

# سرفصل مطالب

---

مقدمه

مفاهیم بهینه سازی تک هدفه

الگوریتم بهینه سازی توده ذرات

الگوریتم بهینه سازی زنبور عسل

فازی سازی الگوریتم‌ها

بهینه سازی چند هدفه

الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب

الگوریتم بهینه سازی رقابت استعماری

الگوریتم بهینه سازی جستجوی گرانشی

# سرفصل مطالب

---

الگوریتم بهینه سازی ازدحام گربه‌ها

الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری

الگوریتم بهینه سازی نهنگ

الگوریتم بهینه سازی فاخته

الگوریتم بهینه سازی قطره آب هوشمند

الگوریتم بهینه سازی خفاش

الگوریتم بهینه سازی عنکبوت

الگوریتم بهینه سازی قورباغه جهنده

بهینه سازی چند هدفه در محیط پویا

# هوش مصنوعی

---

هوش مصنوعی به علمی گفته می‌شود که سعی در شبیه سازی هوش موجودات زنده در ابعاد مختلف را دارد.

علم هوش مصنوعی را می‌توان به زیر شاخه‌هایی از جمله شبکه‌های عصبی، الگوریتم‌های بهینه سازی، شناسایی الگو، روش‌ها و سیستم‌های فازی، هوش ازدحامی، هوش توضیح شده و ... تجزیه نمود.

# محاسبات نرم - هوش محاسباتی

---

**محاسبات نرم (Soft Computing)** شامل اجزایی همچون الگوریتم‌های ژنتیک، بهینه سازی هوش ازدحامی، منطق فازی، شبکه‌های عصبی و ... می‌باشد که در کاربردهای مختلفی از آن‌ها استفاده شده است.

دسته بندی دیگری با نام **هوش محاسباتی (Computational Intelligence)** نیز وجود دارد که از همین اجزا تشکیل شده است و از برخی دیدگاه‌ها به مفهوم محاسبات نرم شباهت دارد.

# محاسبات نرم - هوش محاسباتی

---

هوش محاسباتی و محاسبات نرم هر دو از اجزاء مشابه تشکیل شده‌اند. به عبارت دیگر هر دو منطق فازی، یادگیری تقویتی، کلونی مورچه‌ها، الگوریتم ژنتیک، بهینه سازی توده ذرات، شبکه‌های عصبی و ... را شامل می‌شوند.

تاکید اصلی در محاسبات نرم در ترکیب این روش‌ها به منظور بهبود عملکرد و بهره برداری از قابلیت این روش‌ها می‌باشد، حال آنکه در هوش محاسباتی تاکید بر روی کارایی منفرد هر یک از روش‌های مذکور به عنوان یک روش هوشمند است.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

در مسائل مرتبط با علوم و مهندسی منظور از بهینه‌سازی (بهینه یابی)، یافتن راه‌حل(های) کمینه یا بیشینه برای یک یا چندین تابع هدف است.

در حالت‌های ساده می‌توان راه‌حل(های) بهینه سراسری تابع(توابع) هدف را بطور تحلیلی با استفاده از گرادیان به دست آورد ولی در صورت زیاد بودن تعداد متغیرها، ناپیوسته بودن تابع (و در نتیجه مشتق ناپذیر بودن)، تصادفی بودن متغیرها و سایر مشکلات نمی‌توان با استفاده از روش‌های تحلیلی راه‌حل مسئله بهینه‌سازی را محاسبه کرد.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

---

در این گونه مواقع حتی روش‌های عددی نیز معمولاً به خاطر زیاد بودن تعداد نقاط بهینه محلی از کارآیی لازم برخوردار نیستند.

بنابراین می‌توان گفت که در عمل، راه‌حل(های) بهینه سراسری این مسائل را نمی‌توان با آزمودن تمام اعضای موجود در دامنه تعریف مسئله به دست آورد، زیرا انجام این کار در اکثر موارد نیازمند صرف زمان‌های فوق العاده طولانی است که در توان پردازنده‌های امروزی نیست.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

آنالیز ریاضی دقیق مسایل بهینه‌سازی در طی قرن بیستم انجام شده است درحالیکه پیشینه مفهوم بهینه‌سازی به سیر صد سال پیش از میلاد برمی‌گردد، زمانی که اقلیدوس کمترین فاصله میان یک نقطه و یک خط را اندازه‌گیری کرد.

در قرن هفدهم میلادی، پیر دو فرمت ریاضیدان فرانسوی بنیان حساب را بنا نهاد. او نشان داد که شیب یک تابع در نقطه **بیشینه** یا **کمینه** ناپدید می‌شود.



# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

بنیان حساب دیفرانسل به لاگرانژ و اوایلر در قرن هجدهم نسبت داده می‌شود که آنها جزئیات ریاضی دقیق در این موضوع را ارائه کردند.

به دنبال آن گاوس و لوژاندر روش **کمترین مربعات (Least Square)** را ایجاد کردند که امروزه به طور وسیعی در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود.

کوشی از روش **تندترین شیب (Steepest Descent)** در حل مسائل بهینه‌سازی نامقید استفاده کرد.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

اولین کتاب مرجع بهینه‌سازی توسط هریس هنکوک نوشته شد و در سال ۱۹۱۷ منتشر شد. در سال ۱۹۳۹ لئونید کانتروویچ مدل برنامه ریزی خطی و یک الگوریتم برای حل آن را ارائه داد.

چند سال بعد در سال ۱۹۴۷ جرج دانتزیک روش Simplex را برای حل مسائل LP ارائه داد. کانتروویچ و دانتزیک به عنوان پیشگامانی مورد توجه هستند که باعث پیشرفت در توسعه تکنیک‌های بهینه‌سازی شدند.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

---

شرایط بهینه‌سازی مقید به وسیله هارولد کوهن و آلبرت توکر در سال ۱۹۵۱ جمع‌آوری شد.

ریچارد بلمن اصول برنامه ریزی پویا را پایه گذاری کرد که در آن یک مساله پیچیده به مسائل کوچکتر شکسته می‌شود.

# مروری بر تاریخچه بهینه‌سازی

با ظهور کامپیوترها شخصی در سال‌های دهه‌ی ۱۹۸۰، متعاقبا بسیاری از مسائل با مقیاس بزرگ حل شدند. مسائل امروزی در زمینه بهینه‌سازی، عموما چند هدفه هستند.

روش‌های حلی که امروزه برای مسائل پیچیده به کار برده می‌شوند تنها الگوریتم‌های بر پایه گرادیان نیستند، بلکه شامل روش‌های غیر سنتی مانند الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها و بهینه‌سازی توده ذرات که الهام گرفته از طبیعت هستند، نیز می‌شوند.

# مسائل بهینه‌سازی

امروزه در زمینه‌های مختلف مانند تحقیق در عملیات، الکترونیک، مکانیک و... با مسائلی روبه‌رو هستیم که پیچیدگی آنها رو به افزایش است. در تمامی این زمینه‌ها می‌توان مسائل را به صورت مساله بهینه‌سازی بیان کرد.

در یک مساله بهینه‌سازی تابعی وجود دارد که **بیشینه** یا **کمینه** می‌شود. تابعی که بهینه می‌شود می‌تواند **تابع هدف (Objective Function)** یا **شاخص عملکرد (Performance Index)** باشد. این تابع یک کمیت مانند هزینه، سود، بهره‌وری، اندازه، شکل، وزن، خروجی و... است.

# مسائل بهینه‌سازی

بدیهی است که کمینه کردن هزینه‌ها و بیشینه کردن سود دیدگاه اصلی اکثر سازمان‌ها و صنایع است.

در این راستا برخی از تجهیزات رزومره نظیر تهویه کننده‌های هوا و یخچال‌ها با معیارهای بهینه‌سازی متفاوتی طراحی شده‌اند تا بالاترین بهره‌وری را به لحاظ کاهش نیازمندی مصرف انرژی توسط مصرف‌کننده دارا باشند، با این حال این بالاترین بهره‌وری مشخصا هزینه بالاتری را نیز برای مصرف‌کننده خواهد داشت.

# مسائل بهینه‌سازی

متغیرهای تابع هدف توسط **متغیرهای طراحی** یا **متغیرهای تصمیم** مشخص می‌شوند که معمولاً برای یک مساله بهینه‌سازی ساختار، این متغیرها ابعاد یک ساختار یا ویژگی‌های مواد سازنده آن می‌توانند باشند.

از دیدگاه عملی متغیرهای تصمیم فقط می‌توانند مقادیر مابین کمترین و بیشترین محدوده تعریف شده برای آن متغیر را اختیار کنند. این متغیرها می‌توانند اعداد حقیقی، صحیح و یا کمیت‌های دودویی باشند.

# مسائل بهینه‌سازی

---

اگرچه اکثریت متغیرهای تصمیم در مسائل بهینه‌سازی حقیقی هستند، اما در مواردی بعضی از متغیرها می‌توانند گسسته باشند. برای مثال اندازه استاندارد لوله‌ها ۱، ۲ یا ۵ اینچ است، بنابراین اگر اندازه لوله‌ها در مسائل بهینه‌سازی متغیر تصمیم باشند، اعداد صحیح تلقی می‌شوند.



# مولفه‌های پایه‌ای در مسائل بهینه سازی

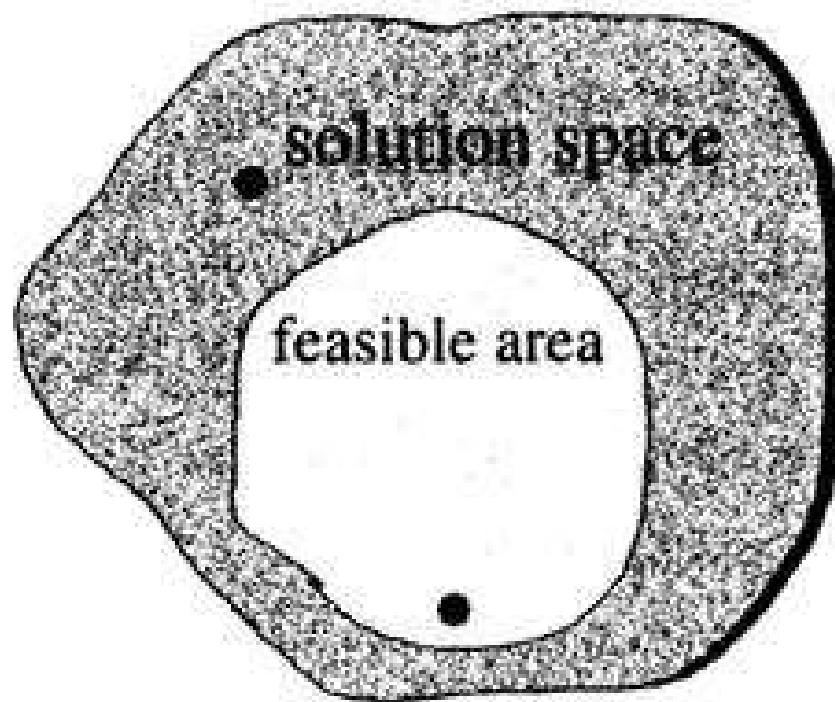
**تابع هدف:** بیان کننده کمیتی است که باید کمینه یا بیشینه شود. اگر  $f$  بیان کننده تابع هدف باشد، بنابراین بیشینه تابع  $f$  کمینه تابع  $-f$  خواهد بود.

**مجموعه متغیرها:** مقدار تابع هدف را تحت تاثیر قرار می‌دهد. اگر  $x$  مشخص کننده متغیرهای مسأله باشد، آنگاه  $f(x)$  نشان دهنده کیفیت پاسخ  $x$  می‌باشد.

**مجموعه قیود مسأله:** محدود کننده مقادیری است که متغیر مسأله می‌تواند اختیار کند. بیشتر مسائل حداقل دارای مجموعه قیود مرزی برای متغیرها می‌باشند که دامنه مقدار هر متغیر را مشخص می‌کند.

# مولفه‌های پایه‌ای در مسائل بهینه سازی

هدف اصلی یک الگوریتم بهینه سازی تعیین مقادیری از متغیرها در محدوده مرزی مشخص است بطوریکه تابع هدف بهینه شده و همه قیود ارضا شوند.



# مولفه‌های پایه‌ای در مسائل بهینه سازی

---

برای رسیدن به این هدف الگوریتم بهینه سازی در فضای جستجوی  $S$  شروع به جستجو می‌کند تا پاسخ‌های مناسب را پیدا نماید.

همچنین در مسائل دارای قید یک راه حل در فضای جستجوی  $F$  که زیرمجموعه‌ای از فضای جستجوی  $S$  است، یافت می‌شود.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

مسائل بهینه سازی بر اساس مشخصات و ویژگی‌های زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

**تعداد متغیرها:** یک مسأله بهینه سازی با تنها یک متغیر، مسأله **تک متغیره** نامیده می‌شود. در صورتیکه تعداد متغیرها بیش از یکی باشد، با مسأله **چند متغیره** روبرو هستیم.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

**نوع متغیرها:** یک مسأله بهینه سازی پیوسته دارای متغیرهایی با مقادیر **پیوسته** می باشد. در صورتیکه متغیرهای مسأله متعلق به اعداد صحیح باشند، مسأله بهینه سازی، **گسسته** و یا **صحیح** نامیده می شود.

یک مسأله ترکیبی دارای هر دو نوع متغیر می باشد. مسائل بهینه سازی که راه حل های آنها جایگشتی از متغیرهایی با مقادیر صحیح می باشند نیز مسائل بهینه سازی **ترکیبی** نامیده می شوند.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

---

درجه غیرخطی بودن تابع هدف: مسائل خطی دارای تابع هدفی هستند که دارای متغیرهای خطی هستند. مسائل درجه دو از توابع درجه دو (مربعی) استفاده می کنند. سایر مسائل بهینه سازی به صورت مسائل غیرخطی مطرح می شوند.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

---

**قیود:** مسائلی که تنها از قیود محدود کننده کران متغیرها استفاده می کنند  
مسائل **بدون قید** نامیده می شوند و این در حالی است که در مسائل مقید از  
قیدهای برابری و نابرابری نیز استفاده می شود.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

## مسائل بهینه سازی نامقید

در مسائل بهینه سازی نامقید هیچ گونه قیدی برای متغیرها وجود ندارد. قابل ذکر است در تعریف استاندارد قیدهای مرزی برای متغیرها جزء قیدهای مسأله نمی باشد. یک مسأله بهینه سازی نامقید به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & f(X), \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_{n_x}) \\ \text{Subject to} & x_j \in \text{dom}(x_j) \end{array}$$

برای مسائل پیوسته دامنه هر یک از متغیرها،  $R$  و برای یک مسأله صحیح،  $Z$  می باشد قابل ذکر است که یک مسأله صحیح نوع خاصی از مسأله گسسته است.



# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

## مسائل بهینه سازی مقید

بسیاری از مسائل بهینه سازی در دنیای واقعی با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از قیود قابل حل می‌باشند. این قیود نواحی از فضای جستجو را که قابل استفاده نیستند را از مجموعه فضای جستجو حذف می‌کند و جستجو را در فضای امکان‌پذیر (Feasible) انجام می‌دهد. در یک مسأله کمینه سازی داریم:

$$\text{minimize } f(X), \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_{n_x})$$

$$\text{Subject to} \quad g_m(X) \leq 0, \quad m = 1, \dots, n_g$$

$$h_m(X) = 0, \quad m = n_g + 1, \dots, n_g + n_h$$

$$x_j \in \text{dom}(x_j)$$

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

در تعریف بالا  $n_h$  و  $n_g$  به ترتیب تعداد قیود نامساوی و مساوی هستند و  $\text{dom}(x_j)$  دامنه متغیر  $x_j$  می باشد.

به صورت کلی در مسائل مقید سه نوع قید **مرزی**، **برابری** و **نابرابری** وجود دارد. همچنین قیود می توانند **خطی** و یا **غیرخطی** باشند.

برای بررسی و اداره کردن قیود در مسائل مقید از تکنیک های رد کردن پاسخ های امکان ناپذیر، تکنیک تابع جریمه، تبدیل مسأله مقید به نامقید، محدود کردن راه حل ها برای حرکت در فضای امکان پذیر و ... استفاده می شود.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

---

استفاده از روش‌های هم-تکاملی (Co-Evolutionary) نیز یکی از جدیدترین روش‌های حل مسائل مقید می‌باشد که در این روش الگوریتم هم-تکاملی با استفاده از دو الگوریتم تکاملی به صورت همزمان تلاش می‌کند مسأله مقید را حل نماید.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

---

**تعداد بهینه:** اگر تنها یک راه حل مشخص وجود داشته باشد،  
مسئله **Unimodal** و اگر بیش از یک راه حل وجود داشته باشد، مسئله  
**Multi-Modal** نامیده می شود.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

## مسائل با چند پاسخ

این مسائل دارای تعدادی نقطه بهینه می باشند که این بهینه ها می توانند شامل بیش از یک بهینه سراسری و تعدادی بهینه محلی باشند. هدف بهینه سازی چند پاسخی، یافتن همه این بهینه ها تا حد امکان است.

یافتن مجموعه ای از راه حل های  $X$  ( $X$  برداری از متغیرهای  $x$ ) بطوریکه  $x^*$  متعلق به  $X$  یک پاسخ بهینه مسأله بهینه سازی است.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

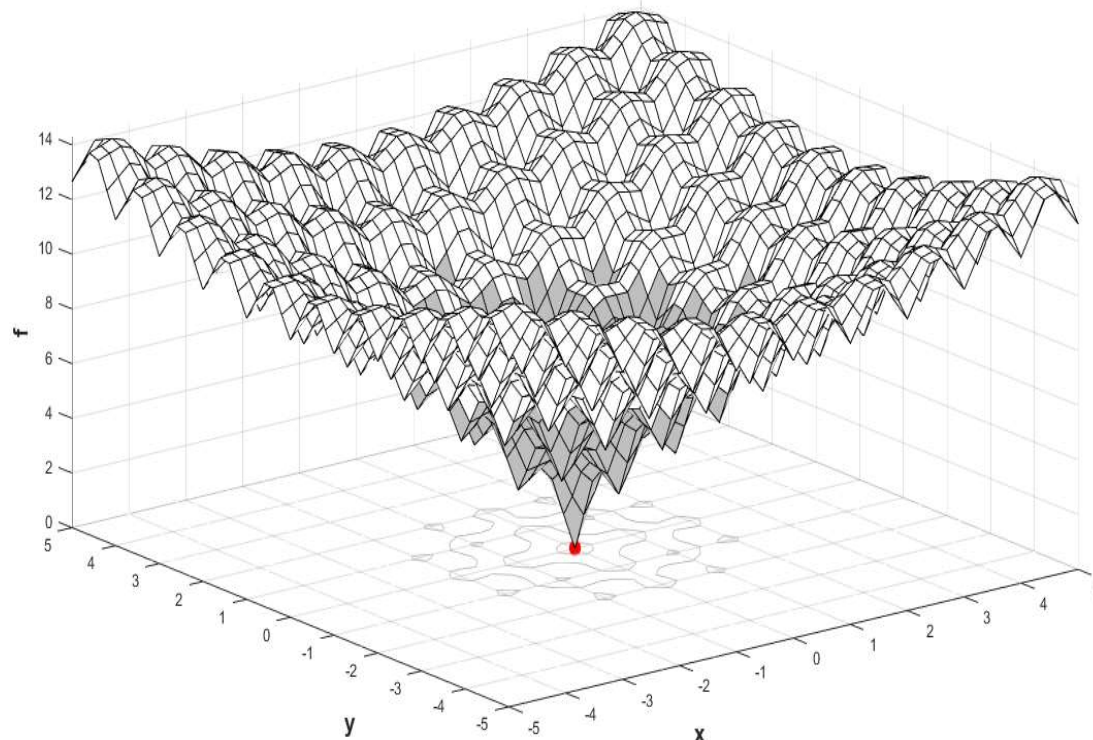
**تعداد اهداف:** مسائل بهینه‌سازی از نظر تعداد اهداف به دو دسته زیر تقسیم می‌شوند:

- تک هدفه (Single Objective)
- چند هدفه (Multi Objective)

در مسائل بهینه‌سازی تک هدفه، تنها یک تابع کارایی وجود دارد. به عنوان مثال تابع آزمون Ackley یک مسئله کمینه سازی تک هدفه است که ارزش تنها راه حل بهینه آن برابر  $\vec{0}$  و کمینه ارزش تابع هدف آن برابر صفر است.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای حل مسائل تک هدفه در طول عملیات بهینه‌سازی سعی در همگرا کردن جمعیت راه‌حل‌ها به تنها راه‌حل بهینه هستند.



# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

---

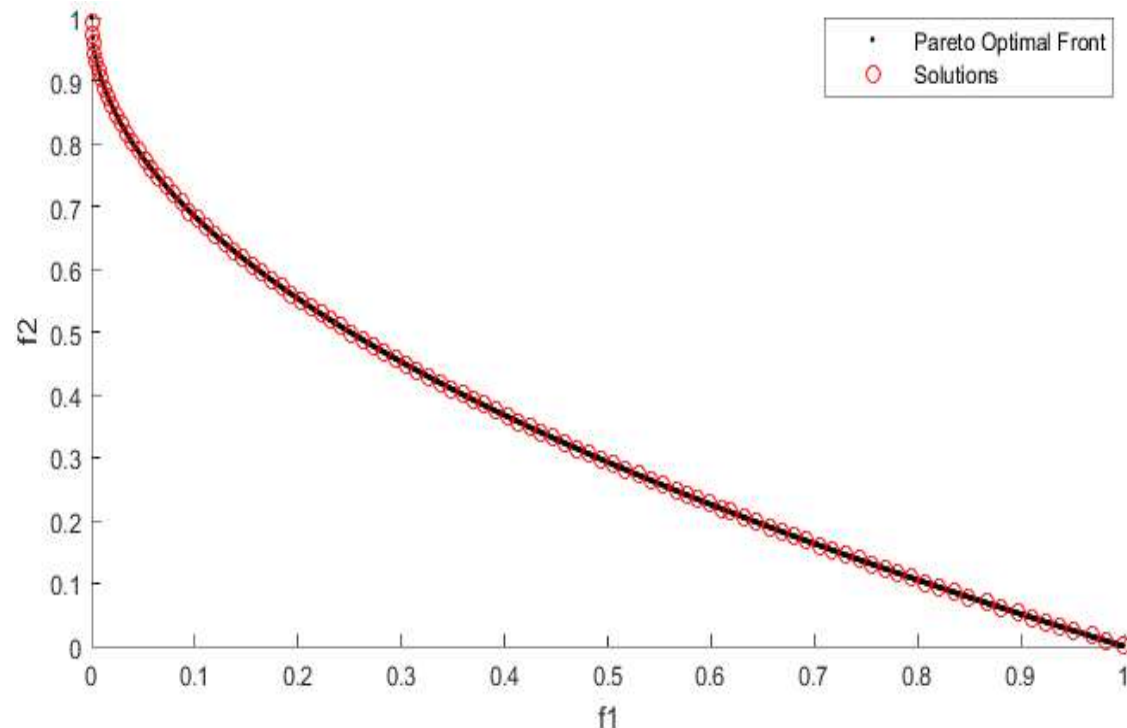
در مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، بیش از یک تابع کارایی وجود دارد. در حل مسائل چند هدفه، سعی در رسیدن به مجموعه‌ای از راه‌حل‌ها در قالب **پیشانی بهینه پرتو (Pareto Optimal Front)** می‌باشد.

از آنجا که در مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، بیش از یک هدف وجود دارد و همچنین اهداف عموماً با هم در تناقض هستند، در نتیجه نمی‌توان اهداف را با هم ترکیب کرد.



# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

در شکل نمایی از پیشانی بهینه پرتو تابع آزمون چند هدفه ZDT1 به شکل نقطه و راه حل های پیدا شده توسط یکی از روش های بهینه سازی، به شکل دایره نمایش داده شده است.



# طبقه بندی مسائل بهینه سازی

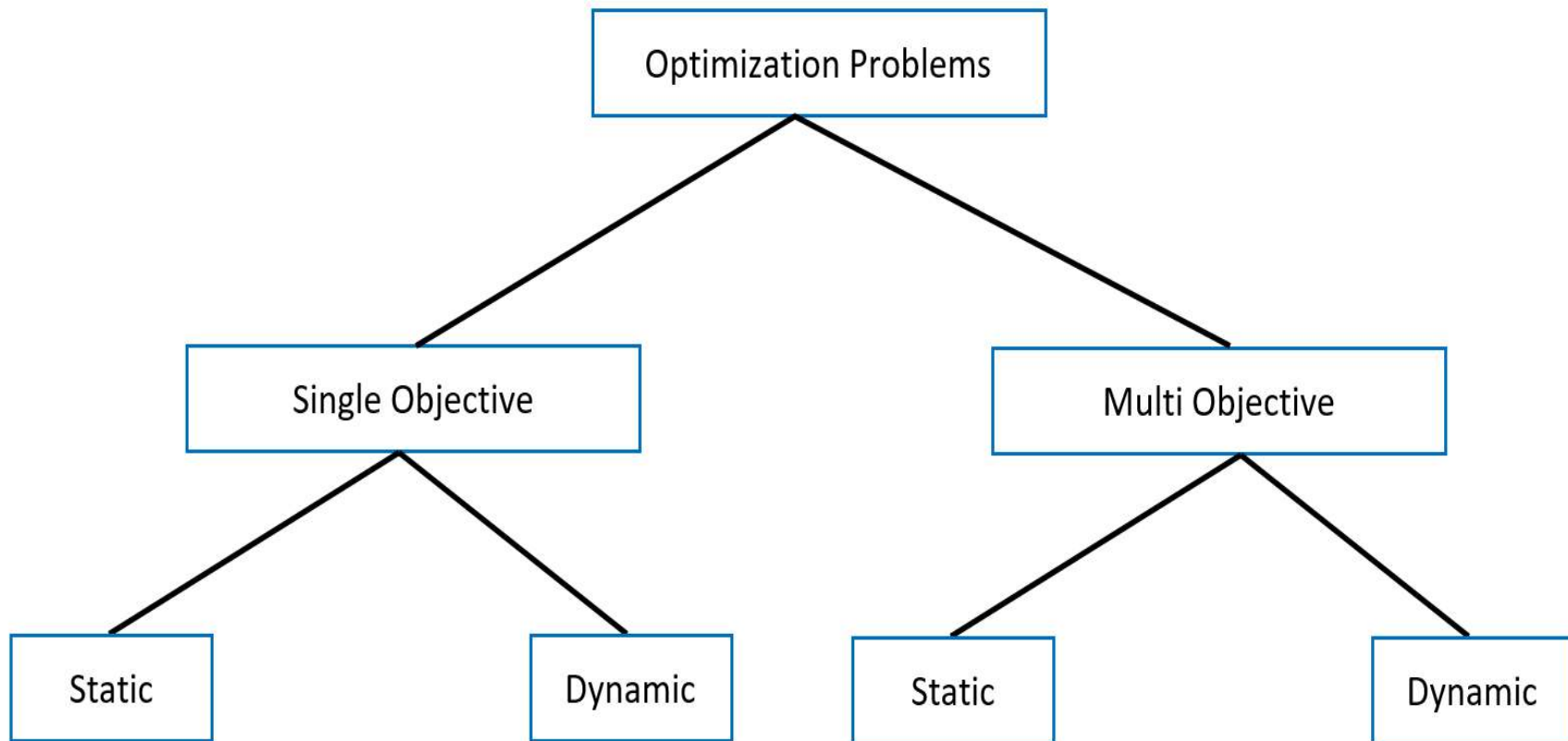
مسائل بهینه سازی تک هدفه و چند هدفه، به دو دسته زیر تقسیم می شوند:

- مسائل ایستا (Static)

- مسائل پویا (Dynamic)

توابع هدف در مسائل بهینه سازی ایستا در طول زمان تغییر نمی کنند ولی در مسائل بهینه سازی پویا توابع هدف در طول زمان تغییر می کنند. لازم به ذکر است که هر الگوریتم بهینه سازی برای حل یک نوع از ساختار مسائل بهینه سازی طراحی می شود.

# طبقه بندی مسائل بهینه سازی



# انواع پاسخ بهینه

---

راه حل‌هایی که به وسیله الگوریتم‌های بهینه سازی یافت می‌شوند با در نظر گرفتن کیفیتشان تقسیم بندی می‌شوند.

انواع اصلی راه حل‌ها، **بهینه محلی** و **بهینه سراسری** نامیده می‌شوند. در ادامه تعاریفی برای یک مسأله کمینه سازی در نظر گرفته شده است.

# انواع پاسخ بهینه

**کمینه سراسری:** راه حل  $x^*$  متعلق به فضای  $F$  (زیر مجموعه  $S$ ) کمینه سراسری تابع  $f$  نامیده می‌شود اگر برای تمام  $x$  های درون فضای  $F$  داشته باشیم،  $f(x^*) < f(x)$  بنابراین راه حل بهینه سراسری بهترین پاسخ مجموعه راه حل‌های کاندید است.

# انواع پاسخ بهینه

**کمینه محلی قوی:** یک راه حل  $x^*$  متعلق به ناحیه  $N$  (زیر مجموعه  $F$ ) یک کمینه محلی قوی است ( $N$  مجموعه نقاط امکانپذیری است که در همسایگی پاسخ  $x^*$  قرار دارند) اگر برای همه اعضای درون  $N$  داشته باشیم

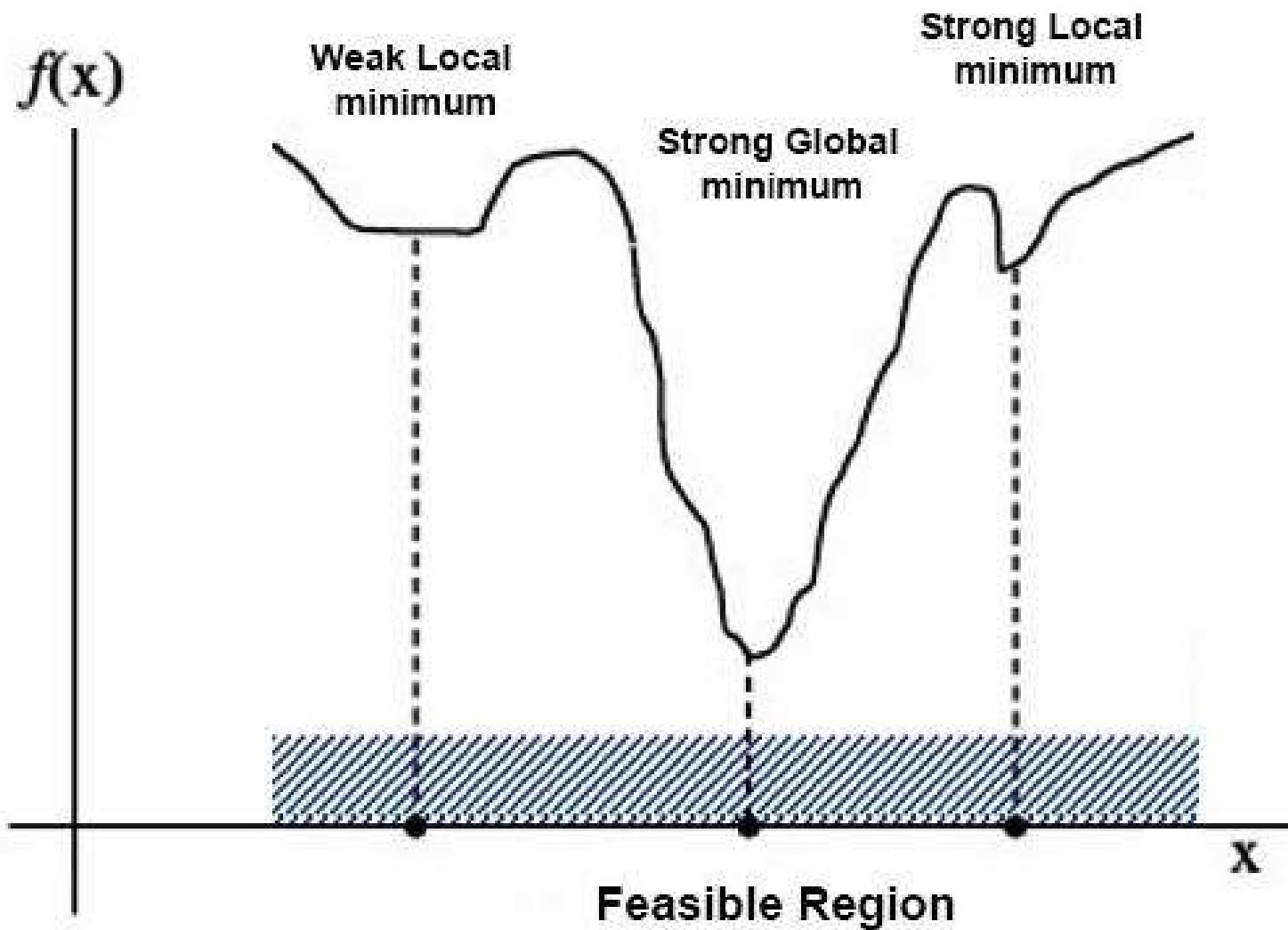
$$F(x^*) \leq F(x)$$

# انواع پاسخ بهینه

**کمینه محلی ضعیف:** یک راه حل  $x^*$  متعلق به ناحیه  $N$  (زیر مجموعه  $F$ )  
یک کمینه محلی قوی است (  $N$  مجموعه نقاط امکانپذیری است که در  
همسایگی پاسخ  $x^*$  قرار دارند) اگر برای همه اعضای درون  $N$  داشته باشیم

$$F(x^*) \leq F(x)$$

# انواع پاسخ بهینه





# انواع پاسخ بهینه

همچنین بر اساس سختی یک مسأله می‌توان یک مسأله بهینه سازی را به چند دسته تقسیم بندی کرد:

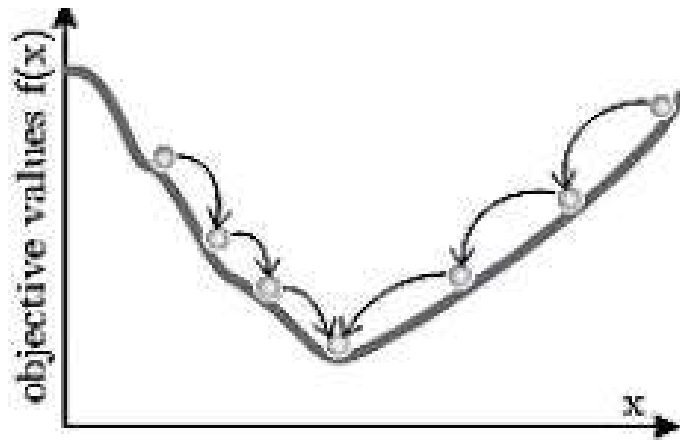
- ارزیابی مسائل بهینه سازی در حضور نویز
- مشکلات مربوط به افزایش ابعاد مسأله (نفرین ابعاد)
- مشکلات مربوط به قیود مسأله
- مشکلات مربوط به تغییرات متغیرهای مسأله (پویایی)

# انواع پاسخ بهینه

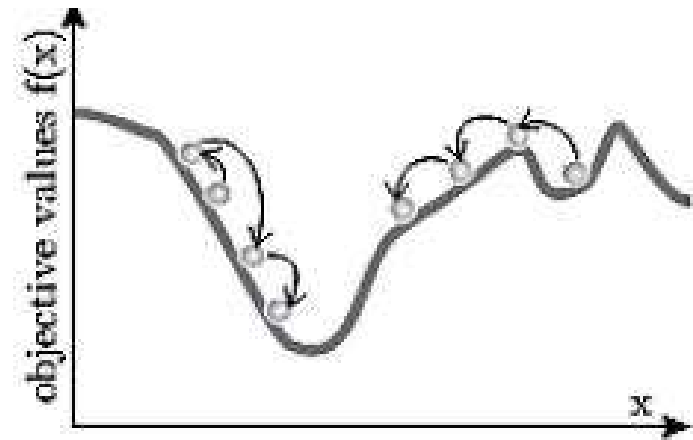
شرایط تابع هدف نیز بسته به نوع مسأله می‌تواند متفاوت باشد. در شکل زیر هشت مدل متفاوت از توابع هدف در مسائل مختلف نشان داده شده است. همانطور که در شکل نیز نشان داده شده است، یک نوع مسأله، در وضعیت **بهترین حالت** اتفاق می‌افتد.

در این حالت تابع مدل‌سازی شده مسأله دارای یک نقطه کمینه مطلق (یک پاسخ سراسری) می‌باشد که می‌توان با استفاده از الگوریتم‌های موجود آن را پیدا کرد.

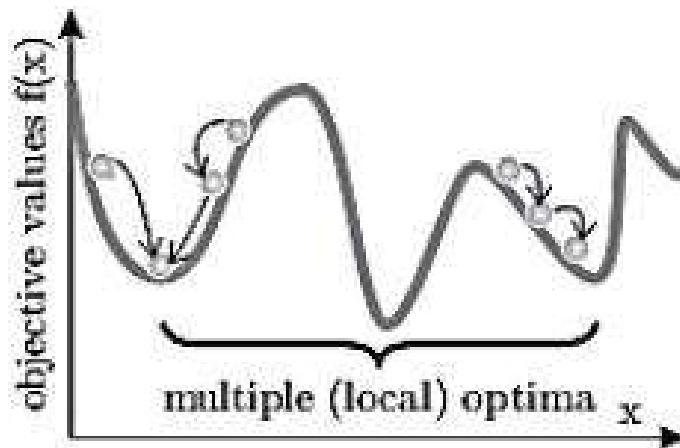
# انواع پاسخ بهینه



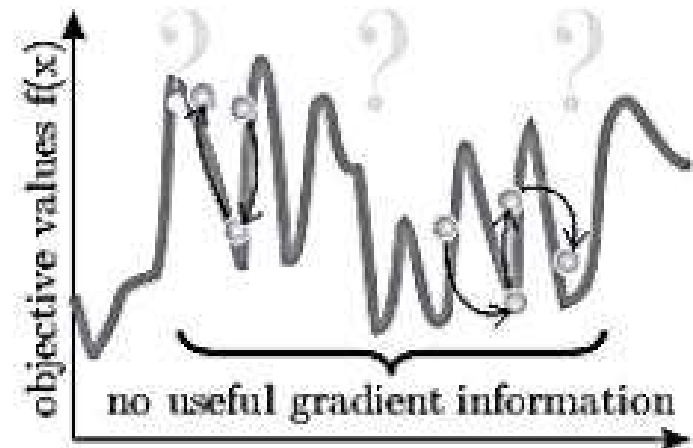
Best Case



Low Variation

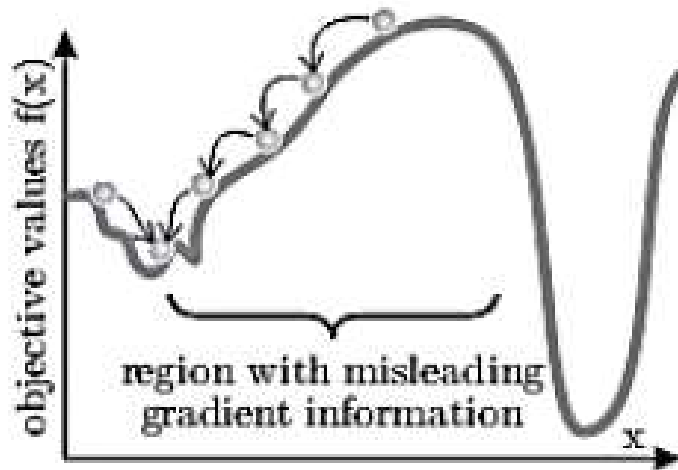


Multimodal

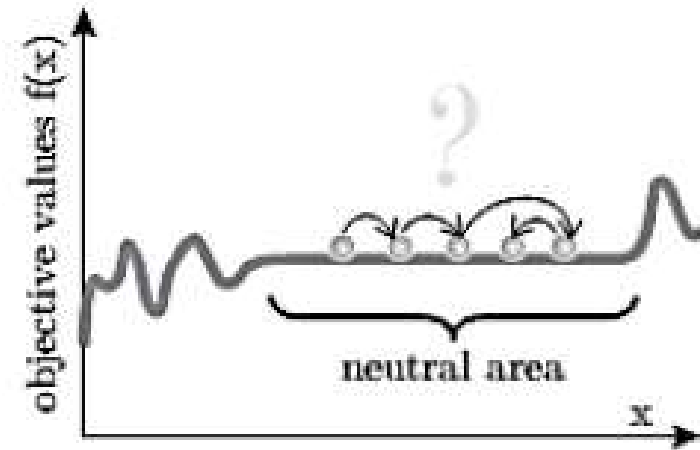


Rugged

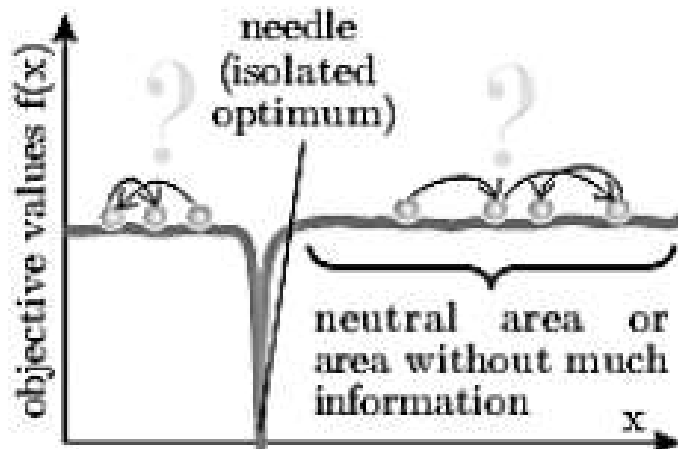
# انواع پاسخ بهینه



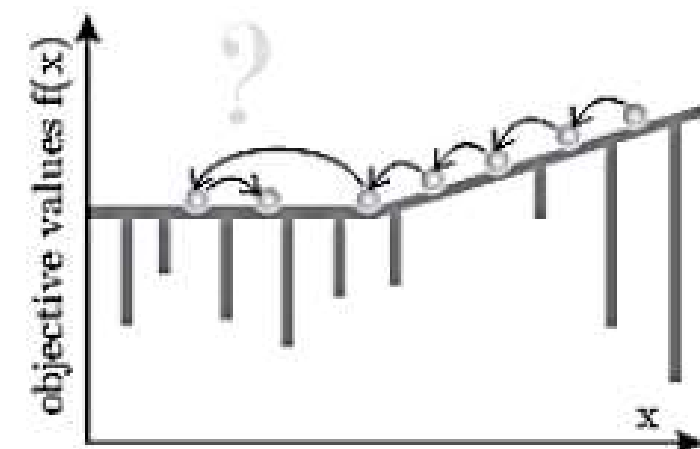
Deceptive



Neutral



Needle-In-A-Haystack



Nightmare

# انواع پاسخ بهینه

نوع دیگری از مسائل در مدل **بهینه محلی چندتایی** مطرح می‌شود. در این مدل، مسأله دارای چندین کمینه محلی متفاوت می‌باشد. بدین ترتیب پیدا کردن بهینه سراسری سخت می‌شود و اگر از استراتژی‌های مناسبی (مانند جهش با گام بلند) استفاده نشود ممکن است مسأله در کمینه محلی گیر کند.

مدل دیگری که در شکل مطرح شده است، مدل **ناحیه خنثی** می‌باشد. در این نوع مسائل، با چند پاسخ مختلف و متفاوت ولی با مقادیر هدف یکسان سر و کار داریم. یکی از مسائل پیچیده موجود این دسته از مسائل هستند.