

امتحان میان ترم در مدل سازی پدیده های آماری، نیمسال دوم ۱۳۹۹-۱۴۰۰

استاد: دکتر قنبرنژاد

شروع امتحان: ۳۰ اردیبهشت ۱۴۰۰، ۱۰ صبح

زمان امتحان: ۲۴ ساعت

نکته های مهم:

- امتحان به صورت کتاب باز برگزار می شود و دسترسی به کتاب و منابع اینترنت آزاد است.
- نمره ی هر سوال در پرانتزی جلوی سوال مشخص شده است.
- کدهای مورد استفاده در امتحان را به همراه یک فایل PDF شامل گزارش پاسخ سوالات در یک فولدر قرار داده و با فرمت RAR در سامانه CW قرار دهید.
- سوال ۴ را می توانید در گروه های ۲ و ۳ نفره تحویل دهید. نام همه اعضاء گروه را بالای گزارش بنویسید. پاسخ سوال توسط همه افراد گروه جداگانه تحویل داده شود. توصیه می شود پس از پایان سوالات دیگر به حل سوال گروهی اقدام کنید.
- در صورتی که فکر می کنید اطلاعاتی در سوال ناقص است، برای نواقص مقادیری فرض کنید و سوال را حل کنید. دلایل فرضیات خود را بیان کنید.

سوال ۱ (۳۰ نمره)

مدل SIS را روی یک شبکه لیس ۱۰ در ۱۰ با شرایط مرزی متناوب شبیه سازی کنید. احتمال بهبودی را ۱ و احتمال انتقال بیماری از افراد ناقل را به عنوان پارامتر کنترل در نظر بگیرید.

- برای پیشبینی و توصیف این فرآیند پیشنهاد می دهید که چه نمودارهایی نمایش داده شوند؟ به همراه دو نمودار نتیجه را گزارش و تفسیر کنید (۲۵ نمره).
- در روش شبیه سازی بر روی شبکه، این امکان وجود دارد که در یک گام زمانی، یک گره آلوده بیماری را به گره های دیگر منتقل کند و گره های دیگر هم بیماری را به همسایه های خود منتقل کنند. بدین ترتیب این امکان وجود دارد که در یک گام زمانی، یک گره آلوده تمام شبکه را آلوده کند. چرا این رویداد واقع گرایانه نیست؟ برای حذف چنین رویدادی از چه روش استفاده می کنیم (۵ نمره).

سوال ۲ (۲۵ نمره)

مدل سازی پخش بیماری در یک جامعه با مدل SEIR را با پارامترهای زیر در نظر بگیرید.

$$\beta = \beta_0(1 - \beta_1 \cos(\omega t))$$

$$\mu = 0.02 \text{ per year}, \gamma = \frac{1}{5} \text{ per day}, \sigma = \frac{1}{8} \text{ per day}$$

$$S_0 = 0.06, E_0 = 0.001, I_0 = 0.001$$

$$R_0 = 17$$

الف) با رسم نمودار گروه ناقل (I) بر حسب زمان نشان دهید برای دسته پارامترهای زیر، تحول زمانی تعداد بیماران می تواند دارای نقاط اوج Harmonic و Subharmonic باشد (۱۰ نمره).

$$\beta_1 \in \{0.02 \quad 0.1 \quad 0.225\}$$

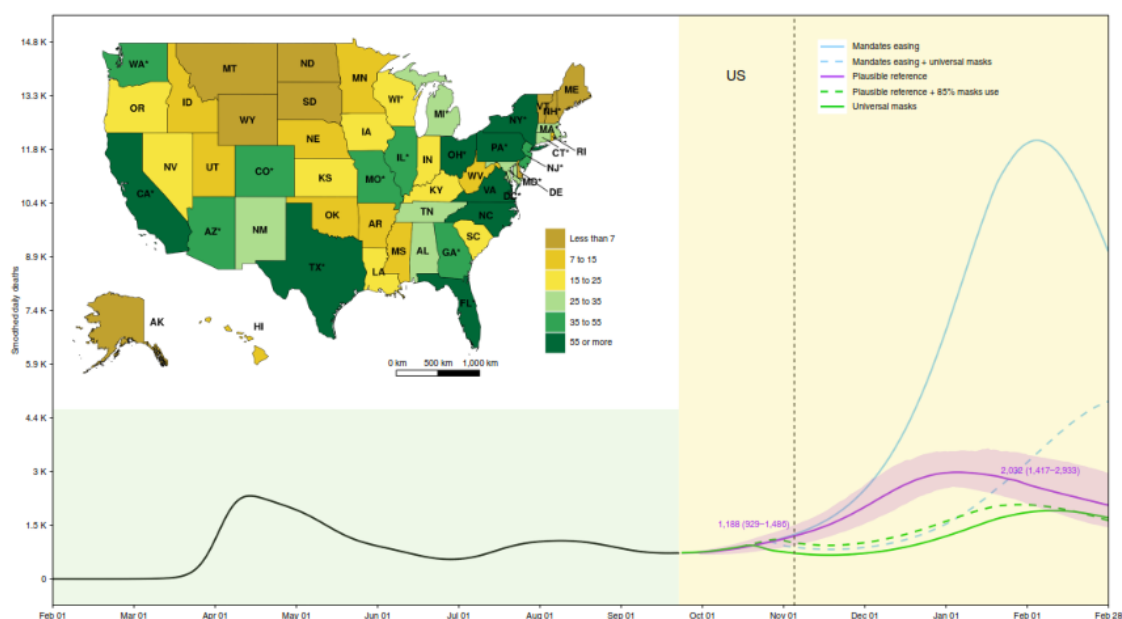
ب) دیاگرام دوشاخگی^۱ را برای $R_0 = 17$ و β_1 بین 0 و 0.3 رسم کنید (رسم مقادیر نقاط اوج در نمودار تاریخچه زمانی گروه ناقل (I) بر حسب β_1). الگوریتم مورد استفاده برای ترسیم نمودار را به صورت مختصر شرح دهید (۱۵ نمره).

سوال ۳ (۱۵ نمره)

دو نمودار از دو پژوهش مختلف برای پیشبینی روند گسترش بیماری در دو کشور آمریکا و انگلستان در شکل های زیر نمایش داده شده است. با توجه به نمودارها به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) توضیح دهید هر یک از این سیاست ها روی کدام یک از پارامترها یا متغیرهای SIR تاثیر دارد (۵ نمره).

ب) آنچه در نمودارها نمایش داده شده تفسیر کنید و شباهت ها و تفاوت های موجود در نحوه ارزیابی دو پژوهش و نتایج بدست آمده را بیان کنید (۱۰ نمره).



شکل ۱- نمودار پیش بینی تغییرات تعداد بیماران فوت شده در طول زمان در آمریکا برای ۵ سناریو زیر (به ترتیب از بالا به پایین در راهنمای نمودار)

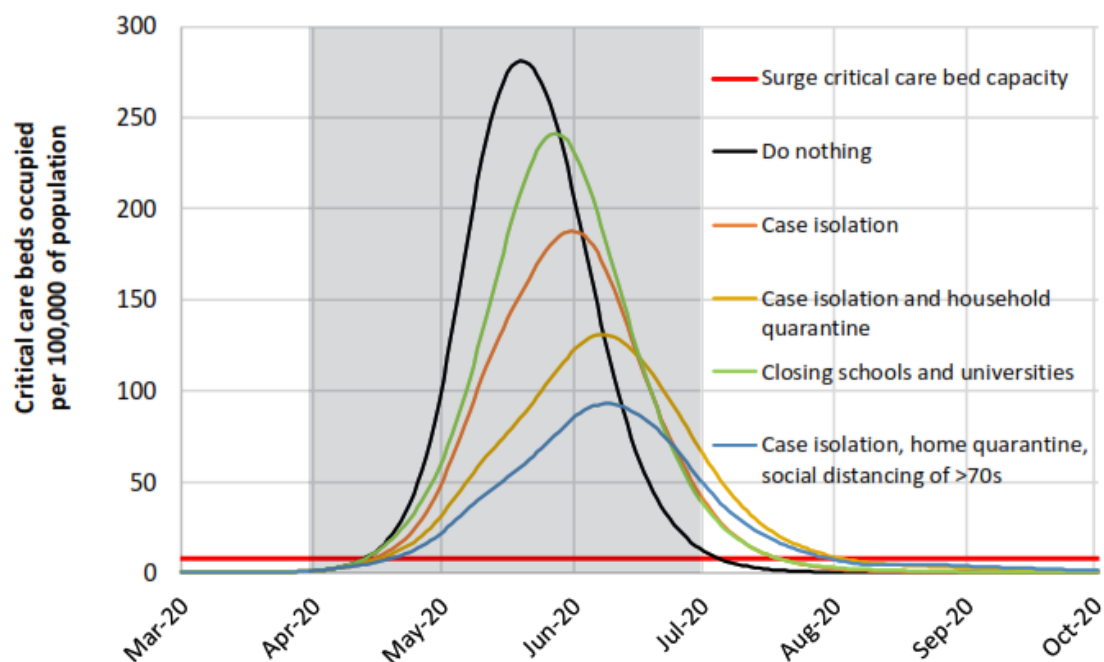
✓ پایان اقدامات محدود کننده

✓ پایان اقدامات محدود کننده اجتماعات و تماس های فرد به فرد همزمان با اجباری کردن ماسک برای همه

✓ ادامه اقدامات محدود کننده اجتماعات و تماس های فرد به فرد

✓ ادامه اقدامات محدود کننده اجتماعات و تماس های فرد به فرد به همراه ۸۰ درصد استفاده از ماسک

✓ ادامه اقدامات محدود کننده اجتماعات و تماس های فرد به فرد به همراه ۸۰ درصد استفاده از ماسک و استفاده همگانی از ماسک



شکل ۲- نمودار پیش بینی تغییرات تعداد بیماران تخت های مورد نیاز بیماران با وضعیت بحرانی به ازاء هر ۱۰۰۰۰۰ نفر در انگلستان

- ✓ خط قرمز: ظرفیت تخت ها
- ✓ خط سیاه: بدون هیچ اقدام کنترلی
- ✓ خط نارنجی: ایزولاسیون بیماران
- ✓ خط زرد: ایزولاسیون بیماران و قرنطینه خانواده
- ✓ خط سبز: تعطیلی مدارس و دانشگاه ها
- ✓ خط آبی: ایزولاسیون بیماران و قرنطینه خانواده و رعایت فاصله گذاری اجتماعی در افراد بالای ۷۰ سال

سوال ۴، گروهی (۳۰ نمره)

جامعه ای را تصور کنید که درگیر یک همه گیری جدی شده است و درنتیجه، خدمات درمان محدود و بی کیفیت تر شده اند. با درنظرگرفتن فرض های زیر به موارد درخواست شده پاسخ دهید.

- انسان ها پس از بهبودی از بیماری مجدداً امکان بیمار شدن را دارند.
 - در دسترس بودن کادر درمان (تعداد کادر درمان سالم) رابطه ی مستقیم با آهنگ بهبودی افراد دارد.
 - به علت چگال بالای آلودگی در محیط های درمان، کادر درمان بیش تر از افراد دیگر جامعه به بیماری مبتلا (از بیماران دیگر) می شوند.
 - ناقلی مانند پشه برای بیماری وجود دارد و این بیماری از او به میزبان قابل انتقال است و برعکس، اما کادر درمان با مصرف دارو از آلوده شدن به بیماری به وسیله پشه مصون شده است (پشه میتواند بیماری را از کادر درمان بگیرد ولی برعکس آن ممکن نیست). پشه بیماری را از انسان می گیرد و پس از مدتی از بیماری می میرد (SIR).
- الف) شمای کیفی انتقال جمعیت بین این بلوک ها را رسم کنید (۵ نمره).
- ب) مدلی برمبنای معادلات دینامیکی شیوع بیماری طراحی کنید. در طراح مدل آزادانه عمل کنید و خلاقیت به خرج دهید، اما تلاش کنید از ساده ترین مدلی که ویژگی های یادشده را در بر دارد استفاده کنید (۱۰ نمره).
- ج) به ازای یک دسته پارامتر، نمودار جمعیت بخش های مختلف جامعه و ناقل (S و I و R) را بر حسب زمان رسم کنید (۱۵ نمره).