

# تمرین سری پنجم مدلسازی

## فصل ۶

مهلت: جمعه ۱۴۰۰/۰۳/۲۱ ساعت ۲۳:۵۹

به ازای یک، دو و سه روز تاخیر به ترتیب مقدار ۲۵، ۵۰ و ۷۵ درصد از کل نمره تمرین کسر می شود.

### سوال یک

۱. سه مورد از تفاوت های مدل تصادفی و غیر تصادفی را توضیح دهید. چه موقع استفاده از مدل تصادفی مهم می شود؟ یک مثال نیز بزنید.

۲. یک راه در نظر گرفتن اختلالات، افزودن آن ها به طور مستقیم در معادلات تصادفی است. فرض کنید که تمامی رویداد ها از تابع توزیع پواسون پیروی می کنند. با در نظر گرفتن مدل SIR همراه با مرگ و تولد و در نظر گرفتن نویز برای تمامی فرآیند ها، معادلات دینامیک سیستم را بنویسید.

۳. فرض کنید که

$$\beta = 1.3 \quad \gamma = \frac{1}{8} \quad \frac{1}{\mu} = 60 \text{ (per year)}$$

و همچنین نرخ مرگ و تولد را یکی بگیرید. دینامیک را شبیه سازی کنید و نمودار های لازم را رسم کرده و آنها را تفسیر کنید.

۴. قسمت قبل را برای جمعیت های با سایز مختلف تکرار کنید. سپس نمودار واریانس بر حسب میانگین را برای جمعیت مبتلایان رسم و تفسیر کنید. واریانس و میانگین چه رابطه ای با هم دارند؟

### سوال دو

مدل SIR را با نرخ مرگ و تولد  $\mu$  و نرخ بهبود  $\gamma$  در نظر بگیرید.

۱. رویداد های ممکن و نرخ رخ دادن آن ها را مشخص کنید.

۲. با در نظر گرفتن پارامتر های زیر:

$$\beta = 1.3 \quad \gamma = \frac{1}{8} \quad \frac{1}{\mu} = 60 \text{ (per year)}$$

از الگوریتم Gillespie Direct استفاده کنید و مدل SIR را شبیه سازی کنید. نتایج خود را تفسیر کنید.

### سوال سه

معادله مادر را برای مدل SIR با در نظر گرفتن نرخ مرگ و تولد بدست آورید.