Counting measure	اندازهی شمارشی
Mean measure	اندازهی میانگین
Point measure	اندازهی نقطهای
Data explosion	انفجار داده
Dimension	
Potential	بالقوه
Superposition	برهمنهی
Closed	بسته بودن
Borel	بورل
Efficiency	بهرهوری
Cell splitting gain	يو وي تفكيك سلولي

Optimization	٠٠٠ .
Out-of-band	
Base Station (BS)	
3rd Generation Partnership Project (3GPP)	
Coverage	
Dynamic	
Bandwidth	
Picocell	
Sparse	
Cumulative Distribution Function (CDF)	
Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF) \dots	
Probability Density Function (PDF)	
Complementary error function	تابع خطای مکمل
Simple function	تابع ساده
Characteristic Function (CF)	
Moment Generating Function (MGF)	تابع مولد گشتاور
Laplace transform	
User Equipment (UE)	
Analysis	
Offloading	
Interference	
Inter-Cell Interference (ICI)	
Cross-tier interference	
Density	
Stochastic	تصادف
Definition	_
Long-Term Evolution (LTE)	
Single-tier	
Transmitting power	
Path loss exponent	
Binomial distribution	
Distributed	توریع دوجمنهای
	O 22
Empty Algebra	
Point mass	
Additivity	
Additive	
Power Spectral Density (PSD)	
Multiple-Input and Multiple-Output (MIMO)	
Multihop	
Outdoor	
Outage	O 3
Opportunistic	
Indoor	
In-band	
Open access	دسترسی باز

Closed access	دسترسی بسته
High Speed Packet Access (HSPA)	
Cognitive Radio (CR)	
Rician	
Relay	رت یی رله
Approach	
Rayleigh	رَيْلَى
Overlay	ربرنهی
Underlay	
Mechanism	
Shadowing	سایه کرد در د
Overhead	
Proximity-based services	سرویسهای مبتنی بر فاصله
Proximity Services (ProSe)	
Scenario	
Network	
Ad hoc networks	شبکههای اقتضایی
Heterogeneous Cellular Networks (HCN)	
Heterogeneous Networks (HetNet)	شکههای ناهمگون
D2D underlaid cellular network	
Simulation	
Hexagon	— — — — — — — — — — — — — — — — — — —
Countable	
Design	
Spectrum	O 3
Capacity	ظرفیت
Noise figure	
Uncertainty	J**J
Operator	عملگرعملگر
Phase	
Inter-Site Distance (ISD)	فاصلهی بین مکانی
Process	
Point Process (PP)	
Poisson Point Process (PPP)	
Simple point process	
Stationary point process	
Transmitter	
Interfering transmitters	
Typical transmitter	
Probability space	O , - ,
Measure space	
Measurable space	
Femtocell	- 1 -
Tractable	C ,
Law of large numbers	- 3 - 0.0
Power law	
1 OWC1 10W	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

$\Gamma heorem \dots \dots$	فضیه
Coloring theorem	فضیه رنگ آمیزی
Interval theorem	فضیه فاصله
Campbell theorem	فضیه کمبل
Thinning theorem	فضیه نازک کردن
Mapping theorem	
Existence theorem	
D2D user	
Cell-edge user	کاربر روی مرز
Cellular user	
Typical user	
Application	
Complete randomness	
Channel	
Interference mitigation	
Upperbound	
Route discovery	
Power control	
Distributed on-off power control	کنترا توان مشن خاموش توزیعشده
Centralized power control	کندل توان روسی عموس توریخ سده
Media Access Control (MAC)	کندان توان هر تری ۱۰۰۰ د. تا د
Throughput	
Collection	تدردهی
Node	
Closed Subscriber Group (CSG)	دروه مستر دین بسته ۲۰۰۰،۰۰۰ ۶ ما
Receiver	
Typical receiver	
Гier	
Lemma	
Link	
Machine-to-Machine (M2M)	
Macrocell	ما دروسل
Measurable sets	
Finite	
Interference limited	
Constraint	
Fading	
Relatively lossy environments	
Wireless communications	
Point-to-point communication	
Independent	مستقل
Grid	
Strictly	
Macroscopic	
Complement	مكمل

ان-فرکانس	منابع زم
Mean	
زی بار	ميزانسا
ے Microcell	ميكروسل
Non-empty	ناتهی .
پوششدهی	ناحيةي
Nakagami-m m-	
کوشی-شوارتز	نامساوي
هولدر Hölder's inequality	
ينسن ً	نامساوي
Heterogeneous	
Corollary	
ان سیگنال به تداخل Signal-to-Interference Ratio (SIR)	نسبت تو
أن سيگنال به مجموع تداخل و نويز Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR)	نسبت تو
آن سیگنال به نویز	نسبت تو
4th Generation (4G)	نسل جھ
Theory	
اندازه	-
مجموعهها	
Noise	
ش کننده به شبکه	
Variance	
Divergent	
Cost	
-همتا	
Convergent	
Homogeneous	-
Cooperation	_
ى تصادفى	
Deterministic	
	تا ی دک:ماخ∵

- [1] M. Haenggi, J. G. Andrews, F. Baccelli, O. Dousse, and M. Franceschetti, "Stochastic geometry and random graphs for the analysis and design of wireless networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 27, no. 7, pp. 1029–1046, September 2009.
- [2] A. Damnjanovic, J. Montojo, Y. Wei, T. Ji, T. Luo, M. Vajapeyam, T. Yoo, O. Song, and D. Malladi, "A survey on 3GPP heterogeneous networks," *IEEE Wireless Communications*, vol. 18, no. 3, pp. 10–21, June 2011.
- [3] V. Chandrasekhar, J. G. Andrews, and A. Gatherer, "Femtocell networks: A survey," *IEEE Communications Magazine*, vol. 46, no. 9, pp. 59–67, September 2008.
- [4] M. S. Corson, R. Laroia, J. Li, V. Park, T. Richardson, and G. Tsirtsis, "Toward proximity-aware internetworking," *IEEE Wireless Communications*, vol. 17, no. 6, pp. 26–33, December 2010.
- [5] K. Doppler, M. P. Rinne, C. Wijting, C. B. Ribeiro, and K. Hugl, "Device-to-device communication as an underlay to LTE-Advanced networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 12, pp. 42–49, December 2009.
- [6] M. N. Tehrani, M. Uysal, and H. Yanikomeroglu, "Device-to-device communication in 5G cellular networks: Challenges, solutions, and future directions," *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 5, pp. 86–92, May 2014.
- [7] D. Feng, L. Lu, Y. Yuan-Wu, G. Li, S. Li, and G. Feng, "Device-to-device communications in cellular networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 4, pp. 49–55, April 2014.
- [8] D. Camps-Mur, A. Garcia-Saavedra, and P. Serrano, "Device-to-device communications with Wi-Fi direct: Overview and experimentation," *IEEE Wireless Communications*, vol. 20, no. 3, pp. 96–104, June 2013.
- [9] H. Claussen, L. T. W. Ho, and L. Samuel, "Financial analysis of a pico-cellular home network deployment," in *IEEE International Conference on Communications*, *ICC* '07, pp. 5604–5609, June 2007.
- [10] T. Nihtila and V. Haikola, "HSDPA performance with dual stream MIMO in a combined macro-femto cell network," in *IEEE 71st Vehicular Technology Conference*, VTC'10-Spring, pp. 1–5, May 2010.

۹۰

[11] H. R. Karimi, L. T. W. Ho, H. Claussen, and L. Samuel, "Evolution towards dynamic spectrum sharing in mobile communications," in *IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, PIMRC'06*, pp. 1–5, September 2006.

- [12] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey," *Physical Communication*, vol. 4, no. 1, pp. 40–62, March 2011.
- [13] J. Gora and T. E. Kolding, "Deployment aspects of 3G femtocells," in *IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, PIMRC'09*, pp. 1507–1511, September 2009.
- [14] H. A. Mahmoud and I. Guvenc, "A comparative study of different deployment modes for femtocell networks," in *IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, PIMRC'09*, pp. 1–5, September 2009.
- [15] K. Han, Y. Choi, D. Kim, M. Na, S. Choi, and K. Han, "Optimization of femtocell network configuration under interference constraints," in 7th International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks, WiOPT'09, pp. 1–7, June 2009.
- [16] S. Verdu. *Multiuser Detection*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 1998.
- [17] G. Caire and S. Shamai, "On the achievable throughput of a multi-antenna Gaussian broadcast channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1691–1706, July 2003.
- [18] G. J. Foschini, K. Karakayali, and R. Valenzuela, "Coordinating multiple antenna cellular networks to achieve enormous spectral efficiency," *IEE Proceedings Communications*, vol. 153, no. 4, pp. 548–555, August 2006.
- [19] D. Gesbert, S. Hanly, H. Huang, S. Shamai, O. Simeone, and W. Yu, "Multi-cell MIMO cooperative networks: A new look at interference," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 28, no. 9, pp. 1380–1408, December 2010.
- [20] J. G. Andrews, "Interference cancellation for cellular systems: A contemporary overview," *IEEE Wireless Communications*, vol. 12, no. 2, pp. 19–29, April 2005.
- [21] A. D. Wyner, "Shannon-theoretic approach to a Gaussian cellular multiple-access channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 40, no. 6, pp. 1713–1727, November 1994.
- [22] J. Xu, J. Zhang, and J. G. Andrews, "On the accuracy of the Wyner model in cellular networks," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 10, no. 9, pp. 3098–3109, September 2011.
- [23] C. B. Chae, I. Hwang, R. W. Heath, and V. Tarokh, "Interference aware-coordinated beamforming in a multi-cell system," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 11, no. 10, pp. 3692–3703, October 2012.

[24] S. Jing, D. Tse, J. Soriaga, J. Hou, J. Smee, and R. Padovani, "Multicell downlink capacity with coordinated processing," EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, vol. 2008, no. 1, pp. 1–19, 2008.

- [25] S. Catreux, P. F. Driessen, and L. J. Greenstein, "Simulation results for an interference-limited multiple input multiple output cellular system," in *IEEE Global Telecommunications Conference*, *GLOBECOM'00*, vol. 2, pp. 1094–1096, November 2000
- [26] S. Catreux, P. F. Driessen, and L. J. Greenstein, "Simulation results for an interference-limited multiple-input multiple-output cellular system," *IEEE Communications Letters*, vol. 4, no. 11, pp. 334–336, November 2000.
- [27] E. Ekici and C. Ersoy, "Multi-tier cellular network dimensioning," *ACM Wireless Networks*, vol. 7, no. 4, pp. 401–411, September 2001.
- [28] A. Ganz, C. M. Krishna, D. Tang, and Z. J. Haas, "On optimal design of multitier wireless cellular systems," *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 2, pp. 88–93, February 1997.
- [29] T. X. Brown, "Cellular performance bounds via shotgun cellular systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 11, pp. 2443–2455, November 2000.
- [30] F. Baccelli and S. Zuyev, "Stochastic geometry models of mobile communication networks," in *Frontiers in queueing: Models and applications in science and engineering*, pp. 227–243, CRC Press, 1996.
- [31] F. Baccelli, M. Klein, M. Lebourges, and S. Zuyev, "Stochastic geometry and architecture of communication networks," *Telecommunication Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 209–227, January 1997.
- [32] J. G. Andrews, F. Baccelli, and R. K. Ganti, "A tractable approach to coverage and rate in cellular networks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 59, no. 11, pp. 3122–3134, November 2011.
- [33] D. Stoyan, W. Kendall, and J. Mecke. *Stochastic Geometry and Its Applications*. 3rd ed. John Wiley and Sons, 2013.
- [34] F. Baccelli and B. Blaszczyszyn. Stochastic Geometry and Wireless Networks. NoW: Foundations and Trends in Networking, 2010.
- [35] S. Mukherjee, "Analysis of UE outage probability and macrocellular traffic offloading for WCDMA macro network with femto overlay under closed and open access," in *IEEE International Conference on Communications, ICC'11*, pp. 1–6, June 2011.
- [36] H. S. Dhillon, R. K. Ganti, F. Baccelli, and J. G. Andrews, "Modeling and analysis of K-tier downlink heterogeneous cellular networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 30, no. 3, pp. 550–560, April 2012.

[37] H. S. Dhillon, R. K. Ganti, F. Baccelli, and J. G. Andrews, "Coverage and ergodic rate in K-tier downlink heterogeneous cellular networks," in 49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Allerton'11, pp. 1627–1632, September 2011.

- [38] S. Mukherjee, "Distribution of downlink SINR in heterogeneous cellular networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 30, no. 3, pp. 575–585, April 2012.
- [39] S. Mukherjee. Analytical Modeling of Heterogeneous Cellular Networks. Cambridge University Press, 2014.
- [40] A. Asadi, Q. Wang, and V. Mancuso, "A survey on device-to-device communication in cellular networks," *CoRR*, vol. abs/1310.0720, 2013.
- [41] Y. D. Lin and Y. C. Hsu, "Multihop cellular: A new architecture for wireless communications," in *Proceedings of the 19th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*, INFOCOM'00, vol. 3, pp. 1273–1282, March 2000.
- [42] B. Kaufman and B. Aazhang, "Cellular networks with an overlaid device to device network," in 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, pp. 1537–1541, October 2008.
- [43] N. K. Pratas and P. Popovski, "Low-rate machine-type communication via wireless device-to-device (D2D) links," *CoRR*, vol. abs/1305.6783, 2013.
- [44] L. Lei, Z. Zhong, C. Lin, and X. Shen, "Operator controlled device-to-device communications in LTE-Advanced networks," *IEEE Wireless Communications*, vol. 19, no. 3, pp. 96–104, June 2012.
- [45] B. Zhou, H. Hu, S. Q. Huang, and H. H. Chen, "Intracluster device-to-device relay algorithm with optimal resource utilization," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 62, no. 5, pp. 2315–2326, June 2013.
- [46] N. Golrezaei, P. Mansourifard, A. F. Molisch, and A. G. Dimakis, "Base-station assisted device-to-device communications for high-throughput wireless video networks," IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 13, no. 7, pp. 3665–3676, July 2014.
- [47] X. Bao, U. Lee, I. Rimac, and R. R. Choudhury, "DataSpotting: Offloading cellular traffic via managed device-to-device data transfer at data spots," ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, vol. 14, no. 3, pp. 37–39, December 2010.
- [48] X. Wu, S. Tavildar, S. Shakkottai, T. Richardson, J. Li, R. Laroia, and A. Jovicic, "FlashLinQ: A synchronous distributed scheduler for peer-to-peer ad hoc networks," in 48th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Allerton'10, pp. 514–521, September 2010.
- [49] X. Lin, J. G. Andrews, A. Ghosh, and R. Ratasuk, "An overview of 3GPP device-to-device proximity services," *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 4, pp. 40–48, April 2014.

[50] Y. Pei and Y. C. Liang, "Resource allocation for device-to-device communications overlaying two-way cellular networks," *IEEE Transactions on Wireless Communica*tions, vol. 12, no. 7, pp. 3611–3621, July 2013.

- [51] S. Xu, H. Wang, T. Chen, Q. Huang, and T. Peng, "Effective interference cancellation scheme for device-to-device communication underlaying cellular networks," in *IEEE 72nd Vehicular Technology Conference*, VTC'10-Fall, pp. 1–5, September 2010.
- [52] H. Min, J. Lee, S. Park, and D. Hong, "Capacity enhancement using an interference limited area for device-to-device uplink underlaying cellular networks," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 10, no. 12, pp. 3995–4000, December 2011.
- [53] A. Asadi and V. Mancuso, "WiFi Direct and LTE D2D in action," in *IFIP Wireless Days*, WD'13, pp. 1–8, November 2013.
- [54] B. Kaufman, J. Lilleberg, and B. Aazhang, "Spectrum sharing scheme between cellular users and ad-hoc device-to-device users," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 12, no. 3, pp. 1038–1049, March 2013.
- [55] K. Huang, V. K. N. Lau, and Y. Chen, "Spectrum sharing between cellular and mobile ad hoc networks: Transmission-capacity trade-off," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 27, no. 7, pp. 1256–1267, September 2009.
- [56] G. Fodor, E. Dahlman, G. Mildh, S. Parkvall, N. Reider, G. Miklos, and Z. Turanyi, "Design aspects of network assisted device-to-device communications," *IEEE Communications Magazine*, vol. 50, no. 3, no. 3, pp. 170–177, 2012.
- [57] C. H. Yu, O. Tirkkonen, K. Doppler, and C. Ribeiro, "On the performance of device-to-device underlay communication with simple power control," in *IEEE 69th Vehicular Technology Conference*, VTC'09-Spring, pp. 1–5, April 2009.
- [58] J. Gu, S. J. Bae, B. G. Choi, and M. Y. Chung, "Dynamic power control mechanism for interference coordination of device-to-device communication in cellular networks," in 3rd International Conference on Ubiquitous and Future Networks, ICUFN'11, pp. 71–75, June 2011.
- [59] X. Zhang and M. Haenggi, "Random power control in poisson networks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 60, no. 9, pp. 2602–2611, September 2012.
- [60] M. C. Erturk, S. Mukherjee, H. Ishii, and H. Arslan, "Distributions of transmit power and SINR in device-to-device networks," *IEEE Communications Letters*, vol. 17, no. 2, pp. 273–276, February 2013.
- [61] S. Musa and W. Wasylkiwskyj, "Co-channel interference of spread spectrum systems in a multiple user environment," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 26, no. 10, pp. 1405–1413, October 1978.
- [62] E. S. Sousa and J. A. Silvester, "Optimum transmission ranges in a direct-sequence spread-spectrum multihop packet radio network," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 8, no. 5, pp. 762–771, June 1990.

[63] E. S. Sousa, "Performance of a spread spectrum packet radio network link in a Poisson field of interferers," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, no. 6, pp. 1743–1754, November 1992.

- [64] J. F. C. Kingman. *Poisson Processes*. Oxford University Press, USA, 1993.
- [65] J. Ilow and D. Hatzinakos, "Analytic alpha-stable noise modeling in a Poisson field of interferers or scatterers," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 6, pp. 1601–1611, June 1998.
- [66] C. C. Chan and S. V. Hanly, "Calculating the outage probability in a CDMA network with spatial Poisson traffic," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 50, no. 1, pp. 183–204, January 2001.
- [67] X. Yang and A. P. Petropulu, "Co-channel interference modeling and analysis in a Poisson field of interferers in wireless communications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 1, pp. 64–76, January 2003.
- [68] C. Yin, L. Gao, and S. Cui, "Scaling laws for overlaid wireless networks: A cognitive radio network versus a primary network," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 18, no. 4, pp. 1317–1329, August 2010.
- [69] A. Ghasemi and E. S. Sousa, "Interference aggregation in spectrum-sensing cognitive wireless networks," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 2, no. 1, pp. 41–56, February 2008.
- [70] V. Chandrasekhar and J. G. Andrews, "Uplink capacity and interference avoidance for two-tier femtocell networks," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 7, pp. 3498–3509, July 2009.
- [71] D. J. Daley and D. Vere-Jones. An Introduction to the Theory of Point Processes: Volume I: Elementary Theory and Methods. Probability and Its Applications, Springer, 2002.
- [72] G. B. Folland. Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications. Pure and Applied Mathematics, Wiley, 1999.
- [73] K. B. Athreya and S. N. Lahiri. Measure Theory and Probability Theory. Springer Texts in Statistics, Springer New York, 2010.
- [74] R. B. Ash and C. Doleans-Dade. *Probability and Measure Theory*. Harcourt/Academic Press, 2000.
- [75] H. ElSawy, E. Hossain, and M. Haenggi, "Stochastic geometry for modeling, analysis, and design of multi-tier and cognitive cellular wireless networks: A survey," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 15, no. 3, pp. 996–1019, Third Quarter 2013.
- [76] M. Haenggi, "On distances in uniformly random networks," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 10, pp. 3584–3586, October 2005.

[77] J. G. Andrews, H. Claussen, M. Dohler, S. Rangan, and M. C. Reed, "Femtocells: Past, present, and future," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 30, no. 3, pp. 497–508, April 2012.

- [78] X. Wu, B. Murherjee, and D. Ghosal, "Hierarchical architectures in the third-generation cellular network," *IEEE Wireless Communications*, vol. 11, no. 3, pp. 62–71, June 2004.
- [79] A. A. M. Saleh, A. J. Rustako, and R. Roman, "Distributed antennas for indoor radio communications," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 35, no. 12, pp. 1245–1251, December 1987.
- [80] J. Zhang and J. G. Andrews, "Distributed antenna systems with randomness," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 9, pp. 3636–3646, September 2008.
- [81] M. Chiani, D. Dardari, and M. K. Simon, "New exponential bounds and approximations for the computation of error probability in fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, no. 4, pp. 840–845, July 2003.
- [82] N. Bambos, "Toward power-sensitive network architectures in wireless communications: Concepts, issues, and design aspects," *IEEE Personal Communications*, vol. 5, no. 3, pp. 50–59, June 1998.
- [83] A. Jeffrey and D. Zwillinger. *Table of Integrals, Series, and Products.* 7th ed. Elsevier Science, 2007.
- [84] G. J. Foschini and Z. Miljanic, "A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 42, no. 4, pp. 641–646, November 1993.
- [85] N. Lee, X. Lin, J. G. Andrews, and R. W. Heath, "Power control for D2D underlaid cellular networks: Modeling, algorithms, and analysis," CoRR, vol. abs/1305.6161, 2013.

Abstract

As the number of communication users and the need for more coverage in communication networks increases, new technologies are rapidly growing. Heterogeneous Cellular Networks (HCNs) and Device-to-Device networks (D2D) are two new paradigms for communication networks that could help improve the efficiency of today's networks. The objective of this thesis is to study the behavior of such networks and to analyze their coverage probabilities. For a precise analysis of HCNs and D2D networks, we need to know the required mathematical tools. Stochastic geometry is a method for the statistical analysis of such networks.

In what follows, an HCN is considered and its coverage probability is analyzed. After that, we derive a tight upperbound for the coverage probability. At the first glance, one may assume that adding a new tier to an HCN improves the coverage probability. We investigate the circumstances under which the coverage is improved by adding a new tier. Our findings show that by adding a new tier to an HCN, the coverage probability improves only if the SINR threshold of the added tier is less than some value which is a function of the coverage probability of the original network.

Finally, we investigate a D2D underlaid cellular network and analyze its power distribution function. After introducing the general system model and spectrum sharing method between cellular and D2D users, which is assumed to be underlay in-band, the CDF of power for D2D transmitters is computed. We also derive an upperbound for the power CDF and by considering some special cases, we observe that without losing precision, the CDF can have a simpler form. Simulation results confirm the validity of our work.

Keywords: Stochastic geometry, Measure theory, Poisson point process, Heterogeneous Cellular Networks, Coverage probability, D2D Communication, Power distribution function





University of Tehran

School of Electrical and Computer Engineering

A Stochastic Geometric Approach for the Analysis and Design of Cognitive Device-to-Device Networks

By

Morteza Banagar

Supervisor:

Dr. Behrouz Maham

A thesis submitted to the Graduate Studies Office
In partial fulfillment of the requirements for the degree of
Master of Science in Communications Engineering

September 2014