

تمرین سری چهارم مدل سازی

فصل ۴ و ۵

مهلت تحویل: پنجشنبه ۰۰/۰۲/۳۰، ساعت ۲۴

*به ازای یک، دو و سه روز تاخیر به ترتیب مقدار ۲۵، ۵۰ و ۷۵ درصد از کل نمره تمرین کسر می شود.

سوال یک

می خواهیم بیماری مشترک بین انسان و پشه را در منطقه ای بررسی کنیم. ویژگی های بیماری به صورت زیر است:

۱. اگر پشه ای بیمار شود، بهبود نخواهد یافت.
۲. در اثر نیش پشه، با احتمال $p_{MH} < 1$ بیماری از پشه ناقل به انسان سالم منتقل می شود و با احتمال $p_{HM} < 1$ بیماری از انسان ناقل به پشه منتقل می شود.
۳. نرخ نیش زدن پشه وابسته به زمان است و به صورت تابعی مانند $b(t) = b_0 + b_1 \cos(\varphi + \omega t)$ تعریف می شود.
۴. بیماری تلفات ندارد.

پارامترهای زیر را برای مسئله در نظر بگیرید

$$N_M = 10N_H, b_1 = 2, b_0 = 4, p_{MH} = 0.6, p_{HM} = 0.3$$

عمر میانگین یک انسان را هفتاد سال و عمر متوسط پشه را ۷ روز در نظر بگیرید. همچنین در دو گونه جمعیت را ثابت در نظر بگیرید. مدت زمان نیاز برای بهبودی یک انسان به صورت میانگین ۴۵ روز است.

- الف) تخمینی برای φ و ω ارائه دهید و دلایل خود را برای این انتخاب بیان کنید.
- ب) شمای کیفی انتقال بیماری را رسم کنید و معادلات دینامیک را بنویسید.
- پ) فرض کنید در ابتدا دینامیک هیچ انسان بیماری وجود ندارد و یک هزارم جمعیت پشه ها بیماراند. با توجه به بخش های قبل، شبیه سازی برای این دینامیک انجام دهید و نمودار گروه های مختلف جمعیت را برای هر دو گونه رسم کنید. تفسیر مختصری برای نمودارها ارائه دهید.
- ت) سرنوشت نهایی دینامیک را در شبیه سازی بخش پ بررسی کنید.
- ث) فرض کنید احتمال انتقال بیماری از پشه به انسان وابسته به زمان است. به نظر شما چگونه این فرض را می توان به معادلات اضافه کرد؟
- ج) امتیازی – شبیه سازی مدل ارائه شده در بخش ث را انجام دهید و تفسیری مختصر از نتایج خود ارائه دهید. آیا در مورد سرنوشت دینامیک می توان نظری داد؟

سوال دو

الف) دو ویروس را در نظر بگیرید که یکی از نوع وحشی و دیگری از نوع مقاوم است. با فرض این که هریک از مدل SIR پیروی می کنند، نسبت به هم دارای ایمنی متقابل اند و همچنین نرخ درمان برابر T است، شمای کیفی انتقال بیماری را رسم کنید و معادلات مرتبط با آن را بنویسید.

ب) پارامتر η را به صورت $\frac{\beta_w \gamma}{T + \gamma \beta_r}$ تعریف می کنیم. نمودار $infected_r(\infty)$ و $infected_w(\infty)$ را برحسب η رسم کنید. تفسیری مختصر از نتیجه این شبیه سازی ارائه دهید. $(v = \mu = 5.5e - 5, \gamma_r = \gamma_w = 0.1)$